文章编号：1000-5773(2013)02-0245-08

由球面波径向质点速度实测数据反演材料黏弹性本构参数*

赖华伟[1]，王占江[2]，杨黎明[3]，王礼立[3]

（1.浙江水利水电高等专科学校市政工程系，浙江杭州　310018；
2.西北核技术研究所，陕西西安　710024；
3.宁波大学力学和材料科学研究中心，浙江宁波　315211）

摘要：如何由球面波实测数据反演黏弹性材料本构关系是一个富有挑战性的问题。从基于ZWT线性黏弹性本构方程建立的黏弹性球面波的控制方程组出发，根据强间断波阵面的衰减特性，提出了一个由一系列质点速度实测波形求试件动态黏弹性本构方程的新方法。首先，当材料准静态特性已知时，通过实测球面波的传播速度可确定材料的高频弹性模量；再通过实测强间断波的衰减因子可确定材料的高频松弛时间，从而可确定全部黏弹性本构参数。由反演获得的黏弹性本构模型，用特征线数值法计算黏弹性球面波，其质点速度波形的预示与实测取得了令人满意的一致性结果。

关键词：爆炸与冲击；球面波；黏弹性本构关系；冲击波；反演法；衰减
中图分类号：O347.1　　**文献标识码**：A

1　引　言

材料在不同应变率下有不同的力学响应，已经是无人质疑的公认事实[1]。然而，如何针对不同情况研究计及应变率效应的材料动态本构关系，则仍然是一个富有挑战性的课题，这是因为应变率效应和应力波效应常常互相影响和互相联系在一起。在研究爆炸/冲击载荷条件下的应变率效应时，常常离不开应力波分析，而应力波分析又以已知材料动态本构关系为前提。

为解决这一“狗咬尾巴”的难题，迄今人们采取的办法大致可以归为两类：分离式Hopkinson杆(SHPB)类型的实验，以及由波传播信息反演材料动态本构关系的实验(简称波传播反演法)。SHPB技术巧妙地把应力波效应和应变率效应解耦，对于弹性压杆允许忽略应变率效应而只计及应力波之传播，而对于短试件，只要在可忽略的时间内实现应力分布均匀化，就允许忽略试件中的应力波效应，而只计其应变率效应。然而SHPB技术以满足两个基本假定为前提，即一维应力波假定和沿试件长度应力均匀分布假定。对于具有一定尺度微结构的工程材料，如岩石、混凝土和泡沫材料等，由于宏观实验的试件尺寸要求比微结构(如混凝土的骨料等)尺寸至少高一个量级，传统SHPB技术的应用受到了限制[2]。这时，人们转而求助于波传播反演法。特别是人们开始探索如何通过球面波实验来反演材料动态本构关系[3]，发挥球面波实验的试件可以远大于试件微结构尺寸的优越性。目前，如何由球面波实测数据确定材料黏弹性本构关系尚是一个有待解决的挑战性问题。本研究旨在探索由球面波实验测得的一系列质点速度波形来反演材料动态黏弹性本构特性的新方法。

* **收稿日期**：2011-10-08；**修回日期**：2012-02-10
基金项目：国家自然科学基金(11032001,11172244)；宁波大学王宽诚幸福基金；浙江水利水电学院重点项目(xkyzd201202)
作者简介：赖华伟(1978—)，男，硕士，讲师，主要从事土木工程教学和研究. E-mail：laihw@mail.zjwchc.com
通讯作者：王礼立(1934—)，男，教授，博士生导师，主要从事冲击动力学研究. E-mail：wanglili@nbu.edu.cn

2 反演法的黏弹性球面波原理

在物质坐标的球坐标 r、θ、φ 中(参看图 1),基于 ZWT 线性黏弹性本构方程[4],可建立体现高应变率效应的线性黏弹性球面波的控制方程组[5],包含连续方程

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t}=\frac{\partial v}{\partial r} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t}=\frac{v}{r} \tag{2}$$

动量守恒方程

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r}+\frac{2(\sigma_r-\sigma_\theta)}{r}=\rho_0\frac{\partial v}{\partial t} \tag{3}$$

和球对称条件下的 ZWT 线性黏弹性本构方程(设体积无黏性)

