文章编号：1000-5773(2013)05-0757-06

基于接触算法的电磁轨道发射装置的磁场-结构耦合数值分析*

尹冬梅，栗保明

（南京理工大学瞬态物理国家重点实验室，江苏南京　210094）

摘要：针对电磁发射装置结构分析中的电磁力加载问题以及共节点法计算出现的一些不真实现象，提出了采用多点约束和增广拉格朗日的接触混合算法，对电磁轨道发射装置进行了二维磁场-结构耦合的数值模拟分析。仿真结果表明：导轨所受电磁斥力、最大磁通密度的变化趋势与加载电流的变化趋势相近；发射装置中各结构材料的不同匹配，对其结构动态响应有较大影响。该方法使得导轨上所加载荷更符合实际，且避免了某些结合面出现不真实的拉伸应力，是进行电磁发射装置结构分析的有效方法。

关键词：电磁发射；多点约束；接触；磁场-结构耦合；数值计算

中图分类号：O343；TK05　　**文献标识码**：A

1　引　言

电磁发射装置在国防、科学实验、交通运输以及航空、航天等领域，都有着极为广泛和深远的应用前景。近几年来，对该技术的研究方兴未艾，众研究表明，电磁发射过程会伴随有磁场扩散、热传导、结构变形等具有瞬态特性的物理过程，这些过程相互影响，形成了一个多物理场耦合的问题。到目前为止，对电磁发射装置结构特性方面的研究相对较少[1]，并且在以往的研究中，在进行发射装置结构分析时，常采用在导轨内表面施加均匀分布的电磁压力[2-5]，或在导轨中心施加集中电磁力[6]等手段，这些加载方法均对导轨上的电磁力做了较大简化。实际中，导轨上的电磁力并非均匀、同向分布的，而是受集肤效应的影响，在导轨表面较大。此外，在对发射装置进行结构分析时，以往的文献[2,5-6]常采用共节点法来模拟各部件（导轨、绝缘材料和支撑结构）间的装配关系，但往往无法正确计算出相互作用力，有时会在局部出现不真实的拉应力。为此，本研究在不考虑结构变化对磁场影响的情况下，采用间接耦合法，即将电磁场分析所得的节点电磁力作为结构分析的载荷，从而更真实地模拟导轨的受力情况；并定义接触来模拟各部分材料之间的装配关系，即在磁场分析时采用多点约束（MPC）的接触算法，在结构分析时启用增广拉格朗日（Augmented Lagrangian）接触算法，通过接触对来传递相互之间的作用，从而实现对电磁轨道发射装置的二维磁场-结构耦合数值模拟分析。

2　磁场-结构耦合的计算模型

2.1　物理模型

由于发射装置的长度远大于其截面尺寸，若忽略三维力学效应（比如长度方向的弯曲），可将其看作二维平面应变模型[5-6]。采用文献[5]中发射装置的几何结构，根据对称性原理建立 1/4 模型，如图 1 所

* **收稿日期**：2011-10-30；**修回日期**：2012-06-01

基金项目：瞬态物理国家重点实验室基金（9140C3001011001）

作者简介：尹冬梅（1981—），女，博士，讲师，主要从事电磁发射技术研究. E-mail：dongmeiyin2010@163.com

示。其中 5 表示空气区域。

假设不考虑结构变化对磁场分布的影响，则可采用间接耦合的方法，即将电磁场分析所得节点电磁力作为后续结构分析的载荷。

(1) 发射装置的电磁场分析

由 Maxwell 方程组

$$\nabla\times \boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t \tag{1}$$

$$\nabla\times \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{J} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{J} = \gamma \boldsymbol{E} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{4}$$

整理得到微分方程

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial y^2} = \gamma\mu \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{E}$ 为电场强度，$\boldsymbol{H}$ 为磁场强度，$\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度，γ 为电导率，μ 为磁导率，$\boldsymbol{J}$ 为电流密度。

