

钢丝绳芯橡胶输送带两尺度统一本构模型与阻尼机制研究

李建刚 冯金平 王鑫 刘思远 高仲杰 吴建军

(辽宁工程技术大学机械工程学院, 阜新 123000)

摘要: 钢丝绳输送带的本构分析是优化输送带设计和节能的关键问题,采用黏弹性理论及瞬态动力学的知识构建了基于表征钢丝绳的 Maxwell 模型和表征橡胶基体的 Burgers 模型,考虑了钢丝绳间的微动摩擦阻尼和钢丝绳与输送带之间的相互阻尼,构建了其混合本构模型,运用外加激励载荷的方法,在 0~40 °C 条件下,建立本构模型间各参数之间的关系,运用 Matlab 对仿真曲线进行拟合、求解,在环境温度为 40 °C 的条件下,对混合本构模型的准确性进行了验证。结果表明,模型预测数据与实测数据具有良好的一致性,其中最大误差为 5.88%。证明此本构模型能够比较好地表征钢丝绳芯橡胶输送带,运用仿真加预测的方法,验证此模型的普适性。此研究为输送带结构优化和节能分析提供理论基础。

关键词: 混合本构模型; 相互阻尼; 钢丝绳输送带; 温度效应

中图分类号: TH117.1 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.07.018

0 引言

钢丝绳输送带广泛应用于煤炭的运输,其结构由钢丝绳和覆盖胶组成,远距离、大运量、高速度的优点使其逐渐成为运输领域发展的主流。但由于打滑、撕裂、跑偏等问题频发,大幅降低了钢丝绳输送带的工作效率,严重时还会造成生命财产的损失^[1-3]。而研究输送带本构模型就是为了探索解决此类问题^[4-5]。因此,对输送带进行本构模型的研究是十分必要的。随着输送带在运输领域的广泛运用,国内外学者对其本构模型进行了深入研究。倪亚军等^[6-11]运用仿真和试验论证的方法对输送带的黏弹性和损坏程度等进行研究,认为 Maxwell 模型可以较好地表征钢丝绳,固体模型能够较好地表征橡胶输送带,但 Burgers 模型比线性固体模型能更准确地反映其黏弹特性。LUO 等^[12-16]对超弹性材料进行动态特性分析,对 Ogden、Yeoh 和 Arruda-Boyce 模型参数进行识别并进行本构模型的求解。闫昱全等^[17-19]分别运用 Mooney-Rivlin 模型和 Bilinear-Isotropic 模型对输送带材料力学特性、静态特性和模型误差等进行分析,得出在不同载荷下各钢丝绳的变形趋势,为绿色带式输送机提供了理论参考。

综上所述,现有的研究普遍采用线性固体模型描述橡胶的黏弹性,运用 Maxwell 模型描述钢丝绳,以及基于两者并联组合而成的本构模型。但 Burgers 模型表征的橡胶输送带的黏弹性比线性固体模型精度更高,如今很少有学者研究基于 Burgers 与 Maxwell 混合

的本构模型。因此,本文结合热黏弹性理论,通过施加激励载荷,在 0~30 °C 内进行试验,运用 Matlab 软件对试验数据进行耦合、分析,建立本构模型中各参数之间的关系,并在 40 °C 环境下对模型进行验证,建立了钢丝绳微动摩擦阻尼和钢丝绳与输送带相互阻尼条件下输送带混合本构模型,为输送带结构优化和节能分析提供参考。

1 Burgers-Maxwell 模型机制研究

ST1600 输送带的结构如图 1 所示,其主要由覆盖胶、芯胶和钢丝绳组成。其中,钢丝绳和橡胶本构模型的准确性是影响带式输送机结构优化和节能分析的关键因素。其混合本构模型是否合理直接影响输送带设计时的准确性。

通过查找相关文献确定黏弹性模型及本构模型的连接方式。程相文等^[20]、154-157^[21]、1085-1089^[22]、111-114 分别对 Kelvin-固体模型、Maxwell-标准线性固体模型、ZWT 模型、Burgers 模型进行试验与仿真分析,得出 Burgers 模型表征的橡胶基体的黏弹性比线性固体模型的精度高,Maxwell 模型表征的钢丝绳的黏弹性精度更高。此外,Maxwell 模型存在一定的黏弹性,且弹性部分符合胡克定律^[23]。基于此,本文在以上研究的基础上,提出了采用 Burgers 模型表征覆盖胶的黏弹性、Maxwell 模型表征钢丝绳的黏弹性,并对其进行并联处理,得到钢丝绳输送带的本构模型(图 2),希望以此为输送带的本构研究提供新的参考方向。

收稿日期: 2024-01-01 修回日期: 2024-02-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(52174115)

作者简介: 李建刚,男,1976年生,辽宁阜新人,博士,讲师;主要研究方向为机电系统设计与仿真; E-mail:ljg615@126.com。

冯金平(通信作者),男,1997年生,浙江台州人,硕士;主要研究方向为机械工程; E-mail:1656373805@qq.com。

引用格式: 李建刚,冯金平,王鑫,等. 钢丝绳芯橡胶输送带两尺度统一本构模型与阻尼机制研究[J]. 机械强度, 2025, 47(7): 144-151.

LI Jiangang, FENG Jinping, WANG Xin, et al. Study on two-scale unified constitutive model and damping mechanism of rubber conveyor belt with steel wire rope core[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(7): 144-151.

