

基于有限样本的6005A-T6铝合金I+II复合裂纹扩展速率预测方法研究

何寒¹ 白肖宁¹ 曹阳²

(1. 安阳工学院 机械与航空制造工程学院, 安阳 455000)

(2. 中车南京浦镇车辆有限公司, 南京 210031)

摘要: 为评估不同等效应力强度因子模型在复合型疲劳裂纹扩展预测中的表现,以及解决有限样本条件下疲劳裂纹扩展模型参数计算的问题。首先,提出了一种基于Bootstrap法的裂纹扩展参数计算方法,并对标准紧凑拉伸试样进行I型疲劳裂纹扩展试验以得到材料参数,并利用所提方法进行样本扩增以解决样本较少的问题。其次,结合样本扩增统计得到的材料参数,采用6005A-T6铝合金紧凑拉伸剪切试样和Richard加载装置,在0°、30°、45°和60°加载角度下进行I+II混合模式疲劳裂纹扩展试验,以验证不同等效应力强度因子计算模型的准确性。结果表明, Irwin模型具有最高的拟合优度,大小为0.9421,表现出最佳的裂纹扩展预测效果;加载角度的增加会导致初始裂纹扩展速率减慢,需要不同角度的试验来获取适配的Paris公式参数。研究验证了多种 ΔK_{eq} 模型的实用性,为复合型裂纹扩展行为的疲劳寿命预测提供了理论支持。

关键词: 铝合金; 复合型裂纹; 等效应力强度因子; Bootstrap法; 局部位移场

中图分类号: TG146.2+1 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.10.015

0 引言

疲劳失效是结构破坏的主要原因之一,广泛存在于航空、船舶、桥梁及轨道交通等领域^[1-3]。其中,疲劳裂纹的形成及扩展是导致结构最终断裂破坏的主要因素^[4]。此外,工程结构在实际服役环境中往往呈多向应力状态^[5-7],该状态下的结构复合型裂纹萌生与演变规律更为复杂。因此,探索能够有效表征复合型裂纹扩展规律的模型,具备更加实际的工程应用价值。

目前,大量学者对复合型裂纹在不同应力状态下的扩展规律进行了研究,并取得了一定成果。王连庆等^[8]为探索7系铝合金在复合加载下的裂纹演变规律,采用有限元理论与试验相结合的方式,探索了扩展角度的演变规律,并基于断口形貌深入剖析了裂纹演变机制;杜雪麟等^[9]为研究2198-T8铝锂合金薄壁管在复合型加载条件下的裂纹演变规律,基于试验及数字图像融合技术,揭示了疲劳寿命与应力幅比的内在联系,并发现裂纹扩展主导模式在不同条件下的转换现象;CHEOK等^[10]为评估极端条件下的复合型裂纹扩展规律,提出将传统最大能量释放率准则融入至裂纹扩展影响因素中,并通过试验验证了所提准则的有效性;QIAO等^[11]为分析EH36和EQ70钢在低温下的复合型裂纹扩展特性,采用数值模拟及试验相结合

的方法对裂纹扩展规律进行了探索,并揭示了裂纹扩展寿命与载荷成正相关、与温度成负相关的内在规律。上述研究分别基于数值模拟法、试验位移场及理论公式推导法获取的数据,揭示了不同条件下的复合型裂纹扩展规律,为复合型裂纹扩展行为研究提供了丰富的理论基础及试验支撑。但受工程中数据获取的困难性及试验成本限制,使传统基于大样本的裂纹扩展行为预测方法实施存在局限性,如何通过小样本容量数据准确揭示复合型裂纹扩展规律,是工程研究的重点方向之一。同时,考虑到复合型裂纹尖端应力强度因子与单一类型裂纹相比的复杂性,如何选取合理的复合型裂纹应力强度因子等效方法,亦是准确揭示复合型裂纹扩展规律的必要保障。因此,探索基于小样本条件下合理的复合型裂纹应力强度因子等效方法,对于揭示工程中的复合型裂纹扩展规律更加具备实践意义。

本文以6005A-T6铝合金为研究对象,在以少量裂纹扩展初始数据形成的数据库基础上,采用Bootstrap法抽样试验完成数据扩容,进而完成材料常数拟合,同时根据相关试验标准,完成试验材料制备及加载,获取不同类型裂纹的应力强度因子,根据不同原理进行复合型裂纹应力强度因子等效,结合材料常数完成Paris公式更新,并验证不同等效模型的拟合精度。试验结

收稿日期: 2025-04-27

基金项目: 河南省科技攻关项目(252102220051)

作者简介: 何寒,男,1983年生,湖北荆门人,硕士,讲师;主要研究方向为材料疲劳性能;E-mail:hh-1129@163.com。

引用格式: 何寒,白肖宁,曹阳.基于有限样本的6005A-T6铝合金I+II复合裂纹扩展速率预测方法研究[J].机械强度,2025,47(10):131-138.

HE Han, BAI Xiaoning, CAO Yang. Research on the prediction method of I+II mixed-mode crack growth rate in 6005A-T6 aluminum alloy based on limited samples[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(10): 131-138.

