

蒋超, 陈杰, 蒋昌波, 等. 柱状珊瑚砂静水沉降试验研究[J]. 海洋学报, 2023, 45(4): 57–67, doi:10.12284/hyxb2023043

Jiang Chao, Chen Jie, Jiang Changbo, et al. Experimental study on settlement of rod coral sand in stagnant water[J]. Haiyang Xuebao, 2023, 45(4): 57–67, doi:10.12284/hyxb2023043

柱状珊瑚砂静水沉降试验研究

蒋超¹, 陈杰^{1,2,3*}, 蒋昌波^{1,2,3}, 姚震¹, 梁海¹, 伍志元^{1,2,3}

(1. 长沙理工大学 水利与环境工程学院, 湖南 长沙 410114; 2. 洞庭湖水环境治理与生态修复湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410114; 3. 水沙科学与水灾害防治湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410114)

摘要: 沉降速度是珊瑚砂的一个重要物理参数。由于柱状珊瑚砂与其他形状的珊瑚砂有着明显的差异, 套用现有珊瑚砂的沉速公式进行计算并不合适。本文选取柱状珊瑚砂进行单颗粒沉降试验, 研究静水中柱状珊瑚砂沉降速度及其影响因素, 通过讨论分析不同的等效粒径和形状系数对柱状珊瑚砂沉降速度的影响, 发现柱状珊瑚砂的沉降速度与等效粒径和 Corey 形状系数密切相关, 基于本文试验数据推求了适用于计算柱状珊瑚砂沉降速度的经验公式, 丰富了海岸泥沙理论。

关键词: 柱状珊瑚砂; 沉降速度; 阻力系数; 形状系数

中图分类号: P736.21^{†3}

文献标志码: A

文章编号: 0253-4193(2023)04-0057-11

1 引言

珊瑚砂是发育于热带海洋环境中的一种特殊的岩土介质类型, 主要由珊瑚碎屑和其他海洋生物碎屑组成, 碳酸钙含量高达 96%, 也称钙质砂^[1]。珊瑚砂作为一种建筑材料, 在海洋工程开发中起到了至关重要的作用, 例如岛礁工程^[2-4]、海岸工程^[5]等。

现有研究表明珊瑚砂与传统的石英砂有很大的不同。在化学成分上, 珊瑚砂主要的矿物是文石和方解石, 由碳酸钙以及少量的碳酸镁、碳酸锰组成^[6-7], 而石英砂主要的矿物是石英岩, 由二氧化硅以及少量的三氧化二铁组成。在物理性质上, 相比石英砂, 珊瑚砂具有磨圆度差、内部多孔隙和易破碎等特点^[8]。在形状结构上, 珊瑚砂形状极不规则, 有球状、长条状等多种形状^[9], 而石英砂形状多为球形。因此, 珊瑚砂与石英砂差异较大, 现有的石英砂理论对珊瑚砂是否适用, 还有待进一步研究。

近年来, 对珊瑚砂开展了大量的试验研究, 可分

为下述两个方面:(1)力学特性, 包括珊瑚砂蠕变试验^[10-12]、珊瑚砂破碎试验^[13-14];(2)运动特性, 包括珊瑚砂起动试验^[15]、珊瑚砂扩散试验^[16]、珊瑚砂沉降试验^[17-21]。针对珊瑚砂沉降试验, Smith 和 Cheung^[17]对夏威夷瓦胡岛 998 颗珊瑚砂的沉降速度和阻力系数进行了试验, 得到了每颗珊瑚砂的沉降速度、轴平均直径、阻力系数、雷诺数和 Corey 形状系数; Wang 等^[18]提出了可同时考虑球度和倒圆度的形状系数, 分析了不规则形状珊瑚砂的沉降速度和阻力系数; Riazi 等^[19]考虑黏滞力和惯性力共同作用的情况下, 根据 Smith 和 Cheung^[17]的珊瑚砂试验数据, 提出了阻力系数和沉降速度的预测公式; Li 等^[20]利用 320 颗片状珊瑚砂, 得出了适用于 Corey 形状系数在 0.02~0.20 之间片状珊瑚砂的沉降速度和阻力系数计算公式; 金智涛等^[21]开展了珊瑚砂和石英砂沉降试验, 提出了动力形状因子参数来表征形状对沉降的影响, 得到了考虑形状影响下的沉降公式。

总结发现, 现有研究虽然考虑了颗粒的粒径大小

收稿日期: 2022-02-08; 修订日期: 2022-09-08。

基金项目: 国家重点研发计划(2021YFB2601100); 国家自然科学基金重点项目(51839002); 国家自然科学基金面上项目(51979014, 52271257); 湖南省杰出青年科学基金项目(2022JJ10047)。

作者简介: 蒋超(1999—), 男, 湖南省邵阳市人, 主要从事珊瑚砂运动特性研究。E-mail: 841072313@qq.com

* 通信作者: 陈杰(1982—), 男, 广西壮族自治区桂林市人, 博士, 教授, 主要从事河口海岸动力学及泥沙运动研究。E-mail: chenjie166@163.com

对珊瑚砂沉降速度的影响,但是珊瑚砂样本的粒径范围存在一定的局限性。Smith 和 Cheung^[17] 选用的珊瑚砂集中在细颗粒中,粒径范围为 0.3~3 mm;金智涛等^[21] 选用的珊瑚砂也集中在细颗粒中,粒径范围为 0.1~1 mm,而 Wang 等^[18] 选用的珊瑚砂集中在粗颗粒中,粒径范围为 2.9~9.7 mm。珊瑚砂不仅有细颗粒珊瑚砂,还有粗颗粒珊瑚砂。已有研究表明不同形状的珊瑚砂会对沉降速度有所影响^[17,20]。Smith 和 Cheung^[17] 将球形珊瑚砂的沉降速度和阻力系数与已发表的石英砂数据进行了比较,发现了在高雷诺数下,不同形状的珊瑚砂沉降速度差异更大。Li 等^[20] 对片状珊瑚砂的沉降速度和阻力系数开展了研究,发现了片状珊瑚砂的沉降速度与轴平均粒径和形状密切相关。综上所述,现有研究没有对柱状珊瑚砂做细分研究。柱状珊瑚砂与其他形状的珊瑚砂有着明显的差异^[13],其长轴明显长于其中轴和短轴,这样的差异会直接影响等效粒径的选用,并以此表征柱状珊瑚砂粒径之大小,但目前可供参考的柱状珊瑚砂沉降特性的数据和经验公式少之又少。

