

复杂牵连运动下船用转子-轴承系统的非线性动力学研究

杜宝祥 李明

(西安科技大学理学院力学系, 西安 710054)

摘要: 为揭示复杂牵连运动(垂荡、横荡、艏摇和纵摇)下船用转子-轴承系统的非线性动力学行为,基于 Lagrange 方程建立了包含非线性油膜力和牵连惯性力的转子-轴承系统的动力学模型。主要分析了转子转速和牵连运动参数对系统非线性动力学行为的影响。结果表明,考虑垂荡、横荡、艏摇、纵摇耦合运动后,比不考虑此运动时系统的振幅及油膜涡动区间要大;受耦合牵连运动的影响,转子会在较低转速下发生明显偏转;在一定转速下,随着垂荡幅值、横荡频率或横荡幅值的增加,系统振动响应出现由油膜涡动引起的幅值突跳现象,系统运动状态历经准周期和混沌,而随横荡频率、艏摇幅值、艏摇频率、纵摇幅值或纵摇频率的增加,系统始终处于准周期振动状态,但转子的振动幅值有不同程度的增大。

关键词: 复杂牵连运动; 船用转子-轴承系统; 非线性动力学; 非线性油膜力

中图分类号: TH113; O322 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.05.006

0 引言

船舶在航行时会受波浪力影响而呈现出各种复杂的摇荡运动响应形式(如垂荡、横荡和艏摇等的耦合运动)。在此恶劣环境下,船用设备面临着巨大考验,同时船员的不适感也会加剧。对于船舶的动力系统核心——转子系统,这类运动的影响无疑是巨大的,它可能导致转子出现故障,进而使船舶失去动力,造成“船沉人亡”的悲剧。船舶的摇荡运动会以牵连运动的形式影响到转子-轴承系统的振动特性,在此情形下转子除受到自身的不平衡激振力作用外,还受到船舶耦合牵连运动产生的附加激励的影响;此外,基础的振动会以改变轴承油膜力的形式对转子振动产生巨大影响^[1]。因此,研究牵连运动下船用转子系统的非线性动力学行为具有重要的实际工程意义。

传统转子动力学的研究通常不考虑基础的运动。然而,对于移动载体(如飞机、船舶等)中的转子-轴承系统,这种不考虑基础运动的假设显然是不合理的。近年来,考虑基础运动的转子-轴承系统动力学特性的研究逐渐增多。张鹏等^[2-4]建立了不同激励下电磁轴承-柔性转子系统的动力学方程,研究了冲击幅值和持续时间等参数对弹性支撑基础的加速度响应的影响,并基于加速度响应设计了瞬态振动前馈补偿算

法,有效抑制了冲击激励下转子系统的振动。张越等^[5]对机动飞行下磁悬浮柔性转子进行了振动响应分析,结果表明,飞机转弯和俯冲拉升运动时转子进动中心会发生偏移,转子振幅增大。陈毅等^[6]研究了水平盘旋机动飞行时双转子系统的主振动特性,建模时将机动飞行条件下转子系统上的附加载荷简化为常数激励,并综合考虑了中介轴承间隙、非线性接触等非线性因素,分析了双转子系统的主共振特性,探讨了牵连运动参数和结构参数对系统主共振特性的影响规律。GAO 等^[7]利用 Lagrange 方程建立了机动飞行中球轴承支撑的柔性非对称转子系统的数学模型,并系统地研究了机动飞行下转子系统的动力学特性。PHADATARE 等^[8]基于欧拉理论建立了简谐激励下高度柔性转子-轴承系统的动力学模型,并计算了系统的临界速度和动态响应。CHEN 等^[9-10]建立了基础激励下挤压油膜阻尼器支撑的转子系统的动力学方程,并对系统的非线性振动和分岔行为进行了研究。HOU 等^[11]利用 Lagrange 方程建立了机动飞行下弹性支撑的 Jeffcott 转子系统的运动方程,通过改变转子偏心率 E 和机动荷载 G ,发现系统可能发生次谐波共振。结果表明,偏心率 E 和机动荷载 G 越大,次谐波共振越大;当两者其中之一增加时,次谐波共振区域将扩大到更大的区域。

收稿日期: 2023-08-09 修回日期: 2023-11-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(11972282)

作者简介: 杜宝祥,男,1996年生,山东滕州人,硕士研究生;主要研究方向为转子动力学; E-mail: 442309082@qq.com。

李明(通信作者),男,1963年生,江苏苏州人,教授,博士研究生导师;主要研究方向为转子动力学、非线性振动; E-mail: Limxust@xust.edu.cn。

引用格式: 杜宝祥,李明. 复杂牵连运动下船用转子-轴承系统的非线性动力学研究[J]. 机械强度, 2025, 47(5): 46-54.

DU Baoxiang, LI Ming. Research on nonlinear dynamics of marine rotor-bearing system under complex transport motions[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(5): 46-54.

此外,部分学者对船用转子-轴承系统的振动特性进行了有益探索。张文卓等^[12]考虑了低频率、大摆幅基础运动,基于 Lagrange 方程建立了滑动轴承-转子系统的动力学模型,利用数值方法获得了系统的稳态响应,分析了转子转速和基础运动对系统动力学的影响。瓮雷等^[13]建立了考虑舰船汽轮机气流激振时的转子松动故障模型,利用分岔图、频谱图、庞加莱截面等分析了转子转速和系统主要参数对系统非线性振动特性的影响。SONI 等^[14]考虑了水波引起的船舶运动对安装在船舶上的柔性转子系统振动的影响,并通过放置适当的电磁激振器对转子的振动进行主动控制。刘镇星等^[15]建立了舰船摇摆作用下滑动轴承-直齿轮副系统动力学模型,针对齿轮副相对于摇心偏置位置的影响进行研究。XIE 等^[16-17]建立了垂荡和横摇两种牵连运动下船用转子系统耦合气囊隔振器的数学模型,利用数值方法求出其非线性振动响应,并对气囊隔振器的参数进行了优化。杜晓蕾等^[18]采用多尺度方法研究了垂荡作用下船用转子耦合气囊隔振系统的主共振情况,并用数值方法分析了系统的非线性动力学特性。上述研究大多考虑船舶的单一运动形式对船用转子系统的影响,但考虑到海面情况的复杂性,船舶会出现各种复杂的耦合摇荡运动,如果只考虑船舶单个牵连运动对船用转子-轴承系统的影响,则不能准确地反映转子在某些工况下的实际振动特性。

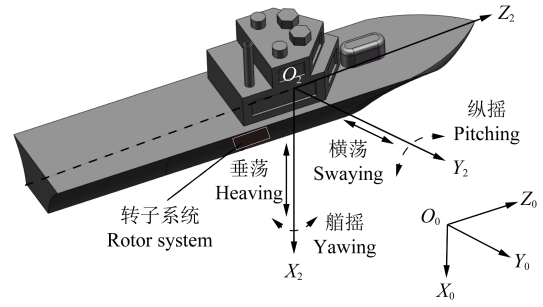
本文在考虑了转子的质量偏心 and 轴承油膜的非线性等因素后,重点分析了垂荡、横荡、艏摇和纵摇的耦合运动下船用转子-轴承系统的动力学特性,并在此基础上探讨了牵连运动参数对系统非线性动力学行为的影响,研究结果为该类转子的振动控制提供依据。

