文章编号：1000-5773(2012)04-0462-07

TNT炸药和乳化炸药驱动飞板的通用状态方程特征线法研究*

李晓杰[1]，赵春风[1,2]，于　娜[3]，罗　宁[1]

(1.大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室，辽宁大连　116024；
2.大连理工大学建设工程学部，辽宁大连　116024；
3.大连理工大学，辽宁大连　116024)

摘要：在爆炸气体动力学的基础上，利用特征线差分法，对飞板的运动规律进行研究。差分过程中，基于稳定爆轰的基本假设，根据二维定常流理论，推导了通用状态方程的特征线相容关系。利用爆轰气体密度取代特征线相容关系中的马赫数，导出了与物质物态无关的通用状态方程特征线法，编写了爆轰产物作用下飞板内部和边界的差分计算程序。利用该程序计算了飞板在TNT炸药和乳化炸药爆轰作用下的运动参数，研究了在不同质量比下TNT炸药和乳化炸药爆轰驱动飞板的抛掷姿态曲线，并与Richter公式计算结果进行了对比研究。

关键词：定常流；通用状态方程；特征线；飞行姿态
中图分类号：O389；TQ560.1　　**文献标识码**：A

1　引　言

爆炸焊接属于爆炸加工，是利用炸药爆轰驱动金属板使金属复合在一起的焊接技术，广泛地应用于工业生产中。由于在滑移爆轰作用下，飞板的运动状态直接影响爆炸焊接工艺中各种参数的选择和焊接质量，所以飞板的运动规律成为爆炸焊接理论研究中十分重要的研究内容。对于稳定的滑移爆轰驱动飞板运动，将坐标系置于爆轰波头，爆轰产物的流场为定常，可按二维可压缩定常流处理，可以采用空气动力学中经常使用的特征线差分方法对爆轰驱动飞板的运动规律进行数值分析[1]。

在差分过程中，处理爆轰波阵面上的流动比较困难，许多人采用不同的方法，如邵丙璜[2]、吕洪生[3]等人使用Hill和Pack提出的对爆轰波阵面后的流动进行摄动求解的方法，李晓杰[4]则采用了简单弱爆轰假设。实际上，这些方法计算得到的飞板抛掷速度是一致的。

目前，研究滑移爆轰驱动平板运动规律的手段包括：利用多方方程的特征线法以及利用有限元软件LS-DYNA的数值模拟法。但是，这两种方法都有一定的局限性：多方方程中压力的等熵方程形式比较简单，不能准确地描述爆轰产物的压力；而有限元法则涉及到粘性系数选择、沙漏控制等，这些都将影响计算的准确性。本研究采用能够准确描述炸药爆轰压力的JWL等熵方程，分析炸药爆轰驱动飞板的运动规律，以期能比较准确地获得飞板的运动参数。

2　通用状态方程的特征线相容关系

滑移爆轰作用下飞板的运动姿态如图1所示。根据二维可压缩定常等熵无旋流的特征线理论[2]，

* **收稿日期**：2010-11-23；**修回日期**：2011-04-11
基金项目：国家自然科学基金(10872044)；高等学校博士学科点专项科研基金(20090041110024)
作者简介：李晓杰(1963－)，男，教授，博士生导师，主要从事爆炸力学研究. E-mail：dalian03@vip.sina.com
通讯作者：赵春风(1983－)，男，博士研究生，主要从事计算结构力学和结构抗震研究. E-mail：zhaowindy@126.com

可以得到马赫线和特征线方程,即

$$\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{I},\mathrm{II}} = \tan(\theta \pm \alpha) \tag{1}$$

$$(\mathrm{d}\theta)_{\mathrm{I},\mathrm{II}} = (Ma^2-1)^{1/2}\frac{\mathrm{d}q}{q} \tag{2}$$

式中:Ⅰ、Ⅱ分别表示第Ⅰ、第Ⅱ族特征线方程,Ma 为马赫数,q 为流速,θ 为流动方向与马赫线的夹角,$\alpha=\arcsin(1/Ma)$,x、y 分别为特征线的水平分量和竖直分量。由于(1)式、(2)式与气流物质的物态方程无关,因此是一种通用物态方程的特征线关系。

