

基于PC-Kriging模型的发动机活塞低周疲劳可靠性分析

李卫^{1,2} 李连升^{1,2} 杜尊峰³ 樊涛³

(1. 潍柴动力股份有限公司, 潍坊 261061)

(2. 内燃机可靠性国家重点实验室, 潍坊 261061)

(3. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300354)

摘要: 低周疲劳是发动机活塞的典型失效模式,为研究多源不确定性因素对活塞低周疲劳可靠性的影响,提高可靠性分析效率,基于Polynomial-Chaos-based Kriging(PC-Kriging)模型和蒙特卡洛模拟(Monte Carlo Simulation, MCS),构建了一种新的可靠性计算方法,并通过数值算例证明了该方法的准确性和高效性。以某型柴油发动机活塞组结构为研究对象,基于热-机耦合分析建立活塞有限元模型,综合考虑关键尺寸、材料属性及载荷的不确定性,运用该方法对活塞进行了低周疲劳可靠性分析。可靠性分析结果表明,与同类型方法相比,该方法计算效率更高,仅需要有限元计算20+93次,当活塞的期望设计寿命为 1.4×10^4 时,其疲劳失效概率为1.053%;灵敏度分析结果表明,活塞高度、活塞直径、材料弹性模量和疲劳计算模型参数对可靠性的影响较大,分析结果可为活塞的可靠性设计提供指导。

关键词: 疲劳可靠性; 活塞; PC-Kriging模型; 学习函数; 灵敏度分析

中图分类号: TH122 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.05.015

0 引言

活塞作为发动机关键部件之一,在发动机工作过程中,其所处的高温、高压环境及其所承受的交变载荷使活塞极易发生疲劳失效^[1],而活塞的可靠性直接关系到发动机的可靠性,因此,对活塞进行疲劳可靠性及参数灵敏度分析是保障发动机安全、优化活塞结构的重要举措。

通过整理现有研究可以发现,在活塞疲劳寿命研究方面,TAHAR ABBES等^[2]基于有限元仿真分析,研究了某柴油机活塞稳态工况下的热-机耦合问题。李云强等^{[3]45-51}考虑活塞进气冷却的影响,基于Manson-Coffin模型和材料低周疲劳试验,实现了活塞的低周疲劳寿命预测。CHEN等^{[4]4199-4207}评估了活塞组不同区域的应力及疲劳寿命。综上,目前有关活塞疲劳寿命的研究,大多是基于确定性参数的疲劳寿命预测,未考虑随机不确定性因素对活塞疲劳寿命预测的影响。

结构可靠性是指结构在规定的时间内和规定的条件下完成规定功能的能力,考虑到机械结构的功能函数往往是隐式且高度非线性的,因此,基于代理模型的机械结构可靠性分析得到了快速发展^[5]。Kriging模型估计方差小且无偏,适用于高度非线性、高维度

的复杂结构系统,在可靠性领域备受关注。目前为提高Kriging模型在可靠性求解过程中的效率和精度,主要有以下4个研究方向:①通过对Kriging模型中相关参数 θ 进行优化以提升拟合精度:陈哲等^[6]针对传统的梯度优化易使 θ 陷入局部最优,采用差分进化算法对参数 θ 进行全局寻优。②对Kriging模型的改进:HAN等^[7-8]在更新Kriging模型的过程中,考虑新增样本点的梯度信息,构建了梯度增强Kriging(Gradient-Enhanced Kriging, GE-Kriging)模型;SCHÖBI等^[9]将多项式混沌展开(Polynomial Chaos Expansion, PCE)与Kriging模型相结合,即通过PCE的最优截断集合作为Kriging模型的回归函数部分,提出了多项式混沌Kriging(Polynomial-Chaos-based Kriging, PC-Kriging)模型。③优化添加最佳样本点学习函数:目前应用最广泛的学习函数分别是BICHON等^{[10]2459-2468}提出的预期可行性学习函数(Expected Feasibility Function, EFF)和ECHARD等^{[11]145-154}提出的考虑样本点被错误估计概率最大的点的自适应U学习函数。④选择不同的抽样仿真方法与Kriging模型相结合进行可靠性分析:ZHANG等^[12-13]提出了将Kriging模型与子集模拟(Subset Simulation, SS)抽样和重要性抽样(Importance Sampling, IS)相结合的可靠性计算方法。

收稿日期: 2023-09-22 修回日期: 2023-11-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51109158); 内燃机可靠性国家重点实验室开放课题项目(skler-202112)

作者简介: 李卫,男,1987年生,山东潍坊人,高级工程师; 主要研究方向为机械结构疲劳寿命预测分析; E-mail:15929952680@163.com。

杜尊峰(通信作者),男,1984年生,山东泰安人,教授; 主要研究方向为机械结构设计及可靠性分析; E-mail:dzf@tju.edu.cn。

引用格式: 李卫,李连升,杜尊峰,等. 基于PC-Kriging模型的发动机活塞低周疲劳可靠性分析[J]. 机械强度,2025,47(5):131-139.

LI Wei, LI Liansheng, DU Zunfeng, et al. Low-cycle fatigue reliability analysis of engine pistons based on PC-Kriging model[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(5): 131-139.

综上所述,尽管目前基于代理模型的机械机构可靠性分析已广泛应用,但针对发动机活塞疲劳寿命可靠性的相关研究较少。本文考虑PC-Kriging模型相关函数和主动学习函数对模型拟合精度和拟合效率的影响,提出了一种PC-Kriging模型与改进主动学习函数相结合的结构可靠度计算方法,用以对活塞低周疲劳可靠性进行分析。首先通过数值算例验证该方法的正确性及高效性;再利用该方法和活塞的热-机耦合分析,综合考虑关键尺寸、材料属性及载荷的不确定性,构建PC-Kriging模型进行低周疲劳可靠性分析;最后,基于失效概率的全局灵敏度分析方法,研究了不同随机因素对活塞低周疲劳失效概率的影响。