1 转子系统的动力学模型

1.1 系统的运动方程

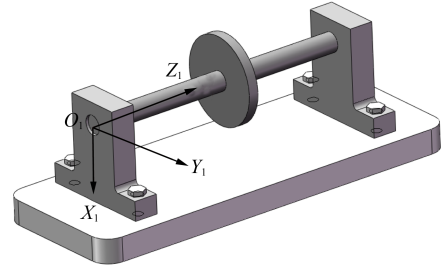
图 1 为垂荡、横荡、艏摇、纵摇耦合作用下船用转子-轴承系统的运动示意图。坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 固结于地面,坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 固结于轴承中心并随船舶转动,坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 固定在船上且与坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 平行。垂荡、横荡运动时,船舶分别沿 X_2 、 Y_2 轴平动;艏摇、纵摇运动时,船舶分别绕 O_2X_2 、 O_2Y_2 轴转动。

引入系 $(x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, \theta_{ox}, \theta_{oy})$ 来描述船舶运动, x_0, y_0, z_0 均为船舶平动位移; x_1, y_1 分别为船舶在垂荡、横荡运动下产生的位移; θ_{ox}, θ_{oy} 分别为船舶在艏摇、纵摇运动下产生的旋转角度。设 $x_1 = a_H \sin(\omega_H t)$ 、 $y_1 = a_S \sin(\omega_S t)$ 、 $\theta_{ox} = \theta_Y \sin(\omega_Y t)$ 、 $\theta_{oy} = \theta_P \sin(\omega_P t)$ 。其中, a_H, ω_H 分别为船舶垂荡的振幅和频率; a_S, ω_S 分别为船舶横荡的振幅和频率; θ_Y, ω_Y 分别为船舶艏摇



(a) 船舶牵连运动

(a) Transport motion of the ship



(b) 船用转子-轴承系统

(b) Marine rotor-bearing system

图 1 牵连运动下船用转子-轴承系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the marine rotor-bearing system under the transport motion

的振幅和频率; θ_P, ω_P 分别为船舶纵摇的振幅和频率。

为方便研究做如下假设:

1) 转子为刚性轴段, 长度为 $2l$, 转速为 ω 。

2) 圆盘质量为 m , 偏心距为 e , 绕 ox 轴或 oy 轴的转动惯量为 J_1 , 绕 oz 轴的转动惯量为 J_2 。

3) 船舶匀速航行。

系统的动能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} m \left\{ \dot{x}_1 + \cos \theta_{oy} (\dot{x} - e \omega \sin \omega t) + (\dot{y} + e \omega \cos \omega t) (\sin \theta_{ox} \sin \theta_{oy}) + (\cos \theta_{ox} \sin \theta_{oy}) \cdot [\dot{\theta}_{ox} (y + e \sin \omega t) - \dot{\theta}_{oy} (x + e \cos \omega t)] + \dot{y}_1 \cos \theta_{ox} (\dot{y} + e \omega \cos \omega t) + \sin \theta_{ox} [\dot{\theta}_{ox} (y + e \sin \omega t) - \dot{\theta}_{oy} (x + e \cos \omega t)] - \sin \theta_{oy} [\dot{x} - e \omega \sin \omega t] + \cos \theta_{ox} \cos \theta_{oy} [\dot{\theta}_{ox} (y + e \sin \omega t) - \dot{\theta}_{oy} (x + e \cos \omega t)] - \sin \theta_{oy} [\dot{\theta}_{oy} (y + e \sin \omega t)] \right\}^2 + \frac{1}{2} \left\{ J_1 [(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_{ox})^2 + (\dot{\theta}_y + \dot{\theta}_{oy})^2] + J_2 [\omega^2 + 2\omega(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_{ox}) \sin(\theta_y + \dot{\theta}_{oy})] + (J_2 - J_1) [(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_{ox}) \sin(\theta_y + \theta_{oy})]^2 \right\} \quad (1)$$

式中, x, y 为转子沿 O_1X_1, O_1Y_1 轴方向移动的位移; θ_x, θ_y 为转子绕 O_1X_1, O_1Y_1 轴转动的角度。

取绝对坐标系中 O_0 点为零势能点, 转子在绝对坐标系中的重力势能可表达为

$$U = -mgr_{ax} \quad (2)$$

式中, g 为重力加速度; r_{ax} 为转子相对于地面的垂直高度。

系统的广义坐标、广义力可分别表示为

$$\mathbf{q} = (x, y, \theta_x, \theta_y)^T \quad (3)$$

$$\mathbf{Q} = (F_{x1} + F_{x2}, F_{y1} + F_{y2}, F_{y2}l - F_{y1}l, F_{x1}l - F_{x2}l)^T \quad (4)$$

式中, F_{x1} 、 F_{y1} 为轴承左端油膜力; F_{x2} 、 F_{y2} 为轴承右端油膜力。

根据 Lagrange 方程, 系统的运动微分方程可表示为

$$\begin{cases} \ddot{x} = g \cos \theta_{oy} + e\omega^2 \cos \omega t + \dot{\theta}_{oy}^2 x - \dot{\theta}_{ox} \dot{\theta}_{oy} y + \\ \dot{x}_1 \dot{\theta}_{oy} \sin \theta_{oy} (1 - \cos \theta_{ox}) - \ddot{x}_1 \cos \theta_{oy} + \dot{y}_1 \dot{\theta}_{oy} \sin \theta_{ox} - \\ \dot{\theta}_{ox} \dot{\theta}_{oy} e \sin \omega t + \dot{\theta}_{oy}^2 e \cos \omega t + (F_{x1} + F_{x2})/m \\ \ddot{y} = e\omega^2 \sin \omega t - \dot{\theta}_{ox} \dot{\theta}_{oy} x + \dot{\theta}_{ox}^2 y - \ddot{x}_1 \sin \theta_{ox} \sin \theta_{oy} - \\ \dot{x}_1 \dot{\theta}_{oy} \sin \theta_{ox} \cos \theta_{oy} - \ddot{y}_1 \cos \theta_{ox} + 2\dot{y}_1 \dot{\theta}_{ox} \sin \theta_{ox} - \\ \dot{\theta}_{ox} \dot{\theta}_{oy} e \cos \omega t + \dot{\theta}_{ox}^2 e \sin \omega t + (F_{y1} + F_{y2})/m \\ J_1 \ddot{\theta}_x = (F_{y2} - F_{y1})l - J_2 (\dot{\theta}_y + \dot{\theta}_{oy}) - J_1 \ddot{\theta}_{ox} \\ J_1 \ddot{\theta}_y = (F_{x1} - F_{x2})l + J_2 (\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_{ox}) - J_1 \ddot{\theta}_{oy} \end{cases} \quad (5)$$