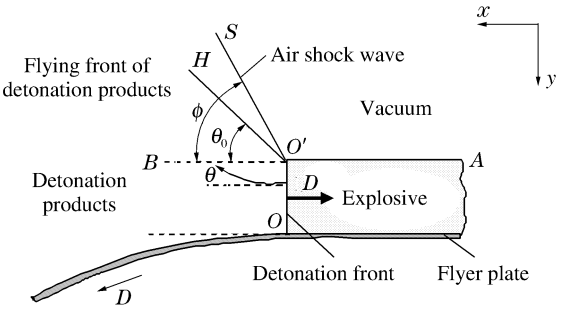


图 1　滑移爆轰作用下飞板的运动姿态

Fig. 1　The moving posture of flyer plate under grazing detonation

利用气体等熵方程和能量方程建立 Ma、q 与 θ 之间的关系。对于定常可压缩流,用比焓 h 与流速 q 的关系表示伯努利方程,即[3]

$$h+\frac{1}{2}q^2 = h_0 \tag{3}$$

式中:h_0 为总比焓;$h=e+p/\rho_0$,其中 e 为比内能,p 为爆轰压力,ρ_0 为炸药密度;$q^2=u^2+v^2$,其中 u 和 v 分别为流速的水平分量和竖直分量。

对于满足 JWL 状态方程的爆轰气体,其等熵方程与状态方程不同,等熵方程为[3]

$$p_S = A\,\mathrm{e}^{-R_1V}+B\,\mathrm{e}^{-R_2V}+\frac{C}{V^{\omega+1}} \tag{4}$$

$$e_S = \frac{A}{R_1}\mathrm{e}^{-R_1V}+\frac{B}{R_2}\mathrm{e}^{-R_2V}+\frac{C}{\omega V^{\omega}} \tag{5}$$

式中:p_S、e_S 分别为等熵压力和等熵内能;A、B、C、R_1、R_2、ω 为炸药的状态参数;$V=v/v_0$ 为相对体积,其中 v 为比容,v_0 为初始比容。

与多方方程的等熵方程不同,JWL 等熵方程的形式不是通过实验数据拟合得到的,而是由其对应的状态方程[5-6]结合等熵微分方程 $\mathrm{d}e=p\,\mathrm{d}\rho/\rho^2$ 推导得到,其中状态方程为

$$p = A\,\mathrm{e}^{-R_1V}+B\,\mathrm{e}^{-R_2V}+\frac{\omega}{V}\left(E-\frac{A}{R_1}\mathrm{e}^{-R_1V}-\frac{B}{R_2}\mathrm{e}^{-R_2V}\right) \tag{6}$$

式中:$E=\rho_0 e$ 为能量密度。对(3)式求导,利用 $2q\,\mathrm{d}q=-2\mathrm{d}h$,可以得到

$$\frac{\mathrm{d}q}{q} = -\frac{1}{q^2}\mathrm{d}h = -\frac{\mathrm{d}h}{2(h_0-h)} = \frac{1}{2}\mathrm{d}\ln(h_0-h) = \mathrm{d}[\ln(h_0-h)^{1/2}] \tag{7}$$

利用 $Ma^2=q^2/c^2=2(h_0-h)/c^2$(其中 c 为声速,$c^2=\mathrm{d}p/\mathrm{d}\rho$),结合(7)式可以得到

$$\mathrm{d}\nu(Ma) = -\frac{1}{c}[2(h_0-h)-c^2]^{1/2}\mathrm{d}[\ln(h_0-h)^{1/2}] \tag{8}$$

式中:函数 $\nu(Ma)$ 相当于多方气体流动中的 Prandtl-Meyer 函数(又称为 P-M 关系式),可将其赋予新的含义,即 JWL 方程的 P-M 函数。$\nu(Ma)$ 是关于马赫数 Ma 的函数,而 Ma 是焓 h 的单值函数,焓 h 是密度 ρ 的单值函数,所以可将(8)式转化为密度 ρ 的函数,然后用数值积分法进行求解。下面采用密度 ρ 作为自变量进行推导。

