第 25 卷 第 1 期
2011 年 2 月

高 压 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF HIGH PRESSURE PHYSICS

Vol. 25, No. 1
Feb., 2011

文章编号：1000-5773(2011)01-0023-06

飞片加载产生正弦冲击波及其波阵面演化模拟*

马小娟[1]，刘福生[1]，李一磊[1]，于 明[2]，李永宏[1]，彭小娟[1]，经福谦[1,3]

(1. 西南交通大学物理科学与技术学院，四川成都 610031；
2. 北京应用物理与计算数学研究所，北京 100094；
3. 中国工程物理研究院流体物理研究所，冲击波物理与爆轰物理
国防科技重点实验室，四川绵阳 621900)

摘要：飞片加载冲击波小扰动实验方法是目前测量高温高压下物质粘性的实用方法之一，针对飞片碰撞小扰动实验，采用二维 Navier-Stokes 方程的差分方法，研究了金属铝中复杂压力流场的演化过程，给出了这类特定冲击波流场中正弦形扰动振幅振荡衰减特性与粘性系数之间的定量关系。结果表明：数值解比以往用于分析冲击波小扰动实验的解析解结果更接近实际的实验条件，得到的粘性系数值更具合理性，具有重要的应用价值。结合实验数据，数值计算分析的结果表明，金属铝在 78 GPa 冲击压力和 3×10^6 s^{-1} 应变率条件下的等效剪切粘性系数值为(2.8±0.1)kPa·s。

关键词：粘性系数；二维 Navier-Stokes 方程；冲击波阵面；正弦形扰动
中图分类号：O521.2 **文献标识码**：A

1 引 言

高温高压下地幔和地核中有关矿物材料的粘性系数是认识地核结构、地震波衰减、以及火山活动等[1-2]问题的关键物性参数之一。到目前为止，冲击波小扰动实验方法是直接测量物质粘性的主要动高压方法[3]，它通过测量冲击波阵面上的扰动随传播距离的演变特性，确定波后流场中物质的等效粘性系数。1965 年，俄罗斯著名科学家 Sakharov 等人[4]首先利用接触爆轰加载方式实现了冲击波传播过程的连续观测。2005 年刘福生等人[5-6]提出了用平面飞片碰撞已预制有小扰动的靶样品撞击面的实验设计，为保证波后流场比较均匀条件的实现和对冲击波阵面形状演化过程较高精度的测量创造了有力的条件，并得到了铝和铁在 42～159 GPa 压力下正弦形冲击波波阵面扰动振幅随传播距离的演化情况。但如何据此分析出靶样品物质合理的粘性系数，将依赖于所用数据分析方法的合理性。对于这个问题，虽然 Miller 和 Ahrens[3]提出了一种非均匀几何扰动初始流场模型，并得到了相应的解析解，但这种人为的几何扰动流场模型中的半无限大流场假设与 Sakharov 等人[4]的小扰动实验和飞片碰撞小扰动实验中由于存在界面影响而产生的复杂流场情形相差甚远，故 Miller 和 Ahrens[3]的解析解并不适合对上述实验结果进行定量分析。迄今，人们还未曾采用数值计算方法求解过实际实验流场中正弦形冲击波阵面上扰动振幅随传播距离的演化问题，本研究是这方面工作的尝试。

本工作针对飞片碰撞小扰动实验，利用牛顿粘性流体模型(不考虑弹塑性效应)，通过数值模拟分析

* **收稿日期**：2010-01-21；**修回日期**：2010-06-05
基金项目：国家自然科学基金(10974160，10576025，11002120)；中央高校基本科研业务费专项资金资助(SWJTU09BR244)
作者简介：马小娟(1976—)，女，博士研究生，主要从事凝聚态物理研究. E-mail：jxmzjm@126.com
通讯作者：刘福生(1966—)，男，教授，博士生导师，主要从事高压物理，原子分子物理以及冲击波技术研究. E-mail：fusheng_l@163.com