果可为深入探索疲劳裂纹演变规律提供参考。

1 基于 Bootstrap 法的 I + II 复合型裂纹扩展速率预测方法

1.1 基于 Bootstrap 法的裂纹扩展参数计算方法

为合理预测结构裂纹的扩展模式,构建裂纹扩展速率评估模型是必要前提。根据 Paris 曲线可知,结构裂纹扩展速率可表述为

$$\lg(da/dN) = \lg C + m \lg(\Delta K_{eq}) \quad (1)$$

式中, a 为疲劳裂纹长度; N 为循环次数; C 、 m 均为材料常数; ΔK_{eq} 为等效应力强度因子。

由式(1)可知,结构裂纹扩展速率与材料常数及受力状态相关,其中材料常数可通过试验数据拟合获取,等效应力强度因子可通过数值计算获取。但考虑到试验成本的限制,有限样本条件下的材料常数拟合结果会直接影响裂纹扩展速率计算的合理性。为降低样本较小对预测结果的影响,采用 Bootstrap 法对试验样本扩容,其原理如下:

1)通过试验或数值模拟法构建裂纹扩展速率数据库 X 及等效应力强度因子数据库 Y ,即

$$X = [\lg(\frac{da_1}{dN_1}), \lg(\frac{da_2}{dN_2}), \dots, \lg(\frac{da_n}{dN_n})] \quad (2)$$

$$Y = [\lg(\Delta K_{eq_1}), \lg(\Delta K_{eq_2}), \dots, \lg(\Delta K_{eq_n})] \quad (3)$$

式中, n 为样本个数。

2)依据 X 、 Y 开展有放回抽样,构建裂纹扩展速率 Bootstrap 法数据库 X^* 及等效应力强度因子 Bootstrap 法数据库 Y^* ,即

$$X^* = [\lg(\frac{da_1^*}{dN_1^*}), \lg(\frac{da_2^*}{dN_2^*}), \dots, \lg(\frac{da_n^*}{dN_n^*})] \quad (4)$$

$$Y^* = [\lg(\Delta K_{eq_1}^*), \lg(\Delta K_{eq_2}^*), \dots, \lg(\Delta K_{eq_n}^*)] \quad (5)$$

式中, $\lg(\frac{da_n^*}{dN_n^*})$ 为第 n 个裂纹扩展速率 Bootstrap 法样本; $\lg(\Delta K_{eq_n}^*)$ 为第 n 个等效应力强度因子 Bootstrap 法样本。

3)依据 Paris 公式,拟合 X^* 、 Y^* 抽样样本下的材料常数 Bootstrap 法样本 $\lg C^*$ 、 m^* 。

4)重复步骤 1)~3) q 次,构建材料常数 Bootstrap 法样本数据库 D^* 、 E^* ,即

$$D^* = [\lg C_1^*, \lg C_2^*, \dots, \lg C_q^*] \quad (6)$$

$$E^* = [m_1^*, m_2^*, \dots, m_q^*] \quad (7)$$

式中, $\lg C_q^*$ 、 m_q^* 为第 q 个材料常数 Bootstrap 法样本。

5)依据 D^* 、 E^* ,对材料常数分布进行计算,若为正态分布则为均值,若为偏态分布,则为峰值。并据此更新裂纹速率扩展模型,即

$$\lg(da/dN) = \hat{\mu}_c + \hat{\mu}_m \lg(\Delta K_{eq}) \quad (8)$$

式中, $\hat{\mu}_c$ 、 $\hat{\mu}_m$ 分别为材料常数分布的均值和峰值。

1.2 I + II 复合型裂纹等效应力强度因子计算模型

在明确材料常数取值基础上,获取不同类型应力强度因子是计算复合型裂纹等效应力强度因子的必要前提,亦是完善复合型裂纹扩展速率模型的必要保障。为此,采用局部位移场对裂纹扩展情况进行模拟,并据此计算不同类型下的应力强度因子。裂纹局部位移场构建基本原理如图 1 所示。

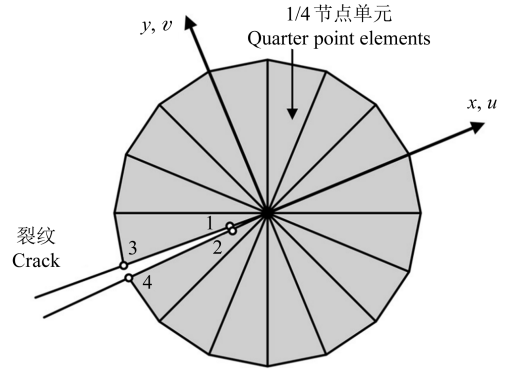


图 1 裂纹局部位移场基本构建原理

Fig. 1 Basic construction principle of crack localized displacement field

由图 1 可知,裂纹局部位移场模型由若干具有 1/4 节点的单元(Quarter Point Element, QPE)构成,且节点 1、2 分别为位于 $\theta=180^\circ$ 、 -180° 方向的节点,节点 3、4 分别为连接裂纹侧面 QPE 的角部节点。据此,根据断裂力学评估原理,采用线性叠加方法获取 I 型及 II 型混合模式下的裂纹扩展 u 位移分量为

$$u_{180^\circ} = \frac{C_0(\kappa+1)}{2G} r^{1/2} - \frac{C_1(\kappa+1)}{6G} r^{3/2} - \frac{B_0(\kappa+1)}{4G} r \quad (9)$$

$$u_{-180^\circ} = -\frac{C_0(\kappa+1)}{2G} r^{1/2} + \frac{C_1(\kappa+1)}{6G} r^{3/2} - \frac{B_0(\kappa+1)}{4G} r \quad (10)$$

混合模式下的裂纹扩展 v 位移分量为

$$v_{180^\circ} = \frac{A_0(\kappa+1)}{2G} r^{1/2} - \frac{A_1(\kappa+1)}{6G} r^{3/2} + \frac{D_0(\kappa+1)}{4G} r \quad (11)$$

$$v_{-180^\circ} = -\frac{A_0(\kappa+1)}{2G} r^{1/2} + \frac{A_1(\kappa+1)}{6G} r^{3/2} + \frac{D_0(\kappa+1)}{4G} r \quad (12)$$

式中, A_0 、 A_1 、 B_0 为 I 型裂纹位移场参数; C_0 、 C_1 、 D_0 为 II 型裂纹位移场参数; r 、 θ 为以裂纹尖端为原点的极坐标参数; G 为剪切模量; u 、 v 分别为 x 、 y 方向的位移分量; κ 为与泊松比相关的计算参数。

