

双环磁力齿轮磁场归类计算及环板间距影响分析

于家琦 刘东宁 孙凤 赵芳 赵川 赵海宁 徐方超 李思奇

(沈阳工业大学 机械工程学院, 沈阳 110870)

摘要:【目的】为准确高效地分析多轴双环磁力齿轮(Multishaft Double Ring-Plate Magnetic Gears, MDRMGs)的磁力与动力学特性,改善摆线式磁力齿轮(Cycloidal Permanent Magnetic Gear, CPMG)转臂轴承工况并延长使用寿命,将磁力齿轮与机械式环板齿轮相结合,设计了一种多轴双环磁力齿轮传动结构。【方法】提出一种磁场单元归类法,进而建立了高效且计及端部漏磁效应的气隙磁场及静态转矩数理模型;同时,基于Riccati传递矩阵法,建立了MDRMG偏心轴转子系统动力学模型。【结果】将磁场单元归类法与有限元法进行对比,发现二者所得的磁密度及磁力结果高度一致,但磁场单元归类法的计算耗时更短;分析还发现,环板间距的变化会影响磁场单元的归类计算及动力学模型中的集总参数,使得MDRMG的静态磁力转矩随环板间距的增加而增加,偏心轴的临界转速随环板间距的增加而减小。磁场单元归类法能够高效且准确地分析MDRMG的气隙磁场及转矩特性;同时,环板间距对MDRMGs的磁场和动力学性能有一定影响。

关键词: 磁力齿轮; 磁场单元归类法; 磁力转矩; Riccati传递矩阵; 临界转速

中图分类号: TH132 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.2026.01.010

0 引言

磁力齿轮将主、从动轮齿不同磁极对数的磁体磁场耦合形成气隙磁场^[1],可形成输入与输出轴之间的传动比特性^[2],具有无接触传动、噪声低、振动小、易维护、无需润滑及过载保护等优点^[3-4]。

文献[5]首次提出同心式磁力齿轮结构,也称磁场调制型磁力齿轮(Field Modulated Magnetic Gear, FMMG),通过调磁环匹配内、外永磁圈之间的谐波磁场数,可实现高转矩密度及高稳定性运行^[6]。文献[7-9]利用子域法与磁标位的结合,建立了FMMG二维数理模型,但求解各子域间的边界条件时忽略了永磁体的端部漏磁,导致其长径比较小时的计算结果与实际结果存在较大偏差(相对误差大于13%)。文献[10-11]利用等效磁网格法建立了FMMG二维及三维磁场和转矩数理模型,但其计算精度依赖网格划分数量,过多的网格数量导致所占用的计算资源较大^[12]。另外,FMMG结构特点^[13-14]为“三转子两气隙”,且调磁块数量为各磁环磁极对数之和,不仅导致其转矩密度随传动比增加而降低,限制了传动比

的提高(传动比小于12),还导致其制造与装配难度均较大。

文献[15]提出一种摆线式磁力齿轮(Cycloidal Permanent Magnetic Gear, CPMG)结构,齿轮运动轨迹的周期性变化形成了时变气隙长度的偏心磁场,可获得比FMMG更高的传动比(大于20)及转矩密度^[16]。文献[17]运用边界摄动法对CPMG气隙磁场进行解析计算,但其偏心率较大时的计算结果存在明显误差。文献[18]采用分式线性变换法解析计算CPMG气隙磁场,相比于摄动法,保证了偏心率较大时结果的有效性,但其依然无法进行三维解析计算。文献[19]利用磁矢量建立了计及端部效应的偏心气隙磁场和电磁转矩三维数理模型,虽然其计算结果比二维计算结果更准确,但该模型存在大量的积分运算,占用较大的计算资源。文献[20]利用矢量磁位法建立了二维气隙磁场数理模型,为三轴以上环板磁力齿轮分析提供了思路。另外,CPMG为单层气隙的偏心转子结构^[21],该特点使其转臂轴承受较大的不平衡磁拉力,导致其可靠性较低、使用寿命较短。

为改善CPMG转臂轴承工况并延长使用寿命,

收稿日期: 2025-01-06

基金项目: 国家重点研发计划(2024YFB3410002); 中国博士后科学基金项目(2024M762160); 辽宁省教育厅项目(LJ212410142107)

作者简介: 于家琦,男,1999年生,辽宁朝阳人,硕士研究生; 主要研究方向为磁力传动与驱动; yujiaqi990421@163.com。

孙凤(通信作者),男,1978年生,辽宁阜新人,教授,博士研究生导师; 主要研究方向为机械系统多元驱动及其控制技术; sun-feng@sut.edu.cn。

引用格式: 于家琦,刘东宁,孙凤,等. 双环磁力齿轮磁场归类计算及环板间距影响分析[J]. 机械传动,2026,50(1):77-86.

YU Jiaqi, LIU Dongning, SUN Feng, et al. Calculation of magnetic field categorization of double ring-plate magnetic gears and the effect of ring-plate spacing on performance[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2026, 50(1): 77-86.



免费获取

本文将磁力齿轮与机械式环板齿轮相结合,提出一种多轴双环磁力齿轮(Multishaft Double Ring-Plate Magnetic Gear, MDRMG)传动结构。根据少极差原理,环板与中心永磁圈之间形成相互耦合的偏心气隙磁场,可实现大传动比传动;两片并列布置且互成 180° 相位角的环板永磁圈,可平衡偏心轴承受的径向磁力与环板惯性力;此外,转臂轴承位于环板外侧,使其设计尺寸容许空间较大,可选择更适合的轴承尺寸,适应不同负载条件,延长其使用寿命。

MDRMG转矩特性主要由气隙磁场分布及其磁密度大小所决定,而环板与中心磁极较小的长径比存在不可忽略的漏磁效应,且二者不同的轴向长度也增加了求解气隙磁场的复杂性。为此,本文提出磁场单元归类法。对环板与中心永磁圈间的磁场及磁力作用进行划分归类,建立了精确且高效的MDRMG三维磁力数理模型;考虑到两环板永磁圈并列布置时,不同环板间距对应不同中心永磁圈轴向长度及两偏心轴段间长度,影响磁场单元的归类计算及偏心轴转子动力学分析的问题,不仅建立了磁力模型,还建立了偏心轴转子系统的动力学模型,分析了环板间距变化对磁力转矩、径向磁力、临界转速及固有频率的影响。

1 MDRMG 结构及原理

1.1 MDRMG 机械结构

图1所示为MDRMG机械结构。MDRMG主要由中心永磁圈与环板永磁圈两部分构成。其中,中心永磁圈由中心轴、中心轭铁及中心永磁体(磁极对数为 P_a)组成;环板永磁圈由 ξ 个偏心距相等的偏心轴($\xi \geq 3$)、并列布置且互成 180° 相位角的环板1与环板2及环板永磁体(磁极对数为 P_p)组成。

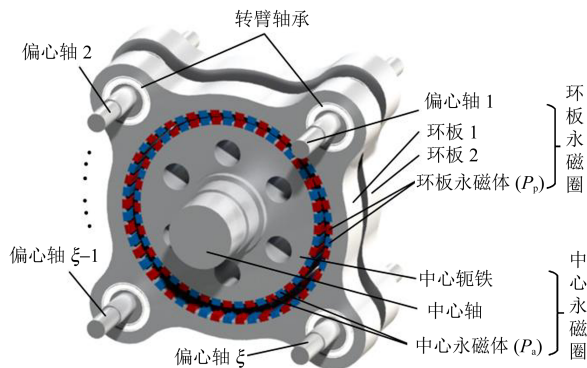


图1 MDRMG机械结构

Fig. 1 Mechanical structure of the MDRMG

MDRMG主要结构参数如表1所示。

1.2 MDRMG 运行原理

图2所示为环板1与中心永磁圈之间的位置关系。

表1 MDRMG模型参数

Tab. 1 Parameters of the MDRMG model

模型参数	数值
中心永磁体磁极对数 P_a	25
环板永磁体磁极对数 P_p	26
环板永磁体外半径 R_{p2} /mm	80
环板永磁体内半径 R_{p1} /mm	75
中心永磁体外半径 R_{a2} /mm	71
中心永磁体内半径 R_{a1} /mm	66
中心与环板永磁圈偏心距 e /mm	3
环板永磁体轴向长度 L_p /mm	30
中心永磁体轴向长度 L_a /mm	70
环板间距 L /mm	10
传动比 i_{ap}	-1/25
永磁圈间最小气隙长度 L_g /mm	1

