文章编号：1000-5773(2013)05-0778-07

金属材料微扰动增长问题的数值模拟研究*

潘　昊[1,2]，吴子辉[1]，胡晓棉[1,2]，杨　堃[1]

(1.北京应用物理与计算数学研究所，北京　100094；
2.北京应用物理与计算数学研究所计算物理国家级重点实验室，北京　100094)

摘要：金属材料微扰动增长过程包含了材料大变形、高压及高应变率加载等复杂材料动态响应过程。改进了黎曼解光滑粒子法，并采用改进的光滑粒子法结合有限元方法，对不同初始扰动的增长过程进行了数值模拟，计算结果与实验结果符合较好。计算结果表明，在不同初始扰动下，扰动侧部变形的应变率存在明显差异，并且扰动增长过程受屈服强度的影响较大。该方法可以作为研究金属材料微扰动增长过程的数值方法之一。

关键词：微扰动；动态本构关系；数值模拟；光滑粒子方法
中图分类号：O347　　**文献标识码**：A

1　引　言

金属材料的微扰动增长[1]问题，即研究金属在减速过程中，材料表面微小扰动的增长问题，从本质上说，属于 Rayleigh-Taylor 不稳定性问题的一种，但由于金属材料本身具有的强度特性，并不能完全用纯流体的不稳定性理论进行解释。金属的扰动增长幅度及稳定性与流体存在较大差异，并与材料在高压高应变率下的力学性能密切相关，此类实验有可能成为材料本构关系的标定实验，因此该问题的研究对材料力学性能有着重要的物理意义。

现有研究表明，在金属材料微扰动增长理论的研究中，主要存在两大问题：其一是对材料本构关系的研究，材料在微扰动增长过程将经历复杂的加卸载过程，其应变率高(大于 $10^6\ s^{-1}$)、加载压力幅度变化大、局部区域的塑性变形超过 100%，这种复杂的受力过程是通常的本构关系实验(Hopkinson 压杆实验、Taylor 杆实验和平面冲击实验)无法达到的；其二是对材料大变形及复杂交界面计算方法的研究，当扰动增长幅度较大时，计算网格往往发生畸变并产生复杂的交界面，传统的拉氏有限元方法难以计算该类问题。

目前，在有关金属材料扰动增长问题的研究中，初步推导了材料强度和粘性对扰动增长幅度及稳定性的影响[2]，并对材料本构关系中强度随应变率的变化做了一定的修正[3]。但计算结果与实验结果的差异是由于材料物性建模的不准确，还是由计算误差造成的，仍没有统一的认识。由于材料变形大，交界面复杂，计算能否进行并完成尤为重要，数值模拟多采用 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)方法[4]或欧拉方法[5]结合材料本构关系对此问题进行研究。由于此类问题的特殊性，无网格方法可以保证计算的进行并能自动处理复杂界面，对于该类问题的计算具有一定优势。光滑粒子法[6](Smoothed Particle Hydrodynamics，SPH)是一种纯 Lagrange 无网格方法，标准 SPH 方法存在间断振荡及拉伸不稳定性问题，计算精度较低，已有较多的修正方法，如 CSPM[7]、MLSPH[8-9]和黎曼解 SPH[10]等。本研究首先改进黎曼解 SPH，使之具有较低的接触振荡并能准确地计算冲击波压力及密度，并将该方法与

* **收稿日期**：2011-11-24；**修回日期**：2012-02-24
作者简介：潘　昊(1979—)，男，硕士，助理研究员，主要从事冲击动力学研究. E-mail：kongshu7@aliyun.com
通讯作者：杨　堃(1979—)，男，硕士，助理研究员，主要从事爆炸力学研究. E-mail：yangkun@iapcm.ac.cn

拉氏有限元方法相结合,采用该方法结合 Steinberg-Guinan (SG)[11]本构关系,对爆轰加载金属 Al 材料的微扰动增长过程进行数值模拟研究,计算得到的扰动增长结果与实验结果接近。初步表明,改进黎曼解 SPH 方法是研究金属材料微扰动问题的较好手段之一。