联立式(9)~式(12),可将 I 型及 II 型混合模式下裂纹张开位移 Δv 和裂纹滑移位 Δu 表示为

$$\Delta v = v_{180^\circ} - v_{-180^\circ} = \frac{A_0(\kappa+1)}{G} r^{1/2} - \frac{A_1(\kappa+1)}{3G} r^{3/2} \quad (13)$$

$$\Delta u = u_{180^\circ} - u_{-180^\circ} = \frac{C_0(\kappa+1)}{G} r^{1/2} - \frac{C_1(\kappa+1)}{3G} r^{3/2} \quad (14)$$

据此,可根据裂纹位移渐进关系式分别明确 I 型、II 型下的应力强度因子 K_I 、 K_{II} 。

在此基础上,为提升复合型裂纹扩展行为的预测精度,选取合理的复合型裂纹应力强度因子等效方法是必要保证。目前,根据不同等效原理,应力强度因子等效模型主要包括 Irwin 模型、Tanaka 模型、Richard 模型、Demir 模型,各等效模型^[12-14]可分别表述为

Irwin 模型:

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2} \quad (15)$$

Tanaka 模型:

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + 2\Delta K_{II}^2} \quad (16)$$

Richard 模型:

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 4(\beta \Delta K_{II})^2} \quad (17)$$

Demir 模型:

$$\Delta K_{eq} = (1.0519\Delta K_I^4 - 0.035\Delta K_{II}^4 + 2.3056\Delta K_I^2 \Delta K_{II}^2)^{1/4} \quad (18)$$

式中, β 为常数,通常取 1.155。

1.3 基于 Bootstrap 法的 I + II 复合型裂纹扩展速率预测流程

为进一步明确基于 Bootstrap 法的复合型裂纹扩展速率预测方法,根据裂纹扩展参数计算方法及应力强度因子等效原理,将裂纹扩展行为预测步骤总结如下:

步骤 1: 依据试验样本,构建裂纹扩展速率数据库 X 及等效应力强度因子数据库 Y 。

步骤 2: 开展有放回抽样试验设计,构建裂纹扩展速率 Bootstrap 法数据库 X^* 及等效应力强度因子 Bootstrap 法数据库 Y^* 。

步骤 3: 依据 X^* 、 Y^* 样本数据,拟合材料常数 Bootstrap 法样本 C^* 、 m^* 。

步骤 4: 重复开展步骤 1~步骤 3,构建材料常数 Bootstrap 法样本数据库 D^* 、 E^* ,并统计材料常数分布均值,至其置信区间稳定停止抽样。

步骤 5: 开展复合型裂纹扩展试验,并记录裂纹扩展长度样本。

步骤 6: 依据局部位移场原理,计算裂纹张开位移 Δv 和裂纹滑移位移 Δu ,并分别获取 I 型、II 型下的应力强度因子 K_I 、 K_{II} 。

步骤 7: 依据不同等效原理,计算复合型裂纹等效应力强度因子 ΔK_{eq} 。

步骤 8: 更新复合型裂纹条件下的 Paris 公式,并据此对裂纹扩展行为进行预测。

综上所述,基于 Bootstrap 法的复合型裂纹扩展行

为预测技术路线如图 2 所示。

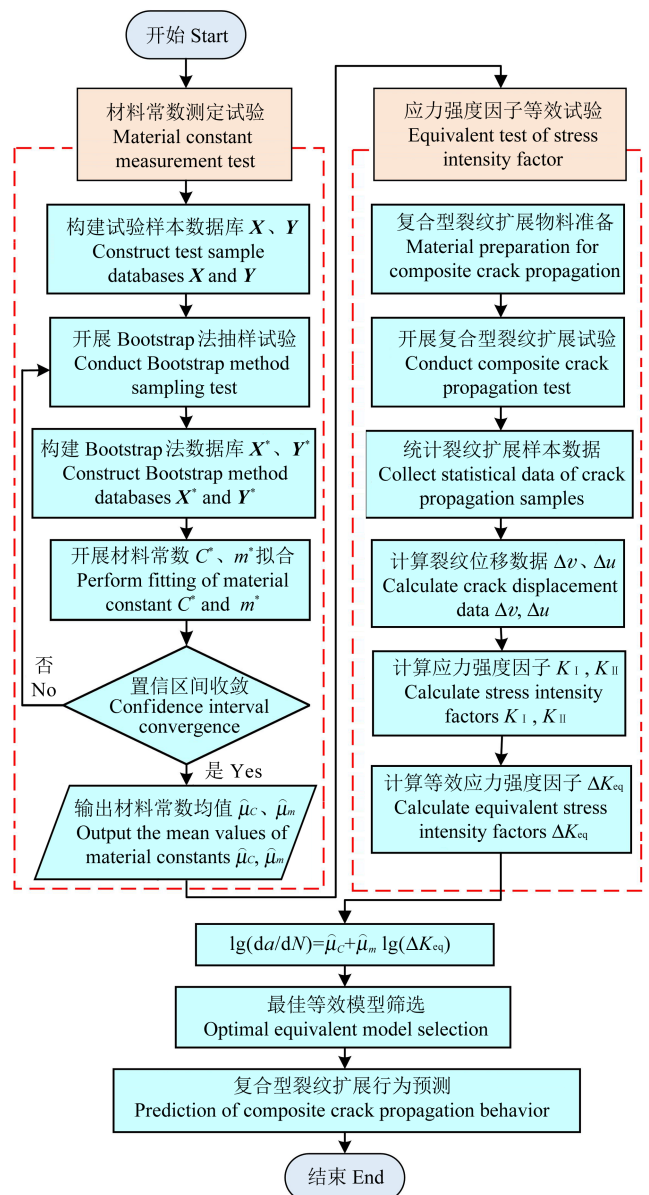


图 2 基于 Bootstrap 法的复合型裂纹扩展行为预测技术路线

Fig. 2 Prediction technology roadmap for composite crack propagation behavior based on Bootstrap methodology