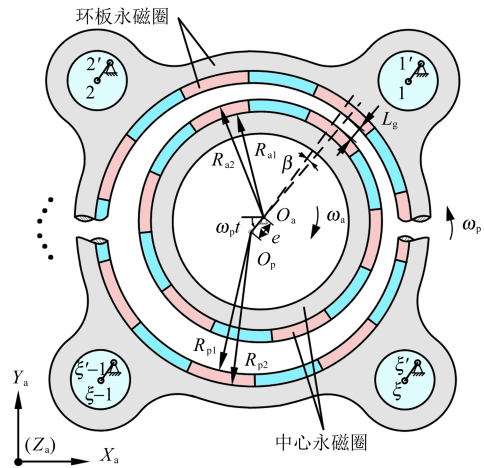


图2 环板1与中心永磁圈的位置关系

Fig. 2 Positional relation between the ring-plate 1 and the central permanent magnet ring

图2中, O_p 及 O_a 分别为环板1及中心永磁圈的中心; β 为环板1与中心永磁圈在最小气隙处因偏离平衡位置而形成的磁偏角。

设环板永磁圈绕 O_a 进行公转的角速度为 ω_p ,中心永磁圈绕 O_a 进行自转的角速度为 ω_a 。根据少齿差行星齿轮传动通式 $i_{oa}^p = \omega_o^p / \omega_a^p = (\omega_o - \omega_p) / (\omega_a - \omega_p)$,当环板永磁圈只做圆周平动时, $\omega_o = 0$,则 $i_{oa}^p = 1 / (1 - i_{ap}) = P_a / P_p$ 。由此可以推导出,MDRMG中心轴输入转速与偏心轴输出转速的传动比 i_{ap} 为

$$i_{ap} = \frac{P_a - P_p}{P_a} = -\frac{P_p - P_a}{P_a} \quad (1)$$

由式(1)可知,当中心永磁圈绕点 O_a 以角速度 ω_a 输入时,环板与中心永磁圈形成时变偏心谐波磁场,环板永磁圈在磁力与偏心轴的限位作用下绕点 O_a 以角速度 ω_p 做平面圆周运动,进而通过转臂轴承实现 ξ 个偏心轴的同步输出,形成MDRMG的大传动比特性。另外,图1中的环板1、环板2并列布置在偏心轴上,且偏心轴的两个偏心轴段互成 180° 相位角,

使得两片环板所受径向磁力与惯性力相反, 可有效地抵消偏心轴因受力而产生的变形, 保证偏心轴旋转过程中重心的平衡, 提高运行稳定性。

2 MDRMG 磁力模型建立

为准确且高效地获得 MDRMG 气隙磁密度分布及其形成的磁力大小, 本文提出一种磁场单元归类法。将环板与中心永磁圈之间不同的磁场作用位置划分为多种类型, 求解同一类型的磁荷作用; 再将所有类型的磁荷作用进行叠加, 以建立计及永磁体端部漏磁效应的三维磁力模型。

2.1 磁场单元归类法

图3所示为 MDRMG 单元划分。图3中, n 及 m 分别为环板与中心永磁圈沿轴向等距划分的数量; δ 为二者沿圆周方向的等分数量; L_p 、 L_a 分别为环板与中心永磁体的轴向长度, 则有 $L_a/m = L_p/n$ 。

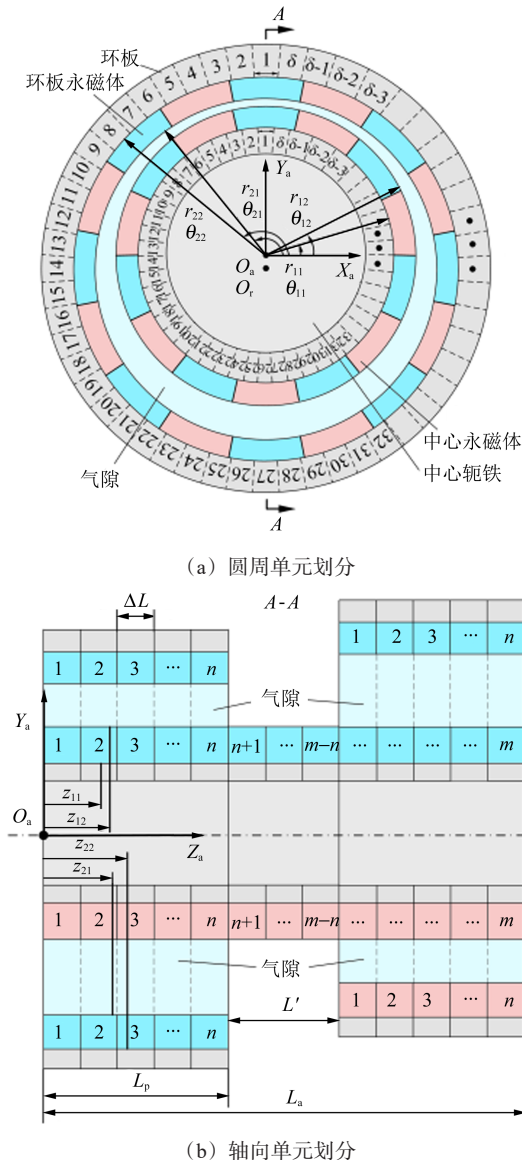


图3 MDRMG 单元划分

Fig. 3 Element division of the MDRMG

以图3中 O_a 为原点建立坐标系 $O_a-X_aY_aZ_a$, 并设中心永磁圈(内、外)表面单元的径向、圆周及轴向坐标分别为 $r_{1(1,2)}$ 、 $\theta_{1(1,2)}$ 及 $z_{1(1,2)}$, 环板永磁圈(内、外)表面单元的径向、圆周及轴向坐标分别为 $r_{2(1,2)}$ 、 $\theta_{2(1,2)}$ 及 $z_{2(1,2)}$, 则环板与中心永磁圈上的任意表面单元的位置坐标可表示为

$$\begin{cases} z_{1(1,2)} = L_a j_1 / m \\ z_{2(1,2)} = L_p j_2 / n \\ r_{1(1,2)} = R_{a(1,2)} \\ r_{2(1,2)} = \sqrt{R_{p(1,2)}^2 + e^2 - 2eR_{p(1,2)} \cos(2\pi k / \delta - \omega_p t)} \\ \theta_{1(1,2)} = 2\pi k / \delta \\ \theta_{2(1,2)} = 2\pi k / \delta + \\ \arccos \frac{R_{p(1,2)} - e \cos(2\pi k / \delta - \omega_p t)}{\sqrt{R_{p(1,2)}^2 + e^2 - 2\pi R_{p(1,2)} \cos(2\pi k / \delta - \omega_p t)}} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $k = 1, 2, \dots, \delta$; $j_1 = 1, 2, \dots, m$; $j_2 = 1, 2, \dots, n$ 。

设点 $P(r_i, \theta_i, z_i)$ 为 MDRMG 气隙中心处的任意磁场考察点; r 为环板与中心永磁圈任意单元面之间的矢径; $R(a, b, k)$ 为点 P 至任意单元面的矢径; e_r 、 e_θ 及 e_z 分别为坐标系 $O_a-X_aY_aZ_a$ 下径向、圆周及轴向的单位矢量, 则有

$$\mathbf{r} = [r_{2(1,2)} - r_{1(1,2)}] \mathbf{e}_r + [\theta_{2(1,2)} - \theta_{1(1,2)}] \mathbf{e}_\theta + (L_p j_2 / n - L_a j_1 / m) \mathbf{e}_z \quad (3)$$

$$\mathbf{R}(a, b, k) = (r_i - r_{ab}) \mathbf{e}_r + (\theta_i - \theta_{ab}) \mathbf{e}_\theta + [L_p (j_3 - j_{1,2}) / n] \mathbf{e}_z \quad (4)$$