对比焓 $h=e+p/\rho$ 求全导,代入(8)式后,得到

$$\nu(\rho) = \frac{1}{2}\int_{\rho_{\mathrm{sonic}}}^{\rho}\left\{\frac{2[h_0-h(\rho)]-[c(\rho)]^2}{[c(\rho)]^2}\right\}^{1/2}\frac{f_1(\rho)+f_2(\rho)+f_3(\rho)}{h_0-h(\rho)}\mathrm{d}\rho \tag{9}$$

式中:$f_1(\rho)=\mathrm{d}e/\mathrm{d}\rho$,$f_2(\rho)=(\mathrm{d}p/\mathrm{d}\rho)/\rho$,$f_3(\rho)=-p/\rho^2$。$f_1(\rho)$、$f_2(\rho)$、$f_3(\rho)$可由(4)式、(5)式得到。

联立(6)式~(9)式,得到 JWL 等熵方程特征线的相容关系,即

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{I},\mathrm{II}} = \tan(\theta\pm\alpha)\\ \theta\mp\nu(\rho) = R_{\mathrm{I},\mathrm{II}}\end{cases} \tag{10}$$

式中：R_{I}、R_{II} 为常数，分别称为第一黎曼不变量和第二黎曼不变量；$\nu(\rho)$ 为 P-M 函数关于密度 ρ 的函数，可由辛普森积分法等高精度积分方法求解，所以使用特征线方程可以获得高精度的差分解。

3 二维数值计算的特征线差分法

3.1 初值和声速面处理

图 1 中，炸药向空气飞散，在 O 处可近似用中心稀疏波处理。将多方气体 Prandtl-Meyer 绕流理论的特征线相容关系变换为密度 ρ 的单值函数，即转化成通用方程的 Prandtl-Meyer 特征线相容关系[7]，将特征线方程离散化后，即可对所要研究的滑移爆轰驱动飞板问题进行数值计算。

处理爆轰波面时，由于它是声速面，所以采用弱爆轰假设，使爆轰波后变成超声速流场。在实际计算中这样的假设对爆轰波头的压力扰动很小，约为 $10^{-4}\sim10^{-6}$，可以忽略不计。

3.2 飞板运动的内部差分

将通用状态方程的特征线相容关系进行离散，写成差分格式，如图 2 所示。当已知 A_1、A_2 点的流动参数时，通过两族特征线的交点可求出未知点 A_3 上的参数。根据(10)式，将第Ⅰ族特征线方程由已知点 A_1 至未知点 A_3 离散成差分形式，整理后可得出

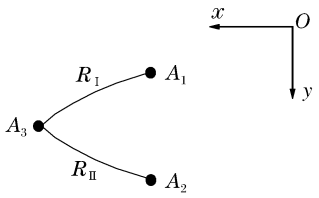


图 2 爆轰产物中差分示意图

Fig. 2 Scheme of differences in detonation products

$$\begin{cases}\dfrac{x_3-x_1}{y_3-y_1}=k_1\\ \theta_3-\theta_1=\nu(\rho_3)-\nu(\rho_1)\end{cases}\tag{11}$$

式中：$k_1=[\cot(\theta_1+\alpha_1)+\cot(\theta_3+\alpha_3)]/2$。第Ⅱ族特征线方程由已知点 A_2 至未知点 A_3 离散，整理后得到

$$\begin{cases}\dfrac{x_3-x_2}{y_3-y_2}=k_2\\ \theta_3-\theta_2=\nu(\rho_3)-\nu(\rho_2)\end{cases}\tag{12}$$