1.4 Bootstrap 法的重要采样次数与样本量确定

Bootstrap 法疲劳裂纹扩展试样最小样本个数由式(19)确定,即

$$\delta_{max} / [t_{\gamma} \sqrt{\frac{1}{n'} + u_p^2 (\hat{k}^2 - 1)} - \delta_{max} u_p \hat{k}] \geq \frac{s_x}{\bar{x}} \quad (19)$$

式中, δ_{max} 为误差限度,通常情况取值为 5%; n' 为疲劳裂纹扩展试验样本个数; \hat{k} 为标准修正系数; t_{γ} 为 t 分布值,由试验样本个数 n' 以及置信度确定; s_x 为材料疲劳裂纹扩展常数 ($\lg C$ 或 m) 的标准差; \bar{x} 为材料疲劳裂纹扩展常数 ($\lg C$ 或 m) 的分布均值; u_p 为与存活率相关的标准正态偏量。

当疲劳裂纹扩展试样个数满足式(21)时,试验精度

达到要求。经过计算分析,得到本次裂纹扩展试验最小试样个数 $n'=3$,本研究选择的 I 型样本数为 4 个符合精度要求。此外,参考 ZHANG 等^[15]利用 Bootstrap 法的重抽样本次数,本文选择抽样次数为 20 000 次。

2 试验验证与分析

2.1 材料参数初始样本库搭建

为明确 Paris 公式的材料参数,考虑到材料参数在不同裂纹扩展条件下的一致性 & 试验成本,采用 6005A-T6 铝合金进行 I 型疲劳裂纹扩展试验,材料的化学成分如表 1 所示。

表 1 6005A-T6 铝合金化学成分

Tab. 1 Chemical composition of 6005A-T6 aluminum alloy %

材料 Material	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
6005A-T6	0.75	0.35	0.30	0.50	0.60	0.30	0.15	0.10	余量 Balance

I 型裂纹扩展试验在常温、常湿的大气环境中,采用电液伺服疲劳试验机进行。试验使用的标准紧凑拉伸(Compact Tension, CT)试样依据国家标准 GB/T 6398—2017 设计,CT 试样具体尺寸如图 3 所示。

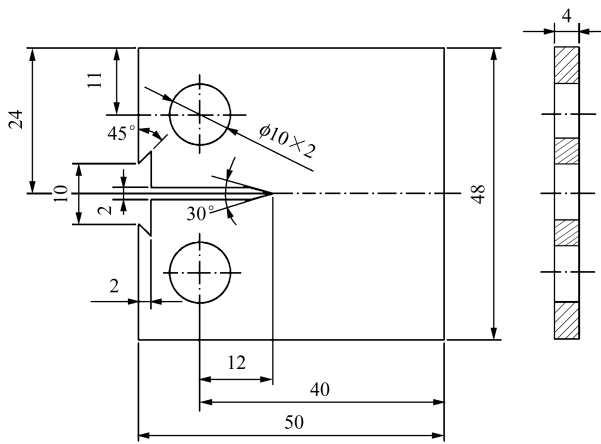


图 3 CT 试样尺寸

Fig. 3 Dimensions of the CT specimen

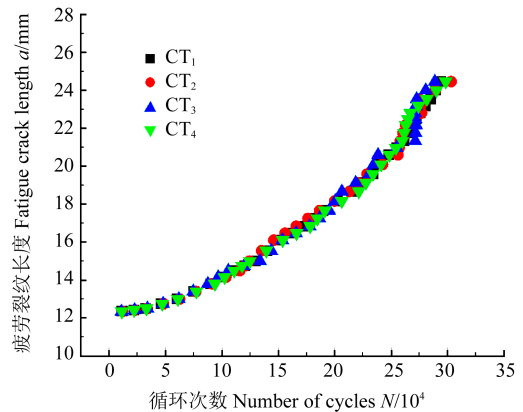
据此,为体现所提方法在小样本条件下的有效性,根据图 3 所示尺寸制备 4 个试验试样,分别在加载频率为 15 Hz、应力比为 0.1、载荷为 0.99 kN 条件下独立开展 I 型疲劳裂纹扩展试验,并对裂纹长度进行记录。CT 试验实物如图 4(a)所示,裂纹长度扩展结果如图 4(b)所示。其中, I 型裂纹采用柔度法测量裂纹长度,将 CT 试样中加载孔中心至裂纹尖端的水平长度作为裂纹长度 a 。

由图 4(b)可知,裂纹长度 a 随着循环次数 N 的增加呈较为明显的增长趋势,尤其在循环次数超过一定阈值后,裂纹扩展速率显著加快。考虑到试验材料与

环境参数的波动,个别数据存在微小波动情况,但 4 个试样的疲劳裂纹扩展轨迹趋于一致,该现象表明在相同加载条件下,裂纹扩展行为具有较好的重复性和一致性,可为 Paris 参数的拟合提供数据支撑,具体拟合过程如图 5 所示。