实验流场中正弦形扰动冲击波阵面的演化规律，用于解读波后物质等效粘性系数对冲击波阵面上扰动振幅演化的影响；并通过再次分析铝在 78 GPa 冲击压力条件下的实验数据[6]，给出在此条件下铝的等效剪切粘性系数的数值。

2 数值模拟

以 78 GPa 冲击压力条件下铝的实验结果[6]为例。二维流场的差分网格划分如图 1 所示，在 x、z 方向上的格子数分别为 4 000 和 1 000，格子长度分别为 2.4 cm 和 0.6 cm，这时的差分网格为边长 6 μm的正方形。计算的时间步长为 2 ps。假设飞片沿 x 方向向右运动，靶样品的碰撞表面预制成正弦形曲面，这样就可以在靶样品中的冲击波阵面上形成正弦形微小扰动，这个曲面形状用其波长(λ)和幅度(h)表征。飞片和靶样品均为金属铝。

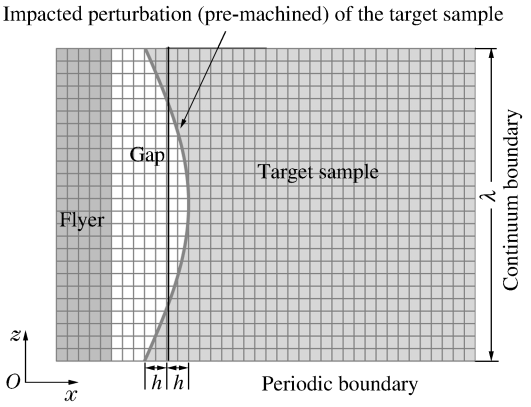


图 1 飞片碰撞小扰动实验流场的网格和边界条件

Fig. 1 The gridding scheme and boundary conditions of the flyer-impact experiment

2.1 基本方程

流场物质运动由牛顿粘性流体的二维 Navier-Stokes 方程组描述[8]，其质量、动量、能量守恒方程分别为

质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+u_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+u_z\frac{\partial \rho}{\partial z}=-\rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)$$

动量守恒方程

$$\begin{cases}\rho\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+u_z\dfrac{\partial u_x}{\partial z}\right)=\dfrac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\\ \rho\left(\dfrac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\dfrac{\partial u_z}{\partial x}+u_z\dfrac{\partial u_z}{\partial z}\right)=\dfrac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}+\dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\tau_{xx}=-p+q+\dfrac{2}{3}\eta\left(2\dfrac{\partial u_x}{\partial x}-\dfrac{\partial u_z}{\partial z}\right)+\kappa\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+\dfrac{\partial u_z}{\partial z}\right)\\ \tau_{xz}=\tau_{zx}=\eta\left(\dfrac{\partial u_z}{\partial x}+\dfrac{\partial u_x}{\partial z}\right)\\ \tau_{zz}=-p+q+\dfrac{2}{3}\eta\left(2\dfrac{\partial u_z}{\partial z}-\dfrac{\partial u_x}{\partial x}\right)+\kappa\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+\dfrac{\partial u_z}{\partial z}\right)\end{cases}$$

能量守恒方程

$$\rho\left(\frac{\partial E}{\partial t}+u_z\frac{\partial E}{\partial x}+u_z\frac{\partial E}{\partial z}\right)=\tau_{xx}\frac{\partial u_x}{\partial x}+\tau_{zz}\frac{\partial u_z}{\partial z}+\tau_{xz}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)$$

在上述方程中：ρ 为流场质量密度；u_x、u_z 分别为 x、z 方向的流场速度分量；τ_{xx}、τ_{xz}、τ_{zz} 分别为应力分量；p 为压力；η 为剪切粘性系数；κ 为体粘性系数；q 为人工粘性项，其值为

$$q=\alpha\rho(\partial u_x/\partial x),\quad \text{或 } q=\alpha\rho(\partial u_z/\partial z)$$