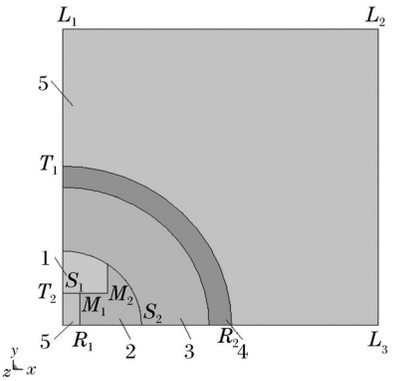


图 1 发射装置的 1/4 计算模型

Fig. 1 Quarter model of the launcher

本研究采用矢量磁位法进行发射装置的二维电磁场计算。假设不考虑位移电流的影响，此时

$$\boldsymbol{B} = \nabla\times \boldsymbol{A} \tag{6}$$

则微分方程(5)式可表示为

$$\nabla\cdot\left(\frac{1}{\mu}\nabla \boldsymbol{A}\right) = -\boldsymbol{J} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{A}$ 为磁矢势。

联系磁场和结构耦合的物理量为电磁力 $\boldsymbol{f}$，根据载流导体的洛仑兹力公式计算

$$\boldsymbol{f} = \int_V \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}\times \boldsymbol{B})\mathrm{d}V \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{N}$ 为形函数矢量，V 为积分域。

(2) 发射装置的结构分析

$$\boldsymbol{L\sigma} + \boldsymbol{f} = \rho\ddot{\boldsymbol{u}} + c\dot{\boldsymbol{u}} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D\varepsilon} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{\varepsilon}$、$\boldsymbol{\sigma}$ 分别为位移、应变、应力；$\boldsymbol{f}$ 为力载荷向量，在此为(8)式中的电磁力；$\boldsymbol{D}$ 为弹性矩阵，ρ 为质量密度，c 为阻尼系数；$\boldsymbol{L}$ 为微分算子，对于二维平面应变分析有

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{12}$$

2.2 边界条件的设置

2.2.1 磁场边界条件

(1) 对称边界。如图 1 所示，在边界 R_1R_2 上有 $\boldsymbol{B}(y) = \boldsymbol{B}(-y)$，$T_1T_2$ 上有 $\partial \boldsymbol{B}/\partial x = 0$。

(2) 接触边界。假设发射装置各部件之间的电磁接触为理想接触，则在不同材料交界面上应满足连续性条件

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{A}_2 \\ \dfrac{1}{\mu_1}\dfrac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial \boldsymbol{n}} = \dfrac{1}{\mu_2}\dfrac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial \boldsymbol{n}} \end{cases} \tag{13}$$

式中：下标 1、2 分别代表两种不同材料，$\boldsymbol{n}$ 为材料交界面上任一点的单位法向量。

在本研究中,各材料有限元网格的划分是相互独立的,在边界上节点通过接触对建立相互之间的联系。为了满足上述连续性条件,采用多点约束(MPC)法处理接触节点的自由度耦合关系(尤其当各部分材料采用不同尺寸网格离散时),即以一个节点的某几个自由度为标准值,令其它指定节点的某几个自由度与这个标准值建立某种联系,从而保证这些自由度在接触边界上的连续性(包括与空气接触的边界)。此时,接触边界的连续性条件转化为如下约束方程

$$\text{Constant}\, t = \sum_{I=1}^{N} C^*(I) A_Z \tag{14}$$

式中:A_Z 为 z 方向的磁矢势,$C^*(I)$为系数,I 为节点号,N 为接触边界上的节点总数。

(3) 无穷远边界。理想状态下,磁场的零边界应位于无穷远处,但为了便于计算,人为设定远场边界处于包围发射装置的空气层外侧,如图 1 中 L_1L_2 和 L_2L_3 所示。

2.2.2 结构边界条件

(1) 对称边界:R_1R_2,y 方向位移为零;T_1T_2,x 方向位移为零。

(2) 接触边界。采用增广拉格朗日(Augmented Lagrangian)接触算法,接触边界上的压力为

$$p = \begin{cases} 0 & |u_n| > \varepsilon \\ K_n u_n + \lambda_{i+1} & |u_n| < \varepsilon \end{cases}, \quad \lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + K_n u_n & |u_n| > \varepsilon \\ \lambda_i & |u_n| < \varepsilon \end{cases} \tag{15}$$

