

多自由度机械臂关节运动控制研究

李美强¹ 马庆禄¹ 闫浩¹ 余腾伟²

(1. 重庆交通大学 交通运输学院, 重庆 400074)

(2. 重庆交通大学 机电与车辆工程学院, 重庆 400074)

摘要: 机械臂结构具有高度非线性和强耦合等特点,高精度运动控制一直是国内外学者关注的热点问题。以AR4机械臂为研究对象,对机械臂控制影响较大的正、逆运动学进行系统的分析,确定机械臂相应结构参数,利用D-H法求解机械臂正、逆运动学数值计算模型。针对机械臂在空间运动中关节卡顿产生的抖动现象,采用三次样条插值算法进行优化。在笛卡儿空间规划中采用直线插补法减少末端执行器运动距离,通过Matlab仿真得出具体规划点,满足设计要求。最后,利用SolidWorks建立机械臂的三维模型并生成统一机器人描述格式(Unified Robot Description Format,URDF)模型,使用MoveIt进行实际机械臂在关节空间和笛卡儿空间的轨迹规划,通过RViz展示运动过程。试验结果表明,加入三次样条插值算法后,机械臂关节电动机能够保持稳定的运转,相对于无三次样条插值算法,关节轨迹曲率分别降低了15.4%、35.6%、21.3%、26.8%、18.98%和45.7%,有效解决了关节运动过程中的抖振问题,实现了机械臂平稳运动。

关键词: 六自由度机械臂; 正逆运动学; 三次样条插值; 运动控制

中图分类号: TP241.1 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.02.018

0 引言

随着科学技术发展,多自由度机械臂位置控制技术也在不断进步,与机械臂相关的工业制造,医疗技术与生产劳动行业对机械臂位置控制能力提出了更高的要求^[1],高精度的机械臂位置准确控制对于生产生活具有重要意义^[2]。

近年来,国内外学者针对机械臂位置控制展开研究并取得一系列成果^[3]。夏细明^[4]针对机械臂腕关节控制灵活性差的问题,采用比例-微分控制方法来提高机械臂控制灵活性。李元春等^[5]为了解决受环境因素干扰的机械臂系统,提出了一种自适应神经网络控制方法。这一方法的核心在于使用雅可比矩阵将末端执行器的力投影到各个关节上,同时引入了滑模控制项,以保证系统的闭环稳定性。自适应神经网络根据环境变化自动调整控制策略,提高了机械臂系统的鲁棒性。徐学义^[6]对机械臂控制提出基于反向传播(Back Propagation, BP)神经网络的虚拟参考反馈方法控制策略,虚拟反馈方法负责理想控制器的输入输出数据, BP神经网络负责辨识理想控制器。赵韩等^[7]使

用Udwadia和Kalaba的分析方法,得到控制电动机的转矩,从而实现对机械臂位置的控制,该方法的计算复杂度低。刘杰等^[8]设计一种双回路控制方案,解决弹性关节控制性能差的问题,内环采用自适应控制器应对参数不确定性,外环采用模糊比例积分控制器减小外部干扰对负载的影响。该方案能有效维持机械臂的状态。宁海成^[9]为解决机械臂控制能力差的问题,引入了非线性微控制方法,构建全面的机械臂运动控制模型。这一方法具备高度精确的位置控制能力,在复杂工作场景时有卓越的表现。梁艳芳等^[10]针对机械臂外界环境干扰出现控制精度低的问题,在两个不同的控制方向上应用不同的滑模控制器,该方法能使系统的响应速度得到一定的提高。戚毅凡等^[11]针对在未知环境下容易出现机械臂柔顺控制问题,提出改进的神经网络阻抗控制策略,利用粒子群优化网络权值矩阵,并设计阻抗控制器,该控制器的抗干扰力较强。黄自鑫等^[12]针对三连杆机械臂中间关节欠驱动问题,提出基于轨迹规划的末端点位置控制策略,利用差分方法计算关节与目标点的角度,采用双向法规划驱动连杆的运动轨迹。郑先杰等^[13]针对多

收稿日期: 2023-07-02 修回日期: 2023-09-14

基金项目: 交通工程应用机器人重庆市工程实验室2022年度开放课题(CELTEAR-KFKT-202301); 国家自然科学基金项目(52072054); 重庆市技术创新与应用发展专项重点项目(cstc2021jsex-cylh0026)

作者简介: 李美强,男,1996年生,四川达州人,硕士研究生; 主要研究方向为机械臂控制与运动规划; E-mail:1904621608@qq.com。

马庆禄(通信作者),男,1980年生,陕西渭南人,博士,教授; 主要研究方向为智能交通、隧道安全; E-mail:mq1360@qq.com。

引用格式: 李美强,马庆禄,闫浩,等. 多自由度机械臂关节运动控制研究[J]. 机械强度,2025,47(2):147-158.

LI Meiqiang, MA Qinglu, YAN Hao, et al. Research on joint motion control for multi-degree-of-freedom manipulators[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(2):147-158.

关节机械臂控制的复杂性,将机械臂的复杂非线性模型等价于增量式线性模型,为高效而精确的控制奠定了基础,设计了一种自适应控制方法,借助雅可比矩阵末端控制器,能够智能地适应机械臂系统在不同工作情境下的变化,确保系统在执行任务时保持闭环稳定性,所提出的算法能够满足机械臂稳定控制的要求。段纯等^[14]针对在未知环境下容易出现机械臂柔顺控制问题,设计逆动力学控制器,利用反演滑模控制获得电动机转矩控制函数,并将转矩与当前信息相结合来精确控制机械臂。倪杭等^[15]针对机械臂控制时候存在障碍物的问题,设计实时位置控制的算法,在障碍物周围划分位置警戒区,设置两种运动策略分别针对末端有障碍物和末端无障碍物的情况,该方法在机械臂末端有障碍物时表现良好,能及时避开障碍物。赵寅甫等^[16]针对机械臂在生产中的训练时间较长的问题,提出基于深度学习的机械臂动作训练方法,该方法将训练分为简化2D模型训练和复杂3D模型训练,设置不同的奖励函数和状态向量,大幅缩短了机械臂动作训练时间。谭丹丹^[17]提出自适应变阻抗控制算法,将机械臂的受力分为环境外力和自身的内力,并针对内外力设计了对应的变阻抗控制算法实现对机械臂位置的同时控制。李树荣等^[18]针对机械臂长期运行后齿轮间隙扩大使得系统控制性能降低的问题,提出自适应位置控制策略保证闭环系统的稳定性,利用包含位置误差的线性滑模项设计位置控制器。FRANCESCHETTI 等^[19]使用深度神经网络对机械臂进行任务训练,相对于其他方法而言,该方法在控制精度方面表现出更高的水平,还能够更短的时间内完成训练。CHEN 等^[20]利用柔性补偿奇异摄动技术,解决机械臂柔性关节控制问题,建立奇异摄动校正模型。该模型可有效补偿和校正柔性关节,提高机械臂控制精度和稳定性。BIGLARBEGLIAN 等^[21]针对多关节的机械臂轨迹跟踪出现失败的问题,提出区间二型TSK(Takagi、Sugeno、Kang)模糊控制方法,该方法能够提高机械臂轨迹跟踪的性能。

上述研究在很大程度上提高了机械臂的运动控制水平,针对AR4机械臂在空间位置控制中存在抖动现象,在关节空间中采用三次样条插值算法进行优化,对机械臂的正运动学与逆运动学理论进行分析,确定AR4机械臂的结构参数,根据D-H(Denavit-Hartenberg)方法确定机械臂的正运动学与逆运动学计算模型。利用SolidWorks建立机械臂三维模型,使用sw2urdf插件将机械臂转换为统一机器人描述格式

(Unified Robot Description Format, URDF)模型,实现MoveIt控制机械臂。在关节空间和笛卡儿空间分别使用三次样条曲线插补算法和直线插补法进行优化,使机械臂在位置控制中能保持连续平稳运转,减少末端执行器运动距离,解决控制过程中的抖振问题。