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial t}+2\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t}-3K\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t}+2\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t}\right)=0 \tag{4}$$

$$\frac{1}{2G}\left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial t}-\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t}\right)-\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t}-\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t}\right)+\frac{(\sigma_r-\sigma_\theta)-2G_a(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)}{2G\theta_M}=0 \tag{5}$$

式中:质点速度 v 以 r 正向为正,径向应力 σ_r 和应变 ε_r、环向应力 $\sigma_\theta=\sigma_\varphi$ 与应变 $\varepsilon_\theta=\varepsilon_\varphi$ 均以拉为正;ρ_0 为密度,弹性体积模量 $K=E/3(1-2\nu)$,ν 为泊松比,杨氏模量 $E=E_a+E_M$,剪切模量 $G=G_a+G_M$,$G_a=E_a/2(1+\nu)$,$G_M=E_M/2(1+\nu)$,此处 E_a 为等效线弹性单元的弹性常数(纯弹性常数 E_0 和低频 Maxwell 单元的弹性常数 E_1 之和),E_M 和 θ_M 则分别是高频 Maxwell 单元的弹性常数和松弛时间(参看图 2)。

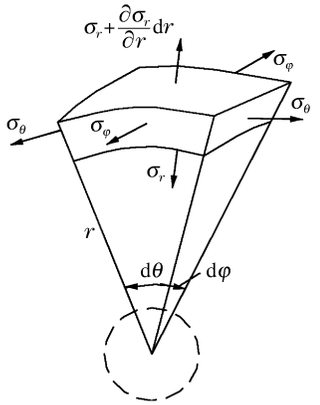


图 1 球坐标 r、θ、φ 中的微元体

Fig. 1 An infinitesimal element in spherical coordinates

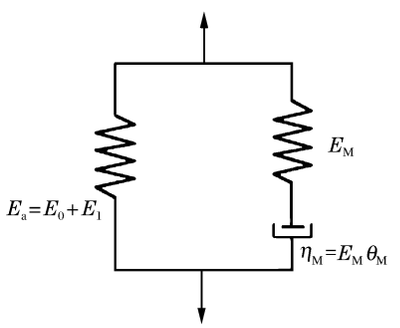


图 2 ZWT 线性黏弹性本构模型

Fig. 2 Constitutive model of ZWT visco-elastic model

上述控制方程组包含 5 个偏微分方程,解 5 个未知量 v、σ_r、σ_θ、ε_r 和 ε_θ。当采用特征线法解上述双曲型偏微分方程组时,问题转化为解相应的常微分方程组。这时,问题归结为解如下三族常微分特征线方程和沿相应特征线的五族特征相容关系。第一、第二族特征线为

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\pm\sqrt{\frac{K+(4/3)G}{\rho_0}}=\pm C_L \tag{6}$$

式中:C_L 为沿特征线波速,即弹性波的膨胀波(或一维应变纵波)波速。而相应的两族沿特征线的相容关系为

$$\mathrm{d}\sigma_r=\pm\rho_0 C_L\mathrm{d}v\mp\frac{2}{3}\frac{[(\sigma_r-\sigma_\theta)-2G_a(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)]}{C_L\theta_M}\mathrm{d}r-2\left[(\sigma_r-\sigma_\theta)\mp\left(K-\frac{2}{3}G\right)\frac{v}{C_L}\right]\frac{\mathrm{d}r}{r} \tag{7}$$

此处正号和负号分别对应于右行波和左行波。第三族特征线为

$$\mathrm{d}r = 0 \tag{8}$$

相应的沿该特征线的三族特征相容关系为

$$\mathrm{d}\sigma_r + 2\mathrm{d}\sigma_\theta - 3K(\mathrm{d}\varepsilon_r + 2\mathrm{d}\varepsilon_\theta) = 0 \tag{9}$$

$$\frac{1}{2G}(\mathrm{d}\sigma_r - \mathrm{d}\sigma_\theta) - (\mathrm{d}\varepsilon_r - \mathrm{d}\varepsilon_\theta) + \frac{[(\sigma_r - \sigma_\theta) - 2G_a(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)]}{2G\theta_M}\mathrm{d}t = 0 \tag{10}$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_\theta = \frac{v}{r}\mathrm{d}t \tag{11}$$

