

束仲祎, 徐绩青, 王登婷. 基于径向基函数的桩柱波浪力计算和动力响应分析[J]. 海洋学报, 2024, 46(12): 79–86, doi:10.12284/hyxb2024111

Shu Zhongyi, Xu Jiqing, Wang Dengting. Calculation of wave force and dynamic response analysis of offshore platforms based on the radial basis function[J]. Haiyang Xuebao, 2024, 46(12): 79–86, doi:10.12284/hyxb2024111

基于径向基函数的桩柱波浪力计算和动力响应分析

束仲祎¹, 徐绩青^{2,3*}, 王登婷¹

(1. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210024; 2. 重庆交通大学 河海学院, 重庆 400074; 3. 国家内河航道整治工程技术研究中心 水利水运工程教育部重点实验室, 重庆 400074)

摘要: 对于细长杆件上的受力, 工程上大多是通过 Morison 方程来计算波浪荷载。由于以往求解波浪力的 Morison 方程大部分都是简化方程, 将桩体假设为刚体, 没有考虑到桩体的弹性变形。基于径向基函数这一无网格方法, 将考虑了桩体弹性变形的 Morison 方程和动力平衡方程联立求解, 得到单桩在波浪荷载作用下的波浪力和动力响应, 并将其与规范方法和以往的文献方法作对比, 验证了此方法的准确性。将此方法应用于实际工程案例, 可得到最不利工况下工作平台的动力响应。径向基函数计算简便, 易于掌握, 可将其应用于实际工程中, 为以后的海上结构物计算提供了一个新的方向。

关键词: 径向基函数; 非线性方程; Morison 方程; 动力平衡方程; 急动度

中图分类号: U656.6

文献标志码: A

文章编号: 0253-4193(2024)12-0079-08

1 引言

我国大陆海岸线长约 18 000 km, 沿海经济发展迅速, 海工建筑物的修建已经成为了我国发展后续沿海经济的重要目标之一。作为大型海工建筑物, 海上工作平台所处的海洋环境复杂, 需要考虑风、波浪、水流等荷载, 其中波浪荷载是作用在平台下部基础上最主要的海上荷载形式。因此, 研究波浪对桩的作用在海洋工程研究中有重大意义。由于波浪荷载作用在桩上会使桩产生振动, 桩的振动又会反过来影响波浪的波要素, 这种波浪与桩之间的流固耦合作用是不可忽略的。本研究旨在通过径向基函数这种无网格方法来模拟波浪作用下桩的动力响应, 并通过一系列实验数据来验证这种方法的准确性。

一直以来, 对于细长杆件上的受力, 学者们大多是通过 Morison 方程、CFD^[1] 及势流理论来计算波浪

荷载, Morison 方程因其简单、易于计算的优点在实际工程中广泛应用。张学志等^[2] 比较了考虑 Morison 方程中的非线性项和不考虑非线性项时海洋平台动力响应的差异, 发现在较大的波浪条件下, 不考虑非线性项的计算结果明显小于考虑非线性项时的计算结果, 偏于不安全。Morison 方程只是一种求出波浪力的方法, 无法计算出波浪的动力响应。将 Morison 方程与动力平衡方程结合起来后, 成为了一个非线性方程组, 可以计算细长杆件的动力响应。但非线性方程组求解难度大, 计算复杂。传统的对非线性 Morison 方程组的求解一般是在同一时间步长内, 分别对计算流体动力方程和结构动力方程求解, 通过流固耦合界面进行数据传递, 从而进行耦合求解^[3]。这种弱耦合求解方法虽然计算简单, 对计算机内存需求小, 但毕竟存在数据传递, 与真实的流固耦合情况模拟依然存在差距。现有的软件 ABAQUS 中对 Moris-

收稿日期: 2024-07-22; 修订日期: 2024-09-20。

基金项目: 重庆市教委科技研究项目 (KJ100417); 福建省交通运输科技项目 (JC202311)。

作者简介: 束仲祎 (1997—), 男, 安徽省六安市人, 主要从事波浪与结构物相互作用研究。E-mail: 1203132824@qq.com

* 通信作者: 徐绩青, 博士, 从事应用力学与数学研究。E-mail: plappk@sina.com

on 的计算也是弱耦合计算方法^[4]。

径向基函数对非线性方程的求解效果良好, 计算结果准确, 计算效率高, 而且通过将流场和结构场的控制方程耦合到同一方程组中进行求解, 即在求解过程中同时求解流固控制方程, 是一种强耦合计算方法。因此, 通过径向基函数求解考虑桩柱振动的 Morison 方程是一种新的求解思路。

2 计算方法

2.1 数学模型

Morison 方程^[5]是一种半经验半理论公式, 一般工程上使用的都是简化的 Morison 方程, 没有考虑到桩体的弹性变形, 这种简化计算的结果存在一定的误差。不考虑桩体变形的 Morison 方程为

$$f_H = \frac{1}{2}C_D\rho Au_x|u_x| + C_M\rho V_0 \frac{du_x}{dt}. \quad (1)$$

考虑桩体变形的 Morison 方程为

$$f_H = \frac{1}{2}C_D\rho A(u_x - \dot{u})|u_x - \dot{u}| + C_M\rho V_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} - C_m\rho V_0 \ddot{u}, \quad (2)$$