1 六自由度机械臂运动学分析

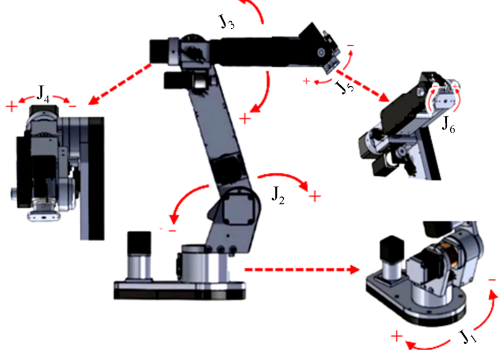
1.1 AR4机械臂的结构与参数

针对AR4六自由度机械臂进行研究,总共由6个关节组成,且各个关节均为旋转关节。图1为AR4机械臂和每个关节运动示意图。AR4机械臂质量为15 kg,垂直运动距离为824 mm,水平运动距离为933 mm,末端最大负载为2 kg,工作半径最大可以达到565 mm。



(a) AR4 机械臂

(a) AR4 manipulator



(b) 各个关节运动方向

(b) Motion direction of each joint

图1 AR4机械臂实体与运动示意图

Fig. 1 AR4 manipulator and motion diagram

通过D-H法可以建立AR4机械臂的关节坐标系^[22],根据AR4机械臂的参数和D-H坐标系,可以得到对应的D-H参数表,如表1所示。

在表1中, θ_i 为机械臂连杆转角; d_i 为相邻两个连杆的距离; a_i 为两个关节的连杆长度; α_i 为当前关节连

杆相对上个关节连杆的扭角; γ_i 为电动机关节角的转动范围。机械臂的正运动学是指根据给定的关节角度和位姿,通过关节的移动和旋转计算末端执行器的位置和姿态。相反地,机械臂的逆运动学是指在已知末端位姿的条件下,推导计算每个关节电动机的角度。在逆运动学求解中,可以选择最优解中的一组解。运动学求解的流程和步骤如图 2 所示。

表 1 机械臂 D-H 参数

Tab. 1 D-H parameter of the manipulator

i	$\theta_i/(\circ)$	d_i/mm	a_i/mm	$\alpha_i/(\circ)$	$\gamma_i/(\circ)$
1	0	100	100	90	-180~+180
2	90	130	334	0	-115~+115
3	0	0	300	90	-90~+90
4	0	267	0	-90	-180~+180
5	0	0	110	90	-135~+135
6	0	-50	0	0	-180~+180

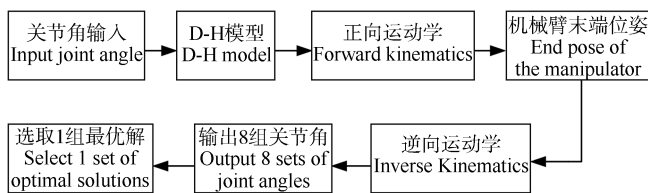


图 2 运动学求解过程

Fig. 2 Flow chart of kinematics solution

1.2 AR4 机械臂正运动学

获取了机械臂的 6 个关节角度数值后,可以采用连杆法来解决末端执行器的姿态问题。具体的计算如下:

$${}^{i-1}T_i = R(Z, \theta_i)T(Z, d_i)T(X, a_i)R(x, \alpha_i) \quad (1)$$

式中, $R(Z, \theta)$ 为关节绕 Z 轴旋转的转角; $T(Z, d_i)$ 为关节在 Z 轴的平移变换; $T(X, a_i)$ 为关节在 X 轴的平移; $R(x, \alpha_i)$ 为关节绕 x 轴旋转的转角。为了简化表达,令 $c_i = \cos \theta_i$; $s_i = \sin \theta_i$; $c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$; $s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$; 式(1)中,

$$R(Z, \theta_i) = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & 0 \\ s_i & c_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T(Z, d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T(X, a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R(x, \alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_i \alpha_i & 0 & 0 \\ 0 & s_i \alpha_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据以上矩阵变化,可以得到连杆变化通用矩阵,为

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c_i & -s_i \cos \alpha_i & s_i \sin \alpha_i & a_i c_i \\ s_i & c_i \cos \alpha_i & -c_i \sin \alpha_i & a_i s_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

结合表 1 和式(1),可以计算出各个连杆的变换矩阵,这些矩阵可以表示为

$$\left. \begin{aligned} {}^0_1T &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1_2T &= \begin{bmatrix} -s_2 & -c_1 & 0 & a_2 c_2 \\ c_2 & -s_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2_3T &= \begin{bmatrix} c_3 & 0 & s_3 & 0 \\ s_3 & 0 & -c_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^3_4T &= \begin{bmatrix} c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & -c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^4_5T &= \begin{bmatrix} -s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^5_6T &= \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

按照顺序连乘上面的矩阵,可以推导出有关末端执行器和基坐标的位置转换关系。这个位置转换关系实际上描述了机械臂末端执行器的位姿。具体而言,可以用式(8)来表达这个位姿关系。

$${}^0T = {}^0_1T_1 {}^1_2T_2 {}^2_3T_3 {}^3_4T_4 {}^4_5T_5 {}^5_6T_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $n_x, n_y, n_z, o_x, o_y, o_z, a_x, a_y, a_z, p_x, p_y, p_z$ 的表达如式(9)所示:

$$\begin{cases}
 n_x = c_6 \{ c_5 (c_1 c_2 c_3 - c_1 s_1 s_3) - s_5 [s_1 s_4 - c_4 (c_1 c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)] \} - s_6 [c_4 s_1 + s_4 (c_1 c_3 s_3)] \\
 n_y = s_6 [c_1 c_4 - s_4 (c_3 s_1 s_1 + c_2 s_3 s_1)] - c_6 \{ c_5 (s_3 s_1 s_1 - c_2 c_3 s_1) - s_5 [c_1 s_4 + c_4 (c_3 s_1 s_1 + c_2 s_3 s_1)] \} \\
 n_z = c_6 [c_5 (c_2 s_3 + c_3 s_2) - c_4 s_5 (c_2 c_3 - s_2 s_3)] + s_4 s_6 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\
 o_x = -s_6 \{ c_5 (c_1 c_2 c_3 - c_1 s_1 s_3) - s_5 [s_1 s_4 - c_4 (c_1 c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)] \} - s_6 [c_4 s_1 + s_4 (c_1 c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)] \\
 o_y = s_6 \{ c_5 (s_3 s_1 s_1 - c_2 c_3 s_1) - s_5 [c_1 s_4 + c_4 (c_3 s_1 s_1 - c_2 c_3 s_1)] \} + c_5 [c_1 c_4 - s_4 (c_3 s_1 s_1 + c_2 s_3 s_1)] \\
 o_z = c_6 s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + s_6 [s_5 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - c_4 s_5 (c_2 c_3 - s_2 s_3)] \\
 a_x = s_5 (c_1 c_2 c_3 - c_1 s_1 s_3) + c_5 [s_1 s_4 - c_4 (c_1 c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)] \\
 a_y = -s_5 (s_3 s_1 s_1 - c_2 c_3 s_1) - c_5 [c_1 s_4 + c_4 (c_3 s_1 s_1 + c_2 s_3 s_1)] \\
 a_z = s_5 (c_2 s_3 + c_3 s_2) + c_4 s_5 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\
 p_x = 114.43(c_1 c_2 c_3 - c_1 s_1 s_3)/50 - 50(c_1 c_2 c_3 - c_1 s_1 s_3) - 50c_5 [s_1 s_4 - c_4 (c_1 c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)] - 225c_1 s_2 \\
 p_y = 50s_5 (s_3 s_1 s_1 - c_2 c_3 s_1) - 334s_1 s_2 - 114.43(s_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 s_1)/50 + 50c_5 [c_1 s_4 + c_4 (c_3 s_1 s_1 + c_2 s_3 s_1)] \\
 p_z = 334c_2 + 114.43(c_2 s_3 + c_3 s_2)/50 - 50s_5 (c_2 s_3 - c_3 s_2) - 50c_4 c_5 (c_2 s_3 - s_2 s_3) + 100
 \end{cases} \quad (9)$$

通过式(9),可以准确地求解 AR4 机械臂的正运动学问题。将关节角分别赋值为 $[0, \pi/2, 0, 0, 0, 0]$ 并代入式(8)时,得到结果如式(10)所示。

$${}^0_6 T = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & -174.8100 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 471.1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (10)$$