基于短轴承假设^[19], 非线性油膜力在径向和周向的表达式分别为

$$\begin{cases} F_r = 2\mu BR \left(\frac{R}{c}\right)^2 \left(\frac{B}{2R}\right)^2 [(\omega - 2\frac{d\theta}{dt}) \frac{2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} + \\ 2\frac{d\varepsilon}{dt} \frac{\pi(1 + 2\varepsilon^2)}{2(1 - \varepsilon^2)^{5/2}}] \\ F_\tau = 2\mu BR \left(\frac{R}{c}\right)^2 \left(\frac{B}{2R}\right)^2 [(\omega - 2\frac{d\theta}{dt}) \frac{\pi\varepsilon}{2(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} + \\ 2\frac{d\varepsilon}{dt} \frac{2\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^2}] \end{cases} \quad (6)$$

式中, μ 为润滑油黏度; B 为轴承长度; R 为轴承半径; c 为油膜间隙; ε 为轴颈偏心率, $\varepsilon = \sqrt{x^2 + y^2}/c$; θ 为轴颈偏转角度, $\theta = \arccos(x/\sqrt{x^2 + y^2})$ 。对 F_r 和 F_τ 进行

坐标变换, 则油膜力在 X 、 Y 方向上的表达式分别为

$$\begin{cases} F_x = -F_r \cos \theta - F_\tau \sin \theta \\ F_y = -F_r \sin \theta + F_\tau \cos \theta \end{cases} \quad (7)$$

船舶的牵连运动会使轴颈发生偏斜, 此时左侧轴颈的位置可以表示为 $e_1 = \sqrt{(x + l\theta_y)^2 + (y - l\theta_x)^2}$, $\theta_1 = \arccos[(x + l\theta_y)/e_1]$, 将 e_1 、 θ_1 分别代入式(6)、式(7)可得轴承左端油膜力 F_{x1} 、 F_{y1} 。同理, 将右侧轴颈的位置 $e_r = \sqrt{(x - l\theta_y)^2 + (y + l\theta_x)^2}$ 、 $\theta_r = \arccos[(x - l\theta_y)/e_r]$ 分别代入式(6)、式(7)可得轴承右端油膜力 F_{x2} 、 F_{y2} 。

1.2 量纲一方程

为简化计算、增强研究内容的适用性, 分别引入时间尺度 t 、油膜间隙 c 、转子质量 m 和转子转速 ω 等物理量对系统的运动微分方程进行量纲一化, 并规定 $\dot{x} = dx/dt$ 、 $\dot{y} = dy/dt$ 、 $\dot{\theta} = d\theta/dt$ 、 $X' = dX/d\tau$ 、 $Y' = dY/d\tau$ 、 $\theta' = d\theta/d\tau$ 。相关量纲一参数表达式如表1所示。

则系统量纲一运动方程表达式为

$$\begin{cases} X'' = \cos \theta_{oy} / \Omega^2 + \alpha \cos \tau + \theta_{oy}'^2 X - \theta_{ox}' \theta_{oy}' Y + \\ X_1' \theta_{oy}' \sin \theta_{oy} (1 - \cos \theta_{ox}) + Y_1' \theta_{oy}' \sin \theta_{ox} - \\ X_1'' \cos \theta_{oy} - \theta_{ox}' \theta_{oy}' e \sin \omega t + \theta_{oy}'' \alpha \cos \tau + \\ (f_{x1} + f_{x2}) / \Omega^2 \\ Y'' = \alpha \sin \tau - \theta_{ox}' \theta_{oy}' X + \theta_{ox}'^2 Y - X_1'' \sin \theta_{ox} \sin \theta_{oy} - \\ X_1' \theta_{oy}' \sin \theta_{ox} \cos \theta_{oy} - Y_1' \cos \theta_{ox} + 2Y_1' \theta_{ox}' \sin \theta_{ox} - \\ \theta_{ox}' \theta_{oy}' \alpha \cos \tau + \theta_{ox}'^2 \alpha \sin \tau + (f_{y1} + f_{y2}) / \Omega^2 \\ \theta_x'' = \frac{(f_{y2} - f_{y1})L}{2\rho_1^2 \Omega^2} - \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} (\theta_y' + \theta_{oy}') - \theta_{ox}'' \\ \theta_y'' = \frac{(f_{y2} - f_{y1})L}{2\rho_1^2 \Omega^2} + \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} (\theta_x' + \theta_{ox}') - \theta_{oy}'' \end{cases} \quad (8)$$

表1 系统的量纲一参数

Tab. 1 Dimension one parameters of the system

量纲一参数 Dimension one parameter	表达式 Expression	量纲一参数 Dimension one parameter	表达式 Expression
时间 Time τ	$\tau = \omega t$	纵摇频率比 Pitching frequency ratio η_p	$\eta_p = \Omega_p / \Omega$
偏心距 Eccentricity α	$\alpha = e/c$	垂荡幅值 Heaving amplitude A_H	$A_H = a_H/c$
转子转速 Rotor speed Ω	$\Omega = \sqrt{c\omega^2/g}$	横荡幅值 Swaying amplitude A_S	$A_S = a_S/c$
垂荡频率 Heaving frequency Ω_H	$\Omega_H = \sqrt{c\omega_H^2/g}$	X向位移 X-direction displacement X	$X = x/c$
横荡频率 Swaying frequency Ω_S	$\Omega_S = \sqrt{c\omega_S^2/g}$	Y向位移 Y-direction displacement Y	$Y = y/c$
船摇频率 Yawing frequency Ω_Y	$\Omega_Y = \sqrt{c\omega_Y^2/g}$	Sommerfeld 数 Sommerfeld number σ	$\sigma = \bar{\sigma}/(m\sqrt{gc})$
纵摇频率 Pitching frequency Ω_p	$\Omega_p = \sqrt{c\omega_p^2/g}$	油膜力 Oil film force f_i	$f_i = F_i/(mg), i = x, y$
垂荡频率比 Heave frequency ratio η_H	$\eta_H = \Omega_H/\Omega$	转子 1/2 长度 1/2 length of the rotor L	$L = l/c$
横荡频率比 Swaying frequency ratio η_S	$\eta_S = \Omega_S/\Omega$	长径比 Aspect ratio λ	$\lambda = B/(2R)$
船摇频率比 Yawing frequency ratio η_Y	$\eta_Y = \Omega_Y/\Omega$	惯性半径 Radius of inertia ρ_i	$\rho_i = \sqrt{J_i/mc^2}, i = 1, 2$