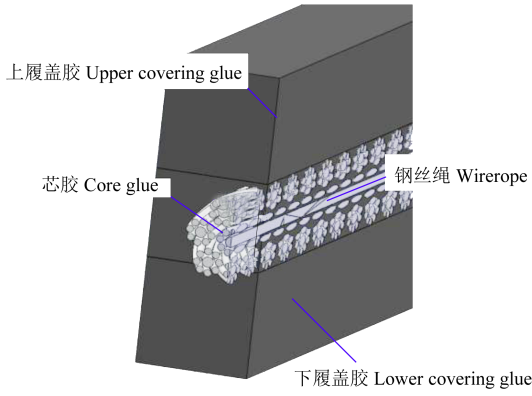


图1 ST1600输送带局部剖视图

Fig. 1 Partial sectional view of ST1600 conveyor belt

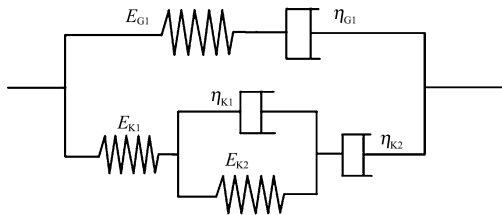


图2 钢丝绳橡胶输送带混合本构模型

Fig. 2 Mixed constitutive model of steel wire rope rubber conveyor belt

如图 2 所示, E_{K1} 、 E_{K2} 分别为覆盖胶的弹性模量; η_{K1} 、 η_{K2} 分别为覆盖胶对应的阻尼系数; E_{G1} 为钢丝绳的弹性模量; η_{G1} 为钢丝绳对应的黏性系数。

基于上述混合本构模型, 建立其在动载荷下的平衡方程。由于 Burges 本构模型涉及 4 个未知量, 为了建立合适的激励函数, 因此使用含有 2 个正弦函数的复合结构。令参与试验的输送带长为 L ; 拉伸频率为

$$\begin{aligned} \sigma_K(t) = & \frac{A_1 \omega^2 [q_1 p_1 - q_2 (1 - p_2 \omega^2)]}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} \sin \omega t + \frac{A_1 \omega (q_1 + p_1 q_2 \omega^2 - p_2 q_1 \omega^2)}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} \cos \omega t + \\ & \frac{A_2 \omega^2 (4q_1 p_1 - 4q_2 + q_2 p_2 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} \sin \frac{\omega}{2} t + \frac{2A_2 \omega (4q_1 - q_1 p_2 \omega^2 + q_2 p_1 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} \cos \frac{\omega}{2} t + \\ & (C_1 \cos \frac{\sqrt{p_2^2 + 4p_2}}{2p_2} t + C_2 \sin \frac{\sqrt{p_2^2 + 4p_2}}{2p_2} t) e^{-\frac{p_1}{2p_2} t} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, C_1 、 C_2 为常数。

一般情况 p_2 的值很小, 当时间趋于无穷时, $e^{-\frac{p_1}{2p_2} t}$ 趋近于 0。

令覆盖胶的端面横截面积为 S_d , 则其等效外载

$$\begin{aligned} F_K = & \frac{A_1 \omega^2 [q_1 p_1 - q_2 (1 - p_2 \omega^2)]}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \sin \omega t + \frac{A_1 \omega (q_1 + p_1 q_2 \omega^2 - p_2 q_1 \omega^2)}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \cos \omega t + \\ & \frac{A_2 \omega^2 (4q_1 p_1 - 4q_2 + q_2 p_2 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \sin \frac{\omega}{2} t + \frac{2A_2 \omega (4q_1 - q_1 p_2 \omega^2 + q_2 p_1 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \cos \frac{\omega}{2} t \end{aligned} \quad (8)$$

1.2 建立钢丝绳 Maxwell 模型

钢丝绳股和股之间存在间隙, 因此钢丝绳表现出一定的黏弹特性, 并且其响应几乎由弹簧确定, 因此 Maxwell 模型可以很好地模拟钢丝绳的黏弹性性质。其本构模型^[25]为

ω ; 时间为 t ; 拉伸幅值分别为 M_1 、 M_2 。则位移激励为

$$s = M_1 \sin \omega t + M_2 \sin \frac{\omega}{2} t \quad (1)$$

建立输送带微元之间的几何关系, 即

$$\begin{cases} \varepsilon = s/L \\ A_1 = M_1/L \\ A_2 = M_2/L \end{cases} \quad (2)$$

式中, ε 为动应变; A_1 、 A_2 均为应变幅值。

联立式(1)、式(2), 混合本构模型动应变为

$$\varepsilon = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \frac{\omega}{2} t \quad (3)$$

1.1 建立覆盖胶 Burgers 模型

输送带覆盖胶在运行过程中会产生瞬态弹性变形、随时间变化的蠕变变形以及塑性流动引起的永久性变形, 并且输送带在拉伸的过程中会存在一定的滞后性, 所以 Burgers 模型能很好地模拟输送带橡胶覆盖胶的黏弹性性质。其本构模型^[24]为

$$\sigma_K + p_1 \dot{\sigma}_K + p_2 \ddot{\sigma}_K = q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon} \quad (4)$$

式中, σ_K 为覆盖胶的应力, 则

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\eta_{K2}}{E_{K2}} + \frac{\eta_{K1} + \eta_{K2}}{E_{K1}} \\ p_2 = \frac{\eta_{K1} \eta_{K2}}{E_{K1} E_{K2}} \\ q_1 = \eta_{K2} \\ q_2 = \frac{\eta_{K1} \eta_{K2}}{E_{K1}} \end{cases} \quad (5)$$

联立式(1)、式(2)和式(4)求解可得

荷为

$$F_K = \sigma_K(t) S_d \quad (7)$$

即

$$\sigma_G + p_G \dot{\sigma}_G = q_G \dot{\varepsilon} \quad (9)$$

式中, σ_G 为钢丝绳应力; p_G 、 q_G 的计算式分别为

$$\begin{cases} p_G = \frac{\eta_{G1}}{E_{G1}} \\ q_G = \eta_{G1} \end{cases} \quad (10)$$

将式(1)~式(3)代入式(9)化简,可得

$$\sigma_G(t) = \frac{q_G A_1 \omega}{1 + \omega^2 p_G^2} \cos \omega t + \frac{q_G p_G A_1 \omega^2}{1 + \omega^2 p_G^2} \sin \omega t + \frac{2q_G A_2 \omega}{4 + \omega^2 p_G^2} \cos \frac{\omega}{2} t + \frac{q_G p_G A_2 \omega^2}{4 + \omega^2 p_G^2} \sin \frac{\omega}{2} t + C e^{-t/p_G} \quad (11)$$