综上所述,本文选取柱状珊瑚砂作为研究对象,探求适用于柱状珊瑚砂沉降速度和阻力系数的计算公式。

2 理论分析

泥沙沉降速度是指泥沙颗粒在静止流体中做等速沉降运动时的速度。当颗粒处于等速沉降运动时,可以推断出颗粒的重量 W_s 、颗粒在流体中所受的浮力 W_f 及所受的流体阻力 F_d 达到平衡状态。即:

$$W_s - W_f - F_d = 0, \quad (1)$$

$$W_s = \rho_s V, W_f = \rho V, \quad (2)$$

式中, ρ_s 为颗粒密度; ρ 为流体密度; V 为颗粒体积。

当雷诺数 $Re < 1$ 时, Stokes^[22] 忽略惯性项的影响,提出水流阻力和沉降速度的线性关系式为

$$F_d = 3\pi\mu d\omega, \quad (3)$$

式中, μ 为流体的动力黏滞度; d 为颗粒粒径; ω 为颗粒沉降速度。

当 $Re > 1$ 时, Dyer^[23] 认为水流阻力 F_d 与沉降速度 ω 的平方成正比,关系式为

$$F_d = \rho C_d A_p \frac{\omega^2}{2}, \quad (4)$$

式中, C_d 为流体阻力系数; A_p 为颗粒下落时的垂直投影面积。

针对 $Re > 1$ 的情况,结合式(1)、式(2)和式(4),可以得到静止水体中颗粒的沉降速度关系式为

$$\omega^2 = 2 \frac{(\rho_s - \rho) g V}{\rho C_d A_p}. \quad (5)$$

当泥沙颗粒为石英砂时,颗粒形状可认为是球体,即 $V/A_p = (2/3)d$,因此式(5)可写成:

$$\omega^2 = \frac{4}{3} \frac{(\rho_s - \rho) g d}{\rho C_d}. \quad (6)$$

考虑到本研究的珊瑚砂颗粒形状为柱状,并非球体,因此需要选择一种等效粒径来代表柱状珊瑚砂的颗粒粒径。目前常用的等效粒径主要有 3 种,分别是轴平均粒径 D_n ^[19]、等容粒径 D_v ^[18]、投影粒径 D_p ^[20]。

D_n 是指与颗粒具有相同体积的椭球体的粒径,可以通过颗粒 3 个正交的长、中、短三轴长度 A 、 B 、 C 来计算^[19],即:

$$D_n = \sqrt[3]{ABC}. \quad (7)$$

D_v 是指与颗粒具有相同体积的球体的直径^[18],即:

$$D_v = \sqrt[3]{6V/\pi}. \quad (8)$$

D_p 是指与颗粒沉降时最大投影面积(假设为椭圆)相同的圆的直径^[20],即:

$$D_p = \sqrt[2]{4A_p/\pi} = \sqrt[2]{AB}. \quad (9)$$

根据颗粒雷诺数定义,可以得到 3 种雷诺数,分别是轴平均粒径颗粒雷诺数 Re_n 、等容粒径颗粒雷诺数 Re_v 、投影粒径颗粒雷诺数 Re_p 。

Re_n 是对于等效粒径为 D_n 的颗粒在终端沉降速度下的雷诺数,即:

$$Re_n = \frac{\omega D_n}{\nu}, \quad (10)$$

式中, ν 为流体的运动黏滞度,可从温度和运动黏滞度的方程式计算而来。

Re_v 是对于等效粒径为 D_v 的颗粒在终端沉降速度下的雷诺数,即:

$$Re_v = \frac{\omega D_v}{\nu}. \quad (11)$$

Re_p 是对于等效粒径为 D_p 的颗粒在终端沉降速度下的雷诺数,即:

$$Re_p = \frac{\omega D_p}{\nu}. \quad (12)$$

由于柱状珊瑚砂形状不规则,仅修正颗粒粒径来估计体积跟投影面积的比值还存在一定缺陷,因此需要添加形状系数来修正颗粒体积与投影面积的比值,从而避免错误估计柱状珊瑚砂的沉降速度。在前人的研究结果中^[24-27],证明了形状在颗粒沉降中起着主导作用。球体颗粒在入水后,能很快到达稳定状态,并一直保持下去,而柱状珊瑚砂在沉降的过程中,会不断调整自身的沉降角度,需经历一段时间后才能进入稳定状态。目前常用的形状系数主要有两种,分别

是 Corey 形状系数 S_f ^[28] 和 Wang 形状系数 ψ ^[18]。

Corey^[28] 提出不规则形状颗粒的形状系数 S_f , 即以颗粒正交的长、中、短三轴的长度值来计算, 其关系式为

$$S_f = \frac{C}{\sqrt{AB}} \quad (13)$$

Wang 等^[18] 为表征不规则颗粒形状, 提出一种既考虑球度又考虑倒圆度的形状系数 ψ , 其关系式为

$$\psi = \frac{\Phi}{X}, \quad (14)$$

式中, Φ 为球度系数; X 为倒圆度系数。

Φ 定义为与颗粒相同体积之球体表面积跟颗粒表面积的比值, 但由于颗粒表面积不方便测量, 故 Zingg^[29] 提出一种简单的公式来估计球度系数, 其关系式为

$$\Phi = \left(\frac{B}{A}\right)^{2/3} \left(\frac{C}{B}\right)^{1/3} \quad (15)$$

X 定义为颗粒投影面积的周长跟与颗粒投影面积相同面积之圆的周长, 其关系式为

$$X = \frac{P}{\sqrt{4\pi A_p}} \quad (16)$$

式中, P 为颗粒投影面积的周长。

因此, 为了比较不同等效粒径和不同形状系数对估计柱状珊瑚砂沉降速度的影响, 本研究选取了 3 种等效粒径和 2 种形状系数, 如表 1 所示, 共设计了 6 组不同等效粒径和形状系数方案进行分析讨论。

表 1 不同等效粒径和形状系数方案设计

Table 1 Programmes of different equivalent particle sizes and shape coefficients

组次	等效粒径	形状系数
1	轴平均粒径	Corey形状系数
2	轴平均粒径	Wang形状系数
3	等容粒径	Corey形状系数
4	等容粒径	Wang形状系数
5	投影粒径	Corey形状系数
6	投影粒径	Wang形状系数

3 试验设计

试验在长沙理工大学进行, 如图 1 所示, 为了记录柱状珊瑚砂沉降全过程, 采用 FASTCAM Mini UX100 高速摄像机进行拍摄, 采样频率为 50 帧/s。