式中：$k_2=[\cot(\theta_2-\alpha_2)+\cot(\theta_3-\alpha_3)]/2$。联立(11)式、(12)式，得到

$$\begin{cases}\theta_3=\dfrac{1}{2}[\nu(\rho_2)-\nu(\rho_1)]+\dfrac{1}{2}(\theta_1+\theta_2)\\ \rho_3=\nu^{-1}[\theta_3-\theta_1+\nu(\rho_1)]\end{cases}\tag{13}$$

$$\begin{cases}y_3=\dfrac{x_2-x_1+k_1y_1-k_2y_2}{k_1-k_2}\\ x_3=x_1+k_1(y_3-y_1)\\ \alpha_3=\arcsin\dfrac{1}{Ma_3}\\ h_3=e(\rho_3)+\dfrac{1}{\rho_3}p(\rho_3)\\ Ma_3=\left[\dfrac{2(h_0-h_3)}{c_3^2}\right]^{1/2}\end{cases}\tag{14}$$

式中：$\nu^{-1}(\rho)$ 为 $\nu(\rho)$ 的反函数。由(13)式、(14)式可知，根据 A_1、A_2 点的参数，可计算出 θ_3 和 ρ_3，利用不同的状态方程(如(4)式、(5)式)求解 α_3、h_3 和 Ma_3，最后代入(14)式即可确定点 A_3 的坐标。

3.3 飞板运动的边界差分

飞板在爆轰压力驱动下的运动微分方程为[2]

$$\begin{cases} p_k \mathrm{d}x = \cos\theta \,\mathrm{d}\theta \\ p_k \mathrm{d}y = \sin\theta \,\mathrm{d}\theta \\ p_k = \dfrac{R\tilde{p}}{\gamma+1} = \dfrac{Rp}{\rho_0 D^2} \end{cases} \tag{15}$$

式中:R 为炸药质量比,即炸药密度和厚度的乘积与飞板密度和厚度的乘积之比;$\tilde{p}$ 为无量纲压力,$\tilde{p} = p/p_{CJ}$,p_{CJ}为 CJ 状态下的爆轰压力,γ 为多方指数,D 为炸药爆速。如图 3 所示,已知飞板边界点 A_1 和流场域内点 A_2 时,可利用(15)式和通过 A_2 点的第Ⅰ族特征线,求出边界点 A_3 上的参数。将飞板的边界离散,得到差分格式

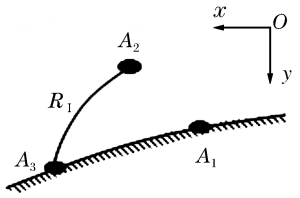


图 3　飞板边界差分示意图

Fig. 3　Scheme of differences on flyer boundary

$$\begin{cases} x_3 = x_1 + (\sin\theta_3 - \sin\theta_1)/p_k \\ y_3 = y_1 + (\cos\theta_3 - \cos\theta_1)/p_k \end{cases} \tag{16}$$

将通过 A_2、A_3 点的第Ⅰ族特征线方程离散成如下差分形式

$$\begin{cases} k^* = \dfrac{x_3 - x_2}{y_3 - y_2} \\ k^* = \cot\varphi^* = \cot(\alpha^* + \theta^*) \\ \rho_3 = \nu^{-1}[\theta_3 - \theta_1 + \nu(\rho_1)] \end{cases} \tag{17}$$

将(16)式代入(17)式,得到

$$\begin{cases} \varphi^* = \arctan(1/k_2) \\ \theta_3 = \theta_1 - p_k[x_2 - x_1 - k^*(y_2 - y_1)]\dfrac{\sin\varphi^*}{\sin(\varphi^* - \theta_1)} \\ \rho_3 = \nu^{-1}[\theta_3 - \theta_1 + \nu(\rho_1)] \end{cases} \tag{18}$$

(16)式～(18)式即为求解边界点的迭代法。由于边界点 A_3 的影响隐含在预估初值 p_k、k_2、φ^* 中,因此还需采用欧拉预估-校正法提高求解精度,计算 A_3 点的最终参数。具体方法为:以 $k^* = \cot(\theta_2 + \alpha_2)$ 和 $p_k = Rp_1/(\rho_0 D^2)$ 作为预估初值代入(18)式,解出 θ_3、ρ_3;然后将状态方程解出的 A_3 点上的 h_3、c_3、Ma_3、α_3 以及 $k^* = [\cot(\theta_2 + \alpha_2) + \cot(\theta_3 + \alpha_3)]/2$ 和 $p_k = R(p_1 + p_3)/(2\rho_0 D^2)$ 代入(18)式,迭代 1 次即可获得校正后的 A_3 点参数;最后,利用(16)式求出 A_3 点坐标。