1 可靠性分析方法

1.1 自适应PC-Kriging模型

PC-Kriging模型主要利用PCE替代Kriging模型的回归基函数得到,对于任意已知的 m 个 n 维样本点 $[X_1, X_2, \dots, X_m]$,其对应的真实响应值为 $[G(X_1), G(X_2), \dots, G(X_m)]$,则对任意输入向量 X 与其PC-Kriging模型的预测值 $\hat{G}(X)$ 可表示为

$$\hat{G}(X) = \sum_{\alpha \in A} y_{\alpha} \psi_{\alpha}(X) + z(X) \quad (1)$$

式中, A 为多项式阶数; $\psi_{\alpha}(X)$ 为多变量标准正交多项式,其系数为 y_{α} ; $z(X)$ 为均值为0的高斯随机过程,其方差为 σ^2 ,协方差可表示为

$$f_{\text{cov}}[z(X_i), z(X_j)] = \sigma^2 R(X_i, X_j, \theta) \quad (2)$$

式中, $R(X_i, X_j, \theta)$ 为 $z(X_i)$ 和 $z(X_j)$ 的相关函数, θ 为 $R(X_i, X_j, \theta)$ 的相关参数,需通过最大似然估计求出。

与Kriging模型类似,在PC-Kriging模型建模过程中,相关函数形式的选择均会对模型的预测精度产生重要影响,忽略相关函数选择不确定性可能会导致模型预测性能不佳。PC-Kriging模型中常用相关函数形式有指数函数、高斯函数、三次函数、Matérn函数等,因此,有必要在构建PC-Kriging模型的过程中,选择预测误差最小的相关函数进行拟合。另外,为了尽可能减少功能函数调用次数,本文选择全局留一交叉验证(Leave One Out Cross Validation, LOOCV)误差作为全局预测误差来对不同相关函数进行筛选。待选择的相关函数具体表达式如表1所示。

1.2 基于自适应PC-Kriging和主动学习函数的可靠性分析方法

1.2.1 主动学习函数

由于活塞的低周疲劳寿命 N_f 与随机因素之间的函数关系呈现出高度非线性、高维度和隐式等特点,且活塞的低周疲劳寿命 N_f 计算涉及大量的有限元分析计算,计算时间长,所以在构建代理模型时,需要在

保证计算精度的情况下尽可能减少有限元分析次数,本文提出一种综合考虑样本点预测误差与样本点贡献的主动学习函数。

表1 常见的相关函数

Tab. 1 Common related functions

函数类型 Function type	$R(X_i, X_j, \theta)$
指数函数 Exponential function	$\exp(-\theta X_i - X_j)$
高斯函数 Gaussian function	$\exp[-\theta(X_i - X_j)^2], 0 < \theta < 2$
Matérn函数 Matérn function	$(1 + \frac{\sqrt{3} X_i - X_j }{\theta}) \exp(-\frac{\sqrt{3} X_i - X_j }{\theta})$ $[1 + \frac{\sqrt{5} X_i - X_j }{\theta} + \frac{5(X_i - X_j)}{3\theta^2}] \cdot \exp(-\frac{\sqrt{5} X_i - X_j }{\theta})$

1)考虑到基于代理模型进行结构可靠性分析时,当样本点的预测值与真实值同正负时,即使预测误差较大,也不会影响可靠度的计算值。因此,仅需要关注代理模型对样本点的正负预测准确性即可,定义Kriging模型对样本点 X 预测符号错误的风险度量^[14]为

$$H^*(X) = f_{\max}\{-\text{sign}[\hat{G}(X)]\} G(X, 0) \quad (3)$$

式中, $G(X)$ 为样本点 X 真实值; $\hat{G}(X)$ 为 X 预测值,则Kriging模型对样本点 X 预测符号错误的风险期望定义为

$$E[H^*(X)] = \{-\text{sign}[\hat{G}(X)]\} \cdot \hat{G}(X) \Phi\left(\frac{\{-\text{sign}[\hat{G}(X)]\} \hat{G}(X)}{\sigma(X)}\right) + \sigma(X) \varphi\left[\frac{\hat{G}(X)}{\sigma(X)}\right] \quad (4)$$

式中, $\sigma(X)$ 为Kriging模型的预测方差; $\Phi(\cdot)$ 、 $\varphi(\cdot)$ 分别为标准正态分布的累积分布函数和概率密度函数。

2)样本点对于失效概率的贡献也是重要因素之一,以本文的算例1来说明样本点分布对失效概率求解的影响。假设 x_1, x_2 相互独立且 $x_1 \sim N(1.5, 1)$, $x_2 \sim N(2.5, 1)$,利用蒙特卡洛模拟(Monte Carlo Simulation, MCS)抽取 5×10^5 个样本点,如图1所示。由“ 3σ 原则”可知,大量样本点位于 3σ 区间内,仅有少量样本点位于 3σ 区间外,对失效概率的影响仅为 10^{-5} 量级。因此,为了避免样本点添加过程中抽取到边缘样本点,增加计算量,有必要考虑随机变量的概率密度函数对样本点抽取的影响。

3)结构可靠度的求解精度主要取决于极限状态函数附近的拟合精度,因此,在抽取样本点时,应该优

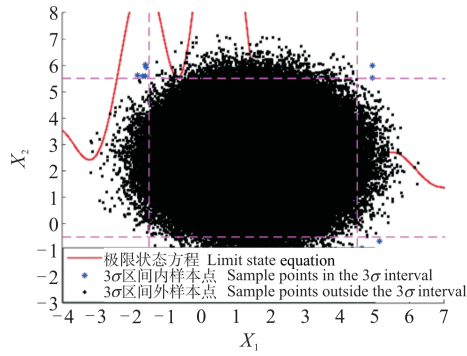


图 1 MCS 抽样的样本点分布

Fig. 1 Sample point distribution of MCS sampling

先考虑极限状态函数附近的样本点。结合以上 3 个特点, 本文提出一种主动学习函数表达式:

$$f_{\text{EIF}}(\mathbf{X}) = \frac{E[H^*(\mathbf{X})]f(\mathbf{X})}{|\hat{G}(\mathbf{X})|} \quad (5)$$