1.3 AR4 机械臂逆运动学

已知机械臂末端的空间位置,可以通过逆向求解的方法来确定各个关节角度。文中研究的 AR4 机械臂中,第4、5、6的关节轴线交于一点,满足 Piper 准则,并且存在唯一解。因此,可以先使用投影法求解第1、2、3的关节角度,然后采用解析法求解第4、5、6关节角度。末端执行器的姿态如式(11)所示。

$${}^0_E R = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

则机械臂的第6关节位置为 (P_x, P_y, P_z) ,机械臂腕部到第6关节的距离为 L 。此外,可以确定末端坐标系的 Z 轴与基坐标系的 X 、 Y 和 Z 轴夹角的余弦分别为 a_x, a_y, a_z 。通过机械臂在 XOY 平面的投影,可以推导出

关节1的旋转角度为 $\tan \theta_1 = y/x$,并根据投影平方和的关系求出第3关节的角度,具体计算方法如式(12)所示。

$$s_3 = [x^2/c_1^2 + (z - 100)^2 - 106001.8996]/102987 \quad (12)$$

令 $d=267c_3; f=267s_3+130; g=x/c_1; h=z-100$ 可得到

$$\begin{cases} dc_2 - fs_2 = g \\ fc_2 - ds_2 = h \end{cases} \quad (13)$$

联立式(12)、式(13)可以得到,第2关节角度为 $\tan \theta_2 = (gf-hd)/(gd-hf)$,机械臂末端姿态矩阵为 ${}^0_E R = {}^4_4 R|_{\theta_4=0} \cdot {}^6_6 R|_{\theta_6=\theta_5=\theta_6=0} \cdot {}^6_E R_{XYZ}$ 其中, ${}^0_4 R|_{\theta_4=0}$ 为第1、2、3关节的旋转角度,则 ${}^0_4 R|_{\theta_4=0} = {}^0_1 R \cdot {}^1_2 R \cdot {}^2_3 R$ 。其中, ${}^0_1 R, {}^1_2 R, {}^2_3 R$ 分别为 ${}^0_1 T, {}^1_2 T, {}^2_3 T$ 的旋转因子,则可以得到: ${}^4_6 R|_{\theta_4=\theta_5=\theta_6=0} = R_4|_{\theta_4=0} \cdot R_5|_{\theta_5=0} \cdot R_6|_{\theta_6=0}$ 其中, R_4, R_5, R_6 分别为 ${}^3_4 T, {}^4_5 T, {}^5_6 T$ 的旋转因子,令各旋转因子角度为零,则 ${}^6_E R_{XYZ} = {}^4_6 R|_{\theta_4=\theta_5=\theta_6=0}^{-1} \cdot {}^4_6 R|_{\theta_4=0}^{-1} \cdot {}^0_E R$ 。通过以上变换,可以进一步得到

$${}^4_6 R_{XYZ} = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & s_1 c_{23} & s_{23} \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ -c_1 s_{23} & -s_1 s_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 & o_1 & a_1 \\ n_2 & o_2 & a_2 \\ n_3 & o_3 & a_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

令

$${}^6_E R_{XYZ} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

则联立式(14)、式(15)可以得到

$$\begin{cases} r_{11} = n_3 (c_2 s_3 + c_3 s_2) + n_2 s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + c_1 n_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\ r_{21} = c_1 n_2 - n_1 s_1 \\ r_{31} = n_3 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - n_2 s_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) - c_1 n_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) \\ r_{12} = o_3 (c_2 s_3 + c_3 s_2) + o_2 s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + c_1 o_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\ r_{22} = c_1 o_2 - o_1 s_1 \\ r_{32} = o_3 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - o_2 s_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) - c_1 o_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) \\ r_{13} = a_3 (c_2 s_3 + c_3 s_2) + a_2 s_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + c_1 a_1 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \\ r_{23} = c_1 a_2 - a_1 s_1 \\ r_{33} = a_3 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - a_2 s_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) - c_1 a_1 (c_2 s_3 + c_3 s_2) \end{cases} \quad (16)$$

假设第6关节为欧拉角变换,通过依次绕 X 、 Y 和 Z 轴旋转 γ, β 和 α 角度。基于这样的变换方式,可以得到

$$R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据式(17)可以得到

$${}^6_E R_{XYZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_6 & -s_6 \\ 0 & s_6 & c_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & 0 & c_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_5 c_6 & -c_5 c_6 & s_5 \\ c_4 s_6 + c_6 s_4 s_5 & c_4 c_6 - s_4 s_5 s_6 & -c_5 s_4 \\ s_4 s_6 - c_4 c_6 s_5 & c_6 s_4 + c_4 s_5 s_6 & c_4 + c_5 \end{bmatrix} \quad (18)$$

联立式(17)、式(18)可以得到第4、5、6关节的旋转角度为

$$\begin{cases} \tan \theta_4 = (-r_{23}/c_5)/(r_{33}/c_5) \\ \tan \theta_5 = r_{13}/\sqrt{r_{11}^2 + r_{12}^2} \\ \tan \theta_6 = (-r_{12}/c_5)/(r_{11}/c_5) \end{cases} \quad (19)$$

至此,AR4机械臂的逆运动学求解完成。

2 六自由度机械臂运动控制

2.1 关节空间运动控制

三次样条插值是一种平滑曲线拟合的方法。它通过一系列给定的数据点,构建定义在区间 $[a, b]$ 上的函数 $S(x)$,使得在每个分割区间 $[x, x+1]$ (x 为 $0, 1, 2, \dots, n$)上, $S(x)$ 都由一个三次多项式表示。这样,函数 $S(x)$ 在整个区间 $[a, b]$ 上是2阶可导函数。同时,在每个点 x 处, $S(k)(x-0)$ 的导数值与 $S(k)(x+0)$ 的导数值相等,其中 k 表示求导的阶数(0, 1, 2)。因此,通过三次样条插值,可以在每个小区间 $[x, x+1]$ 上确定一个三次多项式来逼近数据点:

$$S_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

并由上述三次样条定义可确定下述方程:

$$\begin{cases} S(x_i) = y_i, i = 1, 2, \dots, n \\ S(x_i - 0) = S(x_i + 0), i = 1, 2, 3, \dots, n - 1 \\ S'(x_i - 0) = S'(x_i + 0), i = 1, 2, 3, \dots, n - 1 \\ S''(x_i - 0) = S''(x_i + 0), i = 1, 2, 3, \dots, n - 1 \end{cases} \quad (21)$$

在每个小区间内, $S(x)$ 都由一个三次多项式表示。因此,在 n 个区间 $S(x)$ 存在 $4n$ 个未知数。然而,通过上述表达式,已经得到了 $S(x)$ 的 $4n-2$ 个条件。需要添加边界条件使得三次样条插值函数有明确的定义,通常,这些区间断点的边界条件是根据实际需求确定的。

在每个小区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上,函数 $S(x)$ 的2阶导数 $S(x)''$ 都是以线性方式变化的。将 $S(x)$ 在 x_i 处的2阶导数设为 M_i ,并将其在 x_{i+1} 处的2阶导数设为 M_{i+1} 。接下来,对 $S(x)$ 进行2阶导数运算,并对导数后的函数进行积分。通过一系列等式转换,可以得到

$$S(x) = \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6h_i} M_i + \frac{(x - x_i)^3}{6h_i} M_{i+1} + \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{M_{i+1} - M_i}{6} h_i \right) x + y_{i+1} - \frac{M_{i+1} h_i^2}{6} - \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{M_{i+1} - M_i}{6} h_i \right) x_{i+1} \quad (22)$$

对式(22)求解1阶导数 $S'(x)$,并令 $S'(x)$ 在节点 x_i 左右两个倒数相等,可以使得 $S'(x)$ 在节点连续,则可以进一步得到

$$\frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i} M_{i-1} + 2M_i + \frac{h_i}{h_{i-1} + h_i} M_{i+1} = 6 \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \frac{1}{h_{i-1} - h_i} \quad (23)$$

令

$$\gamma_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}, \delta_i = 6 \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \frac{1}{h_{i-1} - h_i}$$