4　通用状态方程下 TNT 炸药和乳化炸药的特征线计算结果及分析

利用通用状态方程的差分格式(13)式、(14)式、(16)式～(18)式,编制计算机程序,对飞板的抛掷姿态进行数值求解,其中状态方程采用 JWL 等熵状态方程。利用编制的程序,计算了 TNT 炸药和乳化炸药作用下铝飞板(密度为 2.71 g/cm³)的运动规律,绘制了铝飞板的抛掷曲线,并对不同质量比 R 下的抛掷曲线进行对比分析。表 1 列出了 TNT 炸药和乳化炸药 JWL 等熵状态方程参数[7],其中:δ、γ、ρ_0、p、D 分别为炸药的厚度、多方指数、密度、爆轰压力和爆速;A、B、C、R_1、R_2 和 ω 为炸药的状态参数。

表 1　JWL 状态方程参数

Table 1　Parameters of JWL equation of state

Explosive	δ /(mm)	γ	ρ_0 /(g/cm³)	p /(GPa)	D /(km/s)	A /(GPa)	B /(GPa)	C /(GPa)	R_1	R_2	ω
TNT	10.0	2.72	1.630	21.0	6.93	373.8	2.747	0.734	4.15	0.90	0.35
Emulsion	10.0	1.80	1.18	9.71	4.80	214.4	0.182	0.309	4.20	0.90	0.15

不同质量比下 TNT 炸药和乳化炸药的抛掷姿态曲线如图 4～图 7 所示，其中图 4、图 6 表示炸药爆轰驱动平板过程中飞板产生的竖向位移与抛掷角的关系，图 5、图 7 表示炸药爆轰驱动飞板运动过程中飞板的水平位移与竖向位移的关系。

由图 4、图 6 可知，在相同的竖向位移下：质量比 R 越大，飞板的抛掷角越大；抛掷角随着竖向位移的增加而增大，当竖向位移增大到一定值时，抛掷角增幅越来越小并逐渐趋于稳定；乳化炸药爆轰驱动飞板的抛掷角相对于 TNT 炸药爆轰驱动的抛掷角更大些，这是由于乳化炸药的爆速低于 TNT 炸药的爆速，驱动能力较弱，若使飞板达到相同的竖向位移，爆速小的炸药需要更大的抛掷角。

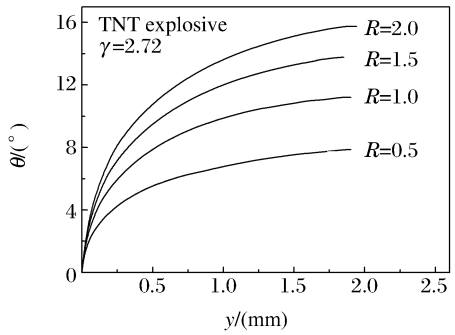


图 4 TNT 炸药驱动下飞板的竖向位移与抛掷角的关系

Fig. 4 The relationship between vertical displacement and bending angle of flyer plate driven by TNT explosive

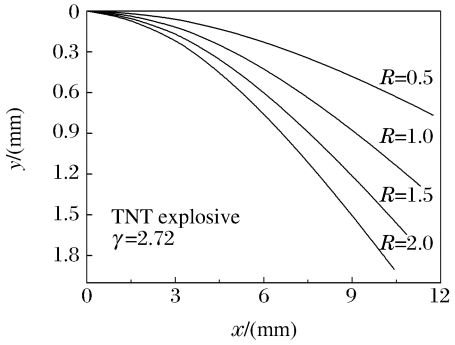


图 5 TNT 炸药驱动下飞板的水平位移与竖向位移的关系

Fig. 5 The relationship between horizontal displacement and vertical displacement of flyer plate driven by TNT explosive