对于具有陡峭波阵面(强间断波阵面)的黏弹性球面波,根据强间断面上位移连续条件和动量守恒条件,注意到位移 u 连续时 ε_θ 也必连续(对于球面波有[6] $\varepsilon_\theta(r,t) = \varepsilon_\varphi(r,t) = u(r,t)/r$),则由强间断平面波导出的强间断面上的运动学相容条件和动力学相容条件[6]对于球面波仍然成立,即对于垂直于球面波波阵面方向的质点速度 v、径向应力分量 σ_r 和径向应变分量 ε_r,其间断突跃值(以[ ]表示)之间有如下的相容性关系

$$[v] = \mp C_f[\varepsilon_r] \tag{12}$$

$$[\sigma_r] = \mp \rho_0 C_f[v] \tag{13}$$

此处负号和正号分别对应于右行波和左行波,并且在我们目前所讨论的黏弹性球面波情况下,强间断黏弹性波阵面的波速 $C_f = C_L$((6)式)。

设初始条件和边界条件为

$$\begin{cases} u(r,0) = v(r,0) = \sigma_r(r,0) = \sigma(r,0) = 0 & r_0 < r \leqslant \infty \\ \sigma_r(r_0,t) = \sigma_{r_0} & t \geqslant 0 \end{cases} \tag{14}$$

这时,对于右行波,(12)式和(13)式化为

$$v = -\frac{\sigma_r}{\rho_0 C_L} \tag{15}$$

$$\varepsilon_r = -\frac{v}{C_L} = \frac{\sigma_r}{\rho_0 C_L^2} = \frac{\sigma_r}{K + (4/3)G} = \frac{3\sigma_r}{3K + 4G} \tag{16}$$

考虑到强间断面上应满足位移连续条件 $u = 0$,即有

$$\varepsilon_\theta = u/r = 0 \tag{17}$$

再注意到跨过强间断黏弹性波阵面的力学响应(应变率趋于无穷大)只能是瞬态弹性响应,(4)式和(5)式分别简化为弹性球面波的弹性体变律和弹性畸变率(相当于 θ_M 趋于无穷大),由(4)式和(5)式可知,沿强间断面应有

$$\sigma_\theta = \frac{[K - (2/3)G]\sigma_r}{K + (4/3)G} = \frac{\nu\sigma_r}{1-\nu},\ \sigma_r - \sigma_\theta = \frac{6G\sigma_r}{3K + 4G} = \frac{2G\sigma_r}{K + (4/3)G} \tag{18}$$

另一方面跨过强间断面又是特征线,即沿右行波还应满足(7)式

$$\mathrm{d}\sigma_r = \rho_0 C_L \mathrm{d}v - \frac{2}{3}\frac{[(\sigma_r - \sigma_\theta) - 2G_a(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)]}{C_L\theta_M}\mathrm{d}r - 2\left[(\sigma_r - \sigma_\theta) - \left(K - \frac{2}{3}G\right)\frac{v}{C_L}\right]\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

由(15)式~(18)式消去 v、ε_r、ε_θ 和 σ_θ,经过整理可得

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\sigma_r} = -\frac{2G_M}{(3K + 4G)C_L\theta_M}\mathrm{d}r - \frac{\mathrm{d}r}{r} \tag{19}$$

(19)式右端第 1 项反映本构黏性效应(与 G_M/θ_M 相关),而第 2 项反映球面扩展效应(与 r 相关)。

对(19)式积分,利用 $r = r_0$ 处 $\sigma_r = \sigma_{r_0}$ 的边界条件,可得 σ_r 沿强间断黏弹性波阵面的衰减规律为

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{r_0} r_0 \exp\left[-\frac{2G_M}{(3K + 4G)C_L\theta_M}(r - r_0)\right]}{r} = \frac{\sigma_{r_0} r_0 \exp[-\alpha(r - r_0)]}{r} \tag{20}$$

$$\alpha = \frac{2G_M}{(3K + 4G)C_L\theta_M} = \frac{2G_M}{3\rho_0 C_L^3 \theta_M} \tag{21}$$

(20)式和(21)式表明,σ_r 既随 r 的增大成反比衰减,又按衰减因子 α 呈指数型衰减。由(15)式~(18)式

可知，强间断弹性球面波波阵面上的 σ_θ、ε_r 和 v 均与 σ_r 成正比($\varepsilon_\theta=0$)，所以它们也以同样规律衰减。

值得注意的是：波速 C_L((6)式)和衰减因子 α((21)式)完全由黏弹性材料参数所决定。如果能够由波传播实验测定波速 C_L 和衰减因子 α，则可为通过波传播信息反演材料动态本构参数提供一个重要的途径。