式中, C_D 为拖曳力系数, 该系数反映了由流体的黏滞性而引起的黏滞效应; ρ 为海水的密度; A 为垂直于波浪传播方向的单位柱体高度的投影面积; u_x 为波浪水质点的水平速度; C_M 为惯性力系数(又称为质量系数); C_m 为附加质量系数; V_0 为单位柱体高度的排水体积; $\frac{du_x}{dt}$ 为桩柱轴线位置任意高度 z 处波浪水质点的水平加速度, \dot{u} 和 \ddot{u} 分别为桩体的速度和加速度。

将桩体用有限元法离散成单元, 建立动力平衡方程为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f_H(t), \quad (3)$$

式中, M 为单元质量矩阵, K 为单元刚度矩阵, C 为阻尼矩阵, 可以通过瑞利阻尼(Rayleigh Damping)来求得:

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (4)$$

式中, α 和 β 都是阻尼常数, 可以根据下式进行计算:

$$\alpha = \xi\omega, \quad \beta = \frac{\xi}{\omega}, \quad (5)$$

式中, ξ 为阻尼比, ω 为自振频率(用于确定瑞利阻尼常数的振型阻尼比对应的自振频率)。

将式(2)和式(3)联立, 可得:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = \frac{1}{2}C_D\rho A(u_x - \dot{u})|u_x - \dot{u}| + C_M\rho V_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} - C_m\rho V_0 \ddot{u}. \quad (6)$$

急动度是描述物体加速度的变化率, 当急动度过大时, 即加速度的变化率过大时, 物体相当于受到了

外力的循环加载, 这种循环加载会对物体造成疲劳损伤^[6]。在以往的结构动力响应分析中, 一般很少分析急动度的大小。但近年来, 随着人们对急动度认识的逐渐深刻, 急动度的研究也在逐渐增加, 在结构的具体设计中, 急动度的大小也是重要的设计要点。

一般情况下, 认为位移和荷载的变化总是连续的, 位移能够进行三阶求导, 荷载能够进行一阶求导,

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f'_H(t). \quad (7)$$

整理得:

$$M\ddot{u} = f'_H(t) - C\dot{u} - Ku. \quad (8)$$

矩阵求逆即可得到急动度。

$$\ddot{u} = M^{-1}(f'_H(t) - C\dot{u} - Ku). \quad (9)$$

由于径向基函数具有强大的逼近能力, 在使用径向基函数插值来逼近真实的位移变化后, 在此基础上插值得到的速度和加速度应该也是趋近于真实的速度和加速度的, 此方法只需要外荷载对时间的一阶导数, 其余项都可以通过结构动力响应求得。

2.2 径向基函数

径向基函数^[7](Radial Basis Function, RBF) 是一类以一个影响范围内每一个点与其他所有点的距离来表达它们之间的关系, 以径向距离作为变量的基函数集合, 是一种具有强大逼近能力的数值计算方法。若 n 维空间 R_n 上有两个向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 则距离 r 可表示为

$$r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}. \quad (10)$$

从式(10)可以看出, 径向基函数是一种一元函数, 结构简单, 在求解高阶微分方程时, 用径向基函数逼近未知量, 理论上与真实的未知量是一致的。由于径向基函数多阶可导, 求导后的变量也接近真实变量, 因此, 采用径向基函数方法求解高阶微分方程, 将多个未知量转变为只与距离有关的径向基函数, 求解过程方便, 计算结果精准, 能够应用于多个数值计算领域。

本文计算所采用的的径向基函数是 Wendland 构造的 Wendland 函数^[8]

$$\phi(r) = (1-r)^6(3+18r+35r^2), \quad (11)$$

和吴宗敏构造的 Wu 函数^[9]

$$\phi(r) = (1-r)^5(1+5r+9r^2+5r^3+r^4), \quad (12)$$

$$\phi(r) = (1-r)^6(6+36r+82r^2+72r^3+30r^4+5r^5). \quad (13)$$

径向基函数研究和应用最多的一个领域就是插值领域。对于一个给定的数据 $\{\mathbf{x}, \mathbf{f}\}$, f 为 x 的函数, 可以用径向基函数表示为

$$f(x) = \sum_i^n \alpha_i \varphi(r), \quad r = \|x - x_i\|, \quad (14)$$

式中, $f(x)$ 是关于 x 的插值函数; n 是求解区域影响范围中各节点的总个数; α_i 是第 i 个插值点对应的系数; $\varphi(r)$ 表示各个径向基函数; x 是求解领域中任意一个点, x_i 表示影响范围中任一节点; r 是求解区域中任一点与其影响范围内任一点的欧几里得距离, 也可以表示为 2 范数。