式中, $j_3 = 1, 2, \dots, m$; $a=1, 2$; $b=1, 2$; $z_i = L_p j_3 / n$ 。

根据磁荷点间的作用磁密度与磁力通式 $\mathbf{B} = q_{ab} \mathbf{r} / (4\pi\mu_0 |\mathbf{r}|^3)$ 及 $\mathbf{F} = q_{1(1,2)} q_{2(1,2)} \mathbf{r} / (4\pi\mu_0 |\mathbf{r}|^3)$, 可获得 MDRMG 任意单元面至点 P 处的磁密度 b 与任意单元面间的磁力 f , 分别为

$$b = [q_{ab} \mathbf{R}(a, b, k)] / (4\pi\mu_0 \{ r_{ab}^2(k) + r_i^2 - 2r_i r_{ab}(k) \cos[\theta_i - \theta_{ab}(k)] + [z_i - z_{ab}(j_{1,2})]^2 \}^{3/2}) \quad (5)$$

$$f = (q_{1(1,2)} q_{2(1,2)} \mathbf{r}) / (4\pi\mu_0 \{ r_{1(1,2)}^2(k) + r_{2(1,2)}^2(k) + [z_{1(1,2)}(k) - z_{2(1,2)}(k)]^2 - 2r_{1(1,2)} r_{2(1,2)} \cos[\theta_{1(1,2)}(k) - \theta_{2(1,2)}(k)] \}^{3/2}) \quad (6)$$

式中, q_{11} 、 q_{12} 分别为中心永磁圈内、外表面的单位磁荷量; q_{21} 、 q_{22} 分别为环板永磁圈内、外表面的单位磁荷量; μ_0 为真空磁导率。

由图3可知, 当圆周角不变时, 式(3)及式(4)中的径向及圆周分量均为定值。此时, r 及 $\mathbf{R}(a, b, k)$ 仅与不同位置的轴向分量有关。因此, 式(5)及

式(6)中的***b***及***f***值也均与轴向分量有关。

设λ为考察点*P*与任意永磁圈单元面间的轴向序号差(即*j₃ - j_{1,2}*)或两个永磁圈单元面间的轴向序号差(即*j₂ - j₁*)。保持λ不变,不同位置考察点和单元面间的***R(a, b, k)***及两个永磁圈单元面间的*r*始终保持相等,此时,不同作用位置计算出的***b***及***f***值均保持相等。根据各单元面间磁场和磁力作用的位置差异,以环板1与中心永磁圈为例,获得的磁场与磁力单元归类划分分别如图4及图5所示。

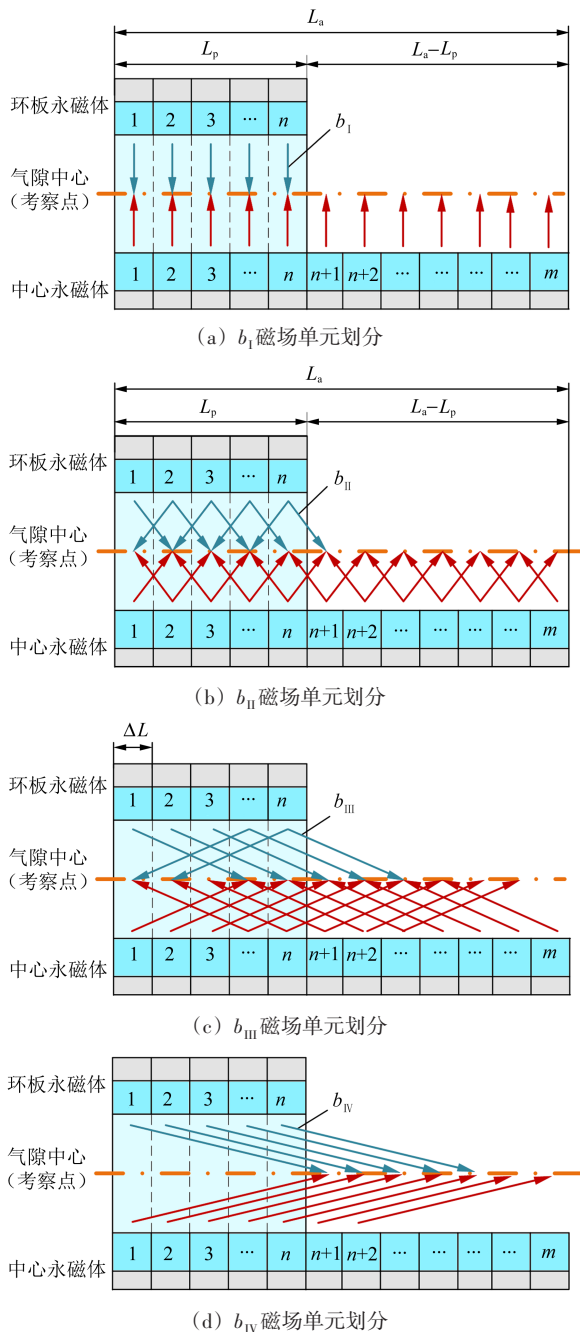


图4 气隙磁场单元归类划分

Fig. 4 Classification and division of air gap magnetic field units

图4中,将MDRMG气隙磁密度划分为***b_I***、***b_{II}***、***b_{III}***及***b_{IV}***共4类。其中,***b_I***为λ = 0时两个单元面之间

形成的磁密度分量;***b_{II}***为0 < λ < *n*/2的磁密度分量;***b_{III}***为*n*/2 ≤ λ < *n* - 1的磁密度分量;***b_{IV}***为*n* - 1 ≤ λ ≤ *m* - 1的磁密度分量。因此,分别计算出***b_I***、***b_{II}***、***b_{III}***及***b_{IV}***等4类磁密度并进行叠加,即可获得MDRMG总气隙磁密度。

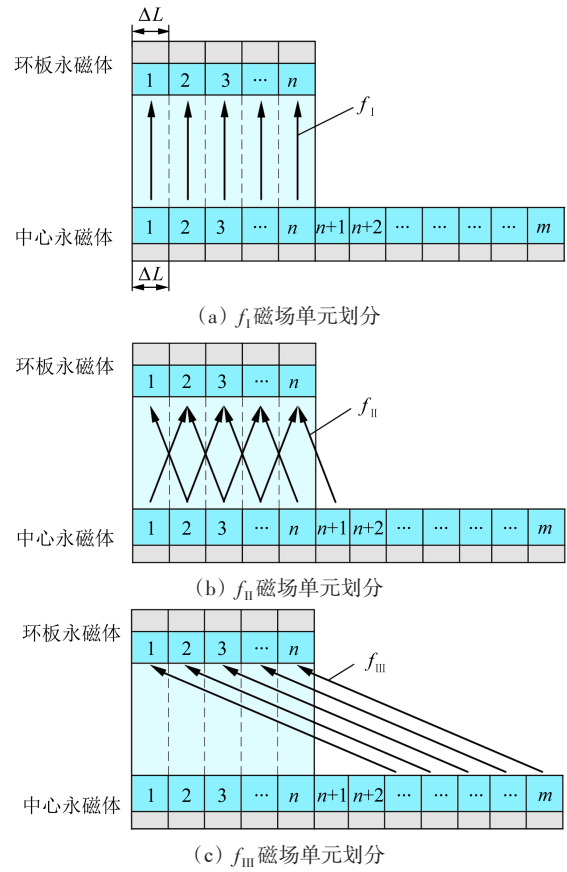


图5 磁力单元归类划分

Fig. 5 Classification and division of magnetic force units

图5中,将MDRMG磁力划分为***f_I***、***f_{II}***及***f_{III}***共3类。其中,***f_I***为λ = 0时两个单元面之间产生的磁力;***f_{II}***为0 < λ ≤ *n* - 1的磁力;***f_{III}***为*n* - 1 < λ ≤ *m* - 1的磁力。由于不同位置下的***f_I***均相等,且λ相同时,***f_{II}***、***f_{III}***也均相等,因此,3种磁力叠加,可计算出MDRMG总磁力。