试验所用珊瑚砂来源于南海天然珊瑚砂岛, 共选

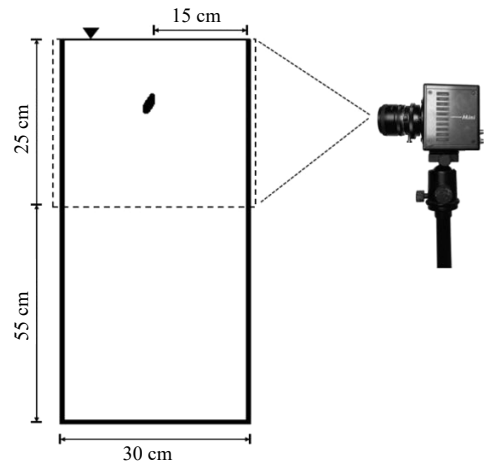


图 1 沉降试验布置图

Fig. 1 Schematic graph of settlement experiment

取了 71 组单颗粒柱状珊瑚砂, 其中训练组珊瑚砂数量为 65 组, 验证组珊瑚砂数量为 6 组。如图 2 所示, 先使用显微镜对所选柱状珊瑚砂进行拍摄, 将拍摄所得的原始图像转换成二值图像, 以像素为单位提取柱状珊瑚砂的形状参数, 即长轴、中轴、短轴、面积、周长。测量后的柱状珊瑚砂再逐一进行沉降试验, 每组进行 5 次重复试验, 总次数为 355 次。对柱状珊瑚砂沉降试验照片进行二值化处理, 将图像中的珊瑚砂颗粒转换为若干个白色像素点进行提取, 用下降距离除以时间差得到沉降速度。沉降试验水体的盐度为 0, 试验前用排水法测量了柱状珊瑚砂密度为 2.70 g/cm³。此外, 在试验开始前, 进行了大量预备试验, 确保试验的稳定性、重复性和可靠性。

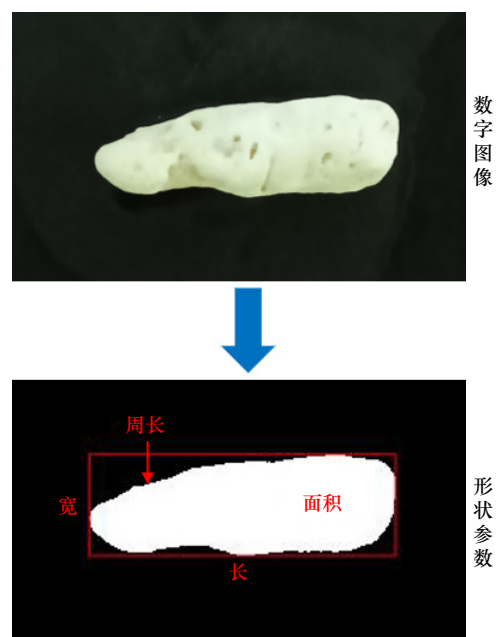


图 2 获取形状参数流程图

Fig. 2 Flow chart of getting the shape factors

4 结果分析与讨论

4.1 几何参数

基于 Zingg^[29] 颗粒形状的分类方法, 将颗粒形状分为球状、盘状、柱状、片状这 4 大类。按照其定义, 柱状珊瑚砂是指颗粒中轴(B)/长轴(A) ≤ 0.67 、短轴(C)/中轴(B) ≥ 0.67 的珊瑚砂颗粒。随后 Kim 等^[30] 将 Zingg^[29] 的分类方法进行细分, 将颗粒形状分为球状、盘状、厚盘状、柱状、短柱状、片状、宽片状、厚片状及板状这 9 大类。如图 3 所示, 本研究选取的珊瑚砂颗粒全部位于短柱状区和柱状区。

图 4 给出了柱状珊瑚砂 D_n 、 D_v 、 D_p 与 Corey 形状系数 S_f 的分布图以及与 Wang 形状系数 ψ 的分布情况。从图 4a 可以看出, 当柱状珊瑚砂的 D_n 大于 0.25 cm 时, 在 $S_f \in [0.4, 0.8]$ 的范围内, 将不同的等效粒径之大小进行对比, 虽然不同的等效粒径数据在范围内有所重叠, 但还是容易发现在相同的 S_f 下, D_p 的值最大, D_v 的值最小, D_n 的值居中。并且 3 种等效粒径之间的差值也比较大, 所有柱状珊瑚砂中的 D_n 最大值为 0.570 cm, D_v 最大值为 0.453 cm, D_p 最大值为 0.660 cm。当柱状珊瑚砂的 D_n 小于 0.25 cm 时, 3 种

等效粒径虽然保持同样的大小关系, 但彼此之间的差值很小, 所有柱状珊瑚砂中的 D_n 最小值为 0.173 cm, D_v 最小值为 0.152 cm, D_p 最小值为 0.203 cm, S_f 的值也被限制在一个狭窄的范围 [0.6, 0.8]。这是因为当柱状珊瑚砂颗粒粒径较小的时候, 柱状珊瑚砂的 A 、 B 、 C 这三者长度相差不大, 所以 S_f 的值也相差不大。从图 4b 中也能得出相同的结论, 只不过在同一种等效粒径相同的值下, ψ 值会比 S_f 值小。

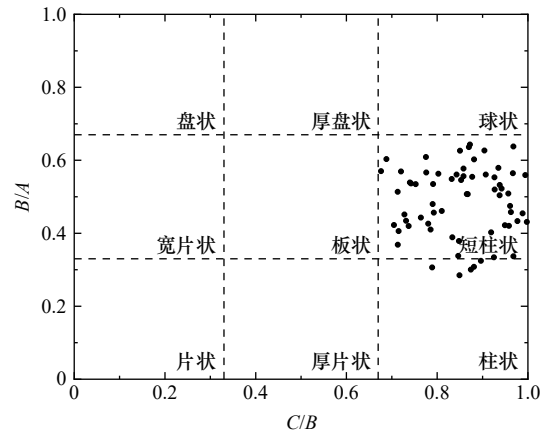


图 3 颗粒形状分类图
Fig. 3 Graph of particle shape classification

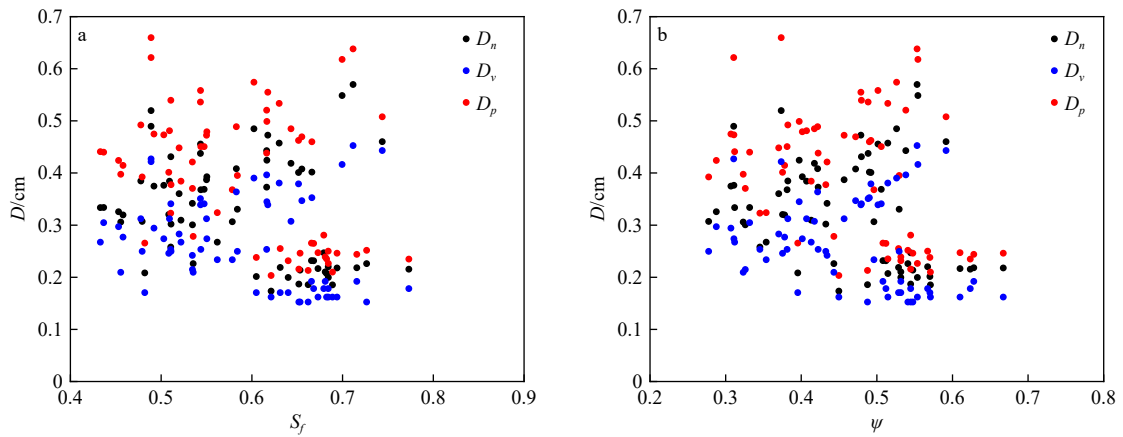


图 4 不同的等效粒径大小与形状系数分布
Fig. 4 Distribution graph of different equivalent particle sizes and shape coefficients