式 (14) 的线性方程组可以表示为矩阵形式。将系数 α_i 中的元素整合成向量形式, 记为 $\boldsymbol{\alpha}$; 将方程组左端的 $f(x)$ 整合成向量形式, 记为 \boldsymbol{f} ; 将径向基函数 $\varphi(r)$ 整合成插值矩阵 \boldsymbol{A} 。具体形式如下所示:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}. \quad (15)$$

式 (15) 中系数矩阵 \boldsymbol{A} 可以通过矩阵运算的方式得出: $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{f}$, \boldsymbol{f} 可以通过径向基函数插值逼近求得, 由此可见, 径向基函数具有强大的逼近能力和插值效果。值得注意的是, 经过多次数值计算可知, Wendland 函数和 Wu 函数所得的插值矩阵 \boldsymbol{A} 的求逆精度高, 矩阵基本正定, 计算结果误差较小, 所以本文选取这两种函数求解微分方程。

将时间 t 离散为 n 个时间节点, $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, 任意一个时间节点的影响范围定义为整个求解域, 用时间间隔的概念来替代空间距离^[8], 将真实的位移函数用径向基函数来逼近, 表示为

$$u(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(\|t - t_i\|) = \boldsymbol{\Phi}^T(t)\boldsymbol{\alpha}. \quad (16)$$

将径向基函数逼近理论和配点法结合在一起的求解方法在求解微分方程时, 会在计算初期的一小部分时间区域内产生数值振荡, 使得计算结果与真实的

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varphi(\|t_1 - t_1\|) & \varphi(\|t_1 - t_2\|) & \cdots & \varphi(\|t_1 - t_n\|) & \xi(\|t_1 - t_1\|) & \zeta(\|t_1 - t_1\|) \\ \varphi(\|t_2 - t_1\|) & \varphi(\|t_2 - t_2\|) & \cdots & \varphi(\|t_2 - t_n\|) & \xi(\|t_2 - t_1\|) & \zeta(\|t_2 - t_1\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi(\|t_n - t_1\|) & \varphi(\|t_n - t_2\|) & \cdots & \varphi(\|t_n - t_n\|) & \xi(\|t_n - t_1\|) & \zeta(\|t_n - t_1\|) \\ \frac{d\varphi(\|t_1 - t_1\|)}{dt} & \frac{d\varphi(\|t_1 - t_2\|)}{dt} & \cdots & \frac{d\varphi(\|t_1 - t_n\|)}{dt} & \frac{d\xi(\|t_1 - t_1\|)}{dt} & \frac{d\zeta(\|t_1 - t_1\|)}{dt} \\ \frac{d^2\varphi(\|t_1 - t_1\|)}{dt^2} & \frac{d^2\varphi(\|t_1 - t_2\|)}{dt^2} & \cdots & \frac{d^2\varphi(\|t_1 - t_n\|)}{dt^2} & \frac{d^2\xi(\|t_1 - t_1\|)}{dt^2} & \frac{d^2\zeta(\|t_1 - t_1\|)}{dt^2} \end{bmatrix} \boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n, \dot{u}_1, \ddot{u}_1). \quad (20)$$

\dot{u}_1 、 \ddot{u}_1 是附加的辅助函数产生的附加未知量, 分别代表初始时刻的速度和加速度。

将式 (19) 代入式 (18) 可得:

$$u(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t)\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N}(t)\boldsymbol{u}, \quad (21)$$

式中, \boldsymbol{A} 为动力特征矩阵; $\boldsymbol{N}(t)$ 为时间特征函数, 其构成方式和实际作用与有限元法中的形函数矩阵类似。 \boldsymbol{u} 为所求未知量, 是结构各个节点自由度的位移。由于

结果不符。因此, 将初始时刻的速度和加速度加入式 (16), 表示为

$$u(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(\|t - t_i\|) + \beta_1 \frac{d\varphi(\|t - t_1\|)}{dt} + \beta_2 \frac{d^2\varphi(\|t - t_1\|)}{dt^2}. \quad (17)$$

式 (17) 与式 (16) 相比, 增加了初始速度和初始加速度作为约束条件, β_1 和 β_2 是与之对应的附加未知系数。由于速度和加速度分别是位移函数的一阶导数和二阶导数, 因此, 在构建插值函数时也添加了径向基函数在初始时刻的一阶导数和二阶导数。这两个约束条件可以有效减小在计算初期引起的数值振荡^[10]。从物理意义来说, 这两个约束条件分别是初始时刻的速度和加速度; 从数学意义来说, 添加了这两个约束条件, 能够满足初始时刻的微分方程。

由式 (17) 可以看出, 作为插值函数的径向基函数需要进行多阶求导, 且多阶求导会使矩阵 \boldsymbol{A} 的求逆精度大大降低。为避免这些问题, 可以使用辅助函数来替代增加的附加导数项, 能够减小求逆矩阵的误差, 提高计算的准确性。因此, 可以将式 (16) 表示为

$$u(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(\|t - t_i\|) + \beta_1 \xi(\|t - t_1\|) + \beta_2 \zeta(\|t - t_1\|) = \boldsymbol{\Phi}^T(t)\boldsymbol{\alpha}, \quad (18)$$