2　计算方法及物理模型

采用改进的黎曼解 SPH 方法,结合金属材料 SG 本构关系,研究材料表面微扰动的增长过程。SPH 方法作为一种纯 Lagrange 无网格方法[6],其通过携带质量的粒子离散计算域,不同材料的粒子自然构成界面,无需设置滑移面,较为适宜大变形和复杂滑移面问题的计算,SPH 方法日益成为高速冲击和材料侵彻等研究领域中重要的计算方法。采用标准 SPH 方法计算接触间断时会出现明显的振荡,并且会产生拉伸不稳定性现象。为了减少接触计算中的振荡和拉伸不稳定性,Parshikov 在标准 SPH 方法中引入了黎曼解的概念,具体方程[10]为

$$\frac{\mathrm{d}\rho_i}{\mathrm{d}t}=2\rho_i\sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u}_{ij}^{*})\cdot\nabla_i W_{ij} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_i^{\beta}}{\mathrm{d}t}=-2\sum_{j=1}^{N}m_j\left(\frac{p_{ij}^{*}}{\rho_i\rho_j}\right)\nabla_i W_{ij} \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}e_i}{\mathrm{d}t}=2\sum_{j=1}^{N}m_j\left(\frac{p_{ij}^{*}}{\rho_i\rho_j}\right)(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u}_{ij}^{*})\cdot\nabla_i W_{ij} \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_i^{\alpha}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{u}_i^{\alpha} \tag{4}$$

式中:x 为位移,t 为时间,m 为粒子质量,p 为压力,u 为粒子速度,ρ 为密度,e 为单位质量内能,W 为光滑函数;p_{ij}^{*} 以及 u_{ij}^{*} 是两粒子之间的黎曼解;下标 i 表示中心粒子,j 表示周围粒子。为减少计算量,一般在计算中采用近似黎曼解,本研究采用的是 HLLC 近似黎曼解[12],这样可以有更高的精度,具体见公式(5)和公式(6)

$$u^{*}=\frac{p_{\mathrm{r}}-p_{\mathrm{l}}+\rho_{\mathrm{l}}u_{\mathrm{l}}(s_{\mathrm{l}}-u_{\mathrm{l}})\rho_{\mathrm{r}}u_{\mathrm{r}}(s_{\mathrm{r}}-u_{\mathrm{r}})}{\rho_{\mathrm{l}}(s_{\mathrm{l}}-u_{\mathrm{l}})-\rho_{\mathrm{r}}(s_{\mathrm{r}}-u_{\mathrm{r}})} \tag{5}$$

$$p^{*}=p_{\mathrm{l}}+\rho_{\mathrm{l}}(s_{\mathrm{l}}-u_{\mathrm{l}})(u^{*}-u_{\mathrm{l}}) \tag{6}$$

式中:下标 r 和 l 分别表示两侧的粒子。采用这种形式的 SPH 方法虽然可以有效地减小接触间断振荡和拉伸不稳定性,但通过计算 Sod 激波管问题发现,该方法得到的冲击波压力和密度均低于理论解,这对计算冲击动力学问题是非常不利的。标准 SPH 方法计算得到的冲击波压力和密度是准确的。综合这两种 SPH 离散形式,本研究只将速度黎曼解 u_{ij}^{*} 引入接触间断的计算中,而在方程(2)和方程(3)中保留压力项中的 p_{ij}^{*},这样既可以减小接触振荡,同时也可得到较准确的冲击波压力和密度,并且不会影响动量与能量方程的守恒性[13]。3 种方法计算的 Sod 激波管的压力和密度结果见图 1。