事实上，如果事先通过准静态实验测定相关的准静态材料参数，如材料密度 ρ_0、泊松比 ν 和等效线弹性单元的弹性常数 E_a(从而 $G_a=E_a/2(1+\nu)$)，又通过球面波实验在不同半径处测得一系列球面波的波形，并由此确定波速 C_L 和衰减因子 α，则(6)式和(21)式提供了两个独立方程，于是不难确定黏弹性材料的高频弹性常数 E_M(或 $G_M=E_M/2(1+\nu)$)和松弛时间 θ_M。材料的高应变率黏弹性响应主要由这两个参数决定，动态反演法的主要目的在于设法确定这两个参数，其余可由准静态实验确定。

应该说明，以上讨论系基于线性黏弹性材料；如果边界处的强脉冲载荷足以使试样进入非线性黏弹性响应，则由于材料非线性将引起冲击波波速发生变化(C_L 不再是常数)，又由于稀疏波对冲击波的追赶将影响冲击波的衰减(α 不再由(21)式决定)，因此会导入误差，这是在通过球面波实验反推材料黏弹性本构参数时应予考虑的。不过，对于 ZWT 非线性黏弹性材料，由于其非线性弹性响应和低频线性黏弹性响应都不难事先确定，剩下待确定的仍然是高频线性黏弹性参数 E_M 和 θ_M；又由于这两个参数本身在小应变线性情况下和大应变非线性情况下其实是相同的，因而在小变形条件下用上述方法确定的 E_M 和 θ_M，对于 ZWT 非线性黏弹性材料仍然适用，或至少可看作其初步近似。

3 球面波实验结果及其分析

球面波实验采用电磁法测量质点速度波形[3,7]。如图 3 所示，样品为直径与高度相当的圆柱体，由等高的上下两块圆柱体对合粘接而成。对合面上预先车制一系列同心的环形细槽，槽中粘嵌 0.2 mm 的细漆包线，构成一系列同心不闭合圆环形电磁粒子速度计。样品放在一个空心螺线管的中心部位，螺线管由一额定充电电压为 450 V 的电容器组供以脉冲电流，其平顶持续时间约 3 ms，从而可在样品截面上产生具有同样平顶持续时间的外磁场。样品中心部位的空腔中放置中心起爆的微型炸药球。当炸药球爆炸在样品中激发出发散的球形波时，粒子速度计将随球形波的传播而运动并切割磁力线，由此产生与质点速度成正比的感生电动势。由法拉第电磁感应定律即可算出测量处的质点速度。

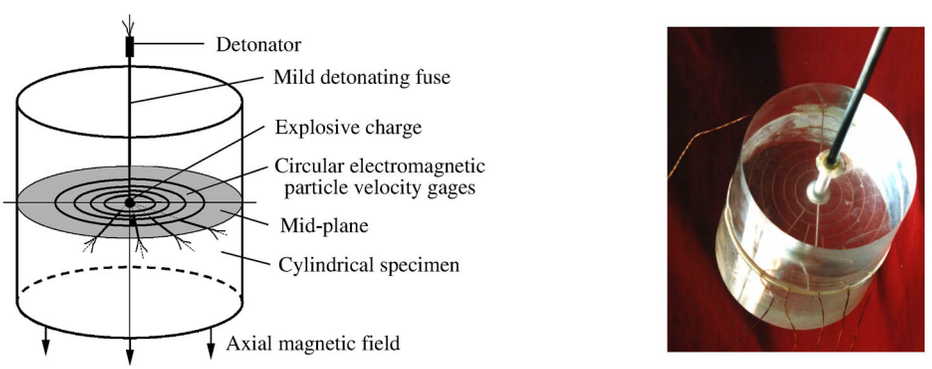


图 3 采用电磁法测量质点速度的球面波实验示意图

Fig. 3 Scheme of the spherical wave experiment, where the particle velocity waves are measured by magneto-electric velocimeters