则式(23)可推导为

$$\gamma_i M_{i-1} + 2M_i + (1 - \gamma_i) M_{i+1} = \delta_i, i = 2, 3, \dots, n - 1 \quad (24)$$

选用第一类边界条件 $S'(x_0)=y_1', S'(x_n)=y_n'$,并代入函数 $S'(x)$ 可以得到

$$\begin{cases} 2M_1 + \alpha_1 M_2 = \beta_1 \\ \gamma_n 2M_{n-1} + 2M_n = \beta_n \end{cases} \quad (25)$$

式(25)中, $\alpha_1 = 1, \beta_1 = \frac{6}{h_1} \left(\frac{y_2 - y_1}{h_1} - y_1 \right), \gamma_n = 1,$

$\beta_n = \frac{6}{h_{n-1}} \left(y_n - \frac{y_n - y_{n-1}}{h_1} \right)$,可以推导出其矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & & & & \\ \gamma_2 & 2 & 1 - \gamma_2 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & \gamma_{n-1} & 2 & 1 - \gamma_{n-1} & \\ & & & 1 & 2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

在式(26)中,矩阵具有对角线元素占优的特点,因此存在唯一解。为了求解该方程,可以采用追赶法的数值方法。通过将解代入函数 $S(x)$ 中,可以得到所需三次样条插值函数。

2.2 笛卡儿空间运动控制

机械臂的笛卡儿空间轨迹规划是基于末端的位置姿态,以实际需求为依据,确定机械臂末端在运动过程中的轨迹。在规划过程中,目标位置被指定,并且要求机械臂的末端按照实际要求运动,文中研究的是笛卡儿坐标系下的直线轨迹插补运动,直线插补可以减少末端运动距离^[23]。假设机械臂末端以直线运动的方式从 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 运动到 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 。在已知末端速度为 v 和插补时间周期为 Δt 的条件下,根据空间直线的长度 L ,可以推导出插补步长为 $n=L/(v\Delta t)$ 和插补点数。对于直线轨迹上的第 i 个插补点,其位置坐

标可以表示为

$$\begin{cases} P_{ix} = P_{1x} + |x_2 - x_1| \cdot i\Delta L/L \\ P_{iy} = P_{1y} + |y_2 - y_1| \cdot i\Delta L/L \\ P_{iz} = P_{1z} + |z_2 - z_1| \cdot i\Delta L/L \end{cases} \quad (27)$$

使用 Matlab 软件进行编程仿真, 设定起始位置 $P_1(0, 0, 0)$ 和目标位置 $P_2(2, 2, 2)$, 并在这两个点之间进行直线轨迹插补。仿真结果如图 3 所示。由图 3 可以观察到, 直线轨迹插补算法能够实现直线轨迹且插补点等距分布, 符合预期要求。

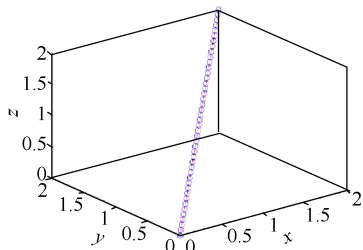


图 3 笛卡儿空间直线插补
Fig. 3 Linear interpolation in Cartesian space

3 试验验证

3.1 机械臂 URDF 建模与 MoveIt 配置

URDF 是一种基于可扩展标记语言 (Extensible Markup Language, XML) 文件规范的格式, 用于描述机械臂的形状、尺寸等信息。其语法结构如表 2 所示。通过遵循这一规范的语法可以清晰地描述机械臂的结构和属性。

表 2 URDF 基本语法

Tab. 2 URDF basic grammar

命令 Command	语法 Grammar
机械臂命名 Naming of manipulator	<robot name="***">
连杆定义 Link definition	<link name="link***">
关节定义 Joint definition	<joint name="joint***" type="***">
父连接定义 Parent connection definition	<parent link="link***">
子连接定义 Sub connection definition	<child link="link***">

AR4 六自由度机械臂共由 6 个关节与 7 个连杆组成, 通过 URDF 语法描述比较困难, 使用 SolidWorks 软件建立的 AR4 六自由度机械臂的三维模型, 如图 4 所示。

作为 SolidWorks 内的一个插件, sw2urdf 具备将三维模型转换为机器人操作系统 (Robot Operating System, ROS) 所需的 URDF 模型的功能, 详细示意如图

5 所示。使用 sw2urdf 插件能够方便地将三维模型转换为符合 URDF 格式要求的模型, 以满足 ROS 对 URDF 模型的需求。



图 4 AR4 机械臂 SolidWorks 模型

Fig. 4 SolidWorks model of AR4 manipulator

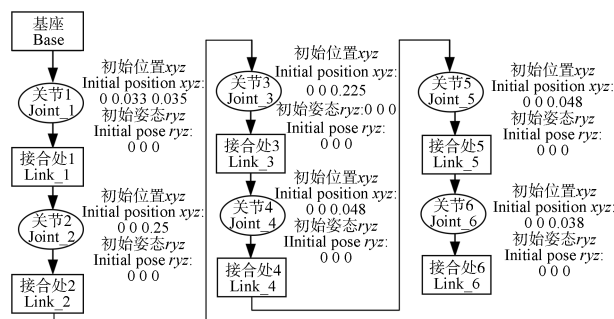


图 5 连杆之间的父子关系

Fig. 5 Parent-child relationship between connecting rods

使用 sw2urdf 插件导出模型时, 需要根据实际情况确定装配体的装配关系参数, 并添加适当的基本参数。成功导出后, 可以使用 RViz 工具验证 URDF 模型文件的正确性。通过关节拖动检查各个关节配置是否准确无误, 以确保模型的准确性。图 6 展示了使用 RViz 进行验证的示例, 可以确认导出的 URDF 模型文件是否符合要求。

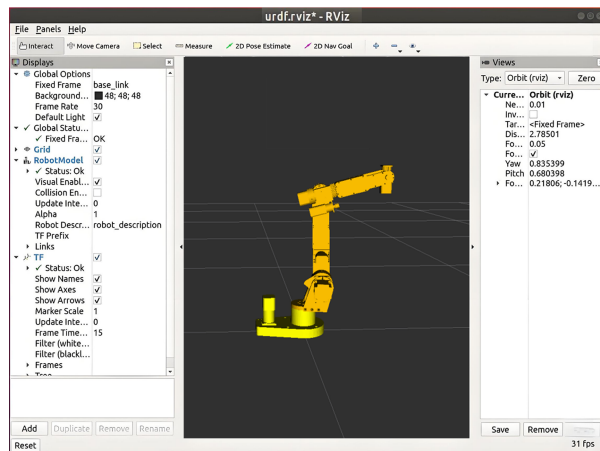


图 6 URDF 模型文件

Fig. 6 URDF model file

通过 MoveIt 的用户配置助手, 可以将机械臂的 URDF 文件转换为 MoveIt 所需的语义机器人描述格式

(Semantic Robot Description Format, SRDF) 文件。SRDF 文件使用 XML 格式描述,包含机器人位置、虚拟关节等信息。参数配置文件包括机械臂的关节参数等详细信息。可以创建机械臂的自碰撞矩阵,并进行连杆的冲突检测。设置采样密度为 10 000,明确配置机械臂连杆的父子关系。通过指定需要进行动作规划的关节组,定义它们的运动规划组。这样可以确保机械臂的运动规划在避免碰撞的前提下进行。文中定义了两个运动规划组,分别是机械臂的主体部分和末端执行器。为了方便后续使用 MoveIt 接口进行规划,添加了一些特定位置的机械臂姿态。这样,可以直接调用这些预定义的位置来进行规划和控制,运行 MoveIt. launch 文件打开,MoveIt 以及 RViz 验证 MoveIt 配置情况,如图 7 所示。