式中, $f(\mathbf{X})$ 为变量 \mathbf{X} 的联合概率密度函数, 根据式 (5) 选择 $f_{\text{EIF}}(\mathbf{X})$ 值最大的样本点 $\mathbf{X}_{\text{best}1}$ 作为待添加样本点, 更新 Kriging 模型, 直到满足收敛要求, 收敛准则如式 (6) 所示。

$$3 \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=k-k+1}^k (\bar{P}_f - \hat{P}_{fi})^2 / \bar{P}_f} \leq \varepsilon, \bar{P}_f = \frac{1}{k} \sum_{i=k-k+1}^k \hat{P}_{fi} \quad (6)$$

式中, K 为已添加的样本点; \bar{P}_f 为 k 次迭代的平均概率; \hat{P}_{fi} 为添加第 i 个样本点后的失效概率。综合考虑计算精度和效率, 参考文献 [15] 的分析及取值说明, 本文设置 $\varepsilon=0.01, k=8$ 。

1.2.2 可靠度计算流程

基于自适应 PC-Kriging 模型和 MCS 抽样, 结合本文提出的主动学习函数的可靠度计算方法, 其主要流程如图 2 所示。

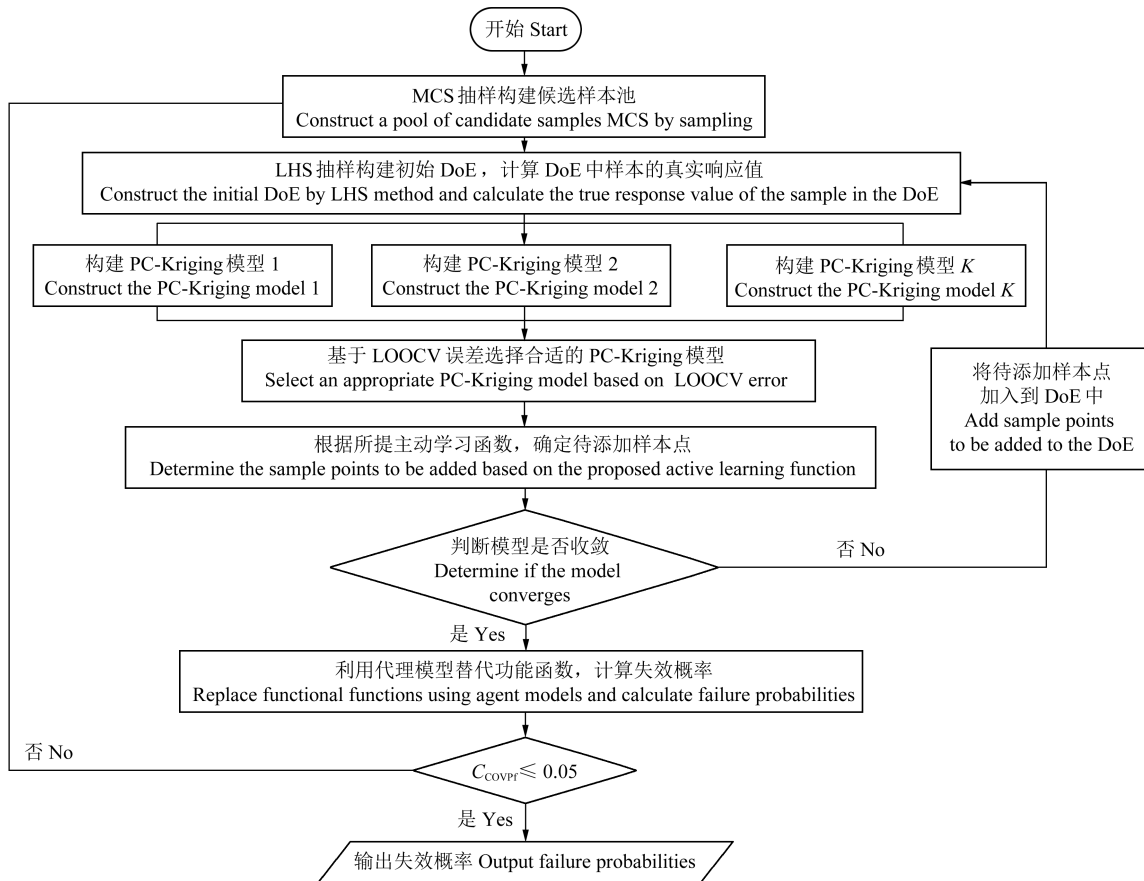


图 2 所提方法实现流程图

Fig. 2 Flow chart for the realization of the proposed method

主要步骤如下:

- 1) 采用 MCS 抽样构建候选样本池, 根据随机变量的分布类型, 抽取 m 个样本点作为样本池, $N_{\text{mc}} = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_m]$ 。
- 2) 采用拉丁超立方抽样 (Latin Hypercube Sampling, LHS) 法生成试验设计 (Design of Experiment, DoE) 中的

初始样本点 $[X_1, X_2, \dots, X_n]$, 并根据功能函数计算其真实响应值 $[G(X_1), G(X_2), \dots, G(X_n)]$ 。

- 3) 根据 DoE 中的初始样本点及真实响应值构建不同相关函数的 PC-Kriging 模型, 并计算 LOOCV 误差, 选择最优的 PC-Kriging 模型, 根据 PC-Kriging 模型去计算候选样本池中所有点的预测均值和标准差。

4) 根据步骤 3) 中的结果, 按照式(3)~式(5)计算 $f_{\text{EIF}}(X)$, 选择最优样本点 X_{best1} 。

5) 根据停止准则判断是否需要更新 PC-Kriging 模型, 若不满足, 则将最优样本点 X_{best1} 作为新的样本点加入 DoE 中, 跳转到步骤 3), 否则, 执行下一步。

6) 基于 PC-Kriging 模型的预测均值, 采用 MCS 计算失效概率 \hat{P}_f 和变异系数 C_{covpf} , 当 $C_{\text{covpf}} \leq 0.05$ 时, 执行下一步, 否则, 更新样本池 N_{mc} , 执行步骤 1)。

$$C_{\text{covpf}} = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_f}{\hat{P}_f(N_{\text{mc}} - 1)}} \quad (7)$$