式中：α 为人工粘性系数，引入该项是为了抑制冲击波阵面计算时出现的数值振荡，并且在几个网格区域内被抹滑的冲击波仍然满足 Rankine-Hugoniot 条件[9]。

铝的完全状态方程可用其 Hugoniot 状态方程和 Grüneisen 状态方程确定，它的初始密度 ρ_0、Hugoniot 参数 c_0 和 s 的值分别取为 2.718 g/cm^3、5.392 km/s 和 1.34[7]。初始 Grüneisen 参数值为 2.16，并且假定 $\rho\gamma=\rho_0\gamma_0$ 关系成立。

2.2 初始条件和边界条件

数值模拟从平面飞片向 x 方向上的运动开始，模拟流场初态如图 1 所示。根据实验压力值为

78 GPa，利用铝的物态方程参量计算出飞片速度为 6.055 km/s，故在飞片与靶样品碰撞之前的飞片区流场 x 方向上的初始速度 u_x 为 6.055 km/s，其 z 方向上的初始速度 $u_z=0$ km/s，初始压力和内能为零，密度为其初始密度值 ρ_0；靶样品区铝的初始速度、初始压力和内能均为零，密度为其初始密度值 ρ_0；设在飞片和靶样品之间的间隙内的物质密度为铝初始密度的 10^{-6} 倍，它的初始速度、初始压力和内能亦均为零。流场的压力、密度、内能和速度满足 Rankine-Hugoniot 关系，即不考虑卸载效应的影响（由实验设计确保这个条件的实现）。

在求解流场方程组时，在 z 方向设置周期性边界条件，在 x 方向流场的两端设置连续边界，以避免波的卸载反射效应。

本研究重点模拟碰撞间隙完全闭合后，靶样品中正弦型冲击波阵面扰动振幅随传播距离的演化问题。为避免早期流场分布过分复杂，不考虑飞片与正弦形靶样品表面作用后可能出现的微射流和微喷射的效应。在间隙闭合过程中，要求质量未充满网格（压强计算值为负值）中的压强始终等于零，且质量不外移。

2.3　冲击波阵面位置确定的方法

研究冲击波阵面上扰动振幅变化的一个关键问题是合理确定冲击波阵面的位置，本工作采用 x 方向上压力梯度极值判据来确定任意时刻冲击波阵面位置的方法，如图 2 所示。图中绘出的是冲击波阵面区流场中的压力分布（实线）及压力梯度（指绝对值，以下同）分布（虚线）情况。从图 2 中不难看出，冲击波阵面区分布在几个网格区域内（约 50 μm），其压力梯度呈近似正态分布，把其极值点位置选定为冲击波阵面的位置。在 x-z 平面内将任一时刻冲击波阵面区压力梯度极值点连接起来，即能显示出该时刻流场中冲击波阵面扰动衰减的图像，进而可以分析冲击波阵面上扰动振幅随时间变化的规律。