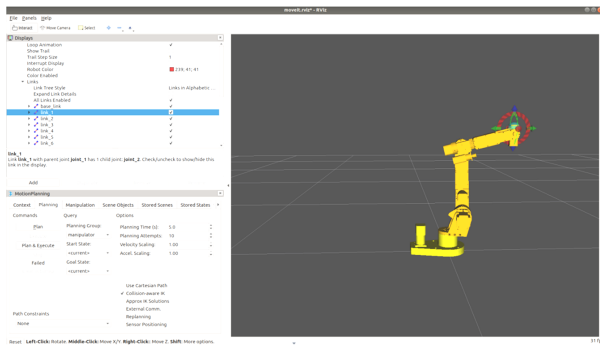


图 7 MoveIt 启动机械臂

Fig. 7 MoveIt starts the manipulator

3.2 六自由度机械臂试验结果分析

将机械臂的 URDF 模型导入 MoveIt,生成相应的配置包。然后,通过修改配置文件,使 MoveIt 能够对真实机械臂进行控制。使用 MoveIt 控制真实机械臂的过程如图 8 所示。

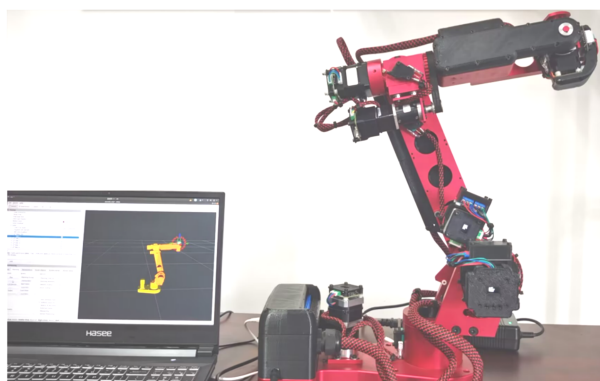


图 8 MoveIt 控制机械臂

Fig. 8 MoveIt controls the manipulator

图 8 中,通过在 MoveIt 交互界面下拖动末端执行器进行控制,真实机械臂根据 MoveIt 规划好的路径进行运动。为了验证三次样条函数对关节稳定性影响,在 ROS 平台上进行开发,编写程序来实现三次样条插

补。该程序利用 MoveIt 发布关节数据,并通过三次样条插值的处理,将插补后的轨迹发送给下位机。为验证文中的直线插补算法有效性,在 ROS 上使用 MoveIt 的 Python 接口进行试验。设定初始位置为机械臂的原点,并设置 3 个目标位置: $P_1(0.2, 0, 0.3)$ 、 $P_2(0.3, 0, 0.3)$ 和 $P_3(0.3, 0.1, 0.3)$ 。通过直线插补算法,实现机械臂末端执行器从 P_1 到 P_2 再到 P_3 的直线轨迹运动,并最终返回到 P_1 ,仿真结果如图 9 所示。

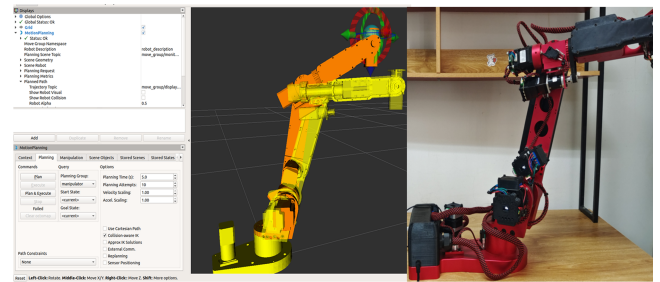
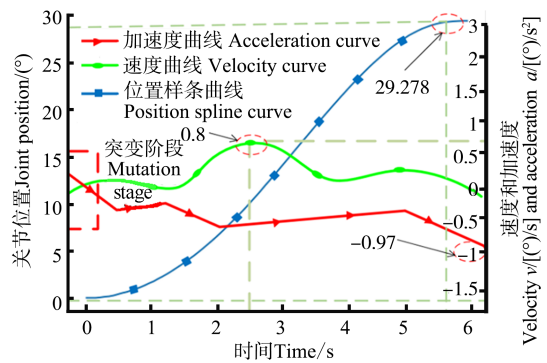


图 9 直线插补与三次样条插值试验

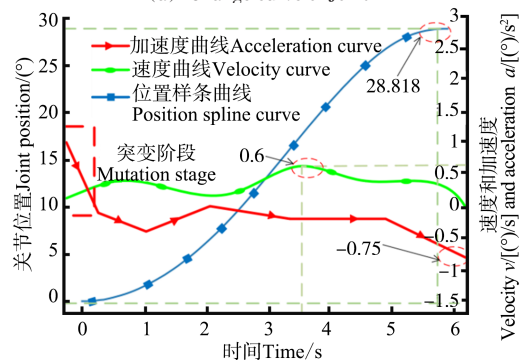
Fig. 9 Test of linear and cubic spline interpolations

观察图 9 可发现,真实机械臂与 RViz 上的模型呈现一致。经过三点的轨迹为三角形,满足直线插补要求。机械臂末端执行器从 $A_1(1.344, 1.251, 1.231)$ 点沿着直线运动到 $A_2(0.344, 0.562, 0.445)$ 点。在 MoveIt 中进行试验,获得了关节角度 θ 、速度 v 和加速度 a 的变化曲线,这些曲线是通过三次样条插值计算得到的。整个运动过程的时间为 6 s,试验结果如图 10 所示。



(a) 关节 1 变化曲线

(a) Change curve of Joint 1



(b) 关节 2 变化曲线

(b) Change curve of Joint 2

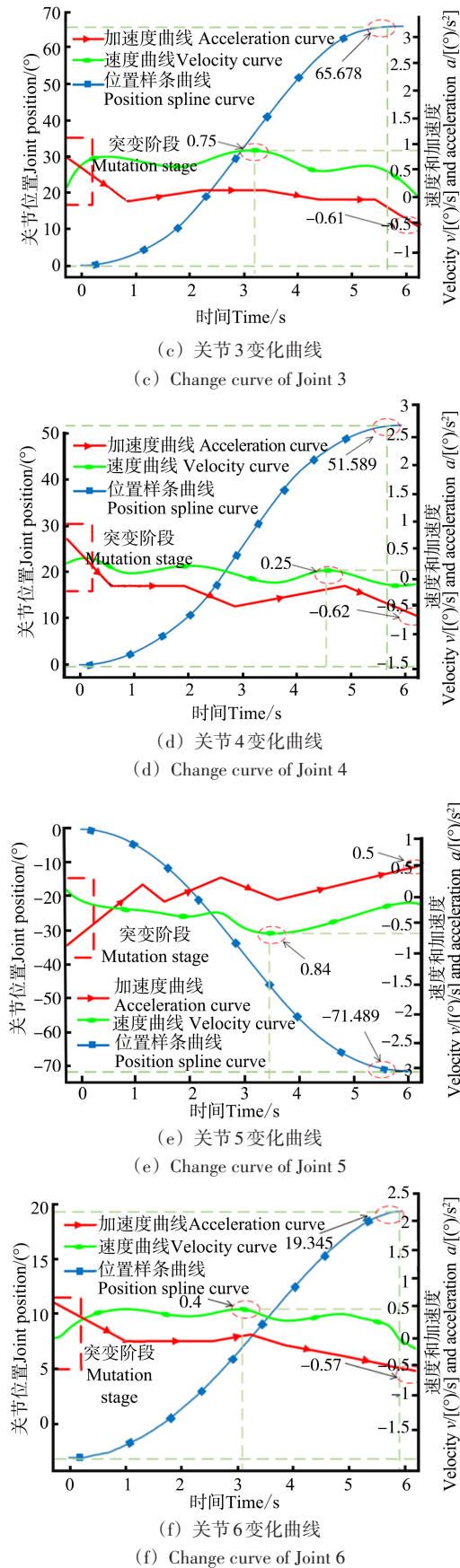


图 10 机械臂的角度、速度和加速度曲线

Fig. 10 Angle, velocity and acceleration curves of the manipulator

由图 10 可知, AR4 机械臂从 A_1 点到 A_2 点运行过程中, AR4 机械臂的关节运行平稳, 满足正弦变化, 无抖

动现象发生。由图 10(a) 可知, 关节 1 电动机最大角度为 29.278° , 速度最高达到 $0.8^\circ/s$, 加速度最大值为 $-0.97^\circ/s^2$ 。由图 10(b) 可知, 机械臂关节 2 的电动机最大角度为 28.818° , 速度最高达到 $0.6^\circ/s$, 加速度最大值为 $-0.75^\circ/s^2$ 。由图 10(c) 可知, 关节 3 到达目标位置最大角度为 65.678° , 速度最高达到 $0.75^\circ/s$, 加速度最大值为 $-0.61^\circ/s^2$ 。由图 10(d) 可知, 关节 4 电动机最大角度为 51.589° , 速度最高为 $0.25^\circ/s$, 没有突然加速的情况, 加速度最大值为 $-0.62^\circ/s^2$ 。由图 10(e) 可知, 关节 5 电动机最大角度为 -71.489° , 速度最高达到 $0.84^\circ/s$, 加速度最大值为 $0.5^\circ/s^2$ 。由图 10(f) 可知, 关节 6 电动机最大角度为 19.345° , 速度最高达到 $0.4^\circ/s$, 加速度最大值为 $-0.57^\circ/s^2$ 。由图 10 可以看出, 加速度变化量最高为 $0.97^\circ/s^2$, 变化值不明显, 可以保证机械臂在运行过程中有较高的稳定性。