2 非线性动力学分析

式(8)中含有与非线性油膜力和船舶牵连惯性力相关的非线性函数,难以求出其解析解或近似解。为研究系统的非线性动力学行为,采用4阶Runge-Kutta法对其进行数值求解。给定系统初始值分别为 $X = 0.2, X' = 0, Y = 0.05, Y' = 0, \theta_x = 0, \theta'_x = 0, \theta_y = 0, \theta'_y = 0$ 。转子系统的结构参数取值如表2所示。

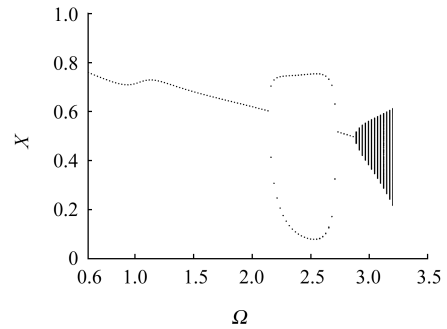
表2 转子系统的量纲一参数取值

Tab. 2 Values of dimension one parameters of the rotor system

量纲一参数 Dimension one parameter	值 Value
长径比 Aspect ratio λ	0.2
Sommerfeld数 Sommerfeld number σ	3
偏心距 Eccentricity α	0.05
转子 1/2 长度 1/2 length of the rotor L	22
圆盘对纵轴的惯性半径 Inertia radius of the disk to the longitudinal axis ρ_1	10
圆盘对横轴的惯性半径 Inertia radius of the disk to the horizontal axis ρ_2	12

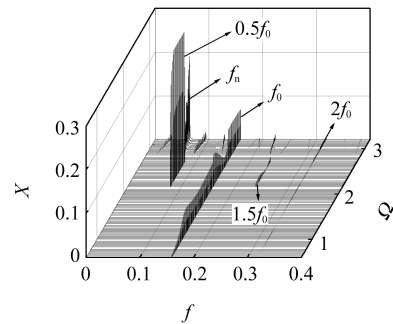
2.1 不考虑船舶运动时系统的动力学特性

图2为不考虑船舶运动时系统的分岔图和频谱瀑布图。由图2可知,系统的动力学行为直接受到转子转速影响。为进一步讨论转子转速对系统非线性振动特性的影响,得到了转子在代表性转速 $\Omega = 1.20、2.40、3.20$ 时的轴心轨迹及庞加莱截面,如图3所示。由图3可知,当代表性转速 $\Omega < 2.15$ 时,系统为稳定的周期1运动,对应的频谱瀑布图中主要表现为工频 f_0 及其2倍频 $2f_0$,此时系统振动主要受转子不平衡力的影响。图3(a)中,转子中心绕静平衡位置作椭圆运动,且幅值较小,庞加莱截面为1个孤立的吸引子;当 $\Omega = 2.15$ 时,系统发生倍周期分岔,进入周期2运动状态,相应的频谱图中新增了半频 $0.5f_0$ 及频率 $1.5f_0$,其中半频 $0.5f_0$ 的占比远大于其他频率,油膜涡动主导转子振动;当达到 $\Omega = 2.73$ 时,系统运动状态



(a) 分岔图

(a) Diagram of the bifurcation



(b) 频谱瀑布图

(b) Diagram of the spectrum waterfall

图2 系统的分岔图和频谱瀑布图(不考虑船舶的运动)

Fig. 2 Bifurcation diagram and spectrum waterfall diagram of the system (excluding ship motions)

从周期2返回至周期1,位移幅值突降,对应频谱中半频 $0.5f_0$ 及频率 $1.5f_0$ 消失,非线性油膜力几乎不再影响转子的振动,转子主要表现为工频振动; Ω 增大到2.88时,系统发生准周期分岔,对应频谱中成分变得比较复杂,其中稍小于半频 $0.5f_0$ 的频率 f_n 占主要部分,且其对应的幅值随转速的增加而不断增大。图3(c)中,转子的稳态响应在1个环域内为较为复杂的准周期振荡,庞加莱截面为1条封闭曲线,系统处在准周期振动状态。综上所述,转速由0.40增大至3.40的过程中,系统运动状态变化过程为P-1→P-2→P-1→准周期。

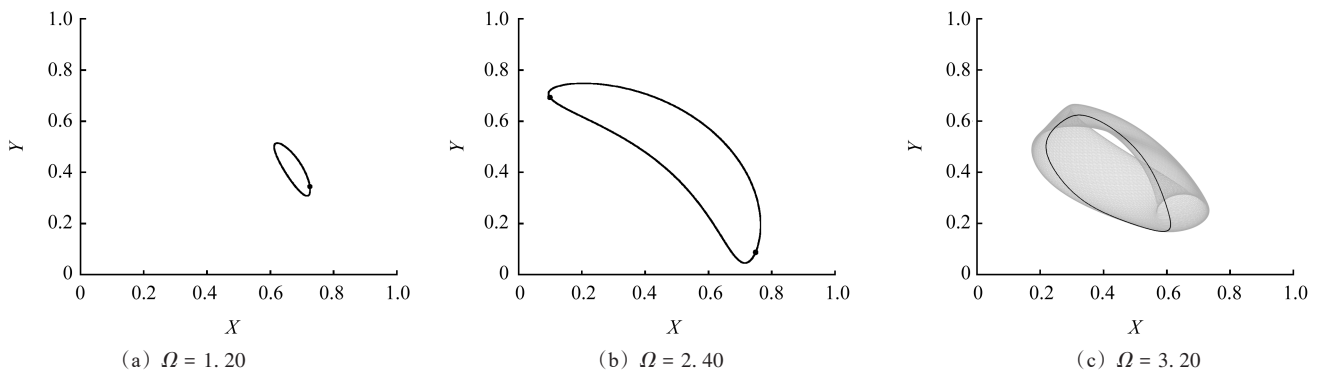


图3 不同转速下系统的轴心轨迹及庞加莱截面

Fig. 3 Axis orbit and Poincaré section of the system under different speeds

2.2 考虑船舶运动时系统的动力学特性

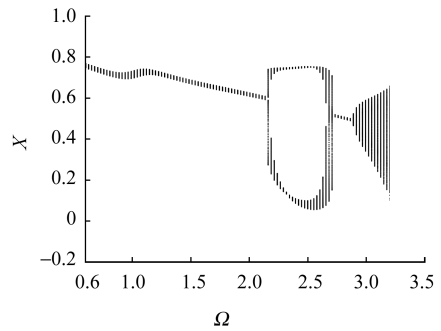
图4为转速从0.60增大到3.20时,系统的分岔

图和频谱瀑布图。当 $\Omega < 2.15$ 时,系统作准周期运动,对应的瀑布图中存在大幅值的工频 f_0 、小幅值的

频率 $2f_0$ 和牵连运动频率 f_T ; 在 Ω 为 2.15 时, 系统发生准周期分岔, 进入上、下两支的准周期运动状态, 对应频谱中新增半频 $0.5f_0$ 与频率 $1.5f_0$, 并且半频 $0.5f_0$ 成分特别突出; Ω 增大到 2.72 时, 系统经过倒分岔重回至 1 支的准周期运动状态, 对应频谱中半频 $0.5f_0$ 与频率 $1.5f_0$ 消失; Ω 达到 2.88 时, 系统位移幅值突增, 对应的瀑布图中频谱成分变得更为复杂, 并且出现连续谱, 系统进入混沌状态。相较于不考虑船舶运动时系统出现的简单周期同步振动, 考虑船舶运动后的系统表现出的动力学特性更加丰富。