(a) CT 试样实物
(a) Physical CT specimen



(b) 疲劳裂纹扩展 $a-N$ 曲线
(b) Fatigue crack extension $a-N$ curves

图 4 CT 试样及裂纹扩展结果

Fig. 4 CT specimen and crack propagation results

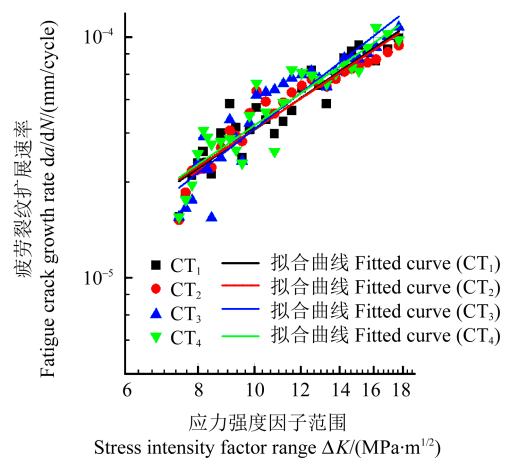


图 5 铝合金 I 型疲劳裂纹扩展 Paris 曲线

Fig. 5 Paris curves for type I fatigue crack extension of aluminum alloy

由图 5 可知,4 个试样的疲劳裂纹扩展速率 da/dN 与应力强度因子范围 ΔK 之间均呈现出一致的正相关

关系,裂纹扩展速率随 ΔK 的增加呈指数增长趋势,表明试验具有良好的重复性,可为 Paris 公式参数的拟合提供可靠依据。此外,不同试样的拟合曲线斜率有所不同,表明材料整体裂纹扩展行为相似,但在特定试样下,裂纹扩展速率会受到局部微观结构、裂纹长度、外界条件等因素的影响,从而展现出微小差异。据此,对试验数据进行线性拟合,得到 Paris 公式材料常数如表 2 所示。

表 2 Paris 公式材料常数拟合值

Tab. 2 Fitted values of material constants for the Paris formula

	编号 Number				均值 Mean
	CT ₁	CT ₂	CT ₃	CT ₄	
lg C	-6.034 5	-5.985 8	-6.266 0	-6.040 3	-6.081 7
m	1.650 4	1.603 7	1.885 2	1.674 4	1.703 4

2.2 复合型疲劳裂纹扩展试验

为深入研究复合型裂纹的扩展规律,在获取材料常数的基础上开展复合型疲劳裂纹扩展试验。考虑到复合型裂纹扩展试验的紧凑拉伸剪切(Compact Tension Shear, CTS)试样属于非标准试样,因此其设计需要特别考虑夹具的适配性。为确保加载过程中能够合理分配 I 型和 II 型载荷,试验设计参考了 Richard 提出的专用夹具,并且依据文献[16]¹⁰³⁸⁹⁸中的尺寸进行设计。具体 CTS 试验尺寸如图 6 所示。

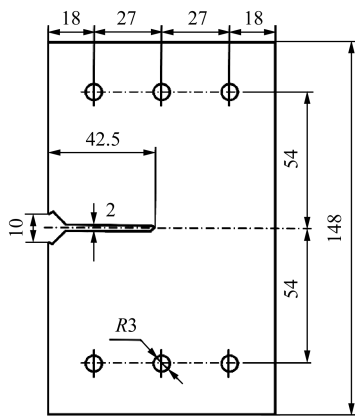


图 6 CTS 试样尺寸

Fig. 6 Dimensions of CTS specimen

该试验主要针对 CTS 试样,在 0°、30°、45°、60° 加载角度下的复合型裂纹扩展行为研究。为便于直观展示复合型裂纹扩展试验的外载施加方式,对不同试样的载荷施加角度进行标注,如图 7 所示。不同加载角度的 CTS 试样裂纹扩展路径如图 8 所示。

为模拟不同 I 型和 II 型载荷组合的加载情况,通过调整试验外载加载角度,实现对 I 型与 II 型裂纹的不同分配,从而在试验中充分观察 2 种模式在复合型疲劳裂纹扩展中的影响。其中外载施加方式为

$$\begin{cases} P_1 = P_6 = P \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{S_9}{S_8} \sin \alpha \right) \\ P_2 = P_5 = P \sin \alpha \\ P_3 = P_4 = P \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{S_9}{S_8} \sin \alpha \right) \end{cases} \quad (20)$$