7) 结果收敛, 根据式(8)输出结构失效概率 \hat{P}_f 。

$$\hat{P}_f \approx \frac{1}{N_{\text{mc}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{mc}}} I[\hat{G}(X)] \quad (8)$$

式中, $I(\cdot)$ 为失效指示函数。当 $X < 0$ 时, $I(\cdot) = 1$; 当 $X \geq 0$ 时, $I(\cdot) = 0$ 。

2 数值算例验证

为验证本文方法的有效性, 现通过两个数值算例进行验证, 每一个算例均使用本文所提方法和常用的 AK-MCS-U^{[11]145-154}、AK-MCS-EFF^{[10]2459-2468}、MCS、AK-SS^[16]等方法进行计算比较, 验证本文所提方法计算可靠度的有效性和正确性。

2.1 算例 1: 高度非线性的二维数值算例

本算例功能函数如式(9)所示^{[10]2459-2468}。

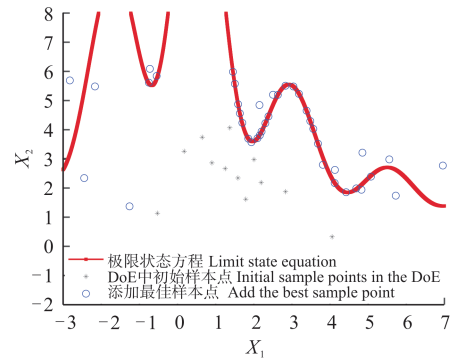
$$g(x_1, x_2) = \sin \frac{5x_1}{2} - \frac{(x_1^2 + 4)(x_2 - 1)}{20} + 2 \quad (9)$$

式中, x_1 、 x_2 相互独立且均服从正态分布, $x_1 \sim N(1.5, 1)$, $x_2 \sim N(2.5, 1)$ 。

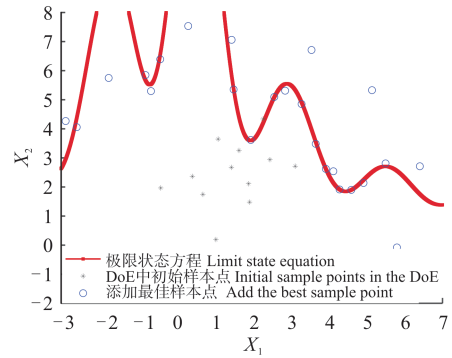
首先根据变量分布函数和 MCS 抽样构建候选样本池, 再利用 LHS 方法获得初始样本, 并根据式(9)获得真实响应值, 拟合初始的 PC-Kriging 模型, 然后根据学习函数不断更新 PC-Kriging 模型直至收敛, 输出求解结果。

图 3 展示了三类学习函数——U 函数、EFF 函数和本文所提主动学习函数的添加样本点分布, 结合表 2 可以看出, 虽然 U 函数在极限状态附近的拟合度最好, 求解精度较高, 但 U 函数的停止准则过于严苛, 容易造成选点浪费和局部集中, 导致调用功能函数次数最多, 而 EFF 函数虽然调用功能函数次数较少, 但在极限状态附近的拟合精度较差。本文所提主动学习函数分布最合理, 在保证精度相近的情况下, 调用次数最少, 为 12+26 次。这是因为 PC-Kriging 模型作为一种改进 Kriging 模型, 能更有效地模拟出功能函数的全局状态, 同时, 考虑样本点的贡献后, 能减少更新 PC-Kriging 模型过程中的无效加点, 在保证精度的同时使

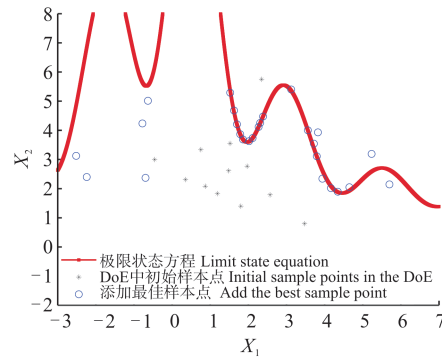
模型更快收敛。



(a) AK-MCS-U



(b) AK-MCS-EFF



(c) 所提学习函数

(c) Proposed learning function

图 3 算例 1 中不同学习函数样本点分布对比

Fig. 3 Comparison of sample point distribution for different learning functions in example 1

表 2 算例 1 计算结果对比

Tab. 2 Comparison of calculation results for example 1

方法 Method	样本点数 Number of sample points	$\hat{P}_f / 10^{-2}$	相对误差 Relative error/%
MCS	1×10^6	3.131 07	—
AK-SS	12+38	3.133 60	0.080 8
AK-MCS-EFF	12+28	3.110 55	0.655 4
AK-MCS-U	12+44	3.126 57	0.143 7
所提方法 Proposed method	12+26	3.127 20	0.123 6

2.2 算例 2:6 维非线性系统

6 维随机非线性系统如图 4 所示^{[11]145-154[17]}, 功能函数为

$$g(c_1, c_2, M, R, t_1, F_1) = 3R - \left| \frac{2F_1}{M\omega^2} \sin\left(\frac{\omega t_1}{2}\right) \right| \quad (10)$$

式中, $\omega = \sqrt{(c_1 + c_2)/M}$ 。6 个随机变量分布如表 3 所示。

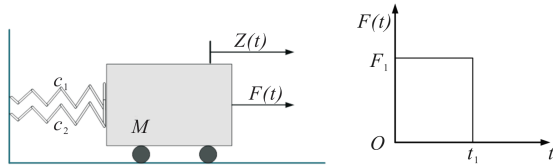


图 4 非线性系统

Fig. 4 Nonlinear system

表 3 随机变量分布信息

Tab. 3 Distribution information of random variables

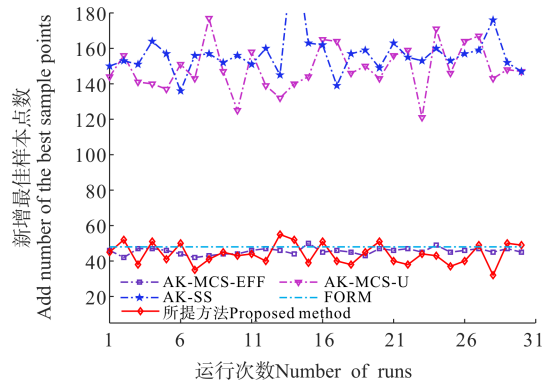
变量 Variable	分布类型 Distribution type	均值 Average value	标准差 Standard deviation
c_1	正态分布 Normal distribution	1	0.1
c_2	正态分布 Normal distribution	0.1	0.01
M	正态分布 Normal distribution	1	0.05
R	正态分布 Normal distribution	0.5	0.05
t_1	正态分布 Normal distribution	1	0.2
F_1	正态分布 Normal distribution	1	0.2