从图 5、图 7 可以看出：水平位移和竖向位移均随着爆轰压力的减小而增大；在相同的水平位移下，质量比 R 越大，飞板飞行的竖向位移越小，并且乳化炸药爆轰驱动飞板的竖向位移大于 TNT 炸药爆轰驱动飞板的竖向位移。

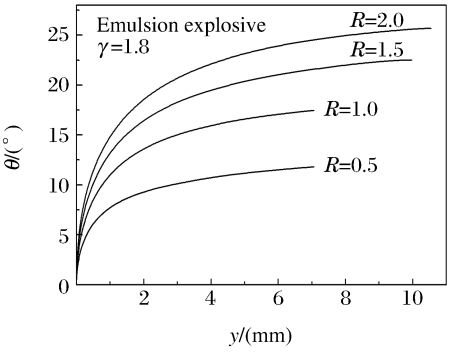


图 6 乳化炸药驱动下飞板的竖向位移与抛掷角的关系

Fig. 6 The relationship between vertical displacement and bending angle of flyer plate driven by emulsion explosive

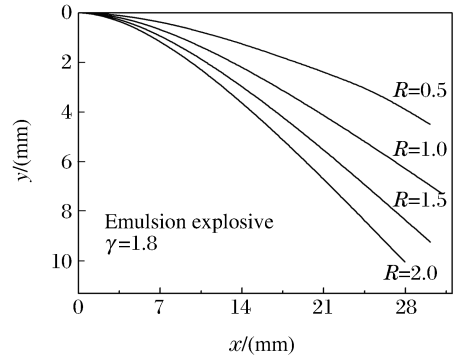


图 7 乳化炸药驱动下飞板的水平位移与竖向位移的关系

Fig. 7 The relationship between horizontal displacement and vertical displacement of flyer plate driven by emulsion explosive

Richter 经验公式是一种简化模型下的二维近似公式，建立在飞板弯折角的倒数和质量比的倒数存在简单线性关系的基础上，常用在工程计算中。为了验证通用状态方程特征线法求解滑移爆轰作用下飞板运动规律的正确性，采用 Richter 经验公式[2]对 TNT 炸药爆轰驱动飞板进行计算，并与通用状态方程特征线法得到的结果进行对比。图 8、图 9 为采用两种方法计算得到的飞板抛掷过程。可见，采用

通用状态方程特征线法得到的抛掷角小于 Richter 公式计算结果,这是因为 Richter 公式是基于压力与比容为线性关系的假设,其压力衰减很快,并且忽略了飞板运动过程中空气阻力的影响,而通用状态方程特征线法则考虑了滑移爆轰和起爆端的稀疏作用,与实际情况更相近。

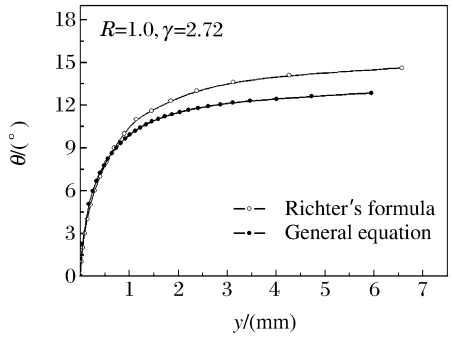


图 8　乳化炸药驱动下飞板的竖向位移与抛掷角的对比关系

Fig. 8　Comparative relationship between vertical displacement and bending angle of flyer plate driven by emulsion explosive

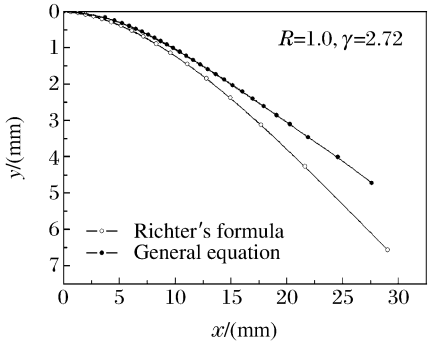


图 9　乳化炸药驱动下飞板的水平位移与竖向位移的对比关系

Fig. 9　Comparative relationship between horizontal displacement and vertical displacement of flyer plate driven by emulsion explosive