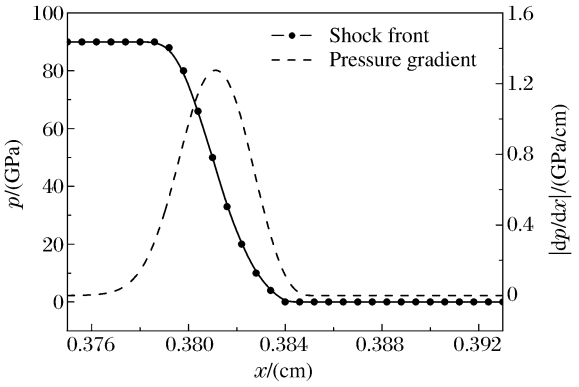


图 2　冲击波压力及其压力梯度绝对值分布

Fig. 2　The pressure and pressure gradient (absolute value) along x-direction

3　计算结果

3.1　压力分布

图 3 是计算得到的流场中压强的空间分布及其随时间演化的流场图，5 幅图的时间顺序是上早下晚。图 3(a)是飞片与靶样品碰撞后早期的冲击波图像。这时由于仅有靶样品的正弦形撞击面上的扰动“峰”部位区受到了飞片的撞击，故仅在该撞击部位区的飞片与靶样品中分别形成了沿 x 方向传播的反向而行的冲击波。图 3(b)是飞片与靶样品表面完全碰撞（即飞片与靶之间的间隙完全闭合）时刻的冲击波形，在飞片与靶样品中基本形成了具有完整正弦形扰动图样的冲击波阵面。在此之后的靶样品中传播的右行冲击波阵面上扰动振幅随传播距离的变化（可从图 3(c)和图 3(d)中显示的扰动振幅及波阵面位置中提取此种信息），是本研究高温高压下铝材料粘性系数的实验依据。顺便指出，此时冲击波阵面上的压力值不是同一的，对应于最后撞击区（位于图中 z 轴中线部位）的压力明显高于最先撞击区（位于图的上下两端）内的压力，这是由于在间隙闭合过程中由侧向卸载膨胀导致靶样品质量向间隙区迁移的结果。图 3(c)和图 3(d)是稍后时刻的冲击波图形，可以看出，此时靶样品中冲击波阵面上的扰动振幅已比图 3(b)的小，从物理概念上理解，这个结果可能与扰动“波谷”处发生的马赫反射效应有关。图 3(e)是更后时刻的冲击波图像。此时，位于图上、下两端的波阵面位置已落后于 z 轴中线部位的冲击波位置，即波阵面上“峰”、“谷”位置发生了对调或反转。本研究将从上述冲击波阵面上扰动形状的变化中提取出有关靶样品材料的粘性系数数据。

本研究重点模拟碰撞间隙完全闭合后冲击波扰动振幅的演变问题。前面已经说过，图 3(b)是飞片

加载后在靶样品中形成完整正弦形扰动阵面冲击波的起点，此时波阵面上的压强分布非常复杂，有限区域内的扰动分布是无法用简单的线性或非线性函数描述的，我们称之为飞片碰撞小扰动初始流场，此时冲击波扰动振幅定义为初始扰动振幅 a_0。虽然 Miller 和 Ahrens[3] 给出了一种非均匀几何扰动初始流场模型（见该文的(93)式）

$$\begin{cases} u_x(t=0,x) = \dfrac{(\sigma-1)(1+\delta)}{\sigma(1-\delta)} S k_0 (D-u) a_0 \mathrm{e}^{k_0(iz-\alpha x)} \\ u_z(t=0,x) = -k_0(D-u)(\sigma-1) a_0 i \mathrm{e}^{k_0(iz-\alpha x)} \\ p(t=0,x) = -\dfrac{2(\sigma-1)}{\sigma(1-\delta)} a_0 \mathrm{e}^{k_0(iz-\alpha x)} \end{cases}$$

式中：S 为描述扰动场强度的参量

$$S = -\sigma(1-\delta)/2(1+\delta)k_0 a_0$$

α 为描述扰动冲击波阵面的衰减情况的参量

$$\alpha \approx \frac{(D-u)\left|2-\sigma\right|}{2k_0 a_0 c\left[1+\dfrac{(D-u)(\sigma-1)}{c}\right]}$$

式中：$\delta=[\sigma-s(\sigma-1)]/[\sigma+s(\sigma-1)]$；压缩比 $\sigma\equiv\rho/\rho_0=v_0/v$；扰动波数 $k_0=\lambda/2\pi$；a_0 为冲击波阵面初始扰动振幅；D 为样品水中的冲击波速度；u 为样品水中的粒子速度；c 为样品水中的声速；s 为 Hugoniot 关系中的参数；ρ_0 和 v_0 为样品水的初始密度和比体积；ρ 和 v 为样品水在冲击压缩条件下的密度和比体积。但 Miller 和 Ahrens 的这一扰动设想在实验中是难以实现的，故他们给出的解析解也不适合用于解读飞片加载冲击波小扰动实验数据。这也是本研究试图用流体力学方程组数值解求解飞片加载冲击波小扰动实验数据的初衷。