式中, C 为常数。

一般情况下 p_G 的值很小, 当时间趋于无穷时, e^{-t/p_G} 趋近于 0。

令其截面积为 S_G , 则钢丝绳的激励载荷方程可以等效为

$$F_G(t) = \frac{q_G A_1 \omega S_G}{1 + \omega^2 p_G^2} \cos \omega t + \frac{q_G p_G A_1 \omega^2 S_G}{1 + \omega^2 p_G^2} \sin \omega t + \frac{2q_G A_2 \omega S_G}{4 + \omega^2 p_G^2} \cos \frac{\omega}{2} t + \frac{q_G p_G A_2 \omega^2 S_G}{4 + \omega^2 p_G^2} \sin \frac{\omega}{2} t \quad (12)$$

1.3 建立钢丝绳芯输送带混合本构模型

由建立的混合本构模型及程相文等^{[20]154-157}、陈洪月等^{[21]1085-1089}[22]111-114、夏剑冬等^{[23]1-11}提出的混合本构模型组合原理可知, 此输送带的等效外载荷可以看成由等距分布的多根钢丝绳和橡胶等效外载荷叠加而成, 即其等效外载荷为

$$F_K(t) = N \left(\frac{q_G A_1 \omega S_G}{1 + \omega^2 p_G^2} \cos \omega t + \frac{q_G p_G A_1 \omega^2 S_G}{1 + \omega^2 p_G^2} \sin \omega t + \frac{2q_G A_2 \omega S_G}{4 + \omega^2 p_G^2} \cos \frac{\omega}{2} t + \frac{q_G p_G A_2 \omega^2 S_G}{4 + \omega^2 p_G^2} \sin \frac{\omega}{2} t \right) + \frac{A_1 \omega^2 [q_1 p_1 - q_2 (1 - p_2 \omega^2)]}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \sin \omega t + \frac{A_1 \omega (q_1 + p_1 q_2 \omega^2 - p_2 q_1 \omega^2)}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \cos \omega t + \frac{A_2 \omega^2 (4q_1 p_1 - 4q_2 + q_2 p_2 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \sin \frac{\omega}{2} t + \frac{2A_2 \omega (4q_1 - q_1 p_2 \omega^2 + q_2 p_1 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \cos \frac{\omega}{2} t \quad (13)$$

式中, N 为钢丝绳捆数。

1.4 本构模型参数辨识

覆盖胶相应的等效外载荷激励方程式(8)可表达为

$$F = a \sin \omega t + b \cos \omega t + c \sin \frac{\omega}{2} t + d \cos \frac{\omega}{2} t \quad (14)$$

其中, 参数 a, b, c, d 的计算式分别为

$$\begin{cases} a = \frac{A_1 \omega^2 [q_1 p_1 - q_2 (1 - p_2 \omega^2)]}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \\ b = \frac{A_1 \omega (q_1 + p_1 q_2 \omega^2 - p_2 q_1 \omega^2)}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} S_d \\ c = \frac{A_2 \omega^2 (4q_1 p_1 - 4q_2 + q_2 p_2 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \\ d = \frac{2A_2 \omega (4q_1 - q_1 p_2 \omega^2 + q_2 p_1 \omega^2)}{4p_1^2 \omega^2 + (4 - p_2 \omega^2)^2} S_d \end{cases} \quad (15)$$

若对仿真的力-时间曲线进行拟合, 可以分别求得

a, b, c, d 的值。通过 Matlab 软件的 Fsolve 函数可以分别求解出 p_1, q_1, p_2, q_2 的值。最终通过式(16)可以求出 Burgers 模型的各项参数。

$$\begin{cases} \eta_{K2} = q_1 \\ E_{K2} = \frac{q_2}{p_2} \\ E_{K1} = \frac{q_1^2}{p_1 q_1 - q_1 p_2 - q_2} \\ \eta_{K1} = \frac{q_1 q_2}{p_1 q_1 - q_1 p_2 - q_2} \end{cases} \quad (16)$$

钢丝绳相应的外载荷激励方程式(12)可等效为

$$F_G(t) = e \cos \omega t + f \sin \omega t + g \cos \frac{\omega}{2} t + h \sin \frac{\omega}{2} t \quad (17)$$

其中, 参数 e, f, g, h 的计算式分别为

$$\begin{cases} e = \frac{q_G A_1 \omega S_G}{(1 + \omega^2 p_G^2)} \\ f = \frac{q_G p_G A_1 \omega^2 S_G}{(1 + \omega^2 p_G^2)} \\ g = \frac{2q_G A_2 \omega S_G}{(4 + \omega^2 p_G^2)} \\ h = \frac{q_G p_G A_2 \omega^2 S_G}{(4 + \omega^2 p_G^2)} \end{cases} \quad (18)$$

若对得到的力-时间曲线进行拟合, 可分别得到 e, f, g, h 的值。通过 Matlab 软件的 Fsolve 函数可以分别求解出 p_G 和 q_G 的值, 则

$$\begin{cases} E_{G1} = \frac{e^2 + \omega^2 f^2}{A_1 \omega f S_G} \\ \eta_{G1} = \frac{e^2 + \omega^2 f^2}{A_1 \omega e S_G} \end{cases} \quad (19)$$

根据前文所列的方程, 若要求得本构模型的各项参数, 需要建立模型, 进行有限元仿真, 运用 Matlab 软件求解出结果。因此, 建立符合实际要求的模型并对其进行参数识别非常必要。

2 混合本构模型参数辨识

2.1 模型准备

通过查找国家标准 GB/T 9770—2013 中的 ST1600 型钢丝绳芯输送带, 将输送带切成长为 1 100 mm, 宽为 75 mm 的橡胶基体及等长钢丝绳, 橡胶基体截面尺寸如图 3 所示。采用万能拉伸试验机和数显温控箱进行试验, 如图 4 所示。