式中, $P_1 \sim P_6$ 为载荷施加参数; α 为角度参数; 各参数定义方式如图 9 所示。

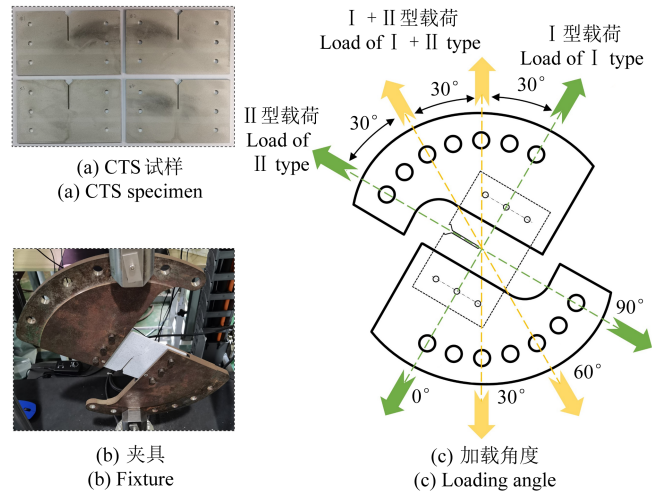


图 7 CTS 试样、夹具与加载角度

Fig. 7 CTS specimens, fixtures and loading angles

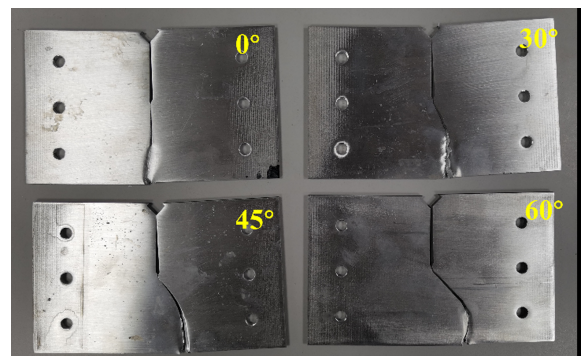


图 8 CTS 试样裂纹扩展路径

Fig. 8 Crack propagation path of CTS specimens

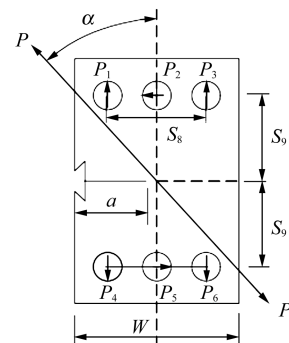
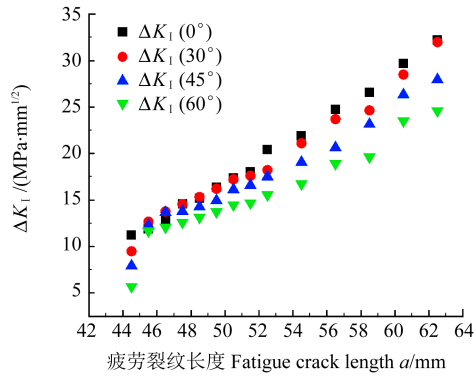


图 9 CTS 试样加载时载荷分配参数

Fig. 9 Load distribution parameters during loading of CTS specimens

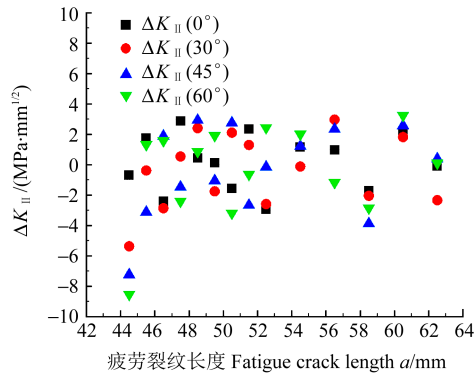
据此,依据制备试样及外载条件开展复合型裂纹扩展试验,并采用工业相机记录复合型疲劳裂纹长度。其中,CTS 试样中,将试样存在线切割缺口的边界

(图6左侧边界)作为裂纹起始位置。考虑到后续复合型裂纹等效应力强度因子计算需求,在记录过程中同步利用局部位移场法对裂纹尖端应力强度因子 K_I 和 K_{II} 进行计算,得到应力强度因子范围 ΔK_I 和 ΔK_{II} 变化趋势如图10所示。



(a) 应力强度因子范围 ΔK_I 变化趋势

(a) Trends in the range of stress intensity factor ΔK_I



(b) 应力强度因子范围 ΔK_{II} 变化趋势

(b) Trends in the range of stress intensity factor ΔK_{II}

图10 应力强度因子范围 ΔK_I 和 ΔK_{II} 变化趋势

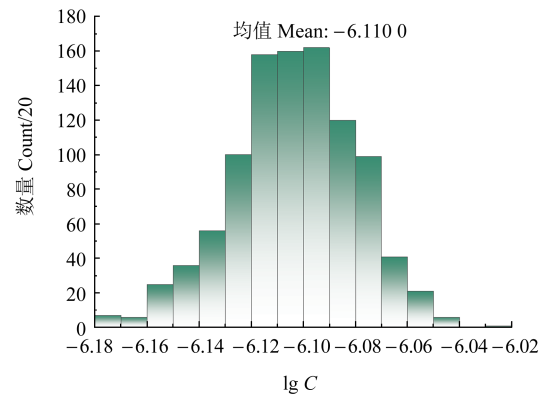
Fig. 10 Trends in stress intensity factor range ΔK_I and ΔK_{II}

由图10(a)可知,随着裂纹长度 a 的增加, ΔK_I 整体呈逐渐增大的趋势,表明在裂纹扩展过程中,随着裂纹的增长,模式I(开裂模式)的应力强度因子不断增大。不同加载角度下(0° 、 30° 、 45° 、 60°), ΔK_I 的数值有所不同,但总体上各角度的变化趋势较为一致。特别是随着加载角度的增大($0^\circ \sim 60^\circ$), ΔK_I 的数值在相同裂纹长度下有所下降,该原因在于剪切成分增多导致开裂模式应力强度因子减少。由图10(b)可知,在裂纹扩展过程中, ΔK_{II} 在各个角度下有所波动,整体保持较低水平,只有裂纹扩展初期存在相对较大值,该原因在于裂纹扩展初期的应力集中和裂纹面局部的剪切变形有关,但在后续扩展中逐渐平稳,剪切模式的影响减弱。

2.3 基于Bootstrap法的复合型裂纹扩展参数计算

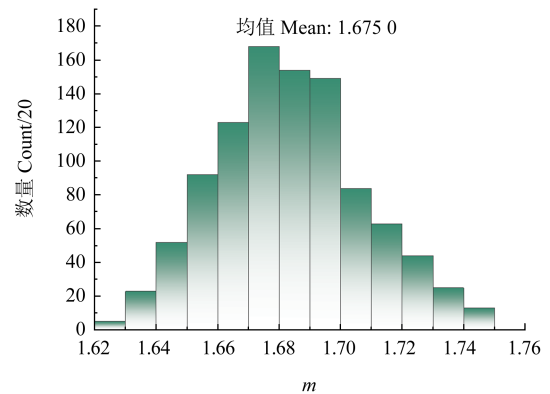
为便于复合型裂纹扩展模型的更新,基于构建的初始材料常数样本数据库,利用Bootstrap法对其进行

扩容,并对抽样20 000次后的数据分布情况进行统计,统计结果如图11所示。



(a) $\lg C$ 样本抽样情况及分布

(a) Sampling and distribution of $\lg C$ samples



(b) m 样本抽样情况及分布

(b) Sampling and distribution of the m -sample

图11 Bootstrap法样本扩容后的材料常数分布

Fig. 11 Distribution of material constants after Bootstrap method sample expansion