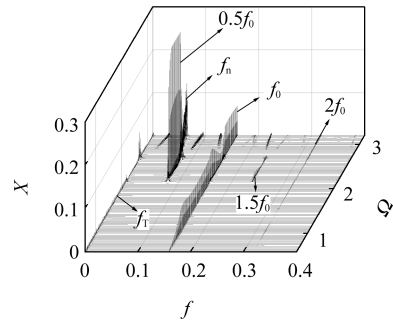
图 5 所示为转子在 Ω 分别为 1.56、2.68、3.12 时的稳态响应。当 $\Omega = 1.56$ 时, 系统的轴心轨迹与两端轴颈轨迹有明显差异, 这说明船舶牵连运动引起的非线性油膜力矩使转子在轴瓦内发生偏转, 出现明显的进动现象。在频域响应中工频 f_0 成分突出, 2 倍频 $2f_0$ 、牵连运动频率 f_T 及其倍频 $2f_T$ 对应的幅值较小, 转子主要表现为大幅值的工频振动, 叠加小幅值的牵连运动频率振动。在时域响应中能够分别看出牵连运动引起的大周期振动、转子偏心引起的小周期振动, 位移幅值随时间变化较小。庞加莱截面为由一系列点组成的曲线段, 这些响应特征表明, 系统此时处于准周期振动状态。

当 Ω 为 2.68 时, 从轴心轨迹来看, 转子在“水滴”区域内为较为复杂的准周期振荡, 相比 $\Omega = 1.56$ 时的稳态响应, 转子振幅显著增大。两端轴颈的运动轨迹和轴心稍有区别, 随转速的增加, 转子偏转的角度有所减小。在频域响应中存在工频 f_0 及其 2 倍频 $2f_0$ 、半频 $0.5f_0$ 及频率 $3f_0$ 、牵连运动频率 f_T 及其倍频分量, 其中半频 $0.5f_0$ 对应的幅值远大于其他频率, 牵连运动



(a) 分岔图

(a) Diagram of the bifurcation



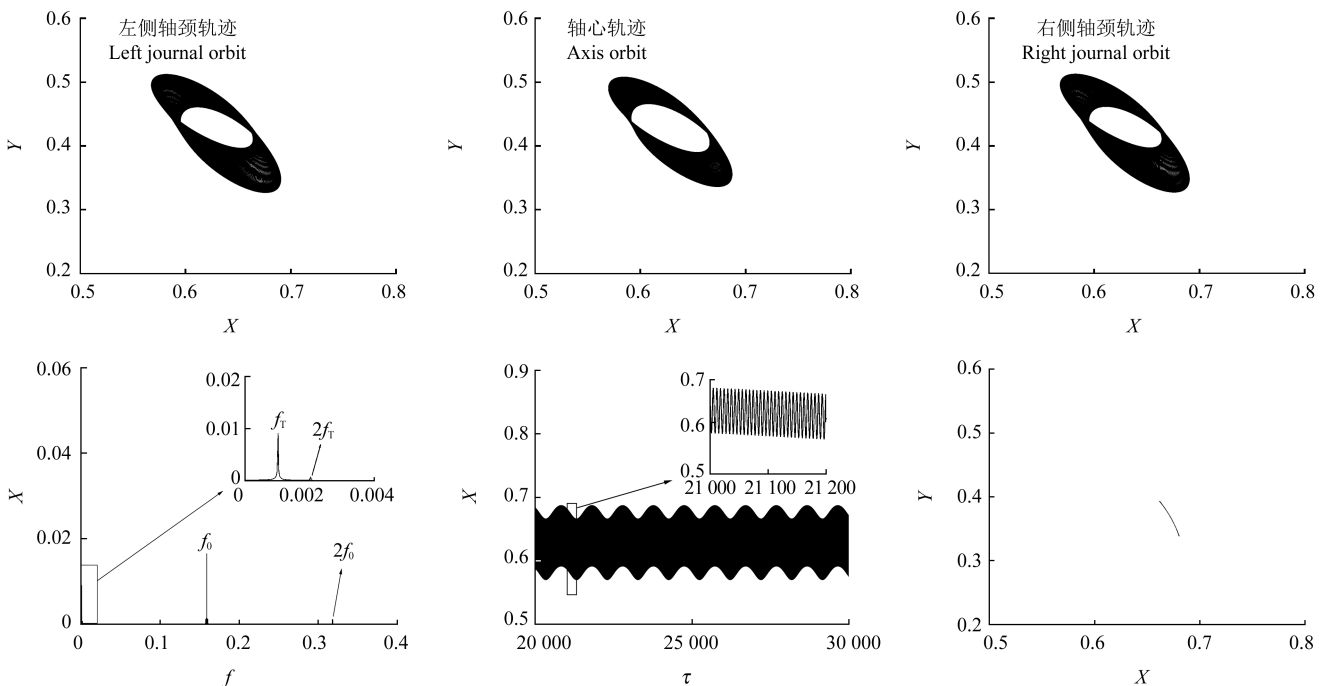
(b) 频谱瀑布图

(b) Diagram of the spectrum waterfall

图 4 系统的分岔图和频谱瀑布图(考虑船舶运动)

Fig. 4 Bifurcation diagram and spectrum waterfall diagram of the system (considering ship motions)

频率 f_T 和工频 f_0 的幅值占比次之, 该转速下非线性油膜力主导转子振动, 并与牵连惯性和转子不平衡力共同影响着转子振动。在时域响应中可以看出, 随时间变化位移幅值较大。庞加莱截面表现为曲线的复杂缠绕, 其本质仍为 1 条封闭曲线。在此转速下, 系统运动是准周期的。