式 (18) 中, β_1 、 β_2 为附加系数; $\xi(\|t - t_1\|)$ 和 $\zeta(\|t - t_1\|)$ 为辅助函数, 可以选择符合连续性要求的径向基函数。

将离散的 n 个时间节点 t 代入式 (18) 中, $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, 可以得到 $n+2$ 阶的矩阵 \boldsymbol{A} 。

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{u}, \quad (19)$$

式中,

\boldsymbol{u} 不是关于时间的函数, $u(t)$ 的导数即为时间特征函数 $\boldsymbol{N}(t)$ 的导数, 因此, 速度和加速度函数可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{u}}(t) = \boldsymbol{N}'(t)\boldsymbol{u}, \quad (22)$$

$$\ddot{\boldsymbol{u}}(t) = \boldsymbol{N}''(t)\boldsymbol{u}. \quad (23)$$

将式 (20)、式 (21) 和式 (22) 代入式 (3) 中, 整理得:

$$(\boldsymbol{M}\boldsymbol{N}'' + \boldsymbol{C}\boldsymbol{N}' + \boldsymbol{K}\boldsymbol{E})\boldsymbol{u} = \boldsymbol{P}(t). \quad (24)$$

\boldsymbol{E} 为单位矩阵; \boldsymbol{N}' 为时间特征函数 \boldsymbol{N} 对时间的

一阶导数,用式(11)的Wendland函数; N'' 为时间特征函数 N 对时间的二阶导数,用式(12)或式(13)的Wu函数。由式(23)可知,方程的唯一未知量为位移向量 \mathbf{u} 。

对于附加项,初始时刻的速度和加速度为

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi'(\|t_1 - t_1\|)\varphi'(\|t_1 - t_2\|)\cdots \\ \varphi'(\|t_1 - t_n\|)\xi'(\|t_1 - t_1\|) \\ \xi'(\|t_1 - t_1\|) \end{array} \right\} \mathbf{A}^{-1}\mathbf{u} = \dot{\mathbf{u}}(0), \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi''(\|t_1 - t_1\|)\varphi''(\|t_1 - t_2\|)\cdots \\ \varphi''(\|t_1 - t_n\|)\xi''(\|t_1 - t_1\|) \\ \xi''(\|t_1 - t_1\|) \end{array} \right\} \mathbf{A}^{-1}\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{u}}(0). \quad (26)$$

式(24)和式(25)中,初始时刻的速度由实际测量或实际情况可知,初始时刻的加速度可以将初始时刻的位移和速度代入(3)中得到。

将式(23)、式(24)和式(25)整理可以得到一个 $n+2$ 维微分方程组,方程组中只含有一个未知量 \mathbf{u} ,接下来,将根据Morison方程的不同情况来分析方程的求解过程。

当 $H/D < 1.0$, $D/L < 0.2$ 时,此时由于桩柱较细,流体的黏滞力和波浪的绕射对其影响较小,因此在计算波浪力时采用Morison方程,且只计算其中的惯性力项。建立结构动力系统的微分方程。

$$(\mathbf{M}\mathbf{N}'' + \mathbf{C}\mathbf{N}' + \mathbf{K}\mathbf{E})\mathbf{u} = \int_0^L C_M \rho V_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} - C_m \rho V_0 N'' \mathbf{u}, \quad (27)$$

式中, L 为桩柱的长度。由式(26)可以看出,方程组中只含有一个未知向量 \mathbf{u} ,此微分方程组为线性方程组,应用有限元法中的划零置一法可以求得此微分方程组各个自由度处在整个时间区域内的位移 \mathbf{u} ,将其代入式(21)和式(22),即可得到各个自由度处在整个时间区域内的速度和加速度。

当 $H/D > 1.0$, $D/L < 0.2$ 时,此时由于桩柱相对尺

寸较小,柱体绕流影响可不考虑,但由于波高较大。因流体黏性而引起的阻力增大,在计算波浪力时,可以采用Morison方程且需要考虑拖曳力。

$$(\mathbf{M}\mathbf{N}'' + \mathbf{C}\mathbf{N}' + \mathbf{K}\mathbf{E})\mathbf{u} = \int_0^L \frac{1}{2} C_D \rho A (u_x - \dot{\mathbf{u}}) |u_x - \dot{\mathbf{u}}| + C_M \rho V_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} - C_m \rho V_0 \ddot{\mathbf{u}}. \quad (28)$$

由于拖曳力中存在 $(u_x - \dot{\mathbf{u}})|u_x - \dot{\mathbf{u}}|$ 这样的非线性项,方程组为非线性方程组。针对非线性方程组,需要进行迭代求解,迭代求解方法需要确定一个合理的初值,否则可能会出现迭代不收敛的情况。初值的选取通过先求解式(26),求解出近似的线性方程组的解作为初值来求解式(27)的非线性方程组。这种方法可以有效避免迭代不收敛的情况。