由图11可知,材料常数 $\lg C$ 及 m 均呈正态分布,其中, $\lg C$ 的均值为 -6.1100 ,标准差为 0.0242 ; m 的均值为 1.6750 ,标准差为 0.0238 。与表2中的I型疲劳裂纹扩展Paris曲线参数均值($\lg C = -6.0817$, $m = 1.7034$)存在差异,这种差异反映了样本数量较少条件下直接取平均值所带来的不稳定性,该方法容易受到边缘值或离群点的影响。而Bootstrap法通过重复放回抽样,可以更全面地反映样本分布的波动性和偏倚特征,从而提高参数估计的稳健性和可信度。根据SAJITH等^{[16][103898]}相关研究表明,基于I型裂纹试验结果的观测数据可对复合型裂纹应力强度因子模型准确性进行验证。因此,根据I型裂纹重抽样统计数据开展复合型裂纹扩展行为研究。

由图11可知,经20 000次抽样后的数据分布情况较为集中,且离散区间较为稳定,该现象表明在多次抽样后,参数 $\lg C$ 和 m 的分布趋于平稳,且符合正态分布或偏态分布特征,为裂纹扩展参数的统计分析提供

了可靠的数据基础。据此,构建的复合型裂纹扩展模型为

$$\lg(da/dN) = -6.1100 + 1.6750 \times \lg(\Delta K_{eq}) \quad (21)$$

2.4 等效应力强度因子模型评估

为进一步探索复合型裂纹扩展模型的分布规律,基于不同类型应力强度因子分布及 4 种等效原理,获取不同等效模型下的复合型应力强度因子,并基于试验外载施加条件,采用数值模拟法对各复合型应力强度因子及裂纹扩展规律进行验证,得到验证结果如图 12 所示。

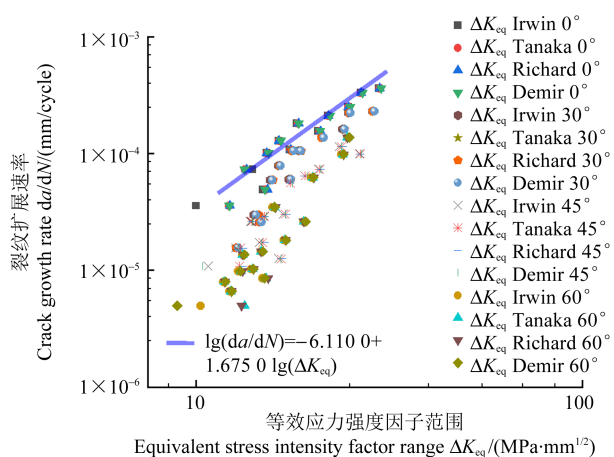


图 12 基于 4 种复合型等效应力强度因子的裂纹扩展曲线

Fig. 12 Crack extension curves based on four composite equivalent stress strength factors

由图 12 可知,利用基于 I 型疲劳裂纹扩展试验统计的材料常数 $\lg C$ 和 m ,其拟合得到的复合型裂纹扩展模型与 CTS 试样在 0° 、 30° 加载条件下的样本点归一性较好,当加载角度增加时,CTS 试样数据逐渐偏离预测曲线,并且裂纹扩展速率逐渐变慢,该现象表明加载角度改变时,需要进行不同角度的试验,得到对应的 $\lg C$ 和 m 与之适配。

采用加载角度为 0° 时的数据对 Irwin、Tanaka、Richard、Demir 4 种模型进行分析,计算拟合曲线与图 12 所示样本点间的决定系数 R^2 ,计算结果如表 3 所示。

表 3 基于不同 ΔK_{eq} 模型的决定系数 R^2 对比

Tab. 3 Comparison of coefficient of determination R^2 based on different ΔK_{eq} models

	Irwin 模型 Irwin model	Tanaka 模型 Tanaka model	Richard 模型 Richard model	Demir 模型 Demir model
决定系数 R^2 Coefficient of determination R^2	0.942 1	0.878 4	0.847 1	0.865 2

由表 3 可知,不同模型计算的 ΔK_{eq} 在裂纹扩展数据拟合中表现有所波动,其中 Irwin 模型的 R^2 值最高,

表明其拟合效果最佳。因此,在开展相关疲劳裂纹扩展行为研究时,建议选用 Irwin 等效原理对复合型应力强度因子进行等效。

3 结论

本文围绕 6005A-T6 铝合金在 I + II 复合型加载条件下的疲劳裂纹扩展速率展开研究,构建了适用于有限样本条件下的参数计算方法,并通过试验验证了多种等效应力强度因子模型的适用性。得出以下主要结论:

1) 引入 Bootstrap 法对样本较少条件下的裂纹扩展试验数据进行统计扩展,构建了参数分布模型,有效缓解了传统方法在样本量有限情况下存在的偏倚问题,并为后续疲劳寿命不确定性评估提供了基础性支撑。

2) 4 种等效应力强度因子模型的评估结果表明, Irwin 模型表现最佳,拟合优度为 0.942 1,表明其在裂纹扩展行为预测方面具备更高的准确性和稳定性。

3) 研究发现,加载角度的变化会显著影响裂纹扩展路径与扩展速率,同时也会导致 Paris 公式参数与试验数据间出现偏离。因此,构建对加载角度不敏感的疲劳裂纹扩展模型具有重要研究价值与应用前景。

参考文献 (References)