与算例 1 的求解流程类似, 首先根据变量 $[c_1, c_2, M, R, t_1, F_1]$ 的分布函数, 生成 1×10^6 个候选样本池, 然后利用 LHS 方法在样本池中抽取 12 个样本点作为初始样本点进行迭代计算。同时, 为减少随机性对结果的影响, 分别对本文所提方法、AK-MCS-U、AK-MCS-EFF、MCS、FORM、AK-SS 进行 30 次计算, 30 次计算结果的平均值如表 4 所示, 30 次计算结果的失效概率和调用功能函数的次数如图 5 所示。

表 4 算例 2 计算结果对比

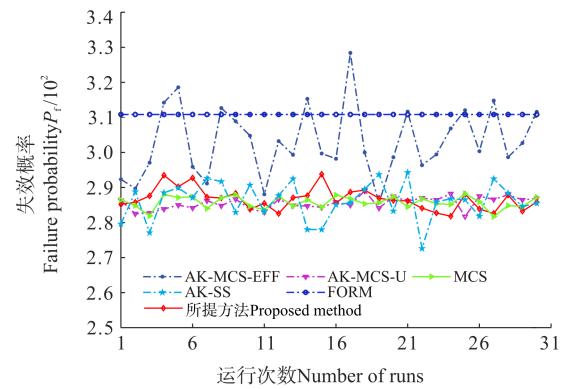
Tab. 4 Comparison of calculation results for example 2

方法 Method	样本点数 Number of sample points	$\hat{P}_f / 10^{-2}$	相对误差 Relative error/%
MCS	1×10^6	2.857 77	—
FORM	48	3.108 31	8.7
AK-MCS-EFF	12+34.5	3.032 09	6.1
AK-SS	12+145.1	2.861 43	0.13
AK-MCS-U	12+136.8	2.855 30	0.086
所提方法 Proposed method	12+31.9	2.831 18	0.93



(a) 运行 30 次加点数对比

(a) Comparison of number of added points for 30 runs



(b) 运行 30 次失效概率对比

(b) Comparison of failure probability for 30 runs

图 5 不同方法运行 30 次的结果对比

Fig. 5 Comparison of the results of 30 runs for different methods

结合表 4 和图 5 可以看出, AK-MCS-U 与 AK-SS 方法的精度虽然最高, 但是其调用功能函数的次数最多, 当功能函数的响应值需要大量有限元仿真计算时, 计算成本较高, AK-MCS-EFF 方法和传统的 FORM 方法, 在计算高维非线性可靠性时, 虽然计算效率较高, 调用功能函数次数较少, 但精度较低, 不能满足工程实际要求。而本文所提方法不但保持了高精度, 而且使调用功能函数次数明显降低, 计算 30 次的平均调用次数也最低。

3 活塞的低周疲劳可靠性分析与灵敏度分析

柴油机在启停工况下的温度和应力大幅变化是导致活塞产生低周疲劳失效的主要原因。为了对活塞在启停工况下的低周疲劳寿命进行可靠性及灵敏度分析, 首先需要在确定性条件下对活塞进行热-机耦合分析, 并基于试验数据及其统计, 分析其不确定因素, 然后在考虑不确定性因素影响下结合本文所提的方法, 完成活塞的低周疲劳寿命可靠性及灵敏度分析, 具体分析流程如图 6 所示。

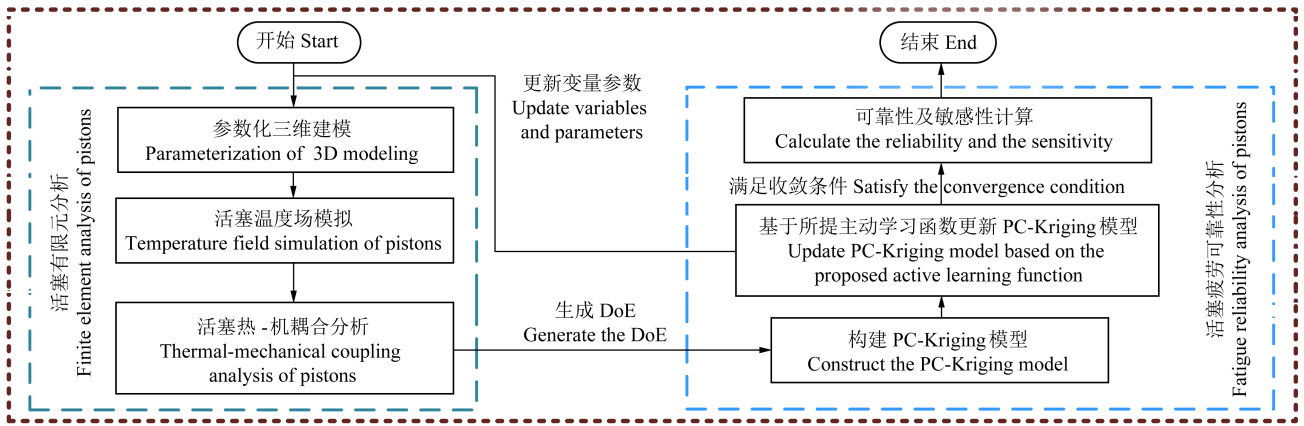


图6 活塞的低周疲劳可靠性及灵敏度分析流程

Fig. 6 Low-cycle fatigue reliability and sensitivity analysis process of the piston