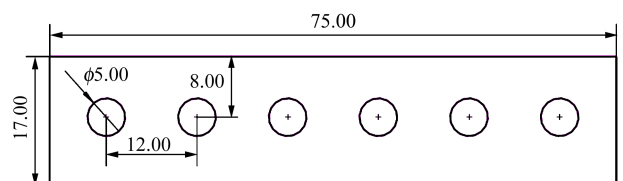


图 3 输送带截面图

Fig. 3 Cross-sectional view of conveyor belt

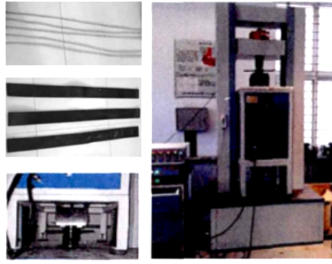


图 4 试验设备

Fig. 4 Test installation

2.2 本构模型参数求解

分别在 0、10、20、30 °C 的温度下对模型进行试验, 加载频率为 0.1 Hz、幅值为 1.25 mm, 试验获得的力与加载位移之间的关系如图 5、图 6 所示。

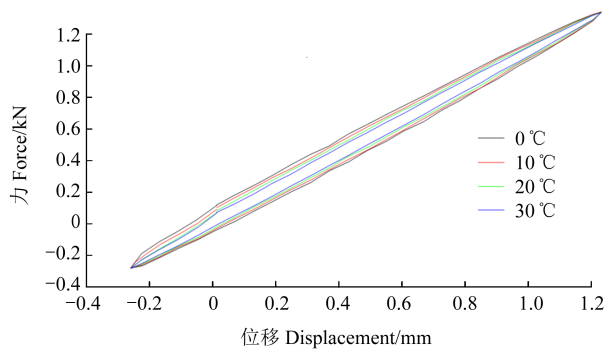


图 5 橡胶基体迟滞曲线

Fig. 5 Hysteresis curves of rubber matrix

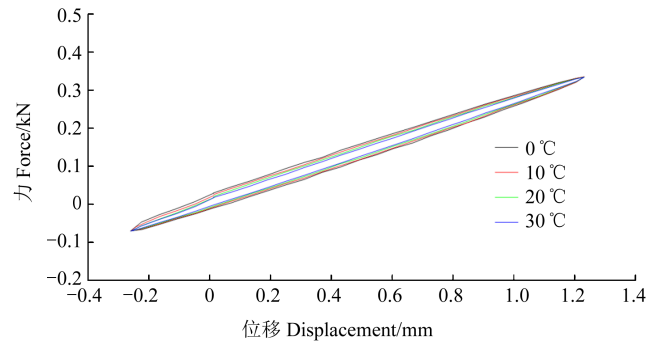


图 6 钢丝绳迟滞曲线

Fig. 6 Hysteresis curves of wire rope

由图 5、图 6 可知, 随着温度的增加, 试验曲线下移, 迟滞环的面积逐渐减小, 说明输送带的拉伸能耗随着温度的增加而逐渐降低。在 Matlab 软件里对得到的时间与力的曲线进行拟合, 联立式(15)~式(19)可以得到基于 Burgers 模型表征的橡胶基体的本构参数, 如表 1 所示, Maxwell 模型所表征的钢丝绳参数, 如表 2 所示。

温度对黏弹材料的影响为指数函数关系^[26]。因此, $E'_{ij} = E_{ij}e^{-T/T_c}$, $\eta'_{ij} = \eta_{ij}e^{(T - T_c)/T_c}$ 。其中, $i=K, G; j=1, 2$; 钢丝绳的 $T_c=200$ °C; 橡胶的 $T_c=60$ °C; e 为自然常数。通过表 1、表 2 拟合可以得到本构模型参数的近似曲线。对 E'_{ij} 和 η'_{ij} 两边同时取对数可得

表 1 橡胶基体本构参数

Tab. 1 Constitutive parameters of rubber matrix

温度 Temperature $\theta/^\circ\text{C}$	E_{K1}/MPa	E_{K2}/MPa	η_{K1}/MPa	η_{K2}/MPa
0	38.4	51.5	89.7	7 210.3
10	41.3	50.1	91.9	7 191.0
20	43.5	49.3	93.4	7 171.7
30	46.5	47.4	94.7	7 151.2

表 2 钢丝绳本构模型参数

Tab. 2 Constitutive parameters of wire rope

温度 Temperature $\theta/^\circ\text{C}$	E_{G1}/MPa	η_{G1}/MPa
0	12 473.4	2 540.4
10	11 317.2	2 421.8
20	10 213.7	2 303.6
30	9 180.7	2 185.9

$$\begin{cases} \ln E'_{ij} = \ln E_{ij} - \frac{T}{T_c} \\ \ln \eta'_{ij} = \ln \eta_{ij} + \frac{T - T_c}{T_c} \end{cases} \quad (20)$$

式中, T 为环境温度。

通过 Matlab 软件进行拟合可得到橡胶基体的本构模型参数如式(21)所示, 钢丝绳的本构模型参数如式(22)所示。

$$\begin{cases} E'_{K1} = 38.5e^{0.0062T} \\ E'_{K2} = 51.6e^{-0.0026T} \\ \eta'_{K1} = 90.6e^{0.0017T} \\ \eta'_{K2} = 7210.7e^{-0.00027T} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} E'_{G1} = 12498e^{-0.0102T} \\ \eta'_{G1} = 2543.6e^{-0.005T} \end{cases} \quad (22)$$

2.3 模型预测与验证

为了验证拟合公式是否合理, 以及本构模型是否可行, 在 40 °C 的环境下, 取长为 1 100 mm、截面为 75 mm × 17 mm 的输送带进行拉伸试验, 得到拉伸数据。把 40 °C 分别代入式(21)、式(22)得到数据如表 3 所示。

表 3 40 °C 下混合模型本构模型参数

Tab. 3 Constitutive parameters of mixed model at 40 °C

E'_{K1}	E'_{K2}	η'_{K1}	η'_{K2}	E'_{G1}	η'_{G1}
49.4	46.5	96.9	7 132.6	8 310.9	2 082.0

由图 3 的截面图可知, 此输送带包含 6 根钢丝绳, 故将 $N = 6$ 代入式(13), 可通过式(10)~式(18)求得在 40 °C 下混合本构模型预测得到的力-位移曲线, 将其与试验曲线进行对比(图 7), 预测曲线与试验曲线的误差曲线如图 8 所示, 其最大相对误差为 5.88%, 说明此模型表征的钢丝绳芯橡胶输送带精度较好。