有机玻璃 PMMA 是典型的黏弹性材料，下面以 PMMA 为例，采用上述方法进行球面波实验研究[2,6]。在一系列 Lagrange 位置处测得的典型的质点速度波形如图 4 所示。图 4 中给出了两次实验的结果，令人满意的重复性说明本实验方法的可靠性。经测量，图 4 中各波形的波阵面升时仅为 0.3 μs，因而可按强间断波处理。

由图 4 不难确定：平均实测波速 $C_L=3.03$ km/s，实测衰减因子 $\alpha=14.08$ m^{-1}。按此计算的强间断波阵面衰减的预示值与实测值的比较见图 5，两者吻合得很好。

另一方面，参照文献[4,6]，有机玻璃的 ZWT 准静态和低频 Maxwell 参数可取为：$\rho_0=1.19$ Mg/m^3，$\nu=0.35$，$E_0=2.04$ GPa，$E_1=0.897$ GPa 及 $E_a=E_0+E_1=2.94$ GPa(或 $G_a=E_a/2(1+\nu)=1.09$ GPa)。于是，根据如下的波速 C_L 与瞬态弹性模量间的已知关系(参看(12)式和(13)式)

$$\rho_0 C_L^2 = K+\frac{4}{3}G=\lambda+2\mu=\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

即可由实测波速 C_L 确定 $E=6.81$ GPa 及 $E_M=E-E_a=3.87$ GPa(及 $G_M=E_M/2(1+\nu)=1.43$ GPa)，并且相应地可确定 $G=G_a+G_M=2.52$ GPa，$K=E/3(1-2\nu)=7.57$ GPa。

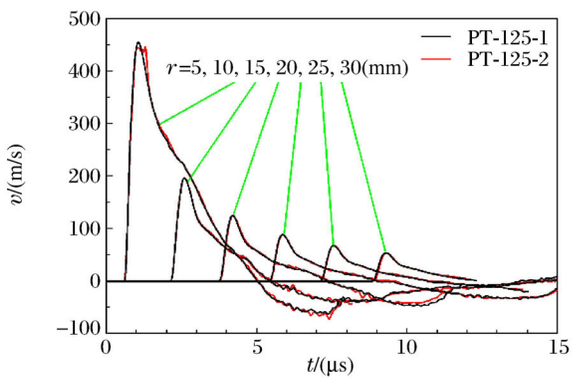


图 4　PMMA 中实测球面质点速度

Fig. 4　Experimental spherical wave velocities in PMMA

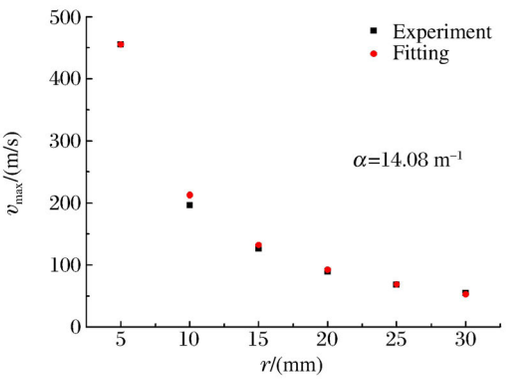


图 5　强间断衰减的实测值与拟合值比较

Fig. 5　Comparison of the experiment and the fitting for attenuation of strong discontinuous wave front

由实测波速 C_L 确定 G_M 后，可进一步由实测衰减因子 α 确定高应变率松弛时间 $\theta_M=2G_M/3\rho_0 C_L^3\alpha=2.05$ μs(参看(20)式)。

这样，通过实测的强间断面的传播信息，加上事先测知的准静态信息，实验材料 PMMA 的 ZWT 线性黏弹性本构关系的有关参数即全部反演确定。以上结果可归纳为表 1。

表 1　PMMA 的 ZWT 线性黏弹性本构参数

Table 1　The constitutive parameters of ZWT linear visco-elastic model for PMMA

ρ_0/(Mg/m^3)	ν	E_0/(GPa)	E_1/(GPa)	E/(GPa)	E_M/(GPa)	G_M/(GPa)	α/(m^{-1})	θ_M/(μs)
1.19	0.35	2.04	0.897	6.81	3.87	1.43	14.08	2.05