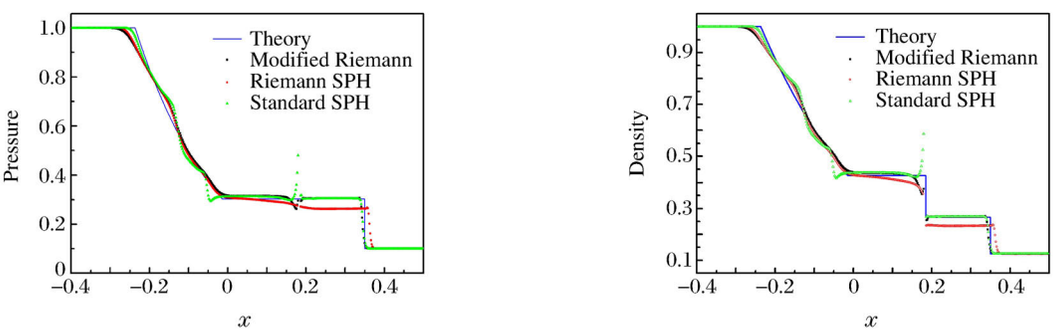


图 1　$t=0.2$ 时刻 SOD 激波管压力和密度计算结果

Fig. 1　The calculated results of pressure and density in SOD at $t=0.2$

Sod 激波管的条件为:左边 $(p,\rho,u)=(1.0,1.0,0.0)$;右边 $(p,\rho,u)=(0.1,0.125,0.0)$。

由图 1 可见,改进黎曼解 SPH 方法的接触振荡比标准 SPH 方法小很多,冲击波压力和密度的计算结果比黎曼解 SPH 方法更加接近理论值,并且由于引入黎曼解,因此计算过程中无需使用人为粘性,减少了计算的人为性。分别采用改进黎曼解 SPH 方法和标准 SPH 方法对 LY12Al 的 Taylor 杆实验(杆速 2 km/s)进行了计算,计算结果见图 2。

由图 2 可见,标准 SPH 计算得到的 Taylor 杆碰靶区域出现了明显的拉伸不稳定现象,而改进的黎曼解 SPH 方法可以有效地改善拉伸不稳定现象。在改进黎曼解 SPH 方法的基础上,开发了含弹塑性流体的计算力学程序。为了克服 SPH 计算速度慢、计算精度偏低的缺点,将此程序与二维拉氏有限元程序耦合,可在网格变形较大或者交界面复杂的区域自动改为 SPH 方法计算,使计算得以顺利完成,并尽可能保证计算的精度与效率。采用该套程序对材料冲击、破坏和炸药爆轰等问题进行了计算[14],取得了良好的效果。



(a) The standand SPH (b) Modified Riemann SPH

图 2 计算得到的 Taylor 杆结果

Fig. 2 The calculated results of Taylor bar

材料的动态响应行为对于金属的微扰动增长过程有非常重要的影响[15],目前,对于这种高压、高应变率及大变形情况下材料的动态响应行为的认识仍不十分清楚。现有本构关系及参数主要通过 Hopkinson压杆实验、Taylor 杆实验和平面冲击实验获得及标定,这些实验中材料的受力状态及发展过程与金属微扰动实验存在较大差异,能否应用于金属的微扰动增长过程仍然存在不同的观点。Atchison等[5]认为,通常的 Johnson-Cook(J-C)[16]、Steinberg-Guinan(SG)[11]和 Preston-Tonks-Wallace (PTW)[17]模型不再适用,此时需要考虑材料卸载时的弛豫效应。但 Lindquist 等[4]认为,数值模拟的误差可能是引起计算与实验结果偏差的原因,SG 以及 PTW 本构关系对爆轰加载下的金属材料微扰动增长实验也可以得到满意的计算结果。

本研究采用经典的 SG 本构模型,对于 Al 材料,其 SG 本构关系已经应用于多种动态响应问题的计算中,取得了很多与实验符合的结果。SG 本构模型[11]见公式(7)和公式(8)

$$G = G_0\left[1 + a_1\frac{p}{(V_0/V)^{1/3}}a_2(T-300)\right] \tag{7}$$

$$Y = Y_0(1+\beta\varepsilon_p)^n\left[1 + a_1\frac{p}{(V_0/V)^{1/3}} + a_2(T-300)\right] \tag{8}$$