2.2 MDRMG静态磁场模型建立

设环板与中心永磁圈的永磁体磁化强度分别为*M_p*及*M_a*;其等效磁荷面密度分别为σ_p及σ_a;中心与环板永磁圈的内表面积分别为*A_{a1}*、*A_{p1}*;中心与环板永磁圈的外表面积分别为*A_{a2}*、*A_{p2}*。则永磁圈内、外表面的单位磁荷量分别为

$$\begin{cases} q_{1\eta} = \frac{\sigma_a A_{a\eta}}{m\delta} = (-1)^\eta \frac{2\pi\mu_0 M_a R_{a\eta} L_a}{m\delta} \\ q_{2\eta} = \frac{\sigma_p A_{p\eta}}{n\delta} = (-1)^\eta \frac{2\pi\mu_0 M_p R_{p\eta} L_p}{n\delta} \end{cases} \quad \eta = 1, 2 \quad (7)$$

由于考察点*P*在不同轴向坐标时,其磁密度可

分为环板与中心永磁圈共同形成与中心永磁圈单独形成两种(图4), 若设环板与中心永磁圈单元面在任意轴向坐标上的所有单元面对点 P 形成的径向与切向磁密度分别为 b_r 及 b_θ , 中心永磁圈在任意轴向坐标上的所有单元面对点 P 形成的径向与切向磁密度分别为 b'_r 及 b'_θ , 则将式(7)代入式(5)中, 可计算出 b_r 、 b_θ 、 b'_r 及 b'_θ , 分别为

$$b_r = \sum_{a=1}^2 \sum_{b=1}^2 \sum_{k=1}^{\delta} \frac{q_{ab} \{r_i - r_{ab}(k) \cos[\theta_i - \theta_{ab}(k)]\}}{4\pi\mu_0 [R(a, b, k)]^3} \quad (8)$$

$$b_\theta = \sum_{a=1}^2 \sum_{b=1}^2 \sum_{k=1}^{\delta} \frac{q_{ab} r_{ab}(k) \sin[\theta_i - \theta_{ab}(k)]}{4\pi\mu_0 [R(a, b, k)]^3} \quad (9)$$

$$b'_r = \sum_{b=1}^2 \sum_{k=1}^{\delta} \frac{q_{1b} \{r_i - r_{1b}(k) \cos[\theta_i - \theta_{1b}(k)]\}}{4\pi\mu_0 [R(1, b, k)]^3} \quad (10)$$

$$b'_\theta = \sum_{b=1}^2 \sum_{k=1}^{\delta} \frac{q_{1b} r_{1b}(k) \sin[\theta_i - \theta_{1b}(k)]}{4\pi\mu_0 [R(1, b, k)]^3} \quad (11)$$

根据图4中的气隙磁场单元归类, 可将式(8)~式(11)中任意点 P 位置所形成的径向及切向磁密度整合成总气隙磁密度。用矩阵 \mathbf{B}_{1r} 及 $\mathbf{B}_{1\theta}$ ($1 \times m$ 矩阵)表示环板1与中心永磁圈在所有考察点 P 处的径向及切向磁密度, 可得

$$\begin{aligned} [\mathbf{B}_{1r}] &= [\mathbf{B}_{1r} \mathbf{B}'_{1r}] + \sum_{\lambda=1}^{n/2} [\mathbf{B}_{1ir}(\lambda) \mathbf{B}'_{1ir}(\lambda) \mathbf{B}''_{1ir}(\lambda)] + \\ &\sum_{\lambda=n/2+1}^{n-1} [\mathbf{B}_{1ir}(\lambda) \mathbf{B}'_{1ir}(\lambda) \mathbf{B}''_{1ir}(\lambda) \mathbf{B}'''_{1ir}(\lambda)] + \\ &\sum_{\lambda=n}^{m-1} [\mathbf{B}_{1IVr}(\lambda) \mathbf{B}'_{1IVr}(\lambda) \mathbf{B}''_{1IVr}(\lambda)] \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{B}_{1\theta}] &= [\mathbf{B}_{1\theta} \mathbf{B}'_{1\theta}] + \sum_{\lambda=1}^{n/2} [\mathbf{B}_{1i\theta}(\lambda) \mathbf{B}'_{1i\theta}(\lambda) \mathbf{B}''_{1i\theta}(\lambda)] + \\ &\sum_{\lambda=n/2+1}^{n-1} [\mathbf{B}_{1i\theta}(\lambda) \mathbf{B}'_{1i\theta}(\lambda) \mathbf{B}''_{1i\theta}(\lambda) \mathbf{B}'''_{1i\theta}(\lambda)] + \\ &\sum_{\lambda=n}^{m-1} [\mathbf{B}_{1IV\theta}(\lambda) \mathbf{B}'_{1IV\theta}(\lambda) \mathbf{B}''_{1IV\theta}(\lambda)] \quad (13) \end{aligned}$$

式中, \mathbf{B}_{1r} 及 $\mathbf{B}_{1\theta}$ 均为 $1 \times n$ 矩阵且各元素分别为 b_r 及 b_θ ; \mathbf{B}'_{1r} 及 $\mathbf{B}'_{1\theta}$ 均为 $1 \times (m-n)$ 矩阵且各元素分别为 b'_r 及 b'_θ ; $\mathbf{B}_{1ir}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}_{1i\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times \lambda$ 矩阵且各元素分别为 b_{ir} 及 $b_{i\theta}$; $\mathbf{B}'_{1ir}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}'_{1i\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (n-\lambda)$ 矩阵且各元素分别为 $2b_{ir}$ 及 $2b_{i\theta}$; $\mathbf{B}''_{1ir}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}''_{1i\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (m-n)$ 矩阵, 且1至 $(m-n-\lambda)$ 列元素分别为 $2b'_{ir}$ 及 $2b'_{i\theta}$, $(m-n-\lambda+1)$ 至 λ 列分别为 b'_{ir} 及 $b'_{i\theta}$; $\mathbf{B}_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (n-\lambda)$ 矩阵且各元素分别为 b_{IVr} 及 $b_{IV\theta}$; $\mathbf{B}'_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}'_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (2\lambda-n)$ 零阵; $\mathbf{B}''_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}''_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (n-\lambda)$ 矩阵且各元素分别为 b_{IVr} 及 $b_{IV\theta}$; $\mathbf{B}'''_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}'''_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (m-n)$ 矩阵, 且1至 $(m-n-\lambda)$ 列元素分别为 $2b'_{IVr}$ 及 $2b'_{IV\theta}$, $(m-n-\lambda+1)$ 至 λ 列分别为 b'_{IVr} 及 $b'_{IV\theta}$; $\mathbf{B}_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times \lambda$ 零阵; $\mathbf{B}'_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}'_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times n$

矩阵且各元素分别为 b_{IVr} 及 $b_{IV\theta}$; $\mathbf{B}''_{1IVr}(\lambda)$ 及 $\mathbf{B}''_{1IV\theta}(\lambda)$ 均为 $1 \times (m-n-\lambda)$ 矩阵且各元素分别为 b'_{IVr} 及 $b'_{IV\theta}$ 。

同理, 利用图4所示的气隙磁场归类可求出环板2与中心永磁圈间的径向及切向气隙磁密度矩阵 \mathbf{B}_{2r} 及 $\mathbf{B}_{2\theta}$, 即

$$\mathbf{B}_{2r,\theta} = \mathbf{B}_{1r,\theta} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (14)$$

根据磁场叠加原理, 可获得MDRMG径向及切向气隙磁密度 \mathbf{B}_r 及 \mathbf{B}_θ , 分别为

$$\begin{cases} [\mathbf{B}_r] = [\mathbf{B}_{1r}] + [\mathbf{B}_{2r}] \\ [\mathbf{B}_\theta] = [\mathbf{B}_{1\theta}] + [\mathbf{B}_{2\theta}] \end{cases} \quad (15)$$