为验证增加三次样条算法的稳定性, 分别用增加三次样条的算法和无三次样条插值的状态进行 AR4 机械臂控制验证, 增加三次样条算法前后 6 个关节轨迹曲率 k 如图 11 所示。

由图 11 可以看出, 增加三次样条插值的机械臂控制更平滑, 运行轨迹更流畅; 没有三次样条插值时, 6 个关节在运行期间都有抖动现象, 关节运行不稳定。由图 11(a)、图 11(b) 可以看出, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 1 轨迹曲率分别为 9.05 和 10.7; 图 11(c)、图 11(d) 表明, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 2 轨迹曲率分别为 8.86、13.75; 图 11(e)、图 11(f) 表明, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 3 轨迹曲率分别为 19.9、25.3; 图 11(g)、图 11(h) 表明, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 4 轨迹曲率分别为 15.95、21.8; 图 11(i)、图 11(j) 表明, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 5 轨迹曲率分别为 22.2、27.4; 图 11(k)、图 11(l) 表明, 增加三次样条插值算法、无插值算法得到的关节 6 轨迹曲率分别为 6.84、12.6。

对比增加三次样条插值算法前后机械臂各个关节位置控制的分析, 验证了增加三次样条插值算法后的优越性, 机械臂的角度曲线对比如图 12 所示。

由图 12 可以看出, 机械臂从 A_1 运行到 A_2 的过程中, 加入三次样条插值算法的机械臂运行更加平稳, 各个关节角度变化曲线平顺, 没有抖动与突变的情况发生; 无插值算法进行机械臂控制时, 各个关节在启动与接近目标位置时, 都会出现明显的抖动现象。由图 12(d) 可以看出, 在 3~4 s 的运行阶段, 无插值算法时, 关节 4 角度变化相比于其他关节路径较平滑, 然而其他关节在整个过程中都会出现明显的抖动现象, 效