5　结　论

根据二维可压缩定常平面等熵流动理论,研究了通用状态方程的特征线差分方程。利用 Prandtl-Meyer 关系以及通用状态方程的特征线差分法,采用 JWL 等熵状态方程,对滑移爆轰驱动飞板的运动规律进行了研究,获得了飞板内部和边界的差分形式,并编写了相应的计算程序。对 TNT 炸药和乳化炸药滑移爆轰驱动铝飞板的抛掷问题进行了数值计算,得到了两种炸药在不同质量比下飞板的抛掷姿态曲线。与 Richter 经验公式的计算结果进行对比,结果表明这种通用状态方程的特征线差分法可以较准确地反映炸药对飞板的抛掷作用。

References:

[1] Guo Y X, Zhao F X, Zhou Z R. An approximate method on describing the movement of plate under sliding detonation: Twin P-M method [J]. Explosion and Shock Waves, 1998, 18(2): 123-124. (in Chinese)
郭佑雄,赵福兴,周祖荣. 滑移爆轰作用下飞板运动规律的研究——双 P-M 法 [J]. 爆炸与冲击,1998,18(2):123-124.

[2] Shao B H, Zhang K. Explosive Welding Principle and Its Application [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1987. (in Chinese)
邵丙璜,张　凯. 爆炸焊接原理及其工程应用 [M]. 大连:大连理工大学出版社,1987.

[3] Lü H S, Zeng X W. Continuous Media Mechanics: Fluid Mechanics and Explosion Mechanics [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999: 134-140. (in Chinese)
吕洪生,曾新吾. 连续介质力学:流体力学与爆炸力学 [M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999:134-140.

[4] Li X J. Flyer plate motion under action of glancing detonation of explosive with a cover and the effects on cutting [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 1987. (in Chinese)
李晓杰. 滑移爆轰下带覆盖物的飞板抛掷及对切割的影响 [D]. 大连:大连理工大学,1987.

[5] Xu X S, Zhang W X. Introduction to Theory of Applied Equations of State [M]. Beijing: Science Press, 1986: 402-403. (in Chinese)
徐锡申,张万箱. 实用物态方程理论导引 [M]. 北京:科学出版社,1986:402-403.

[6] Zhao C F, Li X J, Yan H H, et al. Study on JWL equation of state in explosive welding [A]//Academic Conference of Chinese Society of Mechanics 2009 Abstract Set [C]. Zhengzhou, 2009. (in Chinese)
赵春风,李晓杰,闫鸿浩,等. 爆炸焊接中的 JWL 状态方程研究 [A]//中国力学学会学术大会 2009 论文摘要集 [C]. 郑州,2009.

[7] Zhang B P, Zhang Q M, Huang F L. Detonation Physics [M]. Beijing: Weapon Industry Press, 2006: 160. (in Chinese)
张宝坪,张庆明,黄风雷. 爆轰物理学 [M]. 北京:兵器工业出版社,2006:160.

Characteristic Curve Method for Movement of Flyer Driven by TNT and Emulsion Explosives with General Equation of State

LI Xiao-Jie[1], ZHAO Chun-Feng[1,2], YU Na[3], LUO Ning[1]

(1. *State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*;
2. *Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*;
3. *Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*)

Abstract: On the basis of explosion gas dynamics, the movement of flyer plate is studied using characteristic curve difference method in this paper. In the process of difference, the basic assumption of steady detonation is used to study the law of flyer plate movement. According to the theory of two-dimensional steady flow, the compatibility relationship of characteristic curves is derived which belongs to general equation of state, with Mach number taking the place of the density of detonation gas. The movement parameters of flyer plate accelerated by TNT and emulsion explosives are calculated by the difference programs of characteristic curve. In addition, the flying postures of flyer plates driven by the two kinds of explosives at different mass ratio are also analyzed and compared with the calculated results by Ritchter's formula in terms of its accuracy.

Key words: steady flow; general equation of state; characteristic curve; flying posture