2.3 MDRMG静态磁力模型建立

设环板1与中心永磁圈在任意轴向坐标上的所有圆周单元面间的径向及切向磁力分别为 f_r 及 f_θ , 根据式(3)及式(6)可得

$$f_{r,\theta} = \sum_{a=1}^2 \sum_{b=1}^2 \sum_{k=1}^{\delta} \frac{q_{1a} q_{2b} r_{r,\theta}}{4\pi\mu_0 |r|^3} \quad (16)$$

$$r_r = r_{1a} \cos[\theta_{1a}(k) - \omega_p t] - r_{2b} \cos[\theta_{2b}(k) - \omega_p t] \quad (17)$$

$$r_\theta = r_{1a} \sin[\theta_{1a}(k) - \omega_p t] - r_{2b} \sin[\theta_{2b}(k) - \omega_p t] \quad (18)$$

与求解 \mathbf{B}_{1r} 及 $\mathbf{B}_{1\theta}$ 的方法相同, 根据图5所示的磁力归类方式, 由式(16)可求得环板1与中心永磁圈间的径向及切向总磁力 F_r 及 F_θ , 分别为

$$F_r = n f_r + \sum_{\lambda=1}^{n-1} [(2n-\lambda) f_{ir}(\lambda)] + \sum_{\lambda=n}^{m-1} [\varepsilon f_{IVr}(\lambda)] \quad (19)$$

$$F_\theta = n f_\theta + \sum_{\lambda=1}^{n-1} [(2n-\lambda) f_{i\theta}(\lambda)] + \sum_{\lambda=n}^{m-1} [\varepsilon f_{IV\theta}(\lambda)] \quad (20)$$

式中, f_r 及 f_θ 分别为 f_i 径向及切向分量; $f_{ir}(\lambda)$ 及 $f_{i\theta}(\lambda)$ 分别为 $f_{i\theta}$ 径向及切向分量; $f_{IVr}(\lambda)$ 及 $f_{IV\theta}(\lambda)$ 分别为 f_{IV} 径向及切向分量。当 $m-n < n$ 时, $\varepsilon = m-n$; $m-n \geq n$ 且 $n \leq \lambda < m-n$ 时, $\varepsilon = n$; $m-n \geq n$ 且 $m-n \leq \lambda \leq m-1$ 时, $\varepsilon = m-\lambda$ 。

另外, 由于环板1与环板2间的参数完全相同, 因此, 环板2与中心永磁圈间的总径向磁力 $F_{2r} = F_r$, 且总切向磁力 $F_{2\theta} = F_\theta$ 。进而可求得中心永磁圈所受电磁转矩 $T_i = (F_{1\theta} + F_{2\theta}) R_{r2}$ 。

3 MDRMG转子动力学模型建立

环板间距 L' 变化, 不仅会改变上述磁力模型中的单元划分数 m , 影响其计算结果, 还会使偏心轴的两个偏心轴段间距发生变化, 改变偏心轴转子的质量与刚度, 从而影响其动力学特性。为此, 本节利用Riccati传递矩阵建立动力学模型, 以分析 L' 与MDRMG临界转速间的关系。

图6所示为图1中的MDRMG偏心轴离散划分模型,表2所示为图6所得的部分转子离散集总化参数。其中,计及惯量的刚性圆盘离散数量为31,计及刚度的弹性轴段数量为30。

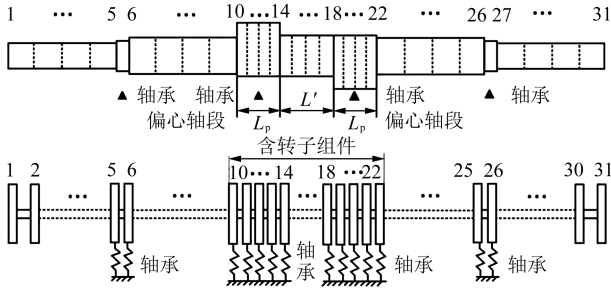


图6 MDRMG偏心轴划分与离散

Fig. 6 Division and discretization of the MDRMG eccentric shaft

表2 部分转子离散集总化参数

Tab. 2 Discrete lumped parameters of the partial rotor

编号	长度/mm	截面矩/mm ⁴	质量/g	极转动惯量/(kg·mm ²)
1	12.50	1 017.87	5.55	0.62
2	12.50	1 017.87	11.10	1.25
...
31	0	1 017.87	5.55	0.62

设截面单元状态矢量中的弯矩、剪力、位移及挠度分别为 M 、 Q 、 X 及 A ,并将 M 、 Q 划分为矩阵 g , X 、 A 划分为矩阵 h ,则第 i 个截面单元与第 $i+1$ 个截面单元间的关系^[22-23]为

$$\begin{Bmatrix} g \\ h \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} g \\ h \end{Bmatrix}_i \quad (21)$$

式中, u_{11} 、 u_{12} 、 u_{21} 、 u_{22} 分别为表2所得的离散集总化参数与转速 ω_p 的函数矩阵。

将Riccati变换 $g_i = s_i h_i$ 代入式(21)中,可得

$$\begin{Bmatrix} g \\ h \end{Bmatrix}_{i+1} = (u_{11}S + u_{12})_i (u_{21}S + u_{22})_i^{-1} \begin{Bmatrix} g \\ h \end{Bmatrix}_i \quad (22)$$

对比可知,Riccati传递矩阵 S_i 递推算式为

$$S_{i+1} = (u_{11}S + u_{12})_i (u_{21}S + u_{22})_i^{-1} \quad (23)$$

综上,对于右端截面 $i+1$,有 $g_{i+1} = S_{i+1} h_{i+1}$;由于右端为自由端,当偏心轴发生临界振动时,边界条件为 $g_{i+1} = 0$ 及 $h_{i+1} \neq 0$ 。则式(23)的非零解条件为

$$\det S_{i+1} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix}_{i+1} = 0 \quad (24)$$

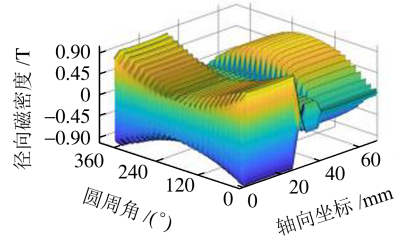
式(24)即为系统频率方程,其解为转子临界转速。

4 MDRMG有限元仿真分析

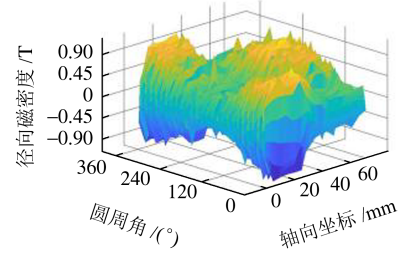
4.1 MDRMG静态磁场对比分析

为验证磁场单元归类法的有效性,取磁偏角 $\beta = 0^\circ$ 时所有点 $P(r_i, \theta_i, z_i)$ 处的 B_r 及 B_θ 理论计算[式(15)所得]与三维有限元法(3-D Finite Element Meth-

od, 3-D FEM)仿真结果进行对比,分别如图7及图8所示。



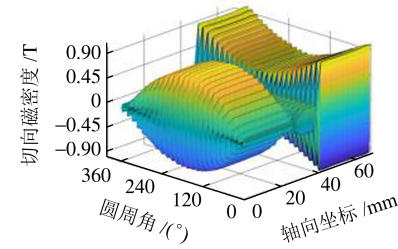
(a) 理论计算径向磁密度曲面



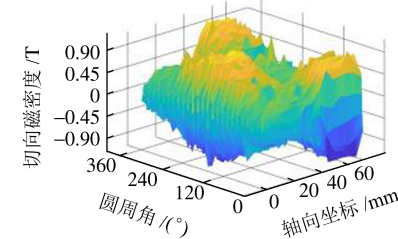
(b) 有限元仿真径向磁密度曲面

图7 理论计算及有限元仿真径向磁密度曲面对比

Fig. 7 Comparison of radial magnetic density curves between the theoretical calculation and the finite element simulation