(a) $\Omega = 1.56$

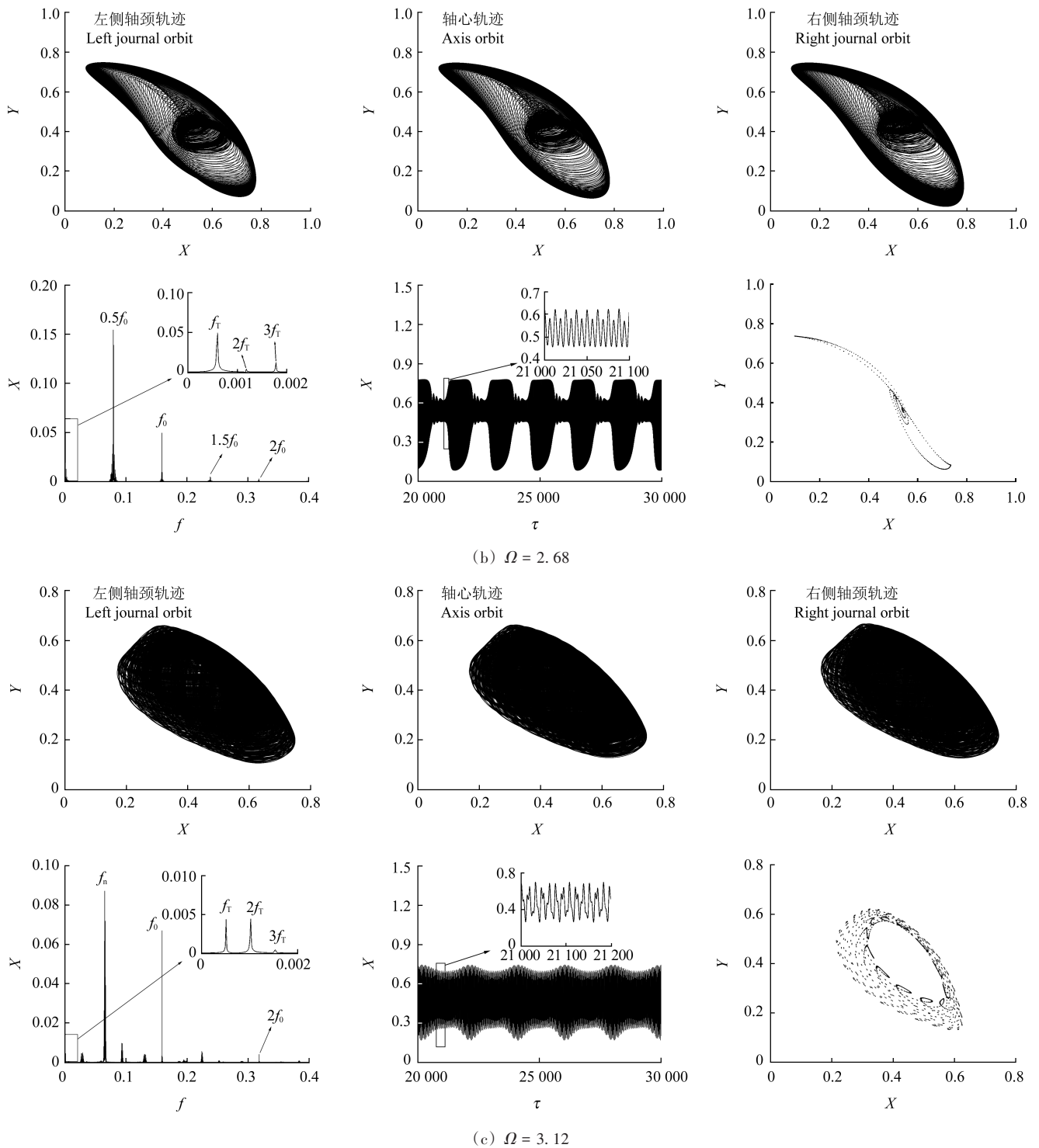


图 5 不同转速下系统的稳态响应

Fig. 5 Steady-state response of the system under different speeds

当 Ω 为 3.12 时,轴心轨迹看似相交,实则永不重复,系统垂向和横向振动幅值都比较大。两端轴颈轨迹和轴心轨迹基本一致,意味着船舶的牵连运动几乎不会使转子发生偏斜。频谱图中成分复杂,并出现多处连续谱,其中油膜振荡频率 f_{OT} 和工频 f_0 占比相当,且为主要成分。由时域响应的放大图可以看出,位移随时间变化毫无规律。庞加莱截面表现为散落在环形区域的无规则点集。此时,系统处于混沌运动状态。

图 6 比较了不考虑船舶运动和考虑船舶运动两组工况下系统振幅和转速的关系。由图 6 可以看出,在任意转速下考虑船舶运动时系统的振幅比不考虑此运动时要大。随转子转速增加,两组工况下的幅频曲线均出现 3 个共振峰。此外,考虑船舶耦合运动后,比不考虑此运动时系统的油膜涡动区间更大,这意味着船舶牵连运动会对非线性油膜力产生影响。

图 7 所示为系统振幅随转子升降速变化曲线。在

进行转子升降速稳态响应的计算时,使用上一转速的最后一组系统稳态响应解作为下一转速的初值进行计算。由图7可知,在 Ω 分别为2.15、2.72、2.88附近出现幅值突跳现象,这和图4中转子振动状态改变(频谱成分改变)时对应的转速是一致的;值得注意的是,在 $\Omega = 2.72$ 附近时系统出现了明显的双稳态现象。

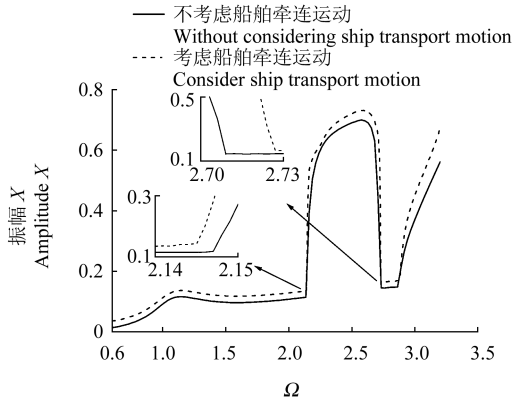


图6 系统振幅和转速关系

Fig. 6 Relation of system vibration amplitudes with speeds

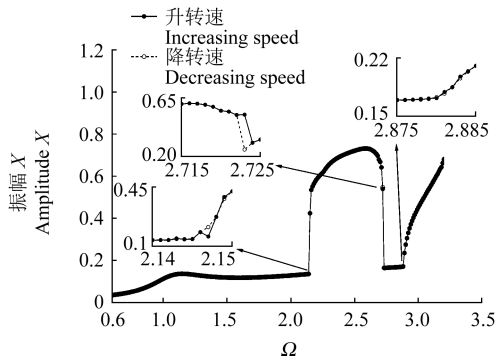


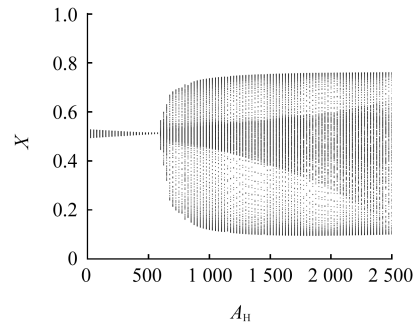
图7 系统振幅随转子升降速变化曲线

Fig. 7 Variation curves of the system amplitude varying with the rotor speed increase/decrease