3.1 活塞有限元分析

活塞的有限元分析主要包括活塞的温度场分析、机械应力分析以及热-机耦合分析。活塞有限元分析主要步骤是：以某四缸四冲程柴油发动机的铝合金活塞为例，首先构建活塞三维模型，本算例研究的活塞组主要包括活塞、活塞销和连杆组成的装配体。基于第3类热边界条件确定活塞的温度场，通过燃烧仿真与经验公式相结合获得不同部位的热边界条件^{[3]45-51[4]4199-4207}，最终的温度场边界条件如表5所示，在Workbench中模拟得到活塞温度场如图7所示。

表5 活塞温度场边界条件

Tab. 5 Boundary condition of the temperature field of the piston

区域 Region	温度 Temperature/K	换热系数 Heat transfer coefficient/[W/(m ² ·K)]
活塞顶部 Piston top	953	970
火力岸 Thermal shore	710	690
第1环岸 First ring bank	420	1 510
第1环槽 First ring groove	420	1 370
第2环岸 Second ring bank	390	1 510
第2环槽 Second ring groove	390	1 370
第3环岸 Third ring bank	390	1 510
第3环槽 Third ring groove	390	1 370
活塞裙部 Piston skirt	320	580
冷却腔 Cooling inner cavity	370	1 800

温度Temperature/K

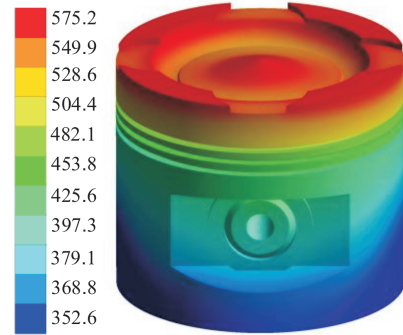


图7 活塞温度场分布

Fig. 7 Temperature field distribution of the piston

柴油机工作过程中，活塞主要受到缸内气体爆发压力、往复惯性力以及侧推力等机械载荷和燃烧室的热载荷的作用^{[3]45-51}。活塞顶部、火力岸和活塞第1、第2道环处的加载载荷如表6所示，第3道活塞环受爆发压力影响较小，忽略不计。 p 为缸内最高爆发压力，可采用GT-power计算缸内瞬时压力曲线，得到 p 为17.78 MPa，并以面载荷形式均匀施加缸内爆发压力，往复惯性力以及侧推力的施加方式按照文献^{[3]45-51}所述方式进行施加。然后，采用顺序耦合法进行热-机耦合分析，计算得出活塞的应变场仿真结果，如图8所示。

表6 活塞各区域施加的压力

Tab. 6 Pressure exerted in each region of the piston

区域 Region	压力 Pressure
活塞顶部 Piston top	p
火力岸 Thermal shore	p
第1环岸 First ring bank	$0.75p$
第1环槽 First ring groove	$0.75p$
第2环岸 Second ring bank	$0.25p$
第2环槽 Second ring groove	$0.25p$

3.2 影响活塞低周疲劳可靠性的随机因素分析

由于活塞结构复杂，结构尺寸参数众多，若将其

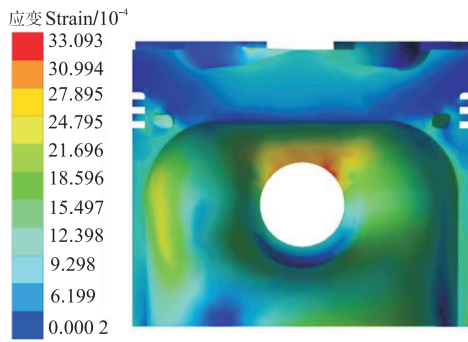


图 8 活塞耦合应变场分布

Fig. 8 Coupling strain fields distribution of piston

全部作为随机变量进行分析,计算成本巨大,所以可通过应力敏感因子筛选出对活塞耦合应力场影响较大的关键尺寸^[18]。同时,由于制造工艺的限制,机械零部件的实际结构参数与设计结构参数总存在一定差异。为了保证机械零部件的互换性和装配性,须将零部件的实际结构参数控制在允许变动的范围内,这个允许的尺寸变动量称为尺寸公差。工程中通常认为机械零部件的结构尺寸服从正态分布,因此,本文将关键尺寸的均值取为活塞的名义尺寸,边界根据结

表 7 随机变量分布及分布参数

Tab. 7 Random variable distribution and distribution parameters

随机变量类型 Random variable type	随机变量 Random variable	分布类型 Distribution type	均值 Average value	变异系数 Coefficient of variation
结构不确定性 Structural uncertainty	活塞直径 Piston diameter d/mm	正态分布 Normal distribution	82	0.01
	活塞高度 Piston height H/mm		69	0.01
	活塞燃烧室高度 Combustion chamber height of the piston h/mm		7.3	0.01
材料不确定性 Material uncertainty	弹性模量 Modulus of elasticity E/MPa	正态分布 Normal distribution	5.03×10^4	0.02
	材料密度 Material density $\rho/(kg/m^3)$	Normal distribution	2.77×10^3	0.05
载荷及模型不确定性 Uncertainty of the load and model	最大燃气压力 Maximum gas pressure p/MPa	正态分布 Normal distribution	21	0.05
	疲劳计算模型参数 Parameter of fatigue calculation model λ	标准正态分布 Standard normal distribution	0	—

3.3 活塞疲劳可靠性分析

针对活塞低周疲劳失效概率,结合活塞的热-机耦合有限元分析结果,建立基于主动学习函数和 PC-Kriging 模型的可靠性模型,计算启停工况下发动机活塞的失效概率,首先确定功能函数,结合式(12)和载荷-寿命干涉模型定义功能函数为

$$G(X) = \lg N_f - \lg N_d \quad (13)$$

式中, N_d 为活塞的设计预期疲劳寿命,本文取活塞的设计预期疲劳寿命为 1.4×10^4 ; N_f 为基于有限元计算预测的活塞疲劳寿命,当 $N_f > N_d$ 时,则判定活塞寿命可靠,否则,则认为失效。