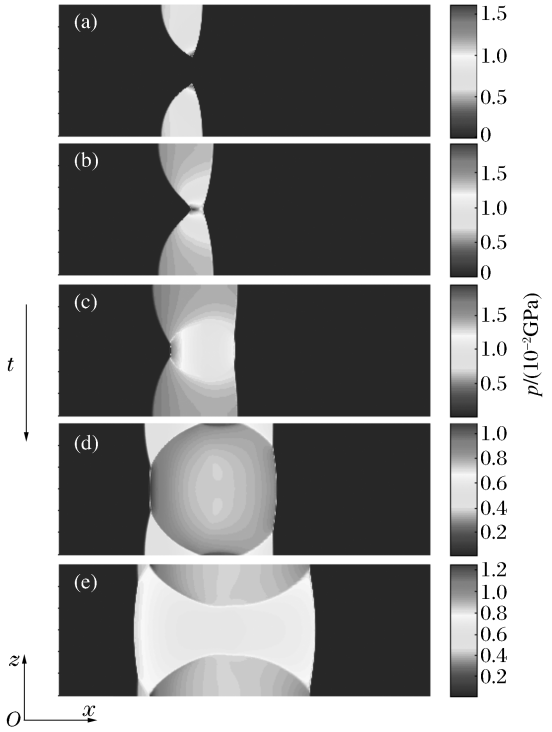


图 3 飞片加载冲击波小扰动实验流场的压力分布和演化

Fig. 3 The pressure flow and its evolution in the flyer-impact experiment

3.2 铝样品中冲击波阵面扰动振幅的衰减曲线

根据飞片碰撞小扰动实验设计[6]，铝靶样品表面上预制的正弦曲面波长为 $\lambda=0.6$ cm，幅度 h 由幅宽比 $h/\lambda=0.05$ 的设计准则决定，假定在整个冲击波传播过程中的波阵面的扰动波长 λ 保持不变，故冲击波阵面扰动振幅 a 和其运动距离 x 的变化可用正弦函数 $f=x+a\cos(2\pi z/\lambda)$ 逼近的方法确定。若冲击波阵面上扰动振幅的演化用相对扰动振幅的振荡衰减曲线来描述，其横坐标为相对振幅（任意时刻的扰动振幅 a 与初始扰动振幅 a_0 的比值（a/a_0）），纵坐标为相对距离（冲击波的传播距离 x 与正弦扰动波长 λ 的比值（x/λ））。下面分别讨论体粘性系数和剪切粘性系数对扰动衰减曲线的影响。

进行了 3 组数值实验，铝的剪切粘性系数取为 2 kPa·s，体粘性系数分别为 1、2 和 3 kPa·s，得到的扰动振幅衰减曲线如图 4 所示。很明显，3 组实验中冲击波阵面扰动振幅的数值结果相差无几。也就是说，冲击波阵面扰动振幅衰减情况对材料的体粘性系数并不敏感。

所以假定等效剪切粘性系数 η 与等效体粘性系数 κ 相等，则飞片碰撞小扰动实验中流场的剪切粘性对扰动振幅衰减情况影响的计算结果见图 5，由此可得如下结论：(1) 波阵面上扰动振幅衰减曲线都有类似的演化特征：前期的扰动振幅衰减很快，但当越过零点（第一个相对振幅为零的点）之后，反向的振幅增大，达到反向最大值（此值远小于初始的扰动振幅）为止，这时完成了波阵面扰动振幅振荡衰减的前半周期。这一时间段正是我们确定粘性系数所关心的时间区域。随着时间的推移，扰动振幅继续减