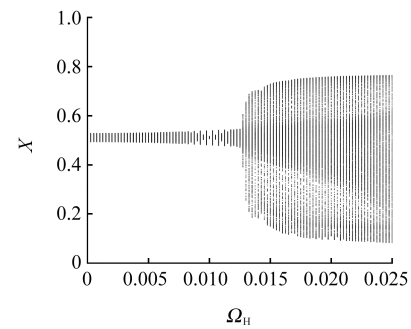
2.3 牵连运动参数对系统动力学行为的影响

研究表明,船舶牵连运动会影响转子系统的振动特性。本节将分别讨论垂荡、横荡、艏摇、纵摇的参数对系统动力学行为的影响。图8为 $\Omega = 2.75$ 时,系统位移随牵连运动参数变化的分岔图。由图8(a)可知,当垂荡幅值 $A_H < 600$ 时,系统作准周期运动,位移幅值随 A_H 增加近乎线性减小;当 $A_H = 600$ 时,系统开始出现油膜涡动,转子振幅骤增,系统运动表现为弱混沌振动;随着 A_H 的继续增加,系统的混沌现象逐渐明显,位移幅值先以曲线形式增大,然后基本保持不变。由图8(b)可以看出,当垂荡频率 $\Omega_H < 0.013$ 时,系统处于准周期运动状态,位移幅值随 Ω_H 增加成非线性增大;在 $\Omega_H = 0.013$ 时,系统位移幅值突增,进入混沌运动状态;随着 Ω_H 的继续增加,系统位移幅值以曲线形式增大,系统的混沌现象愈发明显。由图8(c)可见,当横荡幅值 $A_S < 2025$ 时,随着 A_S 的增加,系统位移幅值先小幅减小,而后逐渐增大,系统表现

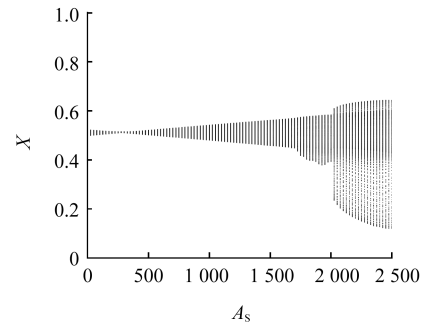
为准周期运动状态;当 $A_S = 2025$ 时,系统位移幅值骤增,系统进入弱混沌振动状态;随着 A_S 的继续增加,系统位移幅值成非线性增大,系统的混沌现象愈加明显。由图8(d)~图8(h)不难看出,横荡频率、艏摇幅值、艏摇频率、纵摇幅值或纵摇频率变化时,系统始终处于准周期振荡。随着横荡频率或纵摇幅值的增加,系统位移幅值成非线性增加;而随着艏摇幅值、艏摇频率或纵摇频率的增加,系统位移幅值呈小幅增大。



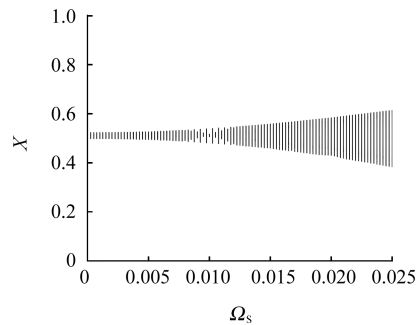
(a) 垂荡幅值
(a) Heaving amplitude



(b) 垂荡频率
(b) Heaving frequency



(c) 横荡幅值
(c) Swaying amplitude



(d) 横荡频率
(d) Swaying frequency

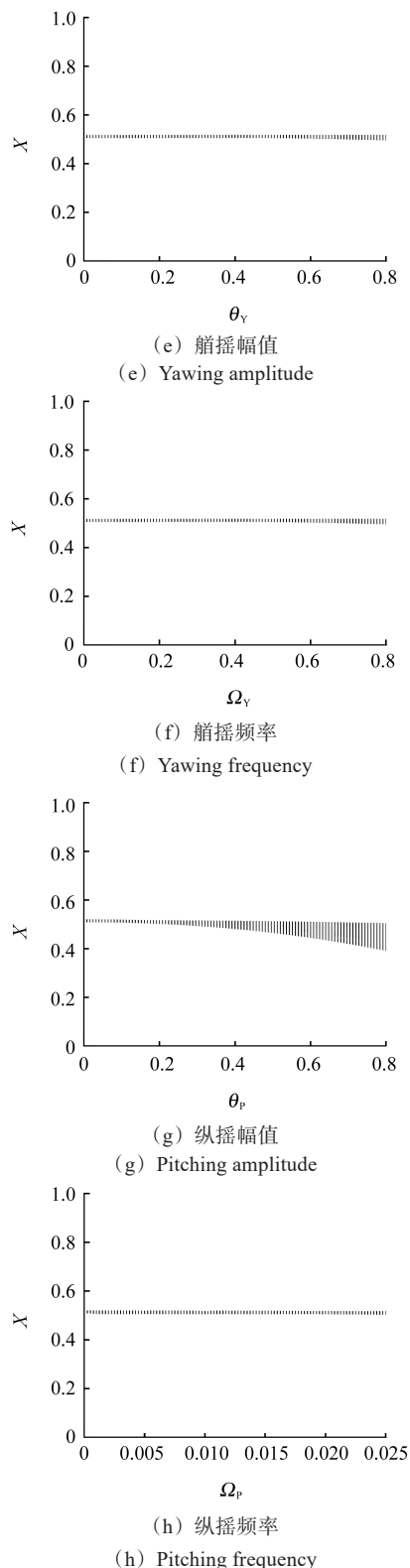


图 8 系统位移随牵连运动参数变化的分岔图

Fig. 8 Bifurcation diagram of the system displacement changing with parameters of the transport motion

3 结论

基于 Lagrange 方程推导了垂荡、横荡、艏摇和纵摇的耦合作用下船用转子-轴承系统的运动微分方程,由方程可知,耦合牵连运动下的转子系统是一个具有强非线性特征的 4 自由度的非自治系统。采用数值方法

求解系统的稳态响应,并着重讨论了转子转速、牵连运动参数等对转子系统振动特性的影响。得出结论如下:

1) 考虑垂荡、横荡、艏摇和纵摇耦合运动后,转子振幅比不考虑此耦合运动时更大;转子会在轴瓦内发生偏转,且在转子转速较低时偏转角度较大;随转子转速的增加,系统的振幅响应存在振幅突跳现象,经历准周期和混沌两种运动状态。

2) 一定转速下,当垂荡幅值、横荡频率或横荡幅值的取值较大时,会诱发油膜涡动。转子运动状态由准周期突变到混沌,而横荡频率、艏摇幅值、艏摇频率、纵摇幅值或纵摇频率的取值通常不会影响转子的运动状态,转子始终为准周期运动;转子振幅随着横荡频率或纵摇幅值的增加成非线性增大,而随着艏摇幅值、艏摇频率或纵摇频率的增加基本保持不变。

参考文献 (References)