然后,根据随机变量分布和 MCS 抽样构建候选样本池,设置候选样本池大小为 1×10^6 ,并采用 LHS 方法

构尺寸公差按照“ 3σ 原则”确定^[19]¹³⁻⁸⁴。

本文选用常见的低周疲劳寿命预测模型——Manson-Coffin 模型,来计算活塞的疲劳寿命,如式(11)所示。同时,根据铝合金的低周疲劳试验数据,通过线性异方差回归分析,量化模型参数的不确定性,得到如式(12)所示的低周疲劳概率寿命模型^[19]¹³⁻⁸⁴。

$$\frac{\varepsilon_t}{2} = \frac{\varepsilon_e + \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (11)$$

$$\frac{\varepsilon_t}{2} = 10^{\frac{7.7249 + 3.5072\lambda}{4.4735 + 1.4629\lambda}} (2N_f)^{\frac{1}{4.4735 + 1.4629\lambda}} + 10^{\frac{0.5962 - 0.3716\lambda}{1.3438 + 0.4612\lambda}} (2N_f)^{\frac{1}{1.3438 + 0.4612\lambda}} \quad (12)$$

式中, ε_t 为最大应变; ε_e 为弹性应变; ε_p 为塑性应变; σ_f' 为疲劳强度系数; b 为疲劳强度指数; ε_f' 为疲劳延性系数; c 为疲劳延性指数; λ 为标准正态分布随机变量,其主要表征了材料性能的随机性对材料疲劳寿命随机分布的影响。

最后,考虑材料和载荷的分散性,选取材料密度 ρ 、弹性模量 E 和最大燃气压力 P 作为随机变量。并假设所述随机变量符合正态分布,其均值和变异系数如表 7 所示。

抽取 20 个初始样本构建初始 PC-Kriging 模型,根据学习函数不断更新 PC-Kriging 模型直至符合精度要求。

同时,由于利用 MCS 进行活塞低周疲劳可靠性分析涉及大量有限元计算,实际操作比较困难,为验证本文所采取方法的准确性,本文使用 AK-MCS-U 对活塞的低周疲劳可靠性进行求解以做对比。最终结果如表 8 所示。由表 8 可以看出,本文所提方法对活塞的低周疲劳可靠性进行分析具有较高的计算效率,与 AK-MCS-U 相比,结果基本一致,但后者需要调用功能函数 20+578 次,而本文方法只需要 20+93 次,能有效地减少有限元分析计算量,极大地节省了计算时间。可见针对活塞低周疲劳可靠性分析,本文方法可以高效地得到较为准确的分析结果。

表 8 活塞低周疲劳可靠性计算结果

Tab. 8 Piston fatigue reliability calculations results

方法 Method	样本点数 Number of sample points	$\hat{P}_f / 10^{-2}$	$C_{\text{covpf}} / \%$
AK-MCS-U	20+578	1.018	3.12
所提方法 Proposed method	20+93	1.053	3.07

3.4 基于失效概率的全局灵敏度分析

基于失效概率的全局灵敏度分析指研究随机变量的不确定性对可靠性或者失效概率的贡献大小, CUI等^[20]提出了一种基于失效概率的矩独立全局灵敏度分析方法,其表达式为

$$\chi_i = \frac{1}{2} E(|\hat{P}_f - \hat{P}_{f_i}|) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X_i}(X_i) |\hat{P}_f - \hat{P}_{f_i}| dX_i \quad (14)$$

式中, χ_i 表示第 i 个变量 X_i 对失效概率的影响程度; X_i 为随机变量矩阵 X 的第 i 个变量; \hat{P}_f 为无条件失效概率; \hat{P}_{f_i} 为 X_i 取某一定值的条件失效概率; \hat{P}_f, \hat{P}_{f_i} 可由前文构建的 PC-Kriging 模型求解。结合式 (14) 和构建的活塞低周疲劳可靠性 PC-Kriging 模型对随机因素的全局灵敏度进行分析, 计算结果如图 9 所示。由图 9 可以看出, 疲劳寿命计算参数 λ 、活塞高度 H 、活塞直径 d 、弹性模量 E 对活塞的低周疲劳可靠性影响因素较大, 因此在活塞的结构设计和优化过程中需要对这 4 个随机因素的不确定性加以控制, 以降低其对活塞可靠性的影响。

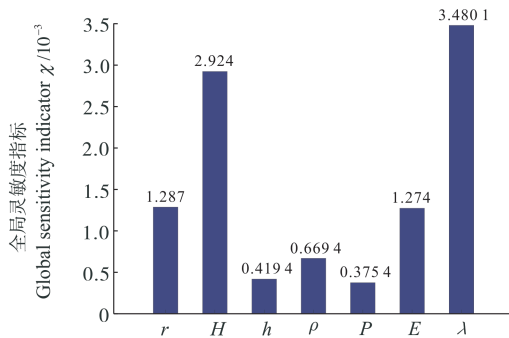


图 9 随机因素对活塞疲劳可靠性影响

Fig. 9 Effect of random factors on the fatigue reliability of the piston

4 结论

针对某柴油发动机在启停工况下易发生低周疲劳失效, 开展其疲劳可靠性分析研究, 基于 PC-Kriging 模型计算了某型活塞的低周疲劳可靠性, 并对随机因素的全局灵敏度指标进行计算分析。主要结论如下:

1) 针对活塞的热-机耦合分析涉及大量的有限元仿真计算, 从而导致其可靠性分析的计算成本较高, 提出了一种 PC-Kriging 模型与学习函数相结合的可靠性计算方法, 数值算例表明, 该方法的拟合精度和计算速

度与 MCS 和 AK-MCS 相比均有较大提升, 证明了该方法是一种高效的可靠性计算方法, 适用于高维度、高度非线性且功能函数为隐式的可靠性分析问题。

2) 综合考虑多源不确定性对活塞低周疲劳可靠性的影响, 运用本文所提方法对某型柴油发动机活塞进行疲劳可靠性分析, 结果表明, 该方法在保证精度的情况下能有效减少有限元计算量, 提高计算效率, 当活塞的期望设计寿命为 1.4×10^4 时, 其失效概率为 1.053%。并通过全局灵敏度分析得出对活塞低周疲劳可靠性影响较大的关键因素, 其结果可以为活塞的结构设计及优化提供参考。

参考文献 (References)