4.2 沉降速度

为研究不同粒径下柱状珊瑚砂 S_f 对 ω 的影响大小, 故以不同的轴平均粒径 (分别为 0.20 cm、0.25 cm、0.30 cm、0.35 cm) 为临界点, 来分析 S_f 的离散程度。描述离散程度的指标为四分位差, 四分位差数值越小, 则说明该数据越集中。从表 2 可以看出, 在 $D_n < 0.35$ cm 的柱状珊瑚砂中, S_f 的四分位差最大, 为 0.169; 在 $D_n < 0.25$ cm 的柱状珊瑚砂中, S_f 的四分位差最小, 为 0.048。因此当 $D_n < 0.25$ cm, 即为细颗粒时, 柱

表 2 Corey 形状系数离散程度
Table 2 Dispersions of Corey shape coefficient

粒径大小	$D_n < 0.20$	$D_n < 0.25$	$D_n < 0.30$	$D_n < 0.35$
第25百分位数	0.635	0.637	0.623	0.511
第75百分位数	0.685	0.685	0.684	0.680
四分位差	0.050	0.048	0.059	0.169

注: D_n 单位: cm。

状珊瑚砂的 S_f 分布较为集中, ω 的变化与 S_f 相关性较小; 当 $D_n > 0.25$ cm, 即为粗颗粒时, 柱状珊瑚砂的 S_f 分布较为分散, ω 的变化与 S_f 相关性较大。

为进一步说明柱状珊瑚砂 ω 和各形状系数的相关性, 图 5 给出了粗颗粒和细颗粒柱状珊瑚砂的 ω 与 S_f 的分布图以及粗颗粒和细颗粒柱状珊瑚砂的

ω 与 ψ 的分布情况。从图 5 可以看出当柱状珊瑚砂为粗颗粒时, 颗粒的 ω 与 S_f 和 ψ 存在正相关的关系; 而柱状珊瑚砂中的细颗粒和粗颗粒的分布情况存在显著的差异, 颗粒的 ω 跟 S_f 和 ψ 都没有显著相关。如表 3 所示, 为了更好的验证三者的关系, 通过双变量相关分析, 得到了相关系数。

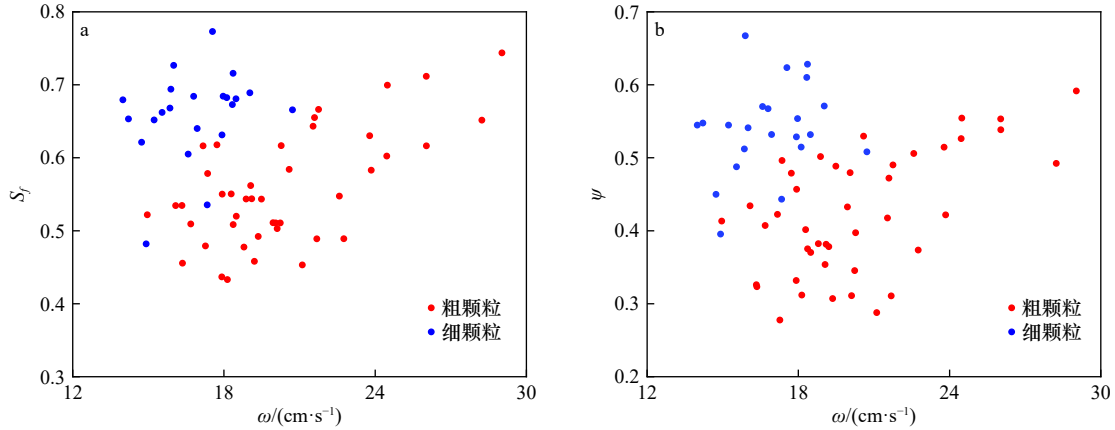


图 5 沉降速度与形状系数分布

Fig. 5 Distribution graph of settling velocities and shape coefficients

表 3 不同形状系数与沉降速度相关系数

Table 3 Correlation coefficients of shape coefficients and settling velocities

形状系数	粗颗粒沉降速度/(cm·s ⁻¹)	细颗粒沉降速度/(cm·s ⁻¹)
Corey形状系数	0.634	0.277
Wang形状系数	0.562	0.238

综上所述, 随着柱状珊瑚砂 D_n 的不断变小, 形状对柱状珊瑚砂 ω 的影响越来越小。这是由于柱状珊瑚砂颗粒粒径的减小, 颗粒互相垂直的 3 条轴差异性也逐渐减小, 导致颗粒趋于一个球体。因此, 可以将

$D_n=0.25$ cm 作为判断柱状珊瑚砂沉速受形状影响的临界点。

4.3 结果讨论

根据 Smith 和 Cheung^[17] 数据, 按照 Zingg^[29] 分类方法, 如图 6a 所示从 998 组珊瑚砂数据中筛选出了 139 组柱状珊瑚砂的试验数据, 再与本试验数据进行比较。本试验研究的柱状珊瑚砂 D_n 比 Smith 和 Cheung^[17] 所研究的 D_n 大, 将柱状珊瑚砂颗粒大小从细颗粒扩大到了粗颗粒。可以看出柱状珊瑚砂的 ω 与颗粒大小具有较强的相关性, 随着 D_n 的不断变大, 柱状珊瑚砂的 ω 也越来越大。

Riazi 等^[19] 提出珊瑚砂沉降速度 ω 经验公式为

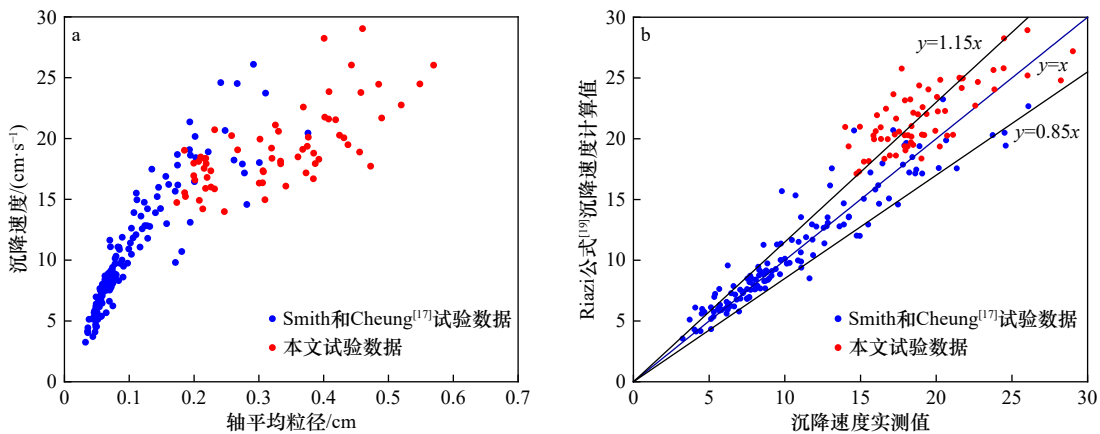


图 6 本文沉降速度与前人研究沉速降速度对比

Fig. 6 Comparison of particle settling velocities of the present study with those of previous studies

$$\omega^2 = \frac{11(\rho_s - \rho)g}{15\rho C_d} S_f^{2/3} D_n, \quad (17)$$

$$C_d = \left(\frac{9.50v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 0.76 \right)^{2.92} + \left(\frac{20.47v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.02 \right)^{-48.15}. \quad (18)$$