式中:λ_i 为拉格朗日乘子,ε 为兼容性容差,K_n 为接触法向刚度,u_n 为接触间隙。

3 数值计算及结果分析

在有限元分析软件 ANSYS 中,分别采用 PLANE 53 和 PLANE 82 单元对发射装置进行电磁场和结构场分析,其中远场边界采用 INFIN 9 单元进行离散。此外,通过定义接触单元 TARGE 169 和 CONTA 172 来模拟各部分结构之间的接触作用。

假设发射装置的各部分均为线弹性各向同性材料,其材料参数如表 1 所示。装置发射过程中,导轨中的电流变化如图 2 所示。不考虑发射装置的预载作用。

表 1 发射装置各部分材料参数[5]

Table 1 Material parameters of parts of launcher

Material	Young modulus/(GPa)	Poisson ratio	Density/(kg/m^3)
Copper	126.9	0.35	8 900
Fiberglass composite	14.6	0.16	1 900
Epoxy resin composite	8.4	0.33	1 700
Ceramic	276	0.22	3 500
Steel	200	0.25	7 800

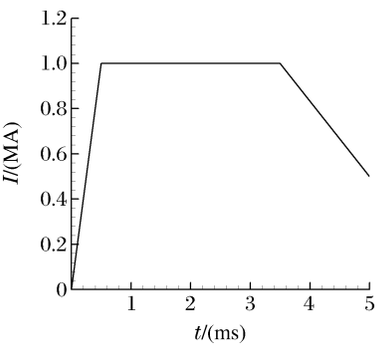


图 2 导轨中电流的变化

Fig. 2 Changes of current in rails

3.1 二维静态磁场-结构耦合分析

静态分析时,以均匀电流密度进行加载,且电流值取最大值 1 MA(见图 2),相应地导轨上将产生最大电磁作用力,从而进行身管的静态刚强度分析。此时,结构 3 采用陶瓷材料。

通过计算比较可以看出:采用共节点法时,结合面 M_1M_2 处拉伸应力约为 39.8 MPa(见图 3(b)),但实际中该界面处使用粘结剂粘合,在如此大的拉伸应力作用下,两个结合面早已分离,计算结果是不真实的;而采用混合接触算法时,得到该处拉伸应力为 2.63 MPa(见图 3(a)),若导轨上电磁斥力继续加大,这两个结合面将分离,不会出现拉伸应力过大的不真实现象。此外,采用混合接触算法还可以得到各部分材料之间的接触压力,如图 4(a)所示。最大接触压力(忽略几何突变引起的应力集中)出现在导轨与结构 3 的作用面上,将近 154 MPa,这是由于导轨在 y 方向所受电磁力较大,挤压结构 3 所致。