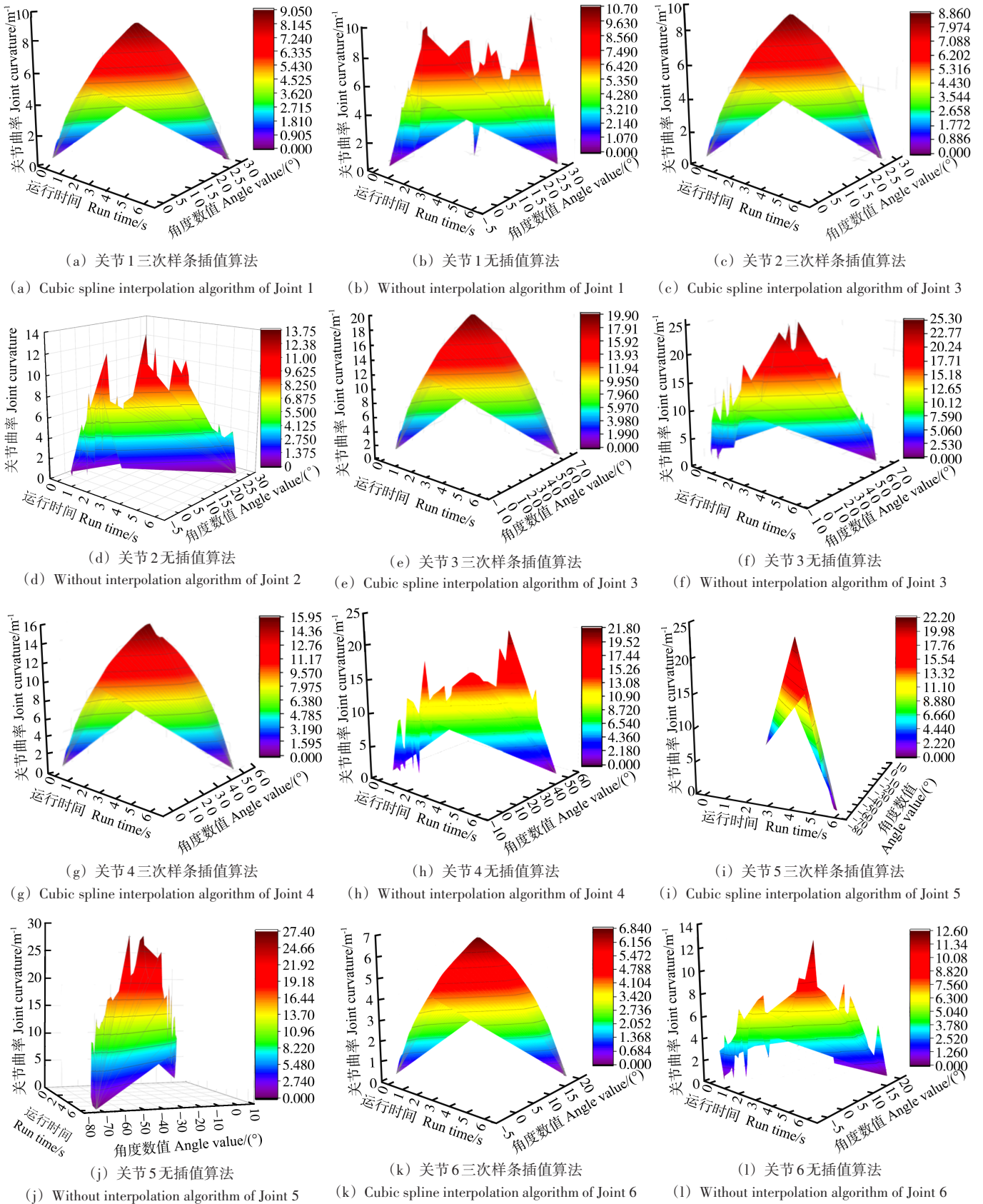


图 11 关节路径曲率对比

Fig. 11 Comparison of joint path curvature

果较差。由图 12 可以看出,加入三次样条插值算法与无插值算法都能达到相同的目标位置,但是图 12(f)表明,加入算法前后两种算法的起点不一样,其中无插

值算法的曲线从起点出现抖动现象。加入三次样条插值算法在很大程度上改善了机械臂的控制性能,机械臂控制更平稳。

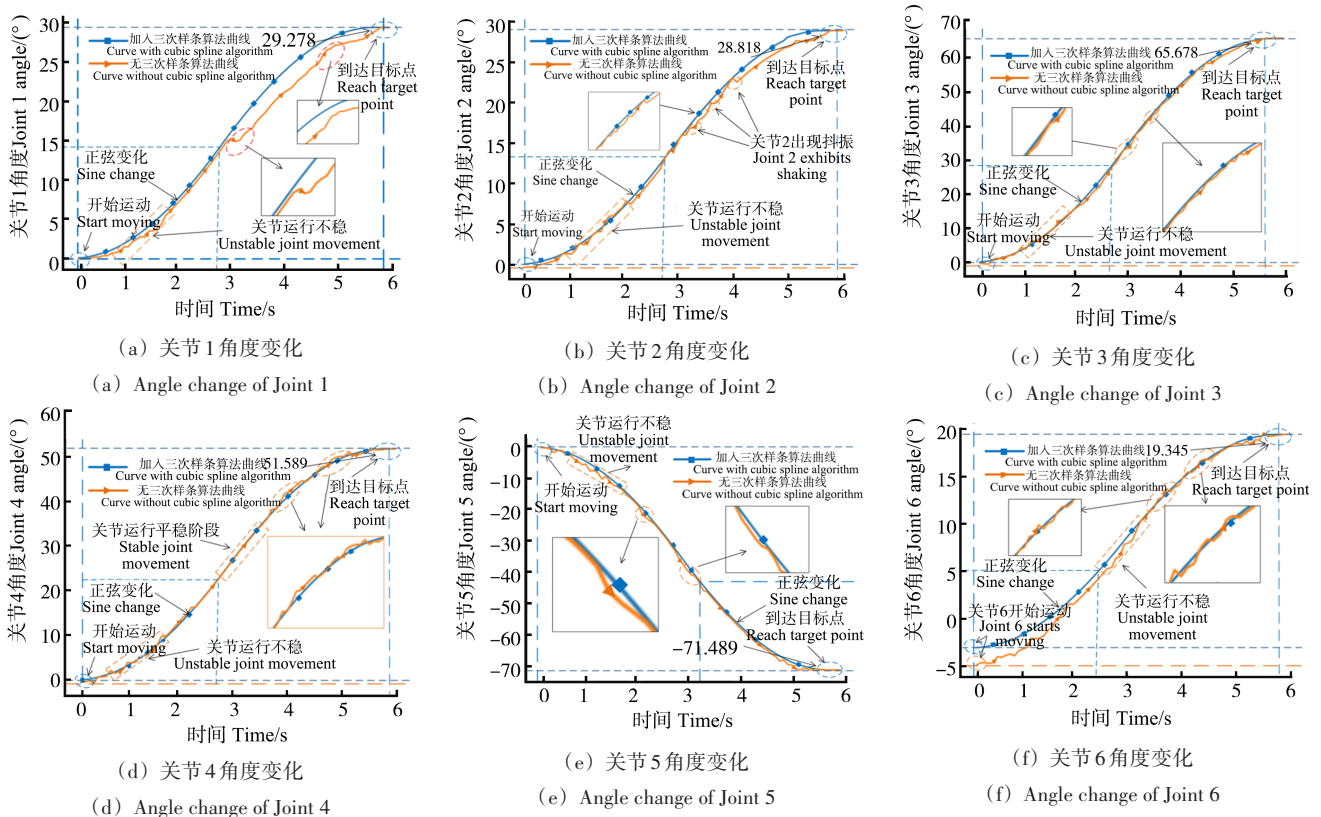


图12 三次样条插值与无插值算法对比

Fig. 12 Comparison between cubic spline interpolation and noninterpolating algorithms

对增加三次样条插值算法机械臂不同关节的轨迹曲率 k 、角度 θ 、速度 v 以及加速度 a 进行统计分析可以得到表3。

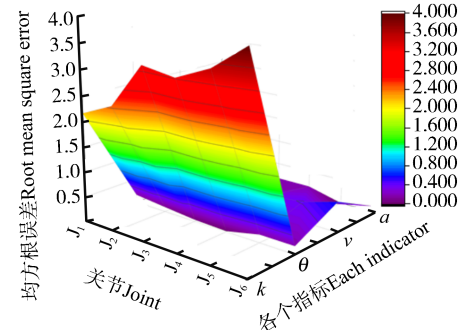
表3 各个指标变化最大值

Tab. 3 Maximum change value of each indicator

关节 Joint	$\theta/(^\circ)$	$v/(^\circ/s)$	$a/(^\circ/s^2)$	k
1	29.278	0.8	-0.97	9.05
2	28.818	0.6	-0.75	8.86
3	65.678	0.75	-0.61	19.9
4	51.589	0.25	-0.62	15.95
5	-71.489	0.84	0.5	22.2
6	19.345	0.4	-0.57	6.84

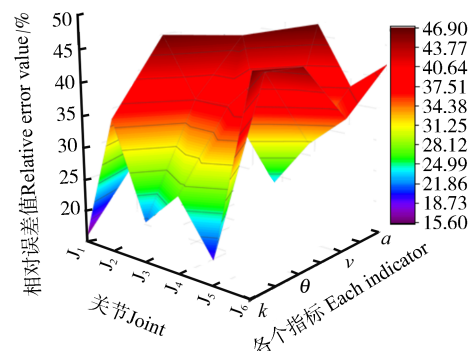
由表3可知,增加三次样条插值算法后,AR4机械臂速度 v 、加速度 a 以及轨迹曲率 k 的变化幅度均较小,在6个关节中,速度变化最大值为 $0.84(^\circ)/s$,加速度变化最大值为 $0.97(^\circ)/s^2$,轨迹曲率变化最大值为22.2。AR4六自由度机械臂每个关节变化平稳,在此基础上,使用 $R = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (x_i - x_j)^2/n}$ 和 $P = (|x_i - x_j|/x_i) \times 100\%$ 对6个关节的轨迹曲率 k 、角度 θ 、速度 v 以及加速度 a 进行误差分析,验证改进后路径规划的优越性。其中, R 为均方根误差; P 为相对误差; x_i 为无插值算法数值; x_j 为加入三次样条插值算法的数值; n 为数据总

量。均方根误差和相对误差分析如图13所示。



(a) 均方根误差

(a) Root mean square error



(b) 相对误差

(b) Relative error

图13 六关节曲率误差

Fig. 13 Curvature error of six joints

由图13可以看出,增加三次样条插值算法之后,各

个关节运行平稳,关节1的轨迹曲率降低了15.4%,关节2的轨迹曲率降低了35.6%,关节3的轨迹曲率降低了21.3%,关节4的轨迹曲率降低了26.8%,关节5轨迹曲率降低了18.98%,关节6的轨迹曲率降低了45.7%。由此可见,增加三次样条插值算法有效地改善了机械臂在运行过程中的稳定性,防止抖振现象发生。

4 结论

对机械臂运动学进行分析并提取D-H参数,求解机械臂正、逆运动学;针对机械臂在运动过程中出现关节抖振的问题,在关节空间中加入三次样条插值算法;引入直线插补方法使机械臂在笛卡儿空间内实现直线运动,减少末端机械臂运动距离,主要结论如下:

1)利用SolidWorks建立AR4六自由度机械臂三维模型,并使用sw2surd插件完成ROS对URDF模型的需求,基于ROS的机械臂控制系统上完成三次样条插值、直线插补法的实物平台验证。

2)在笛卡儿空间轨迹规划过程中,末端执行器运行轨迹为直线;在关节空间规划过程中,增加三次样条算法的关节曲线变化平稳、无拐点产生。

3)相对于无样条插值进行关节运动规划时,关节曲率分别降低了15.4%、35.6%、21.3%、26.8%、18.98%和45.7%,关节运动过程的平顺性显著提高,具有较高的运动稳定性。

参考文献(References)

[1] 陈超,陈贺贺,武姝婷,等.工业机器人机械臂的结构优化[J].机床与液压,2021,49(3):25-29.
CHEN Chao, CHEN Hehe, WU Shuting, et al. Structural optimization of industrial robot manipulator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2021, 49(3): 25-29. (In Chinese)

[2] 万珍平,罗钊,陆龙生,等.关节角参数化结合接近矢量可行方向的五自由度机械臂逆运动学求解[J].华南理工大学学报(自然科学版),2023,51(1):16-21.
WAN Zhenping, LUO Zhao, LU Longsheng, et al. Inverse kinematics solution of 5-DOF manipulator via joint angle parameterization and feasible direction of approach vector [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2023, 51(1): 16-21. (In Chinese)

[3] 顾大可,唐重建.三连杆机械臂控制系统设计的参数化方法[J].控制工程,2019,26(8):1566-1571.
GU Dake, TANG Chongjian. Three-link robot control system design based on parametric solutions [J]. Control Engineering of China, 2019, 26(8): 1566-1571. (In Chinese)

[4] 夏细明.多自由度机器人机械手腕关节柔顺控制方法[J].科学与技术,2018,18(20):275-280.
XIA Ximin. Compliance control method of robot wrist joint in multi degree of freedom robot [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(20): 275-280. (In Chinese)