图 6b 给出了 Smith 和 Cheung^[17] 试验数据中柱状珊瑚砂沉速实测值与 Riazi 公式^[19] 的沉速计算值、本文试验数据中柱状珊瑚砂沉速实测值与 Riazi 公式的沉速计算值的分布图,从图 6b 可以看出,Smith 和 Cheung^[17] 试验数据中的沉速实测值与 Riazi 公式的沉速计算值较为接近,超过 80% 的数据产生的误差在 15% 以内,并且沉速实测值与沉速计算值的平均相对误差 E_{ave} 为 0.107 9,均方根误差 RMSE 为 1.662 1。而本文试验数据中的沉速实测值与 Riazi 公式的沉速计算值相差较大,在绝大多数的数据点中,Riazi 公式的沉

速计算值大于沉速实测值,并且沉速实测值与沉速计算值的平均相对误差 E_{ave} 为 0.164 0,均方根误差 RMSE 为 3.431 0。综上得 Riazi 珊瑚砂经验公式并不适用于本试验柱状珊瑚砂 ω 预测。因此有必要对 Riazi 公式中的部分系数进行修正,得到适用于柱状珊瑚砂的沉降速度计算公式。

4.4 柱状珊瑚砂沉降速度公式修正

为研究柱状珊瑚砂 V 与 A_p 的比值跟各等效粒径和各形状系数之间的关系,采用幂函数的形式,以 V 与 A_p 的比值为因变量,等效粒径和形状系数为自变量,利用本文试验数据进行多元非线性回归拟合,得到每组方案的 V 与 A_p 之比的拟合公式,以及 R^2 ,再将拟合出来的公式代入到式(5)中去,如表 4 所示,得到了 6 个柱状珊瑚砂 ω 公式。

表 4 柱状珊瑚砂不同等效粒径和形状参数拟合公式对照

Table 4 Comparison of fitting formulas for rod coral sand with different equivalent particle sizes and shape coefficients

组次	V/A 拟合公式	R^2	沉降速度拟合公式
1	$\frac{V}{A_p} = 0.381S_f^{0.434} D_n$	0.735	$\omega^2 = 0.762 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.434} D_n$
2	$\frac{V}{A_p} = 0.366\psi^{0.243} D_n$	0.726	$\omega^2 = 0.732 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.243} D_n$
3	$\frac{V}{A_p} = 0.473S_f^{0.428} D_v$	0.897	$\omega^2 = 0.946 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.428} D_v$
4	$\frac{V}{A_p} = 0.452\psi^{0.234} D_v$	0.886	$\omega^2 = 0.904 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.234} D_v$
5	$\frac{V}{A_p} = 0.380S_f^{0.765} D_p$	0.735	$\omega^2 = 0.760 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.765} D_p$
6	$\frac{V}{A_p} = 0.355\psi^{0.435} D_p$	0.708	$\omega^2 = 0.710 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.435} D_p$

由于流体 C_d 并非常数,而是随着 ω 或 Re 大小不同而有所不同,因此表 4 中的柱状珊瑚砂沉降速度拟合公式还无法直接算出柱状珊瑚砂 ω 。

根据式(5),可推导出阻力系数 C_d 的关系式为

$$C_d = 2 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho \omega^2} \frac{V}{A_p}. \quad (19)$$

根据表 4 中各个 V/A 拟合公式和式(19),如图 7 所示,可以绘制出 Re_n-C_d 、 Re_v-C_d 、 Re_p-C_d 的散点图。由图 7 可知每组方案的 C_d 预测值与实测值相差不大,说明 V/A 的值预测准确性较好。在同一种 Re 情况下,无论是采用 S_f 还是 ψ ,二者计算出来的 C_d 预测值都很接近,这说明 S_f 和 ψ 都能描述 C_d 的变化,但是在 Re 较大时, C_d 预测值并没有趋近于一个常数,这与 Riazi 等^[19] 根据 Smith 和 Cheung^[17] 的珊瑚砂沉降试验数据所得出的结果一致。

为得到 C_d 的关系式,Riazi 等^[19] 提出了珊瑚砂阻

力系数 C_d 经验公式:

$$C_d = C_{d1} + C_{d2} = \left(\frac{a_1 \times v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + a_2 \right)^{a_3} + \left(\frac{a_4 \times v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + a_5 \right)^{a_6}, \quad (20)$$

式中, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 均为常数。

分别将 3 种等效粒径(D_n, D_v, D_p)替换式(20)中的 D_n ,对式(20)中的常数 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 进行拟合,如表 5 所示,得到各组方案的 C_d 拟合公式。

图 8 分别给出表 5 中各柱状珊瑚砂沉降速度拟合公式计算出的 ω 值与本文试验数据中的 ω 对比情况。从图 8 可以看出,等效粒径为 D_n 时,如图 8a 和图 8b 所示,采用 S_f 计算出来的 ω 预测值优于采用 ψ 计算出来的 ω 预测值。当等效粒径采用 D_v 或 D_p 时,如图 8c 至图 8f 所示,也能得到相同的结论。当形状系数为 S_f 时,如图 8a,图 8c,图 8e 所示,采用 D_v 作为等效粒径计算出来的 ω 预测值明显优于采用