4　由反演结果计算黏弹性球面波

对实测的质点速度球面波信息进行反演得到实验材料的黏弹性本构参数后，可以在给定的初始-边界条件下解正问题，即采用特征线数值法计算径向应力场 $\sigma_r(r,t)$、周向应力场 $\sigma(r,t)$、径向应变场 $\varepsilon_r(r,t)$、周向应变场 $\varepsilon_\theta(r,t)$以及径向质点速度场 $v(r,t)$；并可以将预示的 $v(r,t)$与实测值进行对比，以考察反演和预示的可靠性。

下面，对 PMMA 按表 1 所示的本构参数，采用特征线法计算其相应的黏弹性球面波的传播。初始条件为，当 $t=0$ 时，各力学量均为零(静止的无扰动状态)；边界条件取如图 4 所示的内壁球径 $r_0=5.0$ mm处的实测质点速度波形。计算结果如图 6～图 10 所示，图中各曲线从左到右依次对应于 $r=5.0,5.5,7.6,10.0,15.0,20.0,25.0$ mm 处的波剖面。图 6～图 10 同时以虚线给出了线弹性球面波的计算结果，以供比较讨论。图 11 给出了 $v(r,t)$的数值计算预示结果与实测结果的对比，以考察反演法及其预示结果的可靠性。