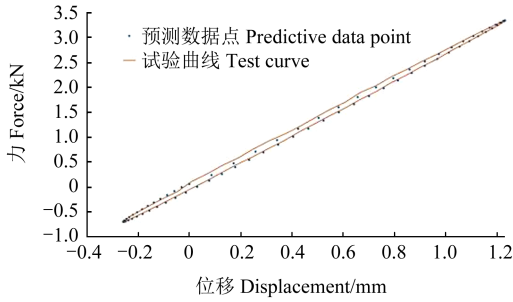


图7 输送带试验与理论曲线

Fig. 7 Test and theoretical curves of conveyor belt

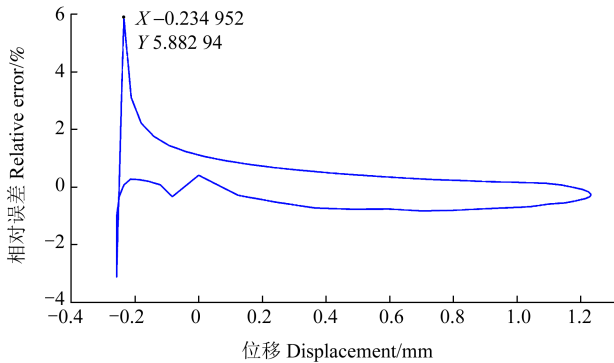


图8 相对误差曲线

Fig. 8 Curve of the relative error

3 混合本构模型普适性分析

3.1 钢丝绳芯输送带材料模型

ST1600输送带主要由覆盖胶和钢丝绳芯组成,其中覆盖胶为橡胶材料,而钢丝绳芯为碳素钢材料。橡胶是超弹性材料,目前Mooney-Rivlin模型、Ogden模型、G-H模型、Yeoh模型为4种常用的超弹性本构模型,钢丝绳采用Bilinear-Isotropic模型,并在工程中得到广泛的应用。

3.2 覆盖胶模型

Yeoh模型是一种基于高形变率动态松弛试验数据的非线性材料模型,其应变能密度函数为

$$W = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (J_B - 3)^i + \nu (I - 1)^2 \quad (23)$$

式中, J_B 为第1应变能张量; ν 为体积模量; I 为相对体积变化,由于橡胶几乎不可压缩,所以 $I = 1$; C_{i0} 为材料常数。

此模型在拉伸时的应力为

$$\sigma_{Ye} = 2(\gamma - 1/\gamma^2) \sum_{i=1}^3 i C_{i0} (J_B - 3)^{i-1} \quad (24)$$

式中, γ 为变形张量。

Mooney-Rivlin模型相比于Yeoh模型还考虑了第2应变不变量 I_2 的贡献,其应变能函数^[27]为

$$W = C_{10} (J_B - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (25)$$

式中, C_{10} 、 C_{01} 均为材料常数,并且 $G = E/[2(1 + \nu)] =$

$2(C_{10} + C_{01})$ ^[28]。

此模型在拉伸时的应力为

$$\sigma_{Mo} = 2C_{10}(\gamma - 1/\gamma^2) + 2C_{01}(1 - 1/\gamma^2) \quad (26)$$

Mooney-Rivlin模型是G-H模型的一种特殊形式,G-H模型的应变能密度函数^[29]可以表示为

$$W = \sum_{i,j=0}^n C_{ij} (J_B - 3)^i (I_2 - 3)^j + \frac{1}{2} \nu (I - 1)^2 \quad (27)$$

式中, C_{ij} 为材料常数,通常由试验数据拟合而成; n 为展开次数。当 $n = 1$ 时,可转化为Mooney-Rivlin模型。G-H模型在拉伸时的应力为

$$\begin{aligned} \sigma_{GH} = 2(1 - \gamma^{-3}) \{ & \gamma [C_{10} + C_{11}(\gamma^2 + 2\gamma - 3) + \\ & 2C_{20}(\gamma^2 + \frac{2}{\gamma} - 3) + 3C_{30}(\gamma^2 + \frac{2}{\gamma} - 3)^2] + \\ & C_{01} + C_{11}(\gamma^2 + \frac{2}{\gamma} - 3) \} + 2C_{02}(\gamma^2 + \frac{2}{\gamma} - 3) \end{aligned} \quad (28)$$

Ogden模型适合描述非定常剪切模量和轻微压缩的材料行为。处理大应变时,3阶Ogden模型可达最高精度,其应变能函数可以表示为

$$W = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n \frac{2\alpha_j}{\beta_j^2} (\gamma_i^{\beta_j} - 1) + \nu (J - 1)^2 \quad (29)$$

式中, α_j 、 β_j 均为材料常数; n 为展开次数。

此模型在拉伸时的应力为

$$\sigma_{Og} = \sum_{i=1}^n \frac{2\alpha_i}{\beta_i} (\gamma_i^{\beta_i-1} - \gamma_i^{-\frac{1}{2}\beta_i-1}) \quad (30)$$

3.3 钢丝绳芯橡胶输送带模型建立

通过查找国家标准GB/T 9770—2013普通用途钢丝绳芯输送带标准,选取ST1600型输送带为研究对象,橡胶基体参数参照表4,选取钢丝绳,其股直径、捻距等参数参照表5,在SolidWorks软件进行建模,所建模型如图9所示。

表4 橡胶基体基本参数

Tab. 4 Basic parameters of rubber matrix

参数 Parameter	值 Value
型号 Model	ST1600
强度 Intensity/(N/mm ²)	1 600
钢丝绳间距 Wire rope spacing/mm	12
上覆盖胶厚度 Thickness of upper covering glue/mm	6
下覆盖胶厚度 Thickness of lower covering glue/mm	6
带厚度 Strip thickness/mm	17

以2 mm大小对其进行网格划分,如图10所示。其中,橡胶基体的网格质量全部在0.9以上,钢丝绳在0.8以上,与钢丝绳连接的橡胶基体由于非连接处非分析重点,其网格质量只有0.75,但连接处网格质量较高,达到0.9以上。