径向基函数逼近方法在计算单自由度系统的线性方程组时,与传统的Newmark法和Wilson- θ 法求解该方程组对比,计算误差远小于传统方法。在计算3阶力学震荡的非线性方程组时,与4阶精细Runge-Kutta法求得的结果相比,相差0.308%^[11]。

径向基函数逼近方法在求解线性方程组和非线性方程组时的计算精度都令人满意。将本文方法与Adams法、4阶Runge-Katta法和三次样条函数法进行比较,本文方法能够很好的逼近系统的精确解,避免不收敛或收敛到虚假结果,对强非线性动力系统的求解具有很好的适用性。

3 单桩波浪力及动力响应

为验证径向基函数方法求解作用于桩柱上的波浪荷载的大小,采用实验验证的方法。左其华^[12]研究了方形墩柱上波浪荷载的非线性特性,通过理论分析和试验研究,提出了相应的荷载计算模型。取试验结果作为实验值,具体的实验参数如表1所示。

表1 单桩参数
Table 1 Parameter of a single pile

| 参数 | E/kPa | G/kPa | A/m^2 | I_x/m^4 | I_y/m^4 | $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$ | k_x/m^2 | k_y/m^2 |
|-----|-----------------|--------------------|----------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|------------------|------------------|
| 钢管桩 | 2×10^8 | 0.79×10^8 | 0.069 8 | 2.19×10^{-3} | 2.19×10^{-3} | 7.85×10^3 | 0.034 9 | 0.034 9 |

在《港口与航道水文规范》(JTS 145-2015)中,对于需要考虑桩体弹性变形的情况,为计算简便,不考虑桩体变形,将计算结果乘以一定的安全系数以保障工程安全,但这种计算结果与实际桩体受力存在差别。为验证这种差别,用径向基函数方法和规范方法计算相同实验情况下的波浪力,分别采用线性波、Stokes 2阶波理论和Stokes 3阶波理论进行计算。为

了对比方便,对计算结果进行无量纲化处理,计算波浪力系数 $F_{\max}/\rho g B^3$,计算结果如表2所示。

将径向基函数方法结果和规范结果分别与实验值对比,如图1所示。

由图1可以看出,基于式(2)的计算结果更贴近实际的实验结果,且波高较大时,此方法的计算结果比规范方法更精确。在实际工程情况中,大波高的情

表2 不同波况的波浪力系数

| Table 2 Wave force coefficients of different wave conditions | | | | | |
|--|------|------|------|-----------|-----------|
| $B/L = 0.128, d/L = 0.246, T = 1.6, d = 0.9, D = 0.47$ | | | | | |
| H/L | 实验值 | 规范值 | 线性波 | Stokes 2阶 | Stokes 3阶 |
| 0.01 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| 0.02 | 0.15 | 0.15 | 0.14 | 0.14 | 0.14 |
| 0.03 | 0.23 | 0.23 | 0.22 | 0.22 | 0.22 |
| 0.04 | 0.31 | 0.30 | 0.28 | 0.28 | 0.29 |
| 0.05 | 0.38 | 0.38 | 0.35 | 0.36 | 0.36 |
| 0.60 | 0.45 | 0.46 | 0.42 | 0.43 | 0.44 |
| 0.70 | 0.51 | 0.55 | 0.49 | 0.51 | 0.52 |
| 0.08 | 0.56 | 0.63 | 0.56 | 0.58 | 0.60 |

| $B/L = 0.191, d/L = 0.302, T = 1.6, d = 1.151, D = 0.73$ | | | | | |
|--|------|------|------|-----------|-----------|
| H/L | 实验值 | 规范值 | 线性波 | Stokes 2阶 | Stokes 3阶 |
| 0.02 | 0.06 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| 0.04 | 0.19 | 0.20 | 0.17 | 0.18 | 0.18 |
| 0.05 | 0.24 | 0.27 | 0.23 | 0.23 | 0.23 |
| 0.06 | 0.32 | 0.35 | 0.30 | 0.30 | 0.30 |
| 0.08 | 0.39 | 0.46 | 0.38 | 0.39 | 0.39 |

况往往需要重点关注的情况,规范方法算出的结果虽然偏安全,但与实际结果相差较大,且没有考虑柱体的弹性变形;由于本文求解的式(2)考虑了桩体的弹性变形,因此计算结果比规范值偏小,且波高越大时,桩体的弹性变形越大,因而式(2)中的弹性变形项越不可忽略,此时本文考虑了弹性项的新方法得到的结果与真实情况更吻合。

以往的求解波浪荷载的方法,如边界元法^[9],是将桩体当做刚体来计算,忽略了桩体自身的变形,只能计算出桩上的波浪力。径向基函数计算方法不光可以算出波浪力,还可以算出桩体的位移、速度、加速度和急动度等动力响应。取表2中 $B/L = 0.191, d/L = 0.302, T = 1.6, d = 1.151, D = 0.73, H/L = 0.02$ 时的波况,计算单桩的动力响应,计算结果如图2所示。