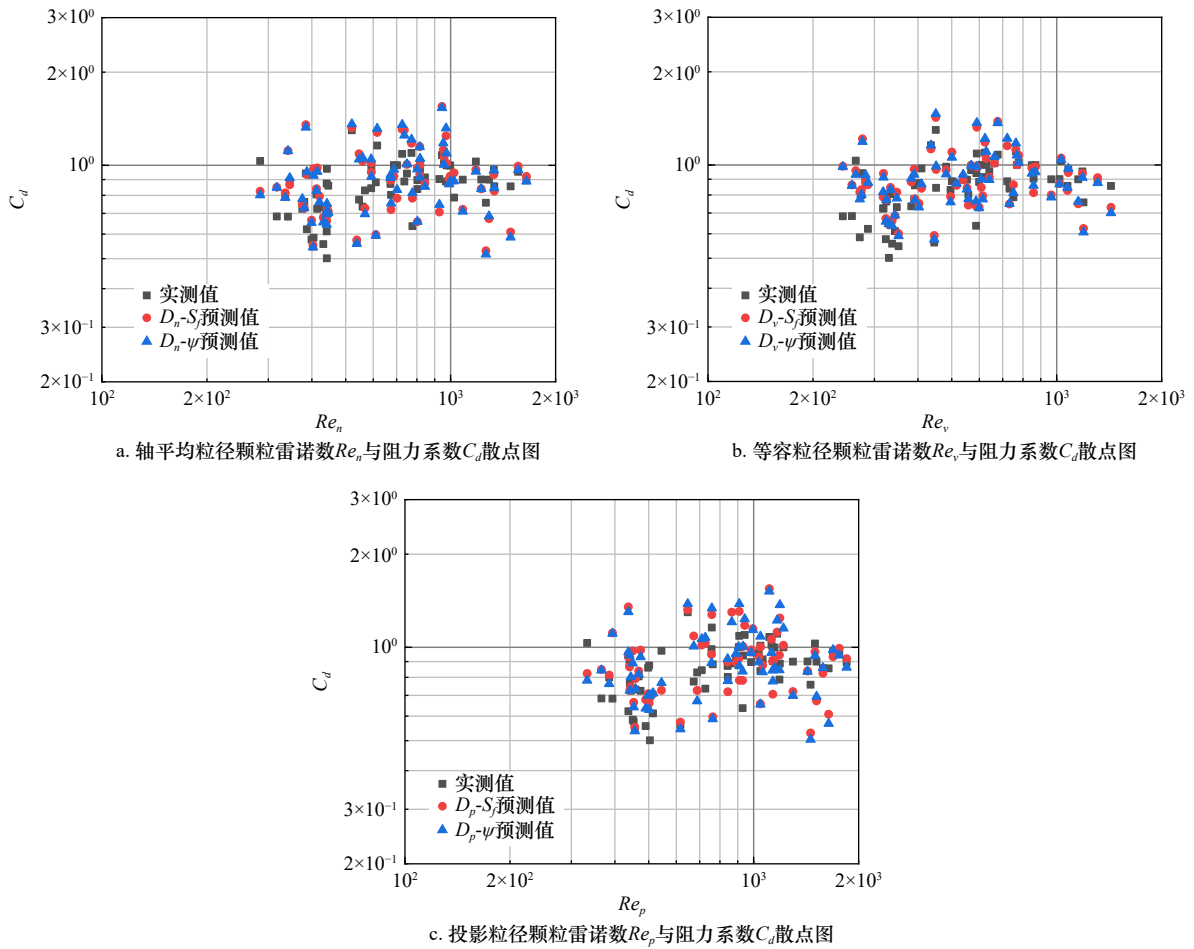


图7 不同雷诺数与阻力系数的关系

Fig. 7 Relationships between different Reynolds numbers and drag coefficients

表5 不同等效粒径和形状参数拟合公式对照

Table 5 Comparison of fitting formulas for rod coral sand with different equivalent particle sizes and shape coefficients

组次	阻力系数 C_d 拟合公式	沉降速度 ω 拟合公式
1	$C_d = \left(\frac{-403v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 3.34 \right)^{-4.58} + \left(\frac{-205v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.13 \right)^{0.405}$	$\omega^2 = 0.762 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.434} D_n$
2	$C_d = \left(\frac{-725v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 4.82 \right)^{-2.77} + \left(\frac{-226v}{D_n^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.14 \right)^{0.416}$	$\omega^2 = 0.732 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.243} D_n$
3	$C_d = \left(\frac{-108v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 2.39 \right)^{-11.60} + \left(\frac{-74.5v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.03 \right)^{0.601}$	$\omega^2 = 0.946 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.428} D_v$
4	$C_d = \left(\frac{-172v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 2.95 \right)^{-13.50} + \left(\frac{-95.3v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.05 \right)^{0.486}$	$\omega^2 = 0.904 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.234} D_v$
5	$C_d = \left(\frac{-210v}{D_p^{1.5} \times g^{0.5}} + 2.00 \right)^{-15.70} + \left(\frac{-182v}{D_p^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.09 \right)^{0.533}$	$\omega^2 = 0.760 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.765} D_p$
6	$C_d = \left(\frac{-778v}{D_p^{1.5} \times g^{0.5}} + 4.57 \right)^{-14.12} + \left(\frac{-249v}{D_p^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.14 \right)^{0.436}$	$\omega^2 = 0.710 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} \psi^{0.435} D_p$

D_n 和 D_p 计算出来的 ω 预测值。如图 8b, 图 8d, 图 8f 所示, 当形状系数为 ψ 时, 也能得到相同的结论。

通过 R^2 对比, 结果表明采用 D_v 作为等效粒径和采用 S_f 作为形状系数来计算柱状珊瑚砂沉降速度最为准确, 其决定系数 R^2 为 0.705。故本文推求的适用

于计算柱状珊瑚砂沉降速度经验公式为

$$\omega^2 = 0.946 \frac{(\rho_s - \rho)g}{\rho C_d} S_f^{0.428} D_v, \quad (21)$$

$$C_d = \left(\frac{-108v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 2.39 \right)^{-11.60} + \left(\frac{-74.5v}{D_v^{1.5} \times g^{0.5}} + 1.03 \right)^{0.601}. \quad (22)$$