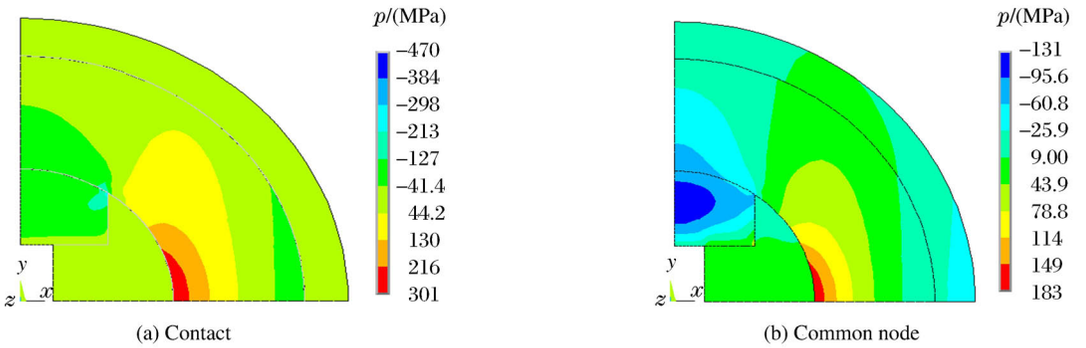


图 3 发射装置 y 方向的应力分布

Fig. 3 y-stress distribution of the launcher

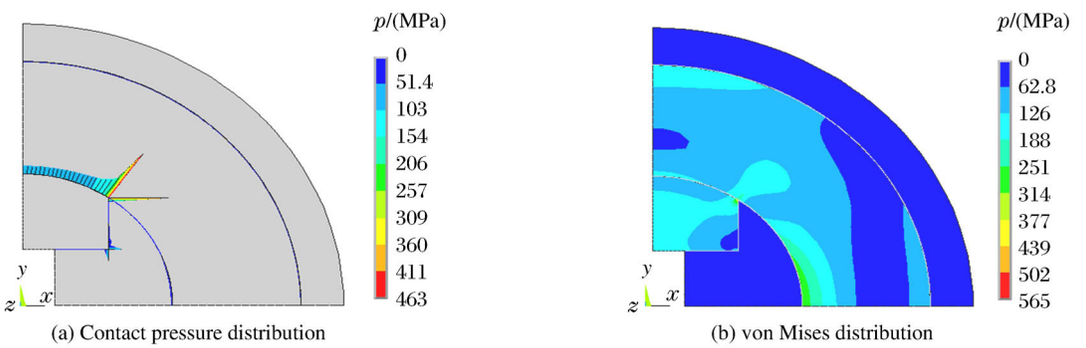


图 4 基于混合接触算法计算

Fig. 4 Calculations based on the mixed contact algorithm

根据计算,导轨内膛侧中心点 S_1 的 y 方向位移为 0.064 6 mm,相当于内膛几何尺寸的 0.215%,满足发射装置所需的静态刚度要求[7]。图 4(b)显示了发射装置的 von Mises 应力分布,可以看出,若忽略几何突变引起的应力集中,在导轨和陶瓷结构上分布着较大的应力;导轨上最大值约 314 MPa,可以满足铜导轨的静态强度要求;陶瓷结构上的最大值将近 377 MPa,位于点 S_2 附近。考虑到陶瓷材料的抗压强度远大于抗拉强度,因此有必要分析其拉伸应力,尤其是 y 方向的拉伸应力。从图 3(a)可以得知,陶瓷结构 S_2 处 y 方向的拉伸应力近 301 MPa,已接近陶瓷材料的拉伸极限,这是比较危险的,此处可以通过施加预载的方法提高陶瓷结构的抗拉强度。

3.2 二维瞬态磁场-结构耦合分析

瞬态分析时采用节点电流的方式进行加载,由于采用 1/4 模型,故加载的电流值均为图 2 所示值的一半。基于混合接触算法,对结构 3 分别采用陶瓷和环氧树脂复合材料时发射装置的瞬态结构响应进行了分析比较。由于两者均为绝缘材料,导磁特性差别不大,在此可看作相同,故在做磁场分析时,两种情况下的磁场分布将相同。根据计算可知,S_1 处磁通密度的变化趋势与电流变化趋势一致,在0.8 ms 左右,磁通密度达到最大值,为 16.71 T,此后一段时间内维持在该值附近;大约在 3.5 ms 时,磁通密度开始明显下降,显然这是由于电流出现了明显减小。

图 5 给出了 t=2 ms 时导轨上节点电磁力的分布情况。从图 5 中可以看到,最小节点电磁力分布在导轨内部,而最大节点电磁力出现在导轨内表面附近,这是由集肤效应引起的。假设两导轨为两根无限长的通电导线,此时计算所得的导轨电磁斥力值为理论值,图 6 分别给出了采用理论公式、共节点法以及混合接触算法计算得到的单位长度导轨所受 y 方向电磁斥力随时间的变化值。从图 6 中可以看到,电磁斥力的变化趋势与电流变化趋势一致,在 0.8 ms 左右达到最大值,且经比较发现,采用混合接触算法得到的计算结果与理论公式计算值更接近。