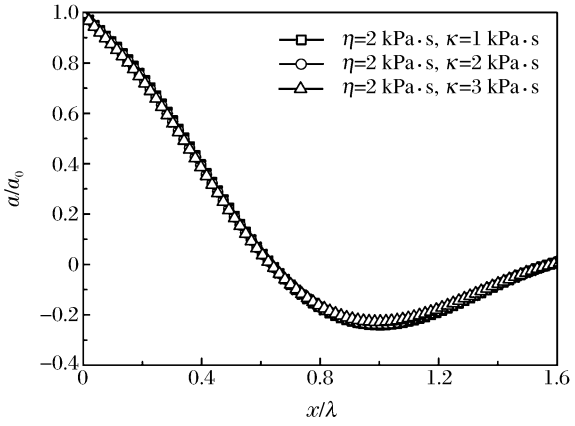


图 4　不同体粘性条件下冲击波阵面扰动振幅衰减曲线

Fig. 4　Disturbance amplitude damping curves with different bulk viscosity coefficients

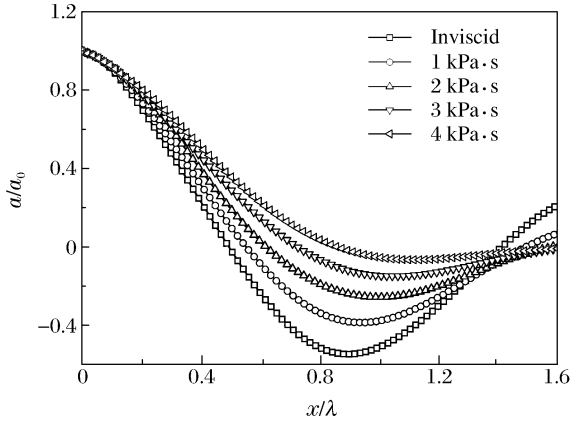


图 5　不同剪切粘性条件下冲击波阵面扰动振幅衰减曲线

Fig. 5　Disturbance amplitude damping curves with different shear viscosity coefficients

小，直至第二次达到零振幅点。如果系统能量足够大，它还会正向增大，然后减小，如此循环振荡下去。(2) 无论等效粘性系数的取值如何，扰动振幅衰减情况的早期差别较小。但到中后期，随着等效粘性系数的增加，衰减速率减小，衰减曲线的零点位置后移，且反向振幅降低。(3) 改变人工粘性系数值(10～10^6 Pa·s)，发现冲击波阵面位置的判定不受其影响，故可以认为上面得到的冲击波阵面扰动振幅衰减曲线不受人工粘性系数取值的影响。

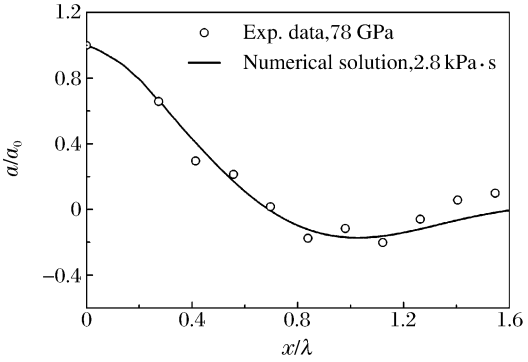


图 6　扰动振幅衰减曲线(2.8 kPa·s)和冲击压力 78 GPa 条件下实验数据

Fig. 6　Disturbance amplitude damping curve (2.8 kPa·s) and experiment data (78 GPa)

将冲击压力 78 GPa 条件下飞片碰撞小扰动实验的冲击波阵面扰动振幅数据(见图 6)与本文中给出的不同粘性系数条件下计算得到的冲击波阵面扰动振幅衰减曲线进行比较，可确定在此条件下铝的剪切粘性系数为(2.8±0.1)kPa·s，其中不确定度由实验数据测量误差和拟合误差决定。