在Workbench软件中分别设置材料为第3.2节中

的覆盖胶模型、Burgers 模型和 Maxwells 模型。通过施加外激励载荷,进行拉伸仿真得到的应力-应变曲线如图 11 所示。由图 11 可知, Yeoh 模型精度最差, G-H 模型、Mooney-Rivlin 模型、Ogden 模型和 Burgers 模型精度差别不大。

表 5 钢丝绳基本参数

Tab. 5 Basic parameters of wire rope

参数 Parameter	值 Value
型号 Model	7×9IWS
钢丝绳股直径 Wire rope strand diameter/mm	1.6
侧股捻角 Side strand twist angle/(°)	20
中心股捻距 Central unit lay length/mm	17
其余股捻距 Other strand twist lengths/mm	51.5
芯丝直径 Core wire diameter/mm	0.6
侧丝直径 Lateral wire diameter/mm	0.4

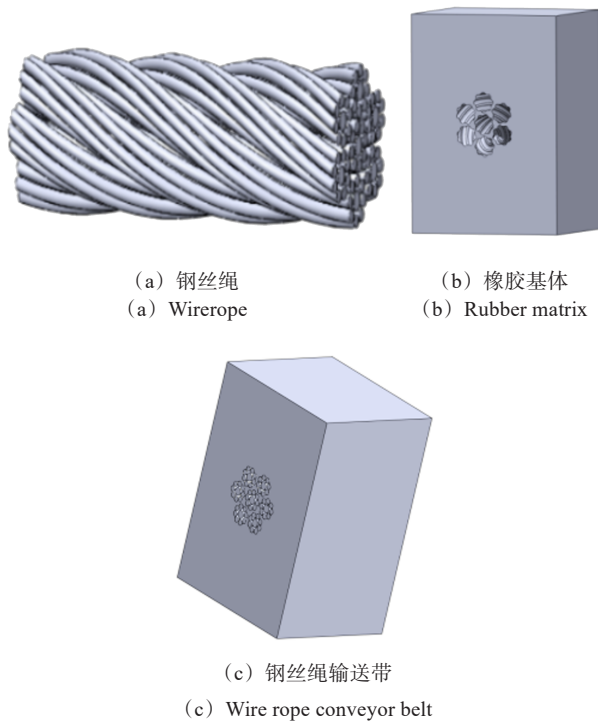


Fig. 9 Numerical model of conveyor belt

3.4 仿真实验

将 $N = 1, L = 10 \text{ cm}$ 代入式 (13), 通过式 (10) ~ 式 (18) 可预测得到基于 Burgers-Maxwell 本构模型所表征输送带下的力-位移曲线, 把图 9 所建立的输送带整体赋予橡胶基体 Burgers 模型, 赋予钢丝绳 Maxwell 模型, 赋予钢丝绳与输送带界面间为区域接触, 钢丝绳与钢丝绳间为区域接触, 把钢丝绳与输送带的一端面固定, 得到其力-位移曲线, 将其与仿真曲线进行对比, 如图 12 所示。由图 12 可知, Burgers-Maxwell 模型能够较好地表征钢丝绳芯橡胶输送带。

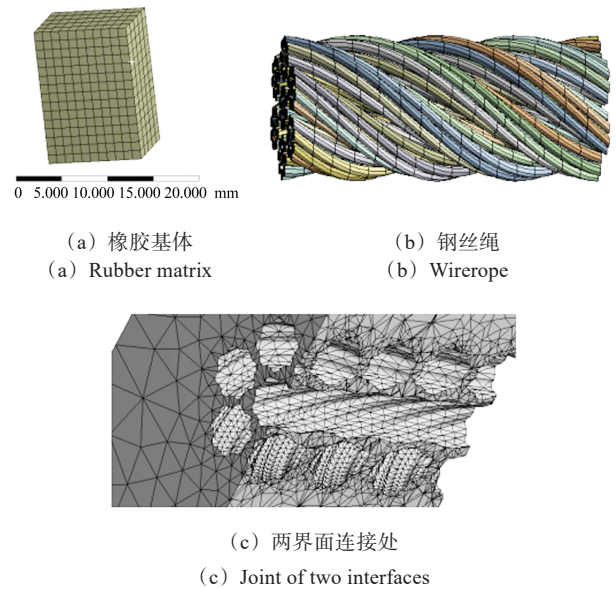


图 10 输送带各部分有限元模型图

Fig. 10 Finite element model diagram of each part of conveyor belt

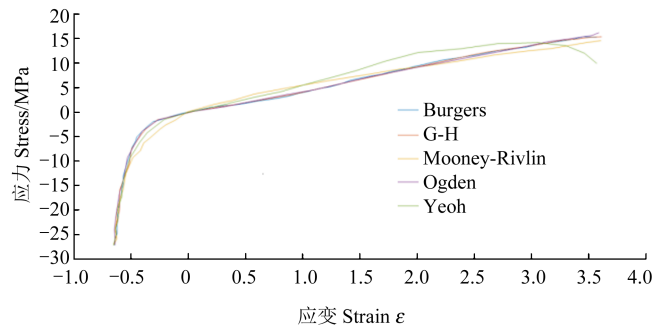


图 11 各模型拉伸应力-应变曲线

Fig. 11 Tensile stress-strain curves of each model

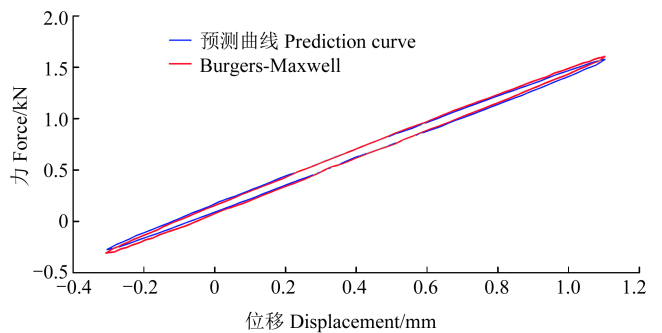


图 12 预测与理论曲线

Fig. 12 Prediction and theoretical curves

4 结论

在考虑了钢丝绳间微动摩擦阻尼和钢丝绳与输送带之间相互阻尼的条件下, 运用黏弹性理论及瞬态动力学的相关理论, 构建了基于表征钢丝绳的 Maxwell 模型和表征橡胶基体的 Burgers 模型的混合本构模型, 通过试验与仿真相结合的方法对模型的准确性及适用性进行了分析。主要结论如下:

1) 考虑钢丝与钢丝间以及钢丝与橡胶界面之间

存在微动摩擦阻尼,建立了基于 Burgers-Maxwell 模型所表征的钢丝绳橡胶输送带混合本构模型。

2)通过试验与理论验证可知,在加载频率为 0.1 Hz,幅值为 1.25 mm,环境条件为 0~40 °C 进行拉伸试验时,随着温度的增加, E_{k1} 、 η_{k1} 逐渐增大, E_{k2} 、 η_{k2} 、 E_{G1} 、 η_{G1} 逐渐减小。

3)在环境温度为 40 °C 的条件下,对混合本构模型的准确性进行了验证,钢丝绳橡胶输送带的试验曲线与预测曲线之间的最大相对误差为 5.88%,验证了混合本构模型的准确性。

4)对本文所建立的本构模型与目前工程上广泛应用的模型进行了仿真对比,证明了本文所建立的本构模型具有较好的精度。

5)对钢丝绳输送带的力-位移曲线进行了预测,并与仿真曲线进行了对比。结果表明,所提本构模型可以应用于钢丝绳芯橡胶输送带,验证了所提模型的普适性。

参考文献 (References)

- [1] 马涛. 煤矿井下带式输送机运行的相关问题研究[J]. 西部探矿工程, 2023, 35(6): 85-87.
MA Tao. Study on related problems of belt conveyor operation in underground coal mine [J]. West-China Exploration Engineering, 2023, 35(6): 85-87. (In Chinese)
- [2] BAJDA M, HARDYGÓRA M. Analysis of the influence of the type of belt on the energy consumption of transport processes in a belt conveyor[J]. Energies, 2021, 14(19): 6180.
- [3] 田乐乐. 长距离水平转弯带式输送机关键技术研究[D]. 太原: 太原科技大学, 2020: 1-30.
TIAN Lele. Research on key technologies of long distance horizontal turning belt conveyor [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Science and Technology, 2020: 1-30. (In Chinese)
- [4] 苏金虎. 高聚物基复合材料输送带的非线性黏弹性研究[D]. 太原: 太原科技大学, 2020: 1-45.
SU Jinhui. Research on the nonlinear viscoelasticity of high polymer matrix composite conveyor belt [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Science and Technology, 2020: 1-45. (In Chinese)
- [5] 陈洪月, 白杨溪. 钢丝绳橡胶输送带混合本构模型及动力学参数变化规律分析[J]. 机械设计与研究, 2017, 33(3): 182-186.
CHEN Hongyue, BAI Yangxi. Hybrid constitutive model of wire rope rubber conveyor belts and change law of dynamics parameters analysis [J]. Mechanical Design & Research, 2017, 33(3): 182-186. (In Chinese)
- [6] 倪亚军, 刘敏强. 架空乘人装置钢丝绳检测磁场仿真与算法设计[J]. 机械管理开发, 2022, 37(10): 15-16.
NI Yajun, LIU Minqiang. Simulation and algorithm design of wire rope detection magnetic field for overhead rider device [J]. Mechanical Management and Development, 2022, 37(10): 15-16. (In Chinese)
- [7] 陈洪月, 张坤, 李恩东, 等. 钢丝绳芯橡胶输送带微观建模与动态特性仿真分析[J]. 机械强度, 2019, 41(2): 452-457.
CHEN Hongyue, ZHANG Kun, LI Endong, et al. Dynamic characteristics simulation analysis and microscopic model of rubber conveyor belt of steel core [J]. Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(2): 452-457. (In Chinese)
- [8] CHEN H Y, LIU S Y. Establishment of constitutive model and dynamic parameter analysis of rubber conveyor belt [J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023, 61(2): 365-378.
- [9] 陈洪月, 李永红, 王冬梁. 钢丝绳橡胶输送带阻尼特性模拟与验证[J]. 机械设计与研究, 2016, 32(6): 62-64.
CHEN Hongyue, LI Yonghong, WANG Dongliang. Simulation and verification on damping characteristics of wire rope rubber conveyor belt [J]. Machine Design & Research, 2016, 32(6): 62-64. (In Chinese)
- [10] 陈洪月, 许若镛, 毛君. 考虑温度影响的钢丝绳橡胶输送带粘弹性模型建立及压缩阻力分析[J]. 机械强度, 2020, 42(3): 680-687.
CHEN Hongyue, XU Ruoyong, MAO Jun. The viscoelastic model of steel wire rope rubber conveyor belt and the analysis of depression resistance under the influence of temperature [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(3): 680-687. (In Chinese)
- [11] 王珏, 郑赞, 汪振宁, 等. 基于 Burgers 黏弹性模型的 P 型橡胶水封长期服役止水密封性仿真[J]. 中国农村水利水电, 2023(12): 266-272.
WANG Jue, ZHENG Yun, WANG Zhenning, et al. Sealing performance of P-type rubber water seals based on Burgers viscoelastic model in the long-term service simulation [J]. China Rural Water and Hydropower, 2023(12): 266-272. (In Chinese)
- [12] LUO H A, ZHU Y L, ZHAO H F, et al. Equibiaxial planar tension test method and the simulation analysis for hyperelastic EAP membrane [J]. Advances in Polymer Technology, 2023, 2023(1): 7343992.
- [13] MOLLAEI S, BUDGETT D M, TABERNER A J, et al. Hyperelastic constitutive model parameters identification using optical-based techniques and hybrid optimisation [J]. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2024, 20(2): 233-249.
- [14] SWAN M S, PICCOLROAZ A, BIGONI D. Green body production from alumina powder: constitutive theory, implementation, and experimental validation [C]//Workshop Program and Book of Abstracts, 2015: 16.
- [15] MIRZAPOUR J. A micro-mechanically-based constitutive model for hyperelastic rubber-like materials considering the topological constraints [J]. International Journal of Solids and Structures, 2023, 275: 112299.
- [16] 曹凤利, 白鸿柏, 李冬伟, 等. 金属橡胶非成形方向迟滞特性力学模型研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(2): 84-89.
CAO Fengli, BAI Hongbai, LI Dongwei, et al. Research on mechanical model of metal rubber for hysteresis characteristic in the non-forming direction [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(2): 84-89. (In Chinese)
- [17] 闫显全, 宋国臣. 基于 Mooney-Rivlin 模型的船用密封圈设计及试验验证[J]. 橡胶科技, 2023, 21(7): 325-329.
YAN Yuquan, SONG Guochen. Design and experimental verification of marine sealing ring based on Mooney-Rivlin model [J]. Rubber Science and Technology, 2023, 21(7): 325-329. (In Chinese)