式中:G 为剪切模量,Y 为屈服强度,V 表示体积,T 为温度,ε_p 表示塑性应变,a_1、a_2、β、n 为常数,参数取值与文献[11]相同。

金属材料微扰动增长过程的实验装置[4]见图 3。由图 3 可见,金属板上存在一定波长与振幅的初始扰动,炸药起爆后并不直接作用于金属靶板上,而是经过一段真空后,爆轰产物气体作用于金属靶板上,相对于爆轰产物气体,金属靶板呈减速运动状态,扰动会逐渐发展。实验通过 X 光照相,研究不同时刻下,靶板扰动 A 随靶板飞行距离 s 的变化情况,其中 A 表示扰动波上、下峰之间的距离,s 表示靶板后界面(初始没有扰动的界面)的飞行距离,A 可通过 X 光照相获得,而 s 可通过 X 光照相或位移干涉仪获得。

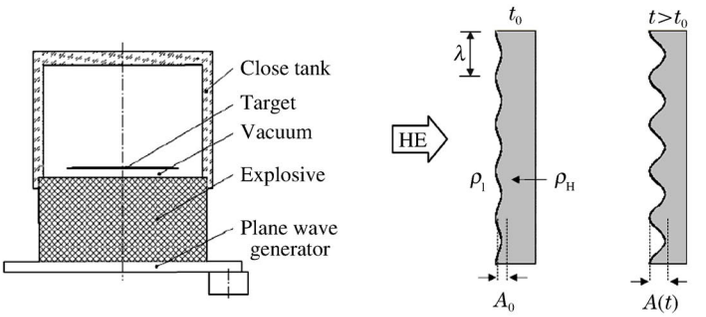
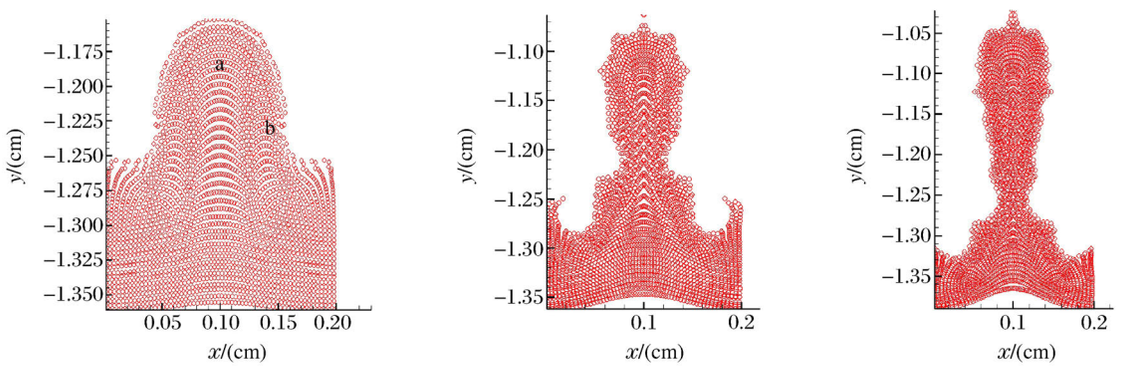


图 3　实验装置示意图

Fig. 3　Schematic diagram of the experimental set-up

3　计算结果及分析

计算波长 λ 为 2 mm,初始扰动 A_0 分别为 0.06、0.11 和 0.15 mm 的扰动增长情况。为节约计算资源,只计算一个波长的扰动增长情况,靶板厚度 1.5 mm,炸药厚度 60 mm,两侧的边界条件设为固壁,炸药为 30×500 分点,靶板为 60×40 分点。计算从主炸药起爆开始,为保证计算精度和提高计算速度,炸药到达扰动界面前采用有限元方法计算,之后采用 SPH 方法计算。炸药起爆方式为体积起爆,炸药和 Al 分别采用 JWL(Jones-Wilkins-Lee)和 Mie-Grüneisen 状态方程,基本参数见文献[4]。计算得到的靶板变形结果见图 4,靶板飞行距离 s 与扰动增长 A 之间的关系见图 5,图 5(a)是本研究计算结果,图 5(b)是采用 ALE 方法结合不同类型的本构关系得到的计算结果[4]。