(a) 理论计算切向磁密度曲面



(b) 有限元仿真切向磁密度曲面

图8 理论计算及有限元仿真切向磁密度曲面对比

Fig. 8 Comparison of tangential magnetic density curves between the theoretical calculation and the finite element simulation

由图7、图8可知, B_r 随着圆周角 θ_i 增加呈先减弱后增加趋势,而 B_θ 变化趋势与 B_r 相反。这是由于在式(2)及式(3)中,环板与中心永磁圈间的气隙长度与圆周角 θ_i 呈正弦变化关系,导致其空气磁阻随 θ_i 增加呈先增大后减小趋势。因此,径向充磁的永磁体使得 B_r 变化趋势与空气磁阻变化相反。另外,磁力线总是通过最小的磁阻路径,使得空气磁阻较大时的 B_r 逐渐转化成 B_θ 。因此, B_θ 呈先增加后减小趋势。

另外, 由于环板1、环板2间隔 180° 相位角偏心布置且二者参数完全相同, 因此, $z_i \in [0, 30]$ mm 内的 B_r 及 B_θ 曲面与 $z_i \in [40, 70]$ mm 内的相差 180° 相位角, 且二者分布状态完全相同。

为进一步验证磁场单元归类法的准确性, 取环板1的中截面($z_i=15$ mm)的 B_r 及 B_θ 进行对比, 如图9所示。由图9可知, B_r 及 B_θ 在圆周范围内的理论计算与有限元仿真结果变化趋势高度一致(相对误差小于等于7%), 验证了磁场单元归类法[式(15)]的准确性。

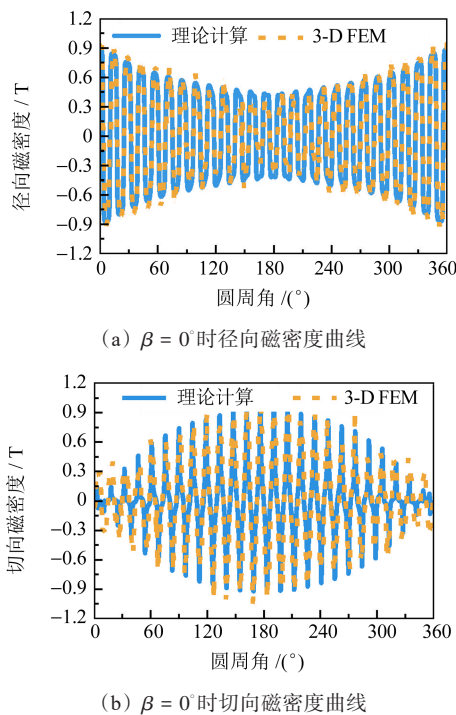


图9 径向及切向磁密度理论计算与有限元对比曲线

Fig. 9 Comparison curves of the radial and tangential magnetic density between the theoretical calculation and the finite element

图10所示为 $\theta_i=180^\circ$ 时的 B_r 及 B_θ 与 z_i 的关系曲线。

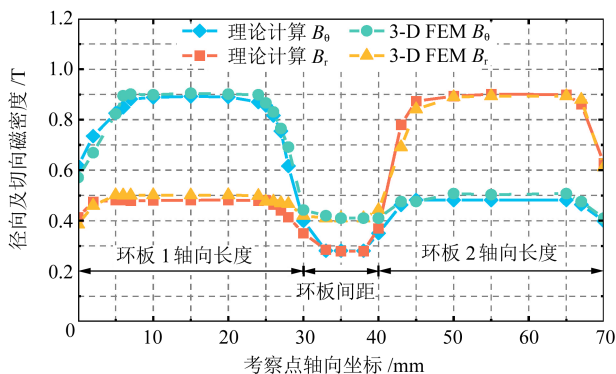


图10 径向及切向磁密度与轴向坐标关系曲线

Fig. 10 Curves of the relation between the radial and tangential magnetic density and the axial coordinate

由图10可知, 随着轴向坐标 z_i 增加, B_r 与 B_θ 均呈现“上升-持平-下降-持平-上升-持平-下降”的变化趋势。这是因为当 $z_i=0$ mm时, 点 P 位于永磁体轴向端部, 其端部漏磁效应导致 B_r 与 B_θ 均较小; 随着点 P 远离端部, 二者逐渐增大并使 B_r 与 B_θ 在端部漏磁较小处趋于稳定; 当点 P 接近环板1永磁体的另一端时, B_r 与 B_θ 又因漏磁增大而减小; 当 P 点位于两环板间距处(即 $z_i \in [30, 40]$ mm)时, 由于其距离两环板均较远, 较大的气隙磁阻使此处的 B_r 与 B_θ 均远小于环板与中心永磁圈气隙处磁密度。综上证明, 利用磁场单元归类法建立的磁场模型可计及端部漏磁效应。

另外, 在环板间距处的有限元结果略大于理论计算结果。这是因为磁场单元归类法计算磁场时仅考虑了环板与中心永磁圈之间的相互作用, 未考虑两环板永磁圈间的影响关系; 但两环板间距较大, 导致径向充磁的两环板永磁圈相互影响有限。因此, 理论与仿真结果差距较小。

4.2 MDRMG 静态转矩及径向磁力对比分析

图11所示为磁偏角 β 转过中心永磁圈的一对磁极角度时, MDRMG 静态转矩 T_i 及径向磁力 F_r 的有限元仿真与理论计算结果对比。

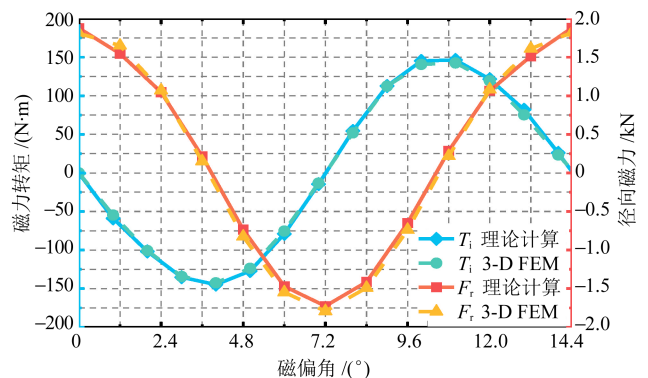


图11 磁力转矩及径向磁力理论计算与有限元对比曲线

Fig. 11 Comparison curves of the magnetic torque and radial magnetic force between theoretical calculation and finite element

图11中, T_i 与 F_r 的理论计算与有限元仿真结果均高度重合, 且为关于 β 的正弦周期曲线。这种周期性变化是由环板与中心永磁圈的永磁体正负交错排列所引起的; 随着磁偏角 β 增大, 环板永磁体受力的方向会经历从径向到切向的变化, 并且这种变化与正负磁极的分布呈周期性对应。

另外, 有限元仿真所得的 T_i 最大、最小值分别为 ± 148.69 N·m, F_r 的最大、最小值分别为 1 876.66 N 及 -1 792.72 N; 理论计算所得的 T_i 最大、最小值分别为 ± 150.32 N·m, F_r 的最大、最小值分别为 1 796.52 N 及 -1 726.64 N。有限元仿真与理论计

算结果的平均相对误差小于等于4%，验证了式(19)及式(20)的正确性。

4.3 环板间距对磁力转矩及径向磁力的影响

当环板间距 L' 变化时，任意单元的位置坐标发生改变，引起式(15)及式(20)所求的磁密度及磁力变化。因此，为分析 L' 对 T_i 与 F_r 的影响，取其在[0, 40] mm变化范围内的 T_i 与 F_r 峰值进行研究，结果如图12所示。