- [1] 高树灵, 李宁, 岳亚男, 等. 基于超声扩散场的焊接节点疲劳损伤早期检测及剩余寿命评估[J]. 土木工程学报, 2024, 57(9): 22-33.
GAO Shuling, LI Ning, YUE Yanan, et al. Fatigue-damage early detection and residual life estimation of welded joints based on diffuse ultrasound field[J]. China Civil Engineering Journal, 2024, 57(9): 22-33. (In Chinese)
- [2] HAN L, HE X F, NING Y, et al. An aircraft structural risk assessment method considering fatigue crack propagation based on fatigue damage diagnosis and prognosis[J]. International Journal of Fatigue, 2025, 190: 108650.
- [3] ZHANG Z, YANG B, WANG Y D, et al. A hybrid distribution characteristics of equivalent structural stress method for fatigue evaluation of welded structures[J]. International Journal of Fatigue, 2024, 179: 108057.
- [4] 刘朋帅, 王晓玮, 侯军. 考虑耦合损伤的高低周复合疲劳寿命预测模型[J]. 机械强度, 2024, 46(5): 1175-1183.
LIU Pengshuai, WANG Xiaowei, HOU Jun. Combined high and low cycle fatigue life prediction model taking account of coupled damage[J]. Journal of Mechanical Strength, 2024, 46(5): 1175-1183. (In Chinese)
- [5] LESIUK G, SMOLNICKI M, MECH R, et al. Analysis of fatigue crack growth under mixed mode (I+II) loading conditions in rail steel using CTS specimen[J]. Engineering Failure Analysis, 2020, 109: 104354.
- [6] SOUSA A D C, NUSSBAUMER A. Multiaxial ultra low cycle

- fatigue in welded high strength steel structural components [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2019, 153:473-482.
- [7] 缪新婷, 刘国旭, 张锦波, 等. 复合型裂纹拘束度及其承压结构失效评定图研究[J]. *机械强度*, 2025, 47(1): 113-122.
MIAO Xinting, LIU Guoxu, ZHANG Jinbo, et al. Study on constraint of mixed mode crack and failure assessment diagram of pressure-bearing structure [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2025, 47(1): 113-122. (In Chinese)
- [8] 王连庆, 可进, 王红缨. 7050 铝合金 I - II 复合型疲劳裂纹研究[J]. *中国测试*, 2021, 47(1): 139-146.
WANG Lianqing, KE Jin, WANG Hongying. Investigation on mixed mode I - II fatigue crack of 7050 aluminum alloy [J]. *China Measurement & Test*, 2021, 47(1): 139-146. (In Chinese)
- [9] 杜雪麟, 余海坤, 申得济, 等. 2198-T8 铝锂合金多轴疲劳性能及裂纹扩展行为[J]. *塑性工程学报*, 2024, 31(7): 223-231.
DU Xuelin, YU Haikun, SHEN Deji, et al. Multi-axial fatigue performance and crack expansion behavior of 2198-T8 aluminum-lithium alloy [J]. *Journal of Plasticity Engineering*, 2024, 31(7): 223-231. (In Chinese)
- [10] CHEOK E W W, CHEN C, QIAN X D, et al. A general maximum energy release rate criterion for mixed mode I/II fatigue crack growth under large-scale yielding [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2025, 138: 104899.
- [11] QIAO K Q, LIU Z J, GUO Q Y, et al. Mixed-mode (I+II) fatigue crack growth of marine steels in Arctic environments [J]. *Ocean Engineering*, 2024, 310: 118686.
- [12] RICHARD H A, BUCHHOLZ F G, KULLMER G, et al. 2D and 3D-mixed mode fracture criteria [J]. *Key Engineering Materials*, 2003, 251/252: 251-260.
- [13] DEMIR O, AYHAN A O, SEDAT İ. A new specimen for mixed mode-I/II fracture tests: modeling, experiments and criteria development [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, 178: 457-476.
- [14] 曹淑森, 贺小帆, 杨博霄, 等. 夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子求解[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(11): 1637-1642.
CAO Shusen, HE Xiaofan, YANG Boxiao, et al. Solution of stress intensity factor of surface cracked geometry with clamped ends [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(11): 1637-1642. (In Chinese)
- [15] ZHANG Z, WANG Y D, YU C Y, et al. Simulation and verification of master S-N curves of titanium alloy welded structures based on bootstrap method [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2022, 14(7): 16878132221107441.
- [16] SAJITH S, SHUKLA S S, MURTHY K S R K, et al. Mixed mode fatigue crack growth studies in AISI 316 stainless steel [J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2020, 80: 103898.

Research on the prediction method of I + II mixed-mode crack growth rate in 6005A-T6 aluminum alloy based on limited samples

HE Han¹ BAI Xiaoning¹ CAO Yang²

(1. School of Mechanical and Aviation Manufacturing Engineering, Anyang Institute of Technology, Anyang 455000, China)

(2. CRRC Nanjing Puzhen Co., Ltd., Nanjing 210031, China)

Abstract: To evaluate the performance of various equivalent stress intensity factor models in predicting mixed-mode fatigue crack growth and to address the challenge of parameter estimation under limited sample conditions. A crack growth parameter estimation method based on the Bootstrap method resampling technique was proposed firstly. Mode I fatigue crack growth tests were conducted on CT specimens to obtain the material parameters, and the proposed method was employed to expand the sample set and mitigate the issue of data scarcity. Then, using the statistically augmented material parameters, mixed-mode I + II fatigue crack growth experiments were performed on 6005A-T6 aluminum alloy CTS specimens under loading angles of 0°, 30°, 45° and 60°, employing a Richard-type loading fixture, to validate the accuracy of various equivalent stress intensity factor models. The results indicate that the Irwin model achieved the highest goodness-of-fit, with a value of 0.942 1, demonstrating the best crack growth prediction performance. Increasing the loading angle was found to reduce the initial crack growth rate, highlighting the need for angle-specific experiments to obtain appropriate Paris law parameters. This study confirms the applicability of multiple ΔK_{eq} models and provides theoretical support for fatigue life prediction in mixed-mode crack growth scenarios.

Key words: Aluminum alloy; Mixed-mode crack; Equivalent stress intensity factor; Bootstrap method; Local displacement field

Corresponding author: HE Han, E-mail: hh-1129@163.com

Fund: Henan Provincial Department of Science and Technology Research Project (252102220051)

Received: 2025-04-27