- [1] 韩永超. 垂荡、横荡作用下船用转子-轴承系统的非线性动力学特性研究[D]. 西安:西安科技大学,2019:1-84.
HAN Yongchao. Nonlinear dynamics characteristics of marine rotor-bearing system under heaving and rolling [D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2019: 1-84. (In Chinese)
- [2] 张鹏,祝长生,李翁衡. 基础冲击作用下弹性支撑的电磁轴承-柔性转子系统振动特性及瞬态振动主动抑制策略[J]. 振动工程学报,2024,37(9):1513-1522.
ZHANG Peng, ZHU Changsheng, LI Wengheng. Vibration characteristics and active control strategy of an active magnetic bearing-flexible rotor system with elastic support under impact load [J]. Journal of Vibration Engineering, 2024, 37(9): 1513-1522. (In Chinese)
- [3] 陈润田,祝长生. 基础平动激励下的电磁轴承-柔性转子系统振动控制研究[J]. 机电工程,2021,38(6):673-680.
CHEN Runtian, ZHU Changsheng. Vibration control of active magnetic bearing-flexible rotor system under base translational excitation [J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2021, 38(6): 673-680. (In Chinese)
- [4] 蒋科坚,祝长生,乔晓利,等. 移动载体上电磁轴承-转子系统的基础激励振动主动抑制[J]. 机械工程学报,2014,50(11):108-118.
JIANG Kejian, ZHU Changsheng, QIAO Xiaoli, et al. Suppressing vibration due to base motion for active magnetic bearings-rotor system equipped on moving carrier [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(11): 108-118. (In Chinese)
- [5] 张越,周瑾,金超武,等. 机动飞行下机载磁悬浮转子振动响应[J]. 航空发动机,2022,48(4):6-12.
ZHANG Yue, ZHOU Jin, JIN Chaowu, et al. Vibration response of airborne magnetic levitation rotor under maneuvering flight [J]. Aeroengine, 2022, 48(4): 6-12. (In Chinese)
- [6] 陈毅,侯磊,林荣洲,等. 机动飞行环境下双转子系统主共振特性分析[J]. 航空学报,2022,43(1):224841.
CHEN Yi, HOU Lei, LIN Rongzhou, et al. Analysis of primary resonance characteristics of dual-rotor system in maneuvering flight

- environment[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(1):224841. (In Chinese)
- [7] GAO T, CAO S, SUN Y. Nonlinear dynamic behavior of a flexible asymmetric aero-engine rotor system in maneuvering flight [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(10):2633-2648.
- [8] PHADATARE H, CHOUDHARY B, PRATIHER B. Evaluation of nonlinear responses and bifurcation of a rotor-bearing system mounted on moving platform [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 90(1):493-511.
- [9] CHEN X, GAN X, REN G. Nonlinear responses and bifurcations of a rotor-bearing system supported by squeeze-film damper with retainer spring subjected to base excitations [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 102(4):1-35.
- [10] CHEN X, GAN X, REN G. Dynamic modeling and nonlinear analysis of a rotor system supported by squeeze film damper with variable static eccentricity under aircraft turning maneuver [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 485:115551.
- [11] HOU L, CHEN Y S. Analysis of 1/2 sub-harmonic resonance in a maneuvering rotor system [J]. *Science China Technological Sciences*, 2014, 57(1):203-209.
- [12] 张文卓, 李明, 韩永超. 低频大摆幅基础运动对滑动轴承-转子系统动力学特性的影响 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(7):81-88. ZHANG Wenzhuo, LI Ming, HAN Yongchao. Effects of low frequency and large swing base motion on dynamic characteristics of sliding bearing-rotor system [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(7):81-88. (In Chinese)
- [13] 瓮雷, 张磊, 刘东. 舰船汽轮机汽流激振时转子松动故障振动分析 [J]. *舰船科学技术*, 2020, 42(11):126-131. WENG Lei, ZHANG Lei, LIU Dong. Vibration analysis of rotor loosening fault of ship steam turbine under steam flow excitation [J]. *Ship Science and Technology*, 2020, 42(11):126-131. (In Chinese)
- [14] SONI T, DAS A, DUTT J. Active vibration control of ship mounted flexible rotor-shaft-bearing system during seakeeping [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 467:115406.
- [15] 刘镇星, 刘占生, 于香宇, 等. 舰船摇摆作用下滑动轴承-齿轮副系统动力学分析 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(17):226-234. LIU Zhenxing, LIU Zhansheng, YU Xiangyu, et al. Dynamic analysis of journal bearing-gear system under swing movement of the ship [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(17):226-234. (In Chinese)
- [16] XIE X, LI M, WANG J. Nonlinear vibration behaviors of marine rotor system coupled with floating raft-airbag-displacement restrictor under ship heaving motion [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2021, 13(12):1-20.
- [17] XIE X, LI M, DU X L. Nonlinear dynamics of marine rotor-bearing system coupled with vibration isolation structure subject to ship rolling motion [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2022, 103:344-359.
- [18] 杜晓蕾, 李明. 垂荡激励下船用旋转机械-气囊隔振系统的非线性振动机理 [J]. *振动工程学报*, 2021, 34(4):782-789. DU Xiaolei, LI Ming. Mechanism of nonlinear vibration of the marine rotating machinery with air-bag system under heaving motion [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(4):782-789. (In Chinese)
- [19] HAN Y, LI M. Nonlinear dynamic characteristics of marine rotor-bearing system under heaving motion [J]. *Shock and Vibration*, 2019(1):7683952.

Research on nonlinear dynamics of marine rotor-bearing system under complex transport motions

DU Baoxiang LI Ming

(Department of Mechanics, School of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: In order to reveal the nonlinear dynamics behavior of the marine rotor-bearing system under complex transport motions (heaving, swaying, yawing and pitching), the dynamical model of the rotor-bearing system with the nonlinear oil film force and transport inertial forces was built based on, Lagrange's equation. The effects of the rotating speed and transport motion parameters on the nonlinear dynamics behaviors of the system were mainly analyzed. The results show that the amplitude and oil film whirl interval of the system are larger when considering the coupling motion of heaving, swaying, yawing and pitching than those when not considering this motion. Affected by the coupled transport motion, the rotor will deflect obviously at a lower speed. At a certain rotational speed, with the increase of heaving amplitude, swaying frequency or swaying amplitude, the amplitude jump phenomenon caused by the oil whirl appears in the vibration response of the system, and the motion state of the system undergoes quasi-periodic and chaos. With the increase of swaying frequency, yawing amplitude, yawing frequency, pitching amplitude or pitching frequency, the system is always in a quasi-periodic vibration state, but the vibration amplitude of the rotor increases in varying degrees.

Key words: Complex transport motion; Marine rotor-bearing system; Nonlinear dynamics; Nonlinear oil film force

Corresponding author: LI Ming, E-mail: Limxust@xust.edu.cn

Fund: National Natural Science Foundation of China (11972282)

Received: 2023-08-09 Revised: 2023-11-27