(a) A_0=0.06 mm　　(b) A_0=0.11 mm　　(c) A_0=0.15 mm

图 4　t=9.9 μs 时刻 Al 板变形的计算结果

Fig. 4　The calculated distortion of the studied Al liner at t=9.9 μs

由图 4 可知,3 种初始扰动的增长及靶板变形情况差异明显,初始扰动 A_0=0.11 mm 和 A_0=0.15 mm均出现了明显的增长,而 A_0=0.06 mm 的扰动增长并不明显。由图 5 可知,对于初始扰动 A_0=0.06 mm 和 A_0=0.15 mm 的情况,本研究的计算结果与实验符合较好,但对于 A_0=0.11 mm 的情况,计算得到的扰动相比实验增长稍快,计算结果与实验结果相差的原因可能由以下两个原因造成:

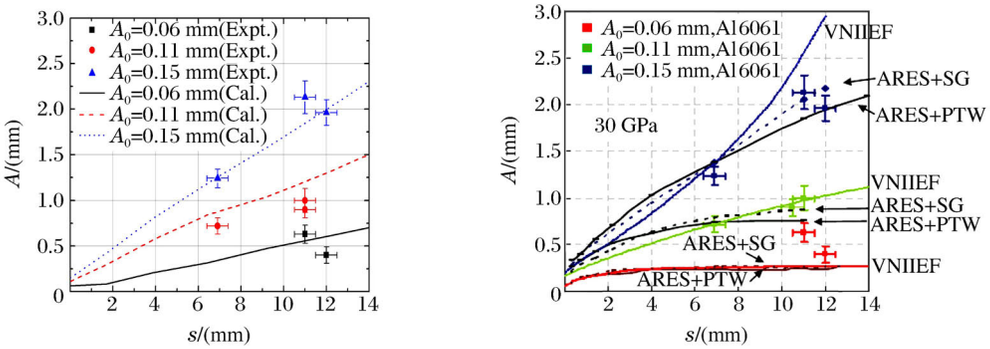
(1) 本研究采用的 SG 本构没有考虑材料准弹性卸载过程[18],对大变形情况下材料的扰动增长可能有一定的影响。

(2) 虽然对 SPH 方法进行了一定的改进,但该方法的计算精度受粒子作用域的影响仍然较大。

应变率是材料本构关系中的重要描述量,由图 4 可见,扰动增长头部 a 区域与侧部 b 区域的变形存在明显差别,3 种初始扰动下,头部 a 区域与侧部 b 区域塑性应变率的计算结果见图 6。

如图 6 所示,无论头部还是侧部,起飞阶段的塑性应变率 $\dot{\varepsilon}_p$ 均较高,可达 10^7 s^{-1},在飞行阶段,头部

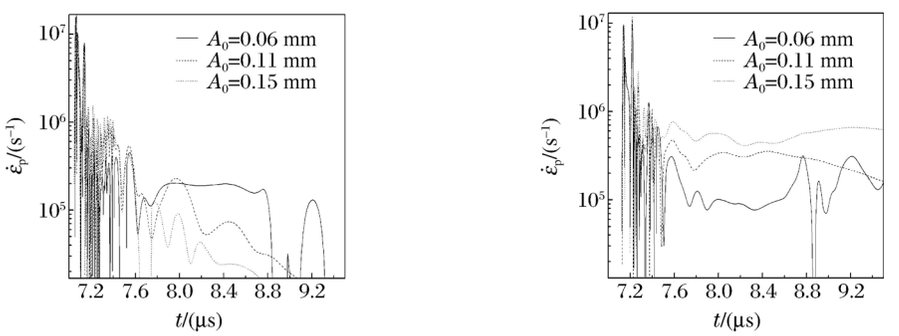
a 区域的$\dot{\varepsilon}_p$相对较低，约 10^5 s^{-1}，且不同初始扰动的差异不大，而侧部 b 区域处的$\dot{\varepsilon}_p$受初始扰动的影响较大，$A_0=0.15$ mm 时，其$\dot{\varepsilon}_p\approx10^6$ s^{-1}，而 $A_0=0.06$ mm 时，$\dot{\varepsilon}_p$ 低一个量级，只有 10^5 s^{-1}。这表明在初始扰动增长过程中，金属材料变形的差异主要体现在侧部。由于不同初始扰动下，材料塑性变形的关键指标(应变率)存在明显差异，因此该实验可以作为高应变率下材料本构关系的标定实验。