- [18] 王源绍, 聂子豪. 基于 Mooney-Rivlin 模型的橡胶件刚度与硬度关联性研究[J]. 机械强度, 2023, 45(3): 692-700.
WANG Yuanshao, NIE Zihao. Study on the correlation between stiffness and hardness of rubber parts based on Mooney-Rivlin model[J]. Journal of Mechanical Strength, 2023, 45(3): 692-700. (In Chinese)
- [19] 李永红. 钢丝绳橡胶输送带动态特性与变形阻力分析[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2017: 17-53.
LI Yonghong. The analysis on dynamic characteristics and deformation resistance of steel core rubber conveyor belt [D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2017: 17-53. (In Chinese)
- [20] 程相文, 张宇. 基于 ZWT 模型的胶带输送机动力学方程的建立[J]. 机械设计与制造, 2019(11): 154-157.
CHENG Xiangwen, ZHANG Yu. Establishment of dynamic equation of belt conveyor based on ZWT model[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(11): 154-157. (In Chinese)
- [21] 陈洪月, 白杨溪, 邓文浩, 等. 钢丝绳芯橡胶输送带广义本构模型建立与实验验证[J]. 机械强度, 2018, 40(5): 1085-1089.
CHEN Hongyue, BAI Yangxi, DENG Wenhao, et al. Steel wire rope core rubber conveyor belt generalized constitutive modeling and experimental validation [J]. Journal of Mechanical Strength, 2018, 40(5): 1085-1089. (In Chinese)
- [22] 陈洪月, 李永红, 张坤, 等. 橡胶输送带黏弹性本构模型参数测定与分析[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(1): 111-114.
CHEN Hongyue, LI Yonghong, ZHANG Kun, et al. Measurement and analysis for the constitutive model parameters of the rubber belt [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(1): 111-114. (In Chinese)
- [23] 夏剑冬, 徐滨, 廖昕. 双基发射药黏弹特性与本构模型研究[J]. 含能材料, 2023, 31(11): 1124-1133.
XIA Jiandong, XU Bin, LIAO Xin. Viscoelastic properties and constitutive model of double-base propellant [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2023, 31(11): 1124-1133. (In Chinese)
- [24] 张义同. 热粘弹性理论[M]. 天津: 天津大学出版社, 2002: 9-10.
ZHANG Yitong. Theory of thermo-viscoelasticity [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2002: 9-10. (In Chinese)
- [25] 杨挺青. 粘弹性力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990: 8-19.
YANG Tingqing. Viscoelastic mechanics [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1990: 8-19. (In Chinese)
- [26] 董满生, 余志平, 鹿婧, 等. 考虑温度效应的沥青混合料粘弹性力学模型[J]. 固体力学学报, 2014, 35(增刊 1): 165-172.
DONG Mansheng, YU Zhiping, LU Jing, et al. Viscoelastic constitutive model of asphalt mixture considering temperature effect [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2014, 35(Suppl.1): 165-172. (In Chinese)
- [27] LIU B, XING Y F. Exact solutions for free vibrations of orthotropic rectangular Mindlin plates[J]. Composite Structures, 2011, 93(7): 1664-1672.
- [28] 马建章. 基于 Workbench 的导电橡胶 Mooney-Rivlin 参数拟合与应用[J]. 无线电工程, 2017, 47(10): 79-82.
MA Jianzhang. Mooney-Rivlin parameter fitting and application of conductive rubber based on Workbench [J]. Radio Engineering, 2017, 47(10): 79-82. (In Chinese)
- [29] ZHU H, HU Y M, LI C L, et al. A simplified three-dimensional finite element model of serpentine belt and its application into a belt driving system [C]//SAE Technical Paper Series. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2015: 1-7.

Study on two-scale unified constitutive model and damping mechanism of rubber conveyor belt with steel wire rope core

LI Jianguo FENG Jinping WANG Xin LIU Siyuan GAO Zhongjie WU Jianjun

(School of Mechanical Engineering, Liaoning Project Technology University, Fuxin 123000, China)

Abstract: Constitutive analysis of steel wire rope conveyor belt is a key problem for conveyor belt design optimization and energy conservation. Maxwell model and Burgers model based on viscoelastic theory and transient dynamics were constructed. Considering the fretting friction damping between steel wires and the mutual damping between steel wire rope and conveyor belt, a mixed constitutive model was constructed. Under the condition of 0-30 °C, the relationship between the parameters of the constitutive model was established, the simulation curve was fitted and solved by Matlab, and the accuracy of the mixed constitutive model was verified by taking 40 °C as the control group. The verification results show that the maximum error between the conveyor belt represented by this constitutive model and the experiment is 5.88%, demonstrating that this constitutive model can better characterize the rubber conveyor belt with steel wire rope core. The universality of this model is verified by the method of simulation and prediction. It provides a theoretical basis for the structural optimization and energy-saving analysis of conveyor belt.

Key words: Mixed constitutive model; Mutual damping; Wire rope conveyor belt; Temperature effect

Corresponding author: FENG Jinping, E-mail: 1656373805@qq.com

Fund: National Natural Science Foundation of China (52174115)

Received: 2024-01-01 Revised: 2024-02-17