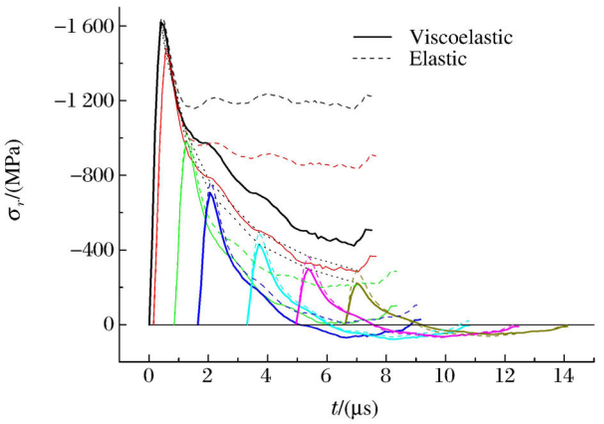


图 6 PMMA 中黏弹性球面径向应力波 σ_r

Fig. 6 Viscoelastic spherical waves σ_r in PMMA

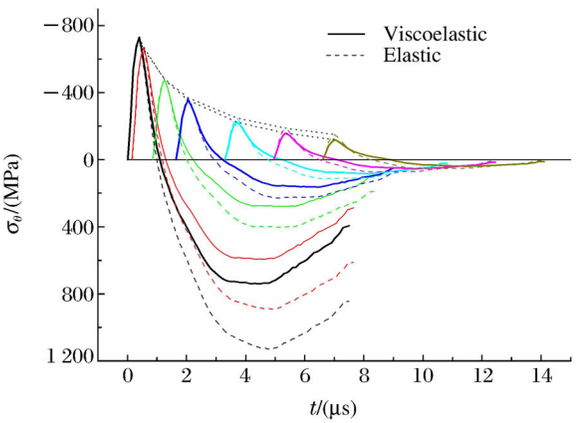


图 7 PMMA 中黏弹性球面周向应力波 σ_θ

Fig. 7 Viscoelastic spherical waves σ_θ in PMMA

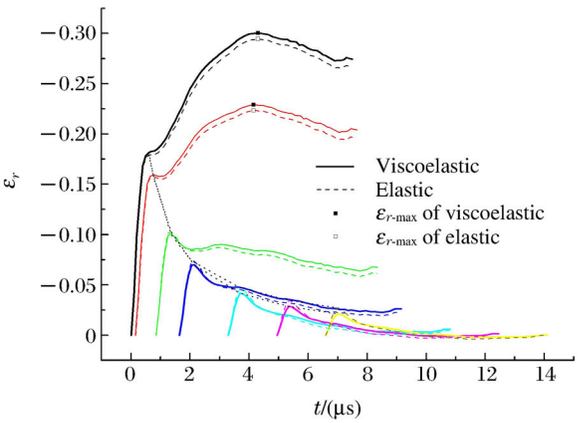


图 8 PMMA 中黏弹性球面径向应变波 ε_r

Fig. 8 Viscoelastic spherical waves ε_r in PMMA

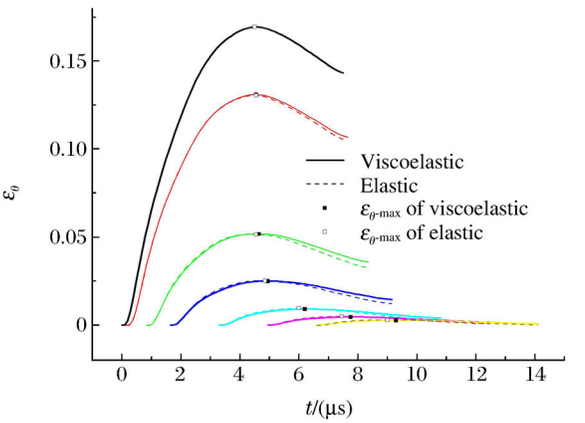


图 9 PMMA 中黏弹性球面周向应变波 ε_θ

Fig. 9 Viscoelastic spherical waves ε_θ in PMMA

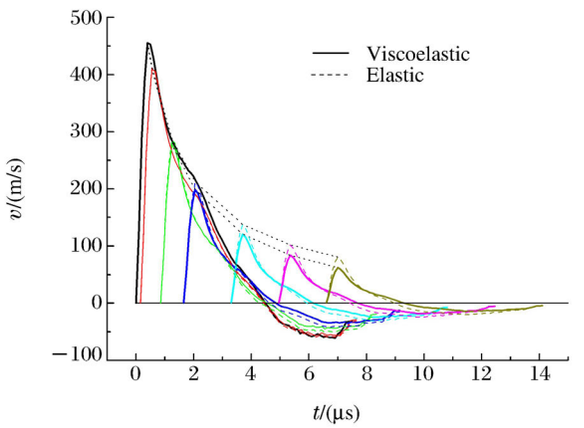


图 10 PMMA 中黏弹性球面质点速度波

Fig. 10 Viscoelastic spherical waves in PMMA

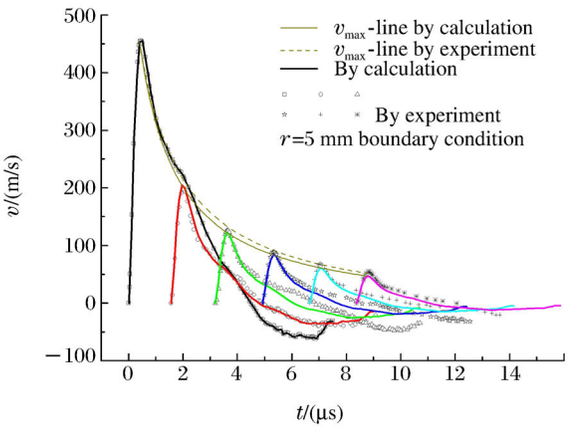


图 11 质点速度波预示值与实测结果比较

Fig. 11 Comparison of predictions with experiments

由图 6～图 11 可见：

(1) 与线弹性球面波相比，黏弹性球面波的应力和质点速度的峰值都衰减得更快，这与解析表达式(19)式、(20)式和(21)式所预示的是一致的，即其衰减是几何扩散和本构黏性两种效应的共同作用。

（2）本构黏性对于黏弹性应力波的影响相对较大，而对于黏弹性应变波的影响相对较小。尤其对于图 7 所示的周向应力由压应力转为拉应力的情况，本构黏性能够缓和这一效应，使得拉应力值减小，这对于降低介质可能的拉伸破坏是有利的。

（3）径向应变始终处于压缩状态，周向应变则始终处于拉伸状态，两者都随着传播距离的增加而迅速衰减。

（4）最令人鼓舞的是，如图 11 所示，数值计算预示的质点速度波形与实测结果的一致性令人满意。这是对本研究提出的新方法的有力肯定。从思路上来说，本方法也可以看作文献[8]中提出的一维应力线性黏弹性波反演法向球面波的推广。

应该说明，具体到图 6～图 10 中的应力、应变和质点速度等数值而言，对于 PMMA 本身已进入非线性黏弹性阶段，并且可能已破坏。涉及非线性的问题将在另文讨论，上述算例主要用于说明本文中所建议的反演法，也可看作对非线性黏弹性球面波的一个线性近似。

5　结　语

从以上分析讨论不难得出以下几点结论。

（1）从基于 ZWT 线性黏弹性本构方程所建立的、体现高应变率效应的黏弹性球面波的控制方程组出发，得到了描述强间断波阵面衰减特性的解析式。据此，为通过球面波实测数据反演材料黏弹性本构关系提供了理论基础。