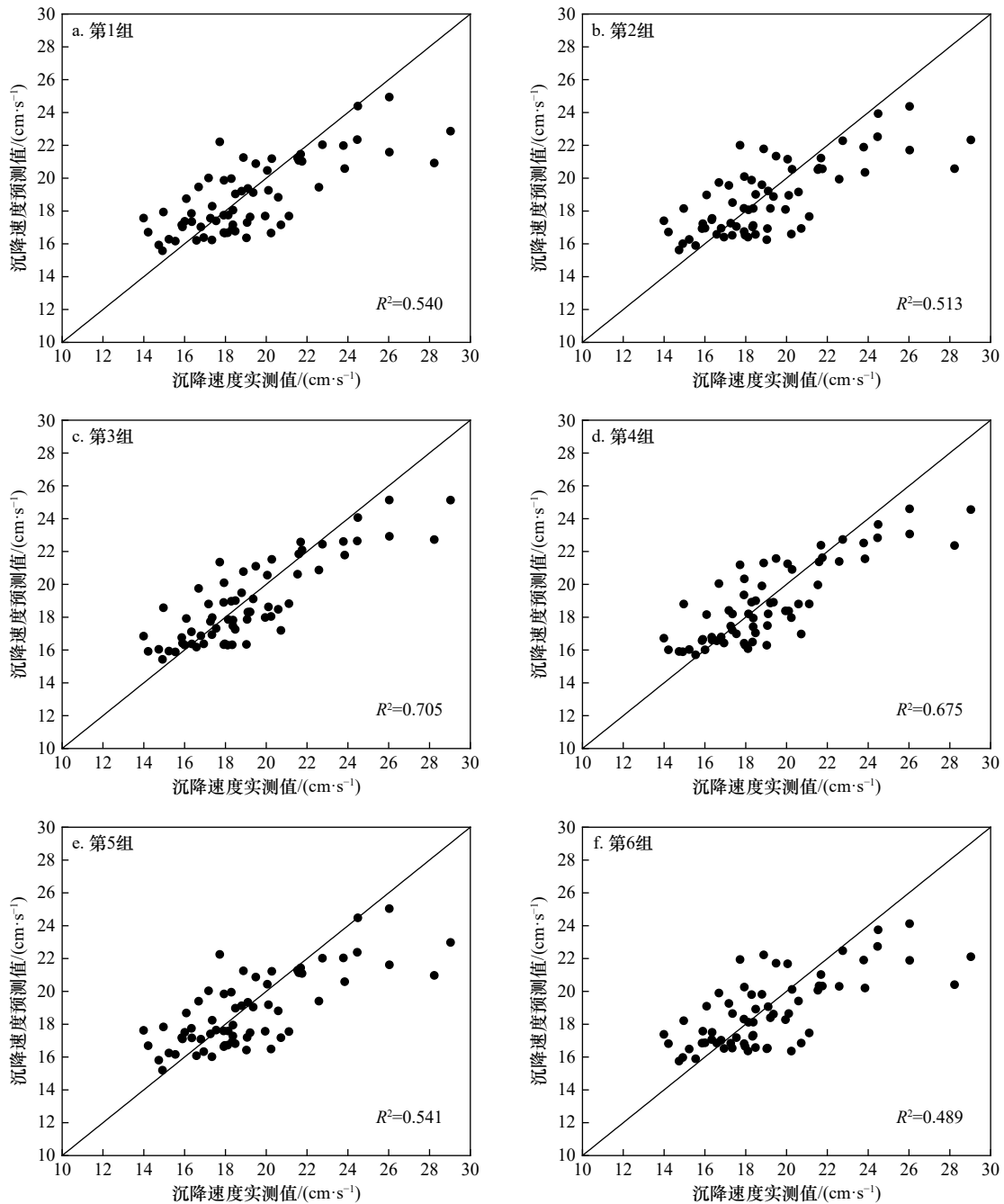


图 8 沉降速度预测值和实测值对比

Fig. 8 Comparison of calculated and tested settling velocity

4.5 公式的验证

为了验证本文公式对柱状珊瑚砂的精确性,进一步说明该公式适用性,选择验证组试验数据和 Wang 公式^[18]来与本文公式作对比,如图 9 所示。图 9 是以实测值为横坐标,以公式的计算值为纵坐标拟合的 3 条直线。直线斜率越接近 1,拟合度越高,则表明该公式的预测精度越高。从图 9 可以看出,对比 3 条直线的拟合结果可知本文公式预测很好,计算值与实验值相差很小。这可以通过拟合直线方程证明,本文公式的验证组拟合直线斜率为 0.940, R^2 值为 0.985;

本文公式的训练组拟合直线斜率为 0.978, R^2 值为 0.992。无论是验证组或是训练组的拟合结果,明显优于 Wang 公式,这也体现了本文公式对沉降速度的预测具有更高的精度。另外,加以沉降速度预测平均相对误差 E_{ave} 和均方根误差 RMSE 两个指标来定量地描述不同公式对沉降速度的预测误差,表 6 给出了不同情况下沉降速度计算值与实测值之间的平均相对误差值和均方根误差值。从表 6 中可以看出,本文公式在对训练组和验证组的预测中,其 E_{ave} 和 RMSE 都低于 Wang 公式,说明本文拟合的沉降速度公式在预

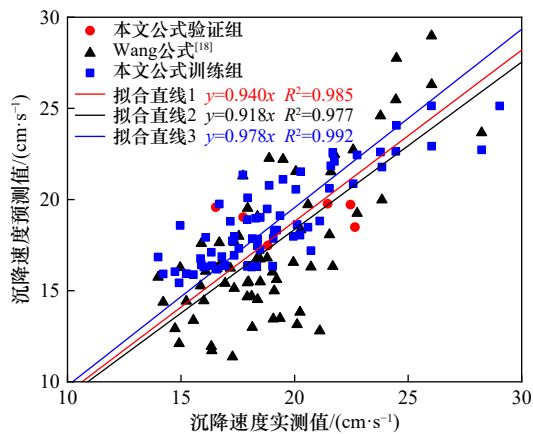


图9 沉降速度预测值和实测值拟合

Fig. 9 The fitting relationship between the predicted value and the measured value of the settling velocity

表6 沉降速度计算误差表

Table 6 Calculation error of the settling velocity

	E_{ave}	RMSE
Wang公式 ^[18]	0.134 6	3.186 9
本文公式训练组	0.071 4	1.760 8
本文公式验证组	0.119 1	2.601 8

测柱状珊瑚砂这种天然不规则形状颗粒材料在静止水体中沉降特性时具有更高的精度和稳定性。

参考文献:

- [1] 孙宗勋. 南沙群岛珊瑚砂工程性质研究[J]. 热带海洋, 2000, 19(2): 1-8.
Sun Zongxun. Engineering properties of coral sands in Nansha Islands[J]. Journal of Tropical Oceanography, 2000, 19(2): 1-8.
- [2] 沈扬, 冯照雁, 邓珏, 等. 南海珊瑚砂地基承载力模型试验研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(5): 1281-1290.
Shen Yang, Feng Zhaoyan, Deng Jue, et al. Model test on bearing capacity of coral sand foundation in the South China Sea[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(5): 1281-1290.
- [3] Yang Yongkang, Yang Wu, Feng Chunyan. Experimental research on geotechnical engineering characteristics of coral reef in Xisha Islands[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2021, 783(1): 012052.
- [4] Ye Jianhong, Shan Jipeng, Zhou Haoran, et al. Numerical modelling of the wave interaction with revetment breakwater built on reclaimed coral reef islands in the South China Sea—Experimental verification[J]. Ocean Engineering, 2021, 235: 109325.
- [5] Lokier S W, Fiorini F. Temporal evolution of a carbonate coastal system, Abu Dhabi, United Arab Emirates[J]. Marine Geology, 2016, 381: 102-113.
- [6] Milliman J D, Müller G, Förstner F. Recent Sedimentary Carbonates: Part 1 Marine Carbonates[M]. New York: Springer, 2012: 4.
- [7] Wang Xing, Wu Yang, Cui Jie, et al. Shape characteristics of coral sand from the South China Sea[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2020, 8(10): 803.
- [8] 王新志. 南沙群岛珊瑚礁工程地质特性及大型工程建设可行性研究[D]. 武汉: 中国科学院岩土力学研究所, 2008: 82.
Wang Xinzhì. Study on engineering geological properties of coral reefs and feasibility of large project construction on Nansha Islands[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2008: 82.
- [9] Wu Xuehui, Cai Yuanqiang, Xu Sifa, et al. Effects of size and shape on the crushing strength of coral sand particles under diametral compression test[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, 80(2): 1829-1839.
- [10] Lade P V, Liggio C D Jr, Nam J. Strain rate, creep, and stress drop-creep experiments on crushed coral sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(7): 941-953.
- [11] 李小明, 王芳, 韩林, 等. 珊瑚砂蠕变特性的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(11): 2124-2130.