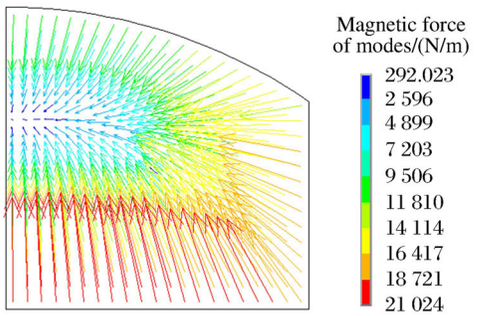


图 5　$t=2$ ms 时导轨上的节点电磁力

Fig. 5　Magnetic force of nodes in the rail at $t=2$ ms

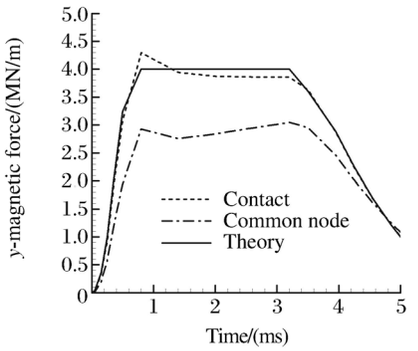


图 6　导轨上 y 方向电磁斥力随时间的变化

Fig. 6　History of y-magnetic force on the rails

在相同的磁场力作用下,当结构 3 采用不同材料时,S_1 处的 y 方向位移随时间变化存在较大差异,如图 7 所示。采用环氧树脂复合材料时,发射过程中 S_1 处的 y 方向最大位移约 0.662 mm,为内膛几何尺寸的 2.21%,已超出了发射装置对内膛刚度的要求,此时可以通过施加预载的方法来确保其刚度要求;采用陶瓷材料时,S_1 处的 y 方向最大位移约为 0.067 5 mm,能够满足内膛刚度要求。可见,结构 3 采用不同绝缘材料,尤其是当两种材料的杨氏模量相差较大时,发射装置的内膛刚度有较大差异。

根据数值仿真得知,大约在 $t=0.8$ ms 时,发射装置的整体应力水平达到最大值。通过比较发现,在整个发射过程中,当结构 3 分别采用环氧树脂复合材料和陶瓷时,最大应力出现的位置存在差异。若忽略几何突变引起的应力集中,在前一种情况下,最大应力(410 MPa)同时出现在导轨和外层钢套上,如图 8 所示;后一种情况下最大应力(341 MPa)却出现在陶瓷结构上,与图 3(b)分布一致。同样,前者的 y 方向最大拉伸应力出现在外层钢套,而后者的 y 方向最大拉伸应力(约 323 MPa)出现在陶瓷结构上。意味着前者对外层钢套的强度要求较高,而后者对陶瓷结构的强度要求高。此外,从图 8 中可以看到,结合面 M_1M_2 处导轨与绝缘材料已经分离,此时若采用共节点法计算,势必出现较大的拉伸应力,明显与实际不符。

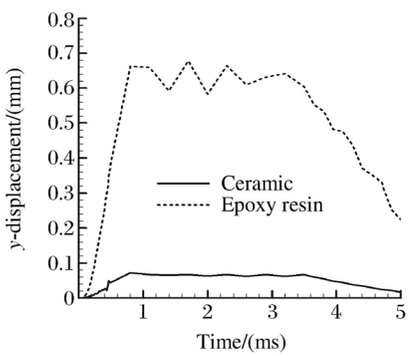


图 7　结构 3 采用不同材料时 S_1 处的 y 方向位移

Fig. 7　y-displacement at S_1 with different materials for part 3

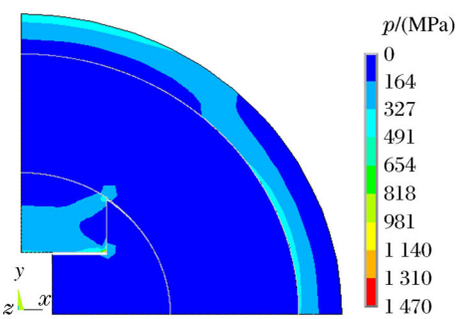


图 8　结构 3 为环氧树脂复合材料时 von Mises 应力

Fig. 8　von Mises stress for part 3 with epoxy resin

4　结　论

综合运用多点约束(MPC)和增广拉格朗日(Augmented Lagrangian)接触算法,对电磁轨道发射装置分别进行了二维静态和瞬态的磁场-结构耦合数值仿真分析,充分发挥了接触算法在多物理场耦合分析中的作用,有利于提高分析结果的准确性。通过数值分析得到以下结论。