由图2可以看出,由于方程强烈的非线性,对位移的求导结果出现高频振动,速度、加速度、急动度的计算结果产生了强烈的二次谐波。由桩体的加速度和急动度图像可以看出,桩体的加速度变化复杂,在极短的时间间隔内变化幅度较大,相当于桩体不断受到波浪力的循环加载,会对桩体造成疲劳损伤,影响桩的使用寿命。由此可见,在海工建筑物的设计施

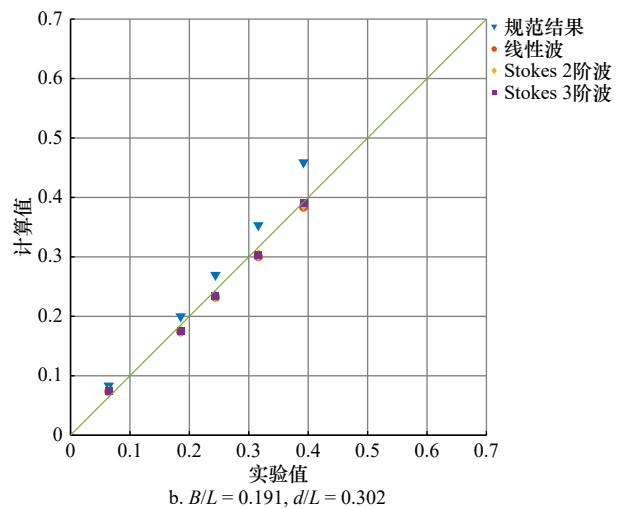
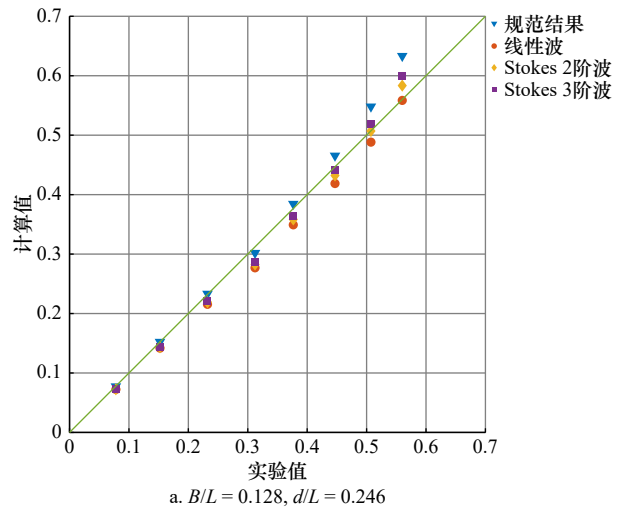


图1 径向基函数方法和规范方法与试验结果的比较

Fig. 1 Comparison of radial basis function methods and normative methods with test results

工过程中,不光需要考虑桩体所受的波浪荷载,桩体受力后的急动度也需要考虑。本文提出的径向基函数逼近方法可以很好地计算出波浪力和急动度等物理量,在设计施工过程中提供重要的基础资料,这是以往的计算方法所不具备的。

4 工程应用

本节算例取自巴拿马 Amador 邮轮码头项目临时工作平台进行试验分析。码头临时平台搭设初衷是作为桩帽的底膜平台,后期兼顾预制梁体架设、码头主体下部修复、和护舷挡板安装的施工平台。单桩基础为钢管桩,桩长为 18 m,桩径为 1.6 m。波浪参数如表3所示。