- [1] LIU X F, WANG Y, LIU W H. Finite element analysis of thermo-mechanical conditions inside the piston of a diesel engine[J]. Applied Thermal Engineering, 2017, 119: 312-318.
- [2] TAHAR ABBES M, MASPEYROT P, BOUIF A, et al. A thermo-mechanical model of a direct injection diesel engine piston[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2004, 218(4): 395-409.
- [3] 李云强, 赵立普, 李伟东, 等. 考虑进气冷却效应的活塞低周疲劳寿命预测[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(7): 45-51.
LI Yunqiang, ZHAO Lipu, LI Weidong, et al. Low cycle life prediction of piston in consideration of inlet cooling effect[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(7): 45-51. (In Chinese)
- [4] CHEN Z L, LI J C, LIAO J X, et al. Stress and fatigue analysis of engine pistons using thermo-mechanical model[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2019, 33(9): 4199-4207.
- [5] 张灏岩, 毕秋实, 李勃, 等. 基于 Kriging 和 MCMC 的结构可靠性主动学习算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2021, 42(10): 1444-1450.
ZHANG Haoyan, BI Qiushi, LI Bo, et al. Active learning algorithm of structural reliability based on Kriging and MCMC[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2021, 42(10): 1444-1450. (In Chinese)
- [6] 陈哲, 杨旭锋, 程鑫. 基于改进 Kriging 模型的主动学习可靠性分析方法[J]. 机械强度, 2021, 43(1): 129-136.
CHEN Zhe, YANG Xufeng, CHENG Xin. Active learning method based on improved Kriging model for reliability analysis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2021, 43(1): 129-136. (In Chinese)
- [7] HAN Z H, ZIMMERMAN N R, GORTZ S. Alternative cokriging method for variable-fidelity surrogate modeling[J]. AIAA Journal, 2012, 50(5): 1205-1210.
- [8] HAN Z H, GÖRTZ S, ZIMMERMANN R. Improving variable-fidelity surrogate modeling via gradient-enhanced Kriging and a generalized hybrid bridge function[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 177-189.
- [9] SCHÖBI R, SUDRET B, WIART J. Polynomial-chaos-based Kriging[J]. International Journal for Uncertainty Quantification, 2015, 5(2): 171-193.

- [10] BICHON B J, ELDRED M S, SWILER L P, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008, 46(10): 2459-2468.
- [11] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.
- [12] ZHANG J H, XIAO M, GAO L. An active learning reliability method combining Kriging constructed with exploration and exploitation of failure region and subset simulation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2019, 188: 90-102.
- [13] BARKHORI M, ALI SHAYANFAR M, ALI BARKHORDARI M. Kriging-aided cross-entropy-based adaptive importance sampling using Gaussian mixture[J]. Iranian Journal of Science and Technology, 2019, 43(1): 81-88.
- [14] 郭庆, 刘永寿, 白雅洁, 等. 基于 ALK 解法的输流管道防共振可靠性分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(17): 238-243.
GUO Qing, LIU Yongshou, BAI Yajie, et al. Reliability analysis for anti-resonance of pipelines conveying fluid based on ALK[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(17): 238-243. (In Chinese)
- [15] 石灵健. 基于主动学习代理模型的结构可靠性分析方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2019: 27-45.
SHI Lingjian. Research on structural reliability analysis method based on active learning agent model[D]. Nanjing: Southeast University, 2019: 27-45. (In Chinese)
- [16] HUANG X X, CHEN J Q, ZHU H P. Assessing small failure probabilities by AK-SS: an active learning method combining Kriging and subset simulation[J]. Structural Safety, 2016, 59: 86-95.
- [17] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.
- [18] HU D Y, SU X, LIU X, et al. Bayesian-based probabilistic fatigue crack growth evaluation combined with machine-learning-assisted GPR[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 229: 106933.
- [19] 王荣桥, 胡殿印. 发动机结构可靠性设计理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 13-84.
WANG Rongqiao, HU Dianyin. Theory and application of engine structural reliability design[M]. Beijing: Science Press, 2017: 13-84. (In Chinese)
- [20] CUI L J, LÜ Z I, ZHAO X P. Moment-independent importance measure of basic random variable and its probability density evolution solution[J]. Science China Technological Sciences, 2010, 53(4): 1138-1145.

Low-cycle fatigue reliability analysis of engine pistons based on PC-Kriging model

LI Wei^{1,2} LI Liansheng^{1,2} DU Zunfeng³ FAN Tao³

(1. Weichai Power Company Limited, Weifang 261061, China)

(2. State Key Laboratory of Engine Reliability, Weifang 261061, China)

(3. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300354, China)

Abstract: Low-cycle fatigue is a typical failure mode of engine pistons. In order to study the influence of multi-source uncertainty factors on the reliability of low-circumference fatigue of pistons and improve the efficiency of the reliability analysis, a new reliability calculation method is constructed based on the polynomial-chaos-based Kriging (PC-Kriging) model and the Monte Carlo simulation (MCS), and the accuracy and efficiency of this method are proved by numerical examples. Taking the piston group structure of a certain diesel engine as the research object, a finite element model of the piston is established based on the thermal-mechanical coupling analysis, and the reliability analysis of the piston for low-cycle fatigue is carried out by using this method, taking into account the critical dimensions, the material properties, and the uncertainty of the load. The results of the reliability analysis show that, compared with the same type of method, this method is more efficient in calculation, requiring only 20+93 finite element calculations, and the probability of fatigue failure is 1.053% when the expected design life of the piston is 1.4×10^4 . The sensitivity analysis shows that, the height of the piston, the piston diameter, the elasticity modulus of the material, and the parameters of the fatigue calculation model have a greater influence on the reliability. The analysis results can provide a guidance for the reliability design of the piston.

Key words: Fatigue reliability; Piston; PC-Kriging model; Learning function; Sensitivity analysis

Corresponding author: DU Zunfeng, E-mail: dzf@tju.edu.cn

Fund: National Natural Science Foundation of China (51109158); Open Foundation of State Key Laboratory of Engine Reliability (skler-202112)

Received: 2023-09-22 Revised: 2023-11-17