(a) Calculated results by SPH (b) Calculated results by ALE[4]

图 5 3 种初始扰动发展的计算与实验结果

Fig. 5 The calculated and experimental results of perturbation growth



(a) Head (a area) (b) Side (b area)

图 6 3 种初始扰动下头部和侧部的塑性应变率计算结果

Fig. 6 The calculated plastic strain rates of head and side under three initial perturbation

材料的动态响应特征对于扰动增长过程有较大的影响，屈服强度及剪切模量是材料动态响应特征中的关键因素，本研究将屈服强度和剪切模量分别增加一倍，研究其对于扰动增长过程的影响，计算结果见图 7。

由图 7 可见，屈服强度的增加对于扰动增长过程的影响非常大，3 种情况下扰动的增长都减小很多，而剪切模量的增加对于扰动增长过程几乎没有影响。可见，屈服强度对于扰动增长的影响更加重要，屈服强度越高，材料抗剪切变形的能力也越强，使得最终的形变减少。从连续介质力学方程可知，屈服强度决定了剪应力的大小，而剪切强度决定剪应力的增长速率，因此屈服强度的影响更加重要，与

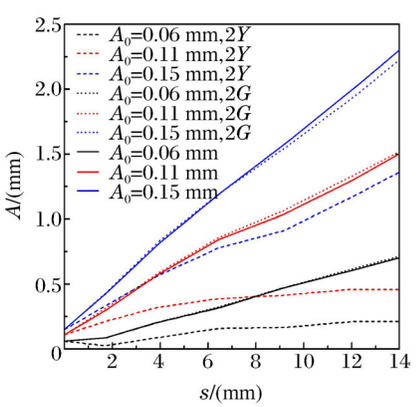


图 7 屈服强度与剪切模量对于扰动的影响

Fig. 7 The influence of yield stress and shear modulus to the perturbation growth

文献[19]的研究结论一致。需要指出的是,本研究只比较了扰动增长与靶板飞行距离的关系,由于缺乏 Al 靶板变形的高精度实验数据,因此未能直接比较金属靶板的变形情况。总的来说,采用 SPH 方法结合材料本构关系模型,可以作为研究材料微扰动增长过程的数值方法之一。

4　结　论

(1) 改进原有的黎曼解 SPH 方法,在压力项中保留黎曼压力,黎曼速度只在接触间断时使用,相比原有方法,对冲击波的计算更加准确,改善了拉伸不稳定问题。将改进黎曼解 SPH 方法与有限元方法结合,充分发挥 SPH 方法的优点,避免了 SPH 方法计算精度与效率较低的不足。

(2) 改进的 SPH 方法结合 SG 本构关系可以较好地描述爆轰加载下,金属 Al 材料的微扰动增长过程,表明 SPH 方法结合有限元方法计算,可以作为研究材料微扰动增长过程的数值方法之一,计算结果表明,扰动增长的侧部应变率受初始扰动的影响较大。

(3) 作为材料动态响应的两个重要指标,屈服强度对于材料的微扰动增长过程影响比较大,而剪切模量的影响比较小。

References:

[1] Barnes J F, Blewett P J, McQueen R G, et al. Taylor instability in solids [J]. J Appl Phys, 1974, 45: 727-732.

[2] Piriz A R, LopezCela J J, Cortazar O D, et al. Rayleigh-Taylor instability in elastic solids [J]. Phys Rev E, 2005, 72: 056313.

[3] Park H S, Remington B A, Becker R C, et al. Viscous Rayleigh-Taylor instability experiments at high pressure and strain rate [J]. Phys Rev Lett, 2010, 104: 135504.

[4] Lindquist M J, Cavallo R M, Lorenz K T, et al. Aluminum Rayleigh Taylor strength measurements and calculations [C]//10th International Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Paris, France, 2006.