表3为巴拿马运河常见的大波高长周期工况, $H/D > 1.0, D/L < 0.2$,波浪力计算需考虑惯性力和拖

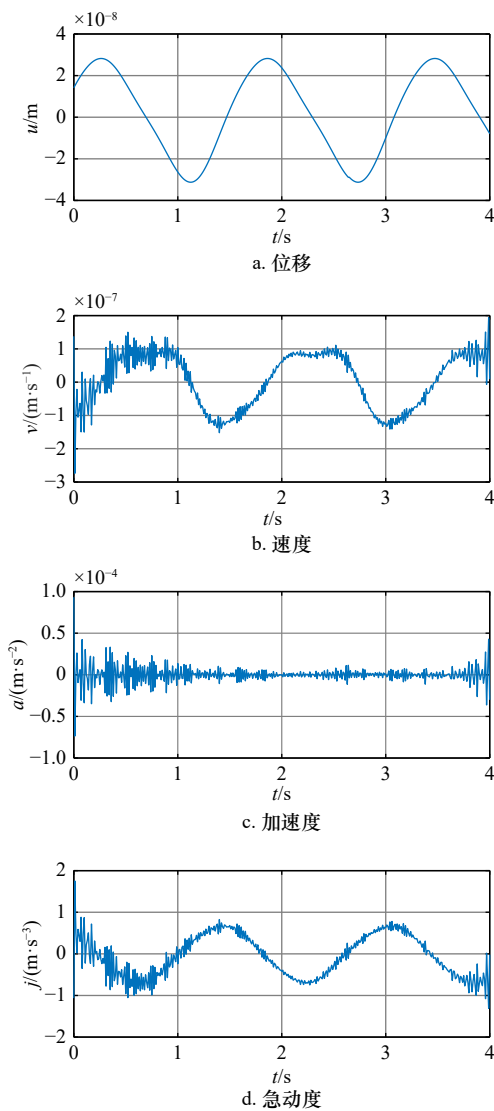


图 2 桩顶的位移、速度、加速度和急动度

Fig. 2 Displacement, speed, acceleration and emergency motion of the pile bolck

表 3 工作平台波浪参数

Table 3 Wave parameters of the working platform

| 参数 | 工况1 | 工况2 | 工况3 | 工况4 |
|------|-----|------|------|------|
| 波高/m | 2.0 | 2.4 | 2.5 | 2.6 |
| 周期/s | 17 | 17.3 | 17.4 | 17.7 |

曳力, 方程组为非线性方程组。图 3 给出了各波浪参数下直桩顶点的时程曲线, 可以看出桩柱顶端位移呈周期性变化, 周期与入射波周期相同, 且当入射波波高为 2.6 m, 周期为 17.7 s 时, 桩柱顶点位移最大; 桩柱顶点的速度和加速度呈周期性变化, 周期与入射波周期相同。由于方程过于庞大, 为节省计算时间, 时间间隔取 1 s, 因此无明显的二次谐波。可以看出桩柱顶端急动度呈周期性变化, 周期与入射波周期相

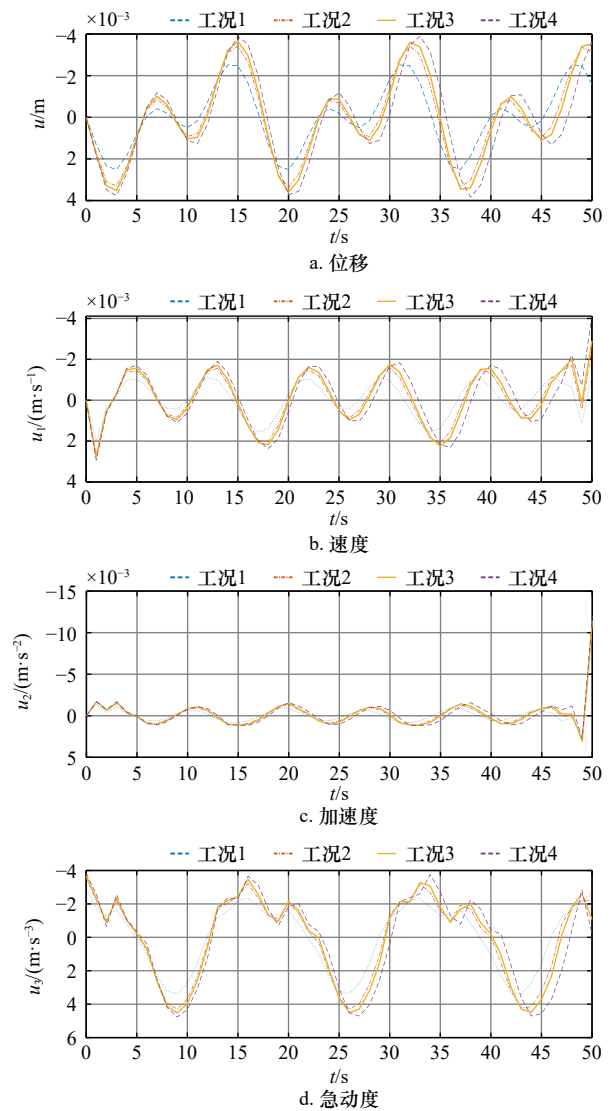


图 3 大波高、大周期各时程曲线图

Fig. 3 Plot of each time course of the large wave high and large period

同, 且当入射波波高为 2.6 m, 周期为 17.7 s 时, 桩柱顶点急动度最大。由此可见, 当入射波波高为 2.6 m, 周期为 17.7 s 时, 桩柱的位移和急动度最大, 此时桩柱处于最不利情况。

因此, 在工程设计中, 此方法能够同时考虑惯性和拖曳力, 精确求解波浪作用下桩柱的非线性动力响应方程, 为桩柱的受力分析提供准确的数据, 特别是对于桩柱顶端急动度的求解。为结构设计提供了重要依据, 使得桩柱在面对最不利工况时能够保证其稳定性和安全性, 确保桩柱结构的长久耐用。

5 结论

(1) 本文基于径向基函数这种无网格方法, 提出了一种新的计算波浪作用下桩基动力响应的方法, 与

规范方法相比,该方法计算精度较高,且在大波高情况下,计算精度明显优于规范方法;与以往的边界元方法相比,该方法考虑了桩的弹性变形,而不是简单地将桩当做刚体来计算,与实际情况更接近。