[5] 李元春,宋扬,赵博.环境约束可重构机械臂模块化力/位置控制[J].上海交通大学学报,2017,51(6):709-714.
LI Yuanchun, SONG Yang, ZHAO Bo. Modular position/force control for environmental constrained reconfigurable manipulator [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2017, 51(6): 709-714. (In Chinese)

[6] 徐学义.基于ANN-VRFT的机械臂位置控制[J].工业控制计算机,2016,29(9):59-61.
XU Xueyi. Position control of manipulator based on ANN-VRFT [J]. Industrial Control Computer, 2016, 29(9): 59-61. (In Chinese)

[7] 赵韩,赵福民,黄康,等.基于Udwadia-Kalaba理论的机械臂位置控制[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2018,41(4):433-438.
ZHAO Han, ZHAO Fumin, HUANG Kang, et al. Position control of mechanical manipulator based on Udwadia-Kalaba theory [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2018, 41(4): 433-438. (In Chinese)

[8] 刘杰,历飞雨.基于弹性关节的二自由度机械臂建模与控制研究[J].机电工程,2022,39(6):846-853.
LIU Jie, LI Feiyu. Modeling and control of 2-DOF robot arm based on elastic joint [J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2022, 39(6): 846-853. (In Chinese)

[9] 宁海成.基于非线性微分方程的机械臂运动位置控制方法[J].机械与电子,2022,40(11):46-50.
NING Haicheng. Position control method of manipulator arm movement based on nonlinear differential equation [J]. Machinery & Electronics, 2022, 40(11): 46-50. (In Chinese)

[10] 梁艳芳,杨永明,胡云飞,等.基于改进滑膜控制器的机械臂力/位混合控制研究[J].科技创新与应用,2022,12(23):91-98.
LIANG Yanfang, YANG Yongming, HU Yunfei, et al. Research on hybrid control of mechanical arm force/position based on improved synovial controller [J]. Technology Innovation and Application, 2022, 12(23): 91-98. (In Chinese)

[11] 戚毅凡,贾英宏,赵宝山,等.基于改进神经网络的空间机械臂阻抗控制方法[J].中国空间科学技术,2022,42(2):82-90.
QI Yifan, JIA Yinghong, ZHAO Baoshan, et al. Impedance control of space manipulator based on improved neural network [J]. Chinese Space Science and Technology, 2022, 42(2): 82-90. (In Chinese)

[12] 黄自鑫,赖旭芝,王亚午,等.基于轨迹规划的平面三连杆欠驱动机械臂位置控制[J].控制与决策,2020,35(2):382-388.
HUANG Zixin, LAI Xuzhi, WANG Yawu, et al. Position control of planar three-link underactuated manipulator based on trajectory planning [J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 382-388. (In Chinese)

[13] 郑先杰,丁萌,武海雷,等.线驱连续型机械臂无模型自适应控制[J].华中科技大学学报(自然科学版),2023,51(2):116-121.
ZHENG Xianjie, DING Meng, WU Hailei, et al. Model-free adaptive control of cable-driven continuum manipulator [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2023, 51(2): 116-121. (In Chinese)

[14] 段纯,顾建华.基于逆动力学的机械臂鲁棒位置控制方法的设计[J].中国工程机械学报,2020,18(3):242-247.
DUAN Chun, GU Jianhua. Design of robust position control

- method for manipulator based on inverse dynamics shift [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2020, 18(3): 242-247. (In Chinese)
- [15] 倪杭,王贺升,陈卫东. 基于软体机器人冗余自由度的实时避障位置控制[J]. 机器人, 2017, 39(3): 265-271.
NI Hang, WANG Hesheng, CHEN Weidong. Real-time obstacle avoidance and position control for a soft robot based on its redundant freedom[J]. Robot, 2017, 39(3): 265-271. (In Chinese)
- [16] 赵寅甫,冯正勇. 基于深度强化学习的机械臂控制快速训练方法[J]. 计算机工程, 2022, 48(8): 113-120.
ZHAO Yinpu, FENG Zhengyong. Fast training method for manipulator control based on deep reinforcement learning [J]. Computer Engineering, 2022, 48(8): 113-120. (In Chinese)
- [17] 谭丹丹. 基于自适应阻抗的工业机器人双机械臂控制[J]. 现代制造工程, 2022(8): 39-45.
TAN Dandan. Control for industrial robot twin-manipulator based on adaptive variable impedance[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2022(8): 39-45. (In Chinese)
- [18] 李树荣,尹怀强. 具有时滞的柔性关节多机械臂协同自适应位置/力控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1208-1214.
LI Shurong, YIN Huaiqiang. Adaptive position/force control for coordinated multiple flexible-joint manipulators with time delay [J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1208-1214. (In Chinese)
- [19] FRANCESCHETTI A, TOSELLO E, CASTAMAN N, et al. Robotic arm control and task training through deep reinforcement learning [J]. Lecture Notes in Networks and Systems, 2022, 412: 532-550.
- [20] 陈志勇,陈力. 柔性关节空间双臂机器人奇异摄动增广鲁棒自适应PD复合控制[J]. 振动与冲击, 2015, 34(16): 79-84.
CHEN Zhiyong, CHEN Li. Singular perturbation augmented robust adaptive PD composite control for flexible-joint dual-arm space robot [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(16): 79-84. (In Chinese)
- [21] BIGLARBEGLIAN M, MELEK W W, MENDEL J M. Design of novel interval type-2 fuzzy controllers for modular and reconfigurable robots: theory and experiments [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(4): 1371-1384.
- [22] 刘伟东,宁汝新,刘检华,等. 基于偏差有向图和D-H方法的产品装配精度预测技术[J]. 机械工程学报, 2012, 48(7): 125-140.
LIU Weidong, NING Ruxin, LIU Jianhua, et al. Precision predicting based on directed deviation graph modeling and D-H methodology [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(7): 125-140. (In Chinese)
- [23] 李珺茹,齐立群,韩文波. 六自由度机械臂运动学分析与轨迹优化[J]. 长春理工大学学报(自然科学版), 2019, 42(1): 68-73.
LIU Junru, QI Liqun, HAN Wenbo. Kinematics analysis and trajectory optimization of six degree of freedom manipulator [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 42(1): 68-73. (In Chinese)

Research on joint motion control for multi-degree-of-freedom manipulator

LI Meiqiang¹ MA Qinglu¹ YAN Hao¹ YU Tengwei²

(1. School of Traffic and Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

(2. School of Mechatronics and Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The structure of the manipulator has the characteristics of high nonlinearity and strong coupling, and high-precision motion control is a hot topic of concern for scholars. The AR4 manipulator was used as the research object to systematically analyze the forward and inverse kinematics that greatly impact the control of the manipulator, determining the manipulator's corresponding structural parameters. And the D-H method was used to solve the numerical calculation model of the manipulator forward and inverse kinematics. The cubic spline interpolation algorithm was used to optimize the manipulator's jitter phenomenon in the joint space. In Cartesian space planning, the linear interpolation method was used to reduce the end effector's motion distance. The specific planning points were obtained by Matlab simulation, meeting the design requirements. Finally, the SolidWorks was used to establish a three-dimensional model of the manipulator and generate an unified robot description format (URDF) model. The actual trajectory of the manipulator in joint and Cartesian space was planned according to MoveIt, and through RViz, the movement process was displayed. The results show that after adding the cubic spline interpolation algorithm, the joint motors of the manipulator can maintain stable operation, and the joint trajectory curvature is respectively reduced by 15.4%, 35.6%, 21.3%, 26.8%, 18.98% and 45.7%, which effectively solves the jitter vibration problem during joint movement and achieves smooth motion of the manipulator.

Key words: Six-degree-of-freedom manipulator; Forward and inverse kinematics; Cubic spline interpolation; Motion control

Corresponding author: MA Qinglu, E-mail: mql360@qq.com

Fund: Open Project of Chongqing Engineering Laboratory for Traffic Engineering Application Robot in 2022 (CELTEAR-KFKT-202301); National Natural Science Foundation Project (52072054); Special Key Project of Chongqing Technological Innovation and Application Development (cstc2021jcsx-cylh0026)

Received: 2023-07-02 Revised: 2023-09-14.