但是, 本文公式具有一定范围内的适用性, 适用于粒径范围在 0.1~0.5 cm 之间的柱状珊瑚砂。另外, 由于珊瑚砂形状的规则程度不同, 表面起伏程度不同, 导致其沉降速度公式有所差异。虽然本文拟合的公式在柱状珊瑚砂的预测精度上已经达到满意的效果, 但在将来的研究中, 有必要进一步讨论其他形状的珊瑚砂在液体中的沉降特性。

5 结论

通过试验研究了柱状珊瑚砂的沉降特性和形状参数, 主要结论如下:

(1) 将轴平均粒径为 0.25 cm 作为判断柱状珊瑚砂受形状影响的临界点, 在粗颗粒(轴平均粒径大于 0.25 cm)时形状对柱状珊瑚砂的沉降速度影响明显。

(2) 在 Smith 和 Cheung^[17] 研究基础上, 将柱状珊瑚砂颗粒大小从细颗粒扩大到了粗颗粒, 分析了柱状珊瑚砂沉降速度跟轴平均粒径之间的变化规律。

(3) 通过比较不同的等效粒径和形状系数对柱状珊瑚砂沉降速度的影响, 发现柱状珊瑚砂的沉降速度与等效粒径和 Corey 形状系数密切相关, 基于本文试验数据, 推求了适用于计算柱状珊瑚砂沉降速度经验公式, 为柱状珊瑚砂沉降过程模拟提供了参考。

- Li Xiaomei, Wang Fang, Han Lin, et al. Experimental study on creep properties of coral sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, 42(11): 2124–2130.
- [12] 薛鹏, 周先齐, 蔡燕燕, 等. 饱和珊瑚砂三轴蠕变特性及经验模型[J]. *岩土工程学报*, 2020, 42(S2): 255–260.
Xue Peng, Zhou Xianqi, Cai Yanyan, et al. Triaxial creep characteristics and empirical model for saturated coral sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, 42(S2): 255–260.
- [13] 吕亚茹, 王冲, 黄厚旭, 等. 珊瑚砂细观颗粒结构及破碎特性研究[J]. *岩土力学*, 2021, 42(2): 352–360.
Lü Yaru, Wang Chong, Huang Houxu, et al. Study on particle structure and crushing behaviors of coral sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, 42(2): 352–360.
- [14] 孙越, 肖杨, 周伟, 等. 钙质砂和石英砂压缩下的颗粒破碎与形状演化[J]. *岩土工程学报*, 2022, 44(6): 1061–1068.
Sun Yue, Xiao Yang, Zhou Wei, et al. Particle breakage and shape evolution of calcareous and quartz sands under compression[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, 44(6): 1061–1068.
- [15] Bian C, Chen J, Jiang C B, et al. Threshold of motion of coral sediment under currents in flume experiments[J/OL]. *Sedimentology*, (2023-01-28). <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/sed.13082>.
- [16] Chen J, Yao Z, Jiang C B, et al. Experiment study of the evolution of coral sand particle clouds in water[J]. *China Ocean Engineering*, 2022, 36(5): 720–733.
- [17] Smith D A, Cheung K F. Settling characteristics of calcareous sand[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, 129(6): 479–483.
- [18] Wang Yin, Zhou Lingxin, Wu Ye, et al. New simple correlation formula for the drag coefficient of calcareous sand particles of highly irregular shape[J]. *Powder Technology*, 2018, 326: 379–392.
- [19] Riazi A, Vila-Concejo A, Salles T, et al. Improved drag coefficient and settling velocity for carbonate sands[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 9465.
- [20] Li Yanan, Yu Qian, Gao Shu, et al. Settling velocity and drag coefficient of platy shell fragments[J]. *Sedimentology*, 2020, 67(4): 2095–2110.
- [21] 金智涛, 郑建国, 张君, 等. 颗粒形状对珊瑚砂和石英砂沉降影响的试验研究[J]. *海洋通报*, 2021, 40(4): 447–454.
Jin Zhitao, Zheng Jianguo, Zhang Jun, et al. Experimental study on the influence of particle shape on the settlement of coral sand and quartz sand[J]. *Marine Science Bulletin*, 2021, 40(4): 447–454.
- [22] Stokes G G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums[J]. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1901, 9: 1–141.
- [23] Dyer K R. *Coastal and Estuarine Sediment Dynamics*[M]. Chichester: Wiley, 1986: 358.
- [24] Dietrich W E. Settling velocity of natural particles[J]. *Water Resources Research*, 1982, 18(6): 1615–1626.
- [25] Wu Weiming, Wang S S Y. Formulas for sediment porosity and settling velocity[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2006, 132(8): 858–862.
- [26] 李大鸣, 吕小海, 焦润红. 泥沙静水沉降阻力系数[J]. *水利学报*, 2004(1): 1–5.
Li Daming, Lü Xiaohai, Jiao Runhong. Resistance coefficient of sediment deposition in still water[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2004(1): 1–5.
- [27] Maiklem W R. Some hydraulic properties of bioclastic carbonate grains[J]. *Sedimentology*, 1968, 10(2): 101–109.
- [28] Corey A T. Influence of shape on the fall velocity of sand grains[D]. Colorado: Colorado State University, 1949: 29.
- [29] Zingg T. Beitrag zur schotteranalyse[D]. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology in Zurich, 1935: 124.
- [30] Kim D, Son Y, Park J. Prediction of settling velocity of nonspherical soil particles using digital image processing[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2018: 4647675.

Experimental study on settlement of rod coral sand in stagnant water

Jiang Chao¹, Chen Jie^{1,2,3}, Jiang Changbo^{1,2,3}, Yao Zhen¹, Liang Hai¹, Wu Zhiyuan^{1,2,3}

(1. School of Hydraulic and Environmental Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 2. Laboratory of Dongting Lake Aquatic Eco-Environmental Control and Restoration of Hunan Province, Changsha 410114, China; 3. Key Laboratory of Water-Sediment Sciences and Water Disaster Prevention of Hunan Province, Changsha 410114, China)

Abstract: The settling velocity is an important physical parameter of coral sand. Because of the rod coral sand is

obviously different from other shapes of coral sand, it is not suitable to apply the settling velocity formula of the existing coral sand for calculation. The rod coral sand was selected to study the settling velocity and its influencing factors for single particle settlement experiment in stagnant water in this study. By analyzing the effects of different equivalent particle sizes and shape coefficients on the settling velocity of rod coral sand, it is found that the settling velocity of rod coral sand is strongly correlated with the diameter of the volume-equivalent sphere and Corey shape coefficient. Based on the experimental data, an empirical formula suitable for calculating the settling velocity of rod coral sand is deduced, which enriches the theory of coastal sediment.

Key words: rod coral sand; settling velocity; drag coefficient; shape coefficient