(2)本文提出的新方法不仅可以计算出桩上的波浪荷载,还可以计算出桩的位移、速度、加速度、急

动度等各项动力响应的物理量。

(3)此方法计算简便,便于工程人员应用,将此方法应用于工程实例,能够很好地解决实际工程问题。

(4)此方法只考虑了波浪对单桩的作用,没有考虑群桩作用的影响,在后续研究中可以从这方面继续深入。

参考文献:

- [1] 张力伟,李昕,赵颖华. 基于CFD的小尺度桩柱流固耦合分析及波浪力求解[J]. 大连理工大学学报, 2017, 57(6): 615-621.
Zhang Liwei, Li Xin, Zhao Yinghua. FSI analysis of small scale pile and solution of wave force using CFD method[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2017, 57(6): 615-621.
- [2] 张学志,黄维平,李华军. 考虑流固耦合时的海洋平台结构非线性动力分析[J]. 中国海洋大学学报, 2005, 35(5): 823-826.
Zhang Xuezhì, Huang Weiping, Li Huajun. Nonlinear dynamic analysis of offshore platform considering fluid-structure interaction[J]. Periodical of Ocean University of China, 2005, 35(5): 823-826.
- [3] 钱若军,董石麟,袁行飞. 流固耦合理论研究进展[J]. 空间结构, 2008, 14(1): 3-15.
Qian Ruojun, Dong Shilin, Yuan Xingfei. Advances in research on fluid-structure interaction theory[J]. Spatial Structures, 2008, 14(1): 3-15.
- [4] 戴澍,解德. 基于ABAQUS的小尺度桩柱波浪力计算方法[J]. 固体力学学报, 2011, 32(S1): 288-295.
Dai Shu, Xie De. An approach for computation of wave load on small dimension pile foundation based on ABAQUS[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, 32(S1): 288-295.
- [5] 王树青,梁丙臣. 海洋工程波浪力学[M]. 青岛: 中国海洋大学出版社, 2013.
Wang Shuqing, Liang Bingchen. Wave Mechanics for Ocean Engineering[M]. Qingdao: China Ocean University Press, 2013.
- [6] 谈开孚,赵永凯,郭小弟. 谈加速度[J]. 力学与实践, 1988, 10(5): 46-51.
Tan Kaifu, Zhao Yongkai, Guo Xiaodi. Talk about the jerk[J]. Mechanics in Engineering, 1988, 10(5): 46-51.
- [7] 陈文,傅卓佳,魏星. 科学与工程计算中的径向基函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
Chen Wen, Fu Zhuojia, Wei Xing. Radial Basis Function Methods in Science and Engineering Calculation[M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [8] Wendland H. Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree[J]. Advances in Computational Mathematics, 1995, 4(1): 389-396.
- [9] Wu Zongmin. Compactly supported positive definite radial functions[J]. Advances in Computational Mathematics, 1995, 4(1): 283-292.
- [10] 李岩汀,许锡宾,周世良,等. 基于径向基函数逼近的非线性动力系统数值求解[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(3): 311-318.
Li Yanting, Xu Xibin, Zhou Shiliang, et al. A numerical approximation method for nonlinear dynamic systems based on radial basis functions[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(3): 311-318.
- [11] 李岩汀. 基于径向基函数逼近理论的结构动力响应灵敏度研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2018.
Li Yanting. Study on structural dynamic response sensitivity using the approximation theory of radial basis functions[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2018.
- [12] 左其华. 方形墩柱上的非线性波浪荷载[J]. 海洋工程, 1993, 11(1): 50-58.
Zuo Qihua. Nonlinear wave loads on a square cylinder[J]. The Ocean Engineering, 1993, 11(1): 50-58.
- [13] Mogridge G R A J. A design method for estimating wave loads on square caissons[R]. National Research Council of Can, 1976, Rept. No. LTR: 57.

Calculation of wave force and dynamic response analysis of offshore platforms based on the radial basis function

Shu Zhongyi¹, Xu Jiqing^{2,3}, Wang Dengting¹

(1. *Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China*; 2. *College of River and Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China*; 3. *Key Laboratory of Water Resources and Water Transport Engineering, Ministry of Education, Technical Research Center for National Inland Waterway Regulation Engineering, Chongqing 400074, China*)

Abstract: In engineering practice, the Morison equation is commonly used to calculate wave loads on slender structures. Traditionally, the Morison equation for wave force calculation is often simplified, assuming the pile as a rigid body and neglecting the elastic deformation of the pile. By employing the Radial Basis Function (RBF), a mesh-free method, this study simultaneously solves the Morison equation, which considers pile elastic deformation, and the dynamic balance equation. This approach obtains the wave force and dynamic response of a single pile under wave load, and compares the results with those from standard methods and previous literature to validate its accuracy. Applying this method to actual engineering cases reveals the dynamic response of the working platform under the most unfavorable conditions. The RBF method is computationally straightforward and easy to master, making it suitable for practical engineering applications and providing a new direction for the calculation of offshore structures in the future.

Key words: radial basis function; nonlinear equation; Morison equation; the dynamic balance equation; emergency degree