(1) 针对相同的算例,在二维瞬态电磁斥力的计算中,分别采用混合接触算法和共节点法计算导轨上的电磁斥力,并与理论值进行比较,结果发现前者的计算值更接近理论值。此外,使用混合接触算法

可以获得发射装置各装配结构之间的接触作用力，且避免了共节点法导致的一些不真实的现象，如结合面 M_1M_2 出现的较大的拉伸应力。

(2) 结构 3 采用不同的绝缘材料，对发射装置在发射过程中的结构动态响应有着较大影响：采用环氧树脂复合材料时，发射装置内膛侧 y 方向的位移明显较大，无法满足内膛刚度的要求，可通过施加预载的方法提高其刚度，但此时对外层钢套的强度要求较高；采用陶瓷材料时，发射装置的内膛刚度能得到保证，但无法满足强度要求，同样也可通过施加预载的方法提高其强度。这进一步表明，发射装置中各结构材料的合理匹配对发射装置的正常工作有着重大的意义。

References:

[1] Liu Z G, Tian F Q. Structure dynamic characteristic analysis of electromagnetic rail launcher [J]. Journal of Ship Mechanics, 2010, 14(10): 1158-1165. (in Chinese)
刘郑国，田福庆. 电磁轨道发射装置结构动力学特性分析 [J]. 船舶力学，2010，14(10)：1158-1165.

[2] Tzeng J T. Structural mechanics for electromagnetic railguns [J]. IEEE Trans Magn, 2005, 41(1): 246-250.

[3] Tzeng J T, Wei S. Dynamic response of cantilevered rail guns attributed to projectile/gun interaction theory [J]. IEEE Trans Magn, 2007, 43(1): 207-213.

[4] Liu W, Li M, Bai X Z, et al. Deformation calculation of electromagnetic Launcher's rail subjected to exponential magnetic pressure [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(8): 1336-1341. (in Chinese)
刘 文，李 敏，白象忠等. 电磁炮发射轨道受指数函数磁压力的变形计算 [J]. 哈尔滨工业大学学报，2010，42(8)：1336-1341.

[5] Daneshjoo K, Rahimzadeh M, Ahmadi R, et al. Dynamic response and armature critical velocity studies in an electromagnetic railgun [J]. IEEE Trans Magn, 2007, 43(1): 126-131.

[6] Wu Y. A parametic study and dynamic response analysis of electromagnetic gun barrel [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009: 12-16. (in Chinese)
吴 宇. 电磁炮身管的参数化研究和动态响应分析 [D]. 南京：南京理工大学，2009：12-16

[7] Wang Y, Xiao F. Principle of Electric Gun [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995: 358-359. (in Chinese)
王 莹，肖 峰. 电炮原理 [M]. 北京：国防工业出版社，1995：358-359.

Numerical Analysis of Magnetic-Structural Coupling for Electromagnetic Rail Launcher Based on Contact Algorithm

YIN Dong-Mei, LI Bao-Ming

(*National Key Laboratory of Transient Physics NUST, Nanjing* 210094, *China*)

Abstract: Aiming at the loading problem of electromagnetic force in structural analysis for the electromagnetic launcher and the untrue phenomenon obtained by common node method, a contact algorithm mixing multi-point constraints with augmented Lagrangian is proposed for numerical analysis of 2D magnetic-structural coupling for the electromagnetic rail launcher. Results indicate that the changing trends of the electromagnetic force on the rails and the maximum magnetic flux density are similar to that of the loading current. Material matching affects the dynamic response of the launcher greatly. This method results in loading on the rail more reasonably and avoiding the untrue tensile stress at some conjoint areas. A useful method for structural analysis of the electromagnetic launcher is provided.

Key words: electromagnetic launcher; multi-point constraints (MPC); contact; magnetic-structural coupling; numerical calculation