[5] Atchison W L, Zocher M A, Kaul A M. Studies of material constitutive behavior using perturbation growth in explosive and magnetically driven liner systems [J]. Russ J Phys Chem B, 2008, 2(3): 387-401.

[6] Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics [J]. Annual Rev Astron Astrophys, 1992, 30: 543-574.

[7] Chen J K, Beraun J E, Jih C J. Completeness of corrective smoothed particle method for linear elastodynamics [J]. Comput Mech, 1999, 24: 273-285.

[8] Dilts G A. Moving-least-squares-particle hydrodynamics Ⅰ: Consistency and stability [J]. Int J Impact Eng, 1999, 44: 1115-1155.

[9] Dilts G A. Moving least squares particle hydrodynamics Ⅱ: Conservation and boundaries [J]. Int J Impact Eng, 2000, 48: 1503-1524.

[10] Parshikov A N, Medin S A, Loukashenko I I, et al. Improvements in SPH method by means of interparticle contact algorithm and analysis of perforation tests at moderate projectile velocities [J]. Int J Impact Eng, 2000, 24: 779.

[11] Steinberg D J, Cochran S G, Guinan M W. A constitutive model for metals applicable at high-strain rate [J]. J Appl Phys, 1980, 51: 1498-1504.

[12] Batten P, Clarke N, Lambert C, et al. On the choice of wavespeeds for the HLLC Riemann solver [J]. SIAM J Sci Comput, 1997, 18: 1553-1570.

[13] Shen Z J, Lü G X, Shen L J. Riemann solver and artificial viscosity in SPH [J]. Mathematica Numerica Sinica, 2006, 28(4): 433-448. (in Chinese)
沈智军,吕桂霞,沈隆钧. SPH 方法中的 Riemann 解与人工粘性 [J]. 计算数学, 2006, 28(4): 433-448.

[14] Hu X M, Pan H, Wu Z H. Numerical simulation of the detonation process of cracked high explosives with different widths of air gap [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2009, 29(Suppl 1): 114-118. (in Chinese)
胡晓棉,潘　昊,吴子辉. 间隙宽度对于炸药爆轰过程的影响 [J]. 北京理工大学学报, 2009, 29(增刊 1): 114-118.

[15] Zhu J S, Hu X M, Wang P, et al. A review on research progress in explosion mechanics and impact dynamics [J].

Advances in Mechanics,2010,40(4):400-423. (in Chinese)
朱建士,胡晓棉,王 裴,等. 爆炸与冲击动力学若干问题研究进展 [J]. 力学进展,2010,40(4):400-423.

[16] Johnson G R,Cook W H. A constitutive model and data for metals subiected to large strain rates and high temperatures [C]//Proc 7th Int Symp Ballistics. Netherlands:Am Def Prep Org(ADPA),1983:541-548.

[17] Preston D L,Tonks D L,Wallace D C. Model of plastic deformation for extreme loading conditions [J]. J Appl Phys,2003,93(1):211.

[18] Huang H,Asay J R. Reshock and release response of aluminum single crystal [J]. J Appl Phys,2007,101(6):063550.

[19] Chen D N,Fan C L,Xie S G,et al. Study on constitutive relations and spall models for oxygen-free high-conductivity copper under planar shock tests [J]. J Appl Phys,2007,101(6):063532.

Numerical Study of Metal Perturbation Growth

PAN Hao[1,2],WU Zi-Hui[1],HU Xiao-Mian[1,2],YANG Kun[1]

(1. *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics*,*Beijing* 100094,*China*;
2. *National Key Laboratory of Computational Physics*,*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics*,*Beijing* 100094,*China*)

Abstract:The process of metal perturbation growth includes complex material dynamic response like great distortion,high strain rate and high pressure loading,etc. The modified Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) combining with dynamic constitutive behavior of metal wass used to simulate the perturbation growth with different initial amplitude of the perturbation. The influence of shear modulus and yield strength to the perturbation growth was studied. The calculated results indicate the method can also solve the metal perturbation growth problem well.

Key words: perturbation growth; dynamic constitutive behavior; numerical simulation; smoothed particle hydrodynamics