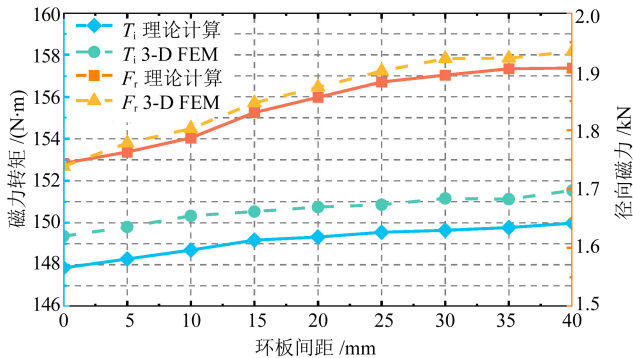


图12 环板间距与磁力转矩及径向磁力关系曲线

Fig. 12 Curves of the relation between the ring-plate spacing and the magnetic torque and radial magnetic force

由图12可知，当 L' 逐渐增大时， T_i 与 F_r 峰值近似成线性增大且增长量较小。这是由于 L' 增大时，中心永磁圈沿轴向划分的数量 m 增大，式(19)及式(20)中第三类磁力 f_{m3} 的系数 ε 也增大，进而 T_i 与 F_r 增大；但产生 f_{m3} 的环板与中心永磁圈单元面间的矢径较大，使得式(16)的计算结果较小， T_i 与 F_r 峰值虽有增长但增长量较小。

图13所示为 L' 递增时理论计算时间与有限元仿真时间的对比。

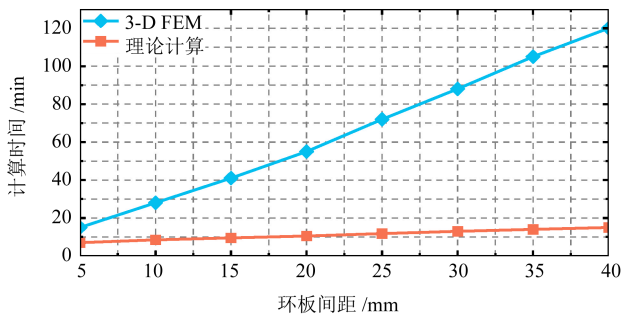


图13 环板间距与计算时间关系曲线

Fig. 13 Curves of the relation between the ring-plate spacing and the calculation time

由图13可知，随着 L' 增加，磁场单元归类法所用计算时长远小于有限元仿真。这是因为增大 L' 时，中心永磁圈与环板永磁圈耦合面积增加，使仿真中的网格数量及归类法中的轴向单元数量 m 均增加，但 m 的增大仅改变式(19)及式(20)中的磁力分量系

数值，而不影响其迭代关系。因此， L' 不变时，本文所提算法的计算速度快于有限元法；且 L' 增加时，其所节省的计算时间越来越多。

4.4 MDRMG临界转速分析

图14所示为将表2数据代入式(26)所得的偏心轴转速 ω_p 与剩余量 $\det S_{i+1}$ 的曲线，表3所示为由图14所得的临界转速计算数据与有限元仿真结果的对比。

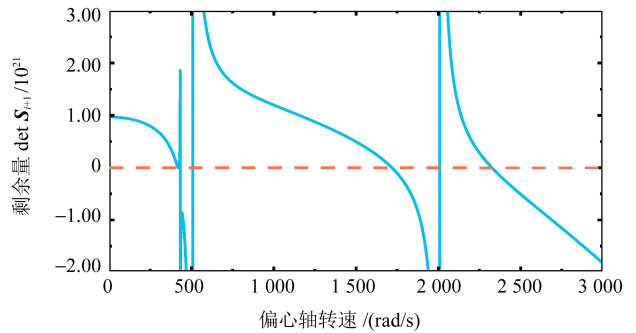


图14 偏心轴转速与剩余量 $\det S_{i+1}$ 曲线

Fig. 14 Curves of the eccentric shaft speed and the residual $\det S_{i+1}$

表3 理论计算与有限元仿真结果对比

Tab. 3 Comparison of the theoretical calculation and the finite element simulation results

阶数	理论计算/(rad/s)	有限元仿真/(rad/s)	相对误差/%
1	427	417	2.3
2	1 565	1 600	2.2
3	2 212	2 410	8.2

由图14、表3可知，式(26)所得的偏心轴转子前3阶临界角速度与有限元仿真结果相对误差较小，验证了本文所建MDRMG偏心轴转子系统动力学模型的正确性。

图15及图16所示分别为 L' 增大时，其与偏心轴临界转速及MDRMG前6阶固有频率间的变化关系。

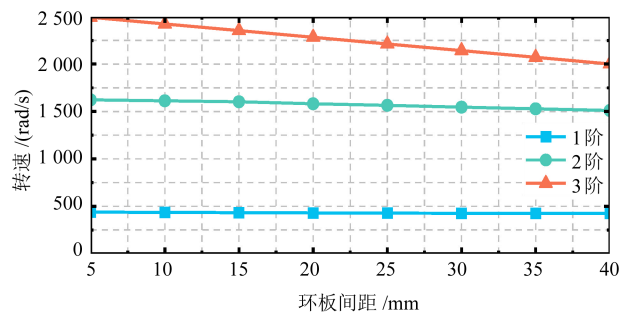


图15 偏心轴转速与环板间距关系曲线

Fig. 15 Curves of the relation between the eccentric shaft speed and the ring-plate spacing

由图15、图16可知， L' 增加时，偏心轴转子临界转速与MDRMG固有频率逐渐降低。这是因为 L' 增大时，图6中 L' 段内离散的盘轴单元数量增加，使偏心轴的质量分布改变，转动惯量增大，其挠性增

加、刚度降低。这种变化增加了转子重心与旋转轴线的重合度,从而产生了更大的周期性变化的离心力。当离心力的变化频率与转子的固有频率接近时,转子将发生剧烈振动,进一步降低临界转速。

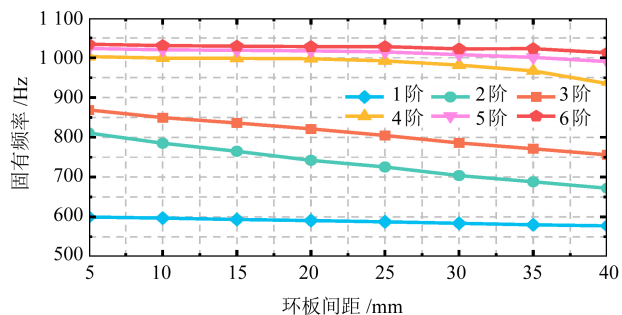


图 16 MDRMG 固有频率与环板间距关系曲线

Fig. 16 Curves of the relation between the MDRMG intrinsic frequency and the ring-plate spacing

5 结论

1) MDRMG 利用偏心结构和磁极差,使环板 1、环板 2 与中心永磁圈间形成偏心谐波磁场,产生不均匀的磁力作用;当磁极相对位置改变时,径向磁力逐渐转变为切向磁力,从而可实现高转矩及大传动比传动特性。此外,不仅 MDRMG 可将中心永磁圈产生的不平衡径向磁力分配到多个偏心轴上,其双环板结构还保证了偏心轴重心的平衡,减少了由不平衡力引起的振动和磨损,延长了转臂轴承寿命,提高了工作稳定性。

2) 利用磁场单元归类法计算得到的 MDRMG 气隙磁密度及磁力可依据单元面的不同作用位置,将气隙磁密度分为 b_{I} 、 b_{II} 、 b_{III} 及 b_{IV} 等 4 类,磁力分为 f_{I} 、 f_{II} 及 f_{III} 等 3 类。通过计算同种类型的磁密度与磁力并进行叠加,可建立计及漏磁效应的 MDRMG 气隙磁密度与磁力模型,避免了复杂的积分运算,节省了计算时间;并且随着模型计算量的增加,磁场单元归类法所用时间远小于有限元法所用时间,大幅提高了磁力齿轮分析效率。