（2）黏弹性材料在高应变率下的动态本构特性主要受控于高频弹性模量和高频松弛时间。通过球面波一系列质点速度波形的实验测量，从中确定球面波的波速和球面波的衰减因子，可以反演确定实验材料的高频弹性模量和高频松弛时间，再加上预先测知的准静态参数，即获得了材料的黏弹性动态本构关系。

（3）根据这一新方法反演获得的材料本构参数，由特征线数值计算所预示的质点速度波形与实测结果的一致性令人满意，证实了本方法的可行性。

References：

[1] Zukas J，Nicholas T，Swift H，et al. Impact Dynamics [M]. New York：Wiley-Interscience，1982.

[2] Zhu J，Hu S S，Wang L L. An analysis of stress uniformity for concrete-like specimens during SHPB tests [J]. Int J Impact Eng，2009，36(1)：61-72.

[3] Lin Y R，Wang Z J，Li Y L，et al. Constitutive relation using particle velocity data of spherical waves [J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition)，2007，8(6)：606-610. (in Chinese)
林英睿，王占江，李运良，等. 依球面波粒子速度研究材料本构关系 [J]. 解放军理工大学学报(自然科学版)，2007，8(6)：606-610.

[4] Wang L L，Yang L M. A class of nonlinear viscoelastic constitutive relation of solid polymeric materials [C]// Wang L L，Yu T X，Li Y C. Progress in Impact Dynamics. Hefei：The Press of China University of Science and Technology，1992：88-116. (in Chinese)
王礼立，杨黎明. 固体高分子材料非线性黏弹性本构关系 [C]//王礼立，余同希，李永池. 冲击动力学进展. 合肥：中国科技大学出版社，1992：88-116.

[5] Lai H W，Wang Z J，Yang L M，et al. Characteristics analyses of linear visco-elastic spherical waves [J]. Explosion and Shock Waves，2013，33(1)：1-10. (in Chinese)
赖华伟，王占江，杨黎明，等. 线性黏弹性球面波的特征线分析 [J]. 爆炸与冲击，2013，33(1)：1-10.

[6] Wang L L. Foundation of Stress Waves [M]. Amsterdam：Elsevier，2007.

[7] Wang Z J，Li X L，Zhang R Q，et al. An experimental apparatus for spherical wave propagation in solid [J]. Explosion and Shock Waves，2000，20(2)：103-109. (in Chinese)

王占江,李孝兰,张若棋,等. 固体介质中球形发散波的实验装置 [J]. 爆炸与冲击,2000,20(2):103-109.

[8] Labibes K, Wang L L, Pluvinage G. On determining the viscoelatic constitutive equation of polymers at high strain-rates [J]. DYMAT J, 1994, 1(2): 135-151.

Inversion of Constitutive Parameters for Visco-Elastic Materials from Radial Velocity Measurements of Spherical Wave Experiments

LAI Hua-Wei[1], WANG Zhan-Jiang[2], YANG Li-Ming[3], WANG Li-Li[3]

(1. *Department of Municipal Engineering, Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College, Hangzhou* 310018, *China*;
2. *Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an* 710024, *China*;
3. *Mechanics and Materials Science Research Center, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo* 315211, *China*)

Abstract: The inversion of visco-elastic constitutive relation from the measured data of a spherical wave experiment is a challenging research. Starting from the governing equations for linear visco-elastic spherical waves which are based on the ZWT visco-elastic constitutive relation, the analytical expression for the attenuation of strong-discontinuous visco-elastic spherical wave front is derived, and consequently a new method is proposed, by which the high-strain-rate visco-elastic parameters could be inversed from a series of particle velocity profiles measured in a spherical wave experiment. The first step is to determine the high-strain-rate elastic module from wave velocity measurements when the quasi-static material parameters are known. Then the high-strain-rate relaxation time can be determined from the attenuation factor. Thus the required visco-elastic constitutive relation can be obtained. Using those material parameters obtained by such a new inversion method, the visco-elastic spherical wave profiles are calculated by the characteristics method. The good agreement between the numerical predictions and the experimental results well supports this proposed new inversion method.

Key words: explosion and impact; spherical waves; visco-elastic constitutive realtion; shock waves; inversion method; attenuation