3) MDRMG 的 B_r 及 B_θ 随气隙长度与磁极相对位置的改变而产生周期性变化。当磁偏角 $\beta=0^\circ$ 时, B_r 最大、 B_θ 最小;随着气隙长度增加, B_r 逐渐转化成 B_θ 。另外,由于环板 1、环板 2 之间存在 180° 相位角,二者的 B_r 及 B_θ 分别相差 180° 相位。

4) 环板间距 L' 增加,会增大环板与中心永磁圈磁力作用的单元面数量,导致 MDRMG 的 T_i 与 F_r 有增大趋势。但因单元面间矢径较大,单元面间空气磁阻较大, T_i 与 F_r 的增长量较小。另外, L' 的增大

会改变偏心轴的质量分布,增加转动惯量与转子挠性,降低其刚度,导致 MDRMG 固有模态与偏心轴临界转速降低。

参 考 文 献

- [1] DUAN G, GUPTA T, SUTTON E, et al. Cycloidal magnetic gear combining axial and radial topologies [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2022, 37(3): 2130-2137.
- [2] POP C V, FODOREAN D. Purely electromagnetic propulsion system with two transmission levels: design, numerical, and experimental results [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70(5): 4494-4504.
- [3] LIU R H, ZHANG F X, ZHANG J D, et al. Exact analytical magnetic field analysis, optimization design and realization of an eccentric magnetic harmonic gear [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 59(2): 1541-1546.
- [4] LANG T V, SHARKH S M, ANGLADA J R, et al. Rotary-to-linear magnetic gear [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 59(3): 3310-3319.
- [5] ATALLAH K, HOWE D. A novel high-performance magnetic gear [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(4): 2844-2846.
- [6] 袁晓明, 庞浩东, 高鸿发, 等. 磁场调制型磁齿轮研究综述 [J]. 机械工程学报, 2024, 60(14): 347-363.
YUAN Xiaoming, PANG Haodong, GAO Hongfa, et al. Research overview on field modulated magnetic gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(14): 347-363.
- [7] GE Y J, NIE C Y, XIN Q. A three dimensional analytical calculation of the air-gap magnetic field and torque of coaxial magnetic gears [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2012, 131: 391-407.
- [8] FILIPPINI M, ALOTTO P. An optimization tool for coaxial magnetic gears [J]. COMPEL-the International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2017, 36(5): 1526-1539.
- [9] DESVAUX M, TRAULLÉ B, LATIMIER R, et al. Computation time analysis of the magnetic gear analytical model [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(5): 7000409.
- [10] FUKUOKA M, NAKAMURA K, ICHINOKURA O. Dynamic analysis of planetary-type magnetic gear based on reluctance network analysis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(10): 2414-2417.
- [11] JOHNSON M, GARDNER M C, TOLIYAT H A. A parameterized linear magnetic equivalent circuit for analysis and design of radial flux magnetic gears: Part I: implementation [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2017, 33(2): 784-791.
- [12] 付善强, 吴冬华, 韩伟涛, 等. 基于非线性材料的高速磁浮电磁铁建模与分析 [J]. 西南交通大学学报, 2023, 58(4): 879-885.
FU Shanqiang, WU Donghua, HAN Weitao, et al. Modeling and analysis of high-speed maglev electromagnets based on nonlinear materials [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2023, 58(4): 879-885.
- [13] 葛研军, 袁直, 赵鹏, 等. 同心式永磁齿轮启动特性建模与分析 [J]. 中国机械工程, 2018, 29(13): 1513-1518.

- GE Yanjun, YUAN Zhi, ZHAO Peng, et al. Modeling and analysis on starting characteristics of CPMGs[J]. *China Mechanical Engineering*, 2018, 29(13): 1513-1518.
- [14] 李德昊, 徐庆, 詹阳, 等. 同心式磁齿轮互连型调制环的设计[J]. *机械传动*, 2024, 48(7): 55-62.
- LI Dehao, XU Qing, ZHAN Yang, et al. Design of bridged ring modulators in coaxial magnetic gears[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(7): 55-62.
- [15] JORGENSEN F T, ANDERSEN T O, RASMUSSEN P O. The cycloid permanent magnetic gear[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2008, 44(6): 1659-1665.
- [16] RUIZ-PONCE G, ARJONA M A, HERNANDEZ C, et al. A review of magnetic gear technologies used in mechanical power transmission[J]. *Energies*, 2023, 16(4): 1721.
- [17] 刘蓉晖, 李琛, 章跃进. 偏心式谐波磁力齿轮气隙磁场解析模型[J]. *中国电机工程学报*, 2013, 33(36): 126-133.
- LIU Ronghui, LI Chen, ZHANG Yuejin. Analytical model for air-gap magnetic field calculation in an eccentric magnetic harmonic gear[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2013, 33(36): 126-133.
- [18] 章跃进, 章君达. 偏心式谐波磁力齿轮气隙磁场分式线性变换解析模型[J]. *电工技术学报*, 2018, 33(15): 3572-3577.
- ZHANG Yuejin, ZHANG Junda. Analytical model of magnetic field of eccentric harmonic magnetic gear using fractional linear transformation method[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2018, 33(15): 3572-3577.
- [19] GE Y J, LIU D N, YANG J Y, et al. Analysis and calculation of the three-dimensional air-gap magnetic field and electromagnetic torque of a multishaft ring-plate magnet gear[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2022, 58(11): 8003108.
- [20] 刘东宁, 葛研军, 杨均悦, 等. 三轴环板式永磁齿轮气隙磁场及转矩计算[J]. *机械传动*, 2024, 48(1): 46-51.
- LIU Dongning, GE Yanjun, YANG Junyue, et al. Analytical calculation of air-gap magnetic field and torque of triple-shaft ring-plate magnet gears[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(1): 46-51.
- [21] HUANG H L, BIRD J Z, VERA A L, et al. An axial cycloidal magnetic gear that minimizes the unbalanced radial force[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2020, 56(7): 8101210.
- [22] 徐成熙, 王坚. 基于Riccati传递矩阵法的永磁涡流联轴器固有频率分析[J]. *机械传动*, 2024, 48(6): 95-99.
- XU Chengxi, WANG Jian. Natural frequency analysis of permanent magnet eddy current couplings based on the Riccati transfer matrix method[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(6): 95-99.
- [23] 王正. 转动机械的转子动力学设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 83-100.
- WANG Zheng. Rotor dynamics design of rotating machinery[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 83-100.

Calculation of magnetic field categorization of double ring-plate magnetic gears and the effect of ring-plate spacing on performance

YU Jiaqi LIU Dongning SUN Feng ZHAO Fang ZHAO Chuan ZHAO Haining XU Fangchao LI Siqu
(School of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: [Objective] To accurately and efficiently analyze the magnetic and dynamic characteristics of multishaft double ring-plate magnetic gears (MDRMGs), improve the working conditions of CPMG arm bearings, and extend their service life, a multishaft double-ring magnetic gear transmission structure was designed by combining magnetic gears with mechanical ring-plate gears. [Methods] A magnetic field unit classification method was proposed, and then a mathematical model for air-gap magnetic field and static torque was established, which was efficient and took the end leakage magnetic effect into account. Meanwhile, based on the Riccati transfer matrix method, a dynamic model of the eccentric shaft rotor system of MDRMG was constructed. [Results] A comparison between the magnetic field unit classification method and the finite element method shows that the results of magnetic flux density and magnetic force obtained by the two methods are highly consistent, but the calculation time of the magnetic field unit classification method is shorter. The analysis also reveals that changes in the ring-plate spacing affect the classification calculation of magnetic field units and the lumped parameters in the dynamic model, the static magnetic torque of MDRMG increases with the increase of ring-plate spacing, while the critical speed of the eccentric shaft decreases as the ring-plate spacing increases. The magnetic field unit classification method can efficiently and accurately analyze the air-gap magnetic field and torque characteristics of MDRMG. In addition, the ring-plate spacing has a certain impact on the magnetic field and dynamic performance of MDRMGs.

Key words: Magnetic gear; Magnetic field unit classification method; Magnetic torque; Riccati transfer matrix; Critical speed
(编辑: 刘欢欢)