4　结　论

利用差分方法求解二维粘性流体力学方程组，针对飞片加载冲击波小扰动实验条件定量研究了冲击作用下金属铝中复杂压力流场的演化过程，得到了正弦形冲击波阵面相对扰动振幅的数值解及粘性对其影响。结果表明：正弦形冲击波阵面相对扰动振幅呈振荡衰减趋势，人工粘性的引入并不影响其演化过程；样品中真实剪切粘性主要影响相对扰动振幅的中后期衰减，且衰减速率随着剪切粘性系数的增加而减小。重新分析了 78 GPa 冲击压力条件下铝的冲击波阵面扰动振幅的实验数据，发现金属铝在 78 GPa 冲击压力和 2×10^6 s^{-1} 应变率条件下，等效剪切粘性系数值应修正为(2.8±0.1)kPa·s，是原实验分析结果(见文献[6])的 2 倍，这显然是由于 Miller 和 Ahrens[3] 数值解中采用了与实验不符的初始条件引起的。总之，本研究数值模拟的条件与真实实验条件非常接近，数值解成为分析飞片加载冲击波小扰动实验的可靠理论依据，得到的样品材料在冲击条件下的等效剪切粘性系数将为地学等相关领域的研究提供可靠的参考数据。

References:

[1] Secco R A. Viscosity of the Outer Core [M]. San Francisco: American Geophysical Union, 1995: 218-226.

[2] Mineev V N, Funtikov A I. Viscosity Measurement on Metals under Shock-Loading Calculations for the Earth's Core [J]. Physics-Uspekhi, 2004, 47(7): 671-686.

[3] Miller G H, Ahrens T J. Shock-Wave Viscosity Measurement [J]. Rev Mod Phys, 1991, 63(4): 919-948.

[4] Sakharov A D, Zaidel R M, Mineev V N, et al. Experimental Study of the Shock Wave Stability and Mechanical Properties of Materials at High Pressures [J]. Dokl Akad Nauk SSSR, 1964, 159: 1019-1022.

[5] Liu F S, Yang M X, Li Q W, et al. Shear Viscosity of Aluminum under Shock Compression [J]. Chin Phys Lett, 2005, 22(3): 747-749.

[6] Li Y L, Liu F S, Ma X J, et al. A Flyer-Impact Technique for Measuring Viscosity of Metal under Shock Compression [J]. Rev Sci Insturm, 2009, 80(1): 013903.

[7] Marsh S P. LASL Shock Hugoniot Data [M]. Berkley: University of California Press, 1980.

[8] Mader C H. Numerical Modeling of Explosives and Propellants [M]. Florida: CRC Press, 1998: 327-363

[9] Vonneumann J, Richtmyer R D. A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks [J]. J Appl Phys, 1950, 21: 232-237.

Numerical Study on the Viscosity of Shocked Al vis Small-Perturbation Amplitude Damping Profile Measurement by Flyer Impact

MA Xiao-Juan[1], LIU Fu-Sheng[1], LI Yi-Lei[1], YU Ming[2], LI Yong-Hong[1], PENG Xiao-Juan[1], JING Fu-Qian[1,3]

(1. *College of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu* 610031, *China*;
2. *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing* 100094, *China*;
3. *National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: Flyer-impact disturbance amplitude damping method of shock wave is one of practical method for viscosity measurement at high pressure and high temperature. The experimental results for shocked Al at two high pressures have been reported previously by Li, et al, instead of the analytical solution method, which was proposed by Miller and Ahrens, for treating same characteristic data from the measured profiles that was adopted in Li's analysis. Here we first put forward a two-dimensional Eulerian viscous fluid, to make a full-shock front perturbation evolution simulation. The measured profile at 78 GPa is used as an example in our re-analysis. The numerical simulated profile agrees well with the measured one, from which the determined effective viscosity coefficient of the shocked Al at 78 GPa is (2.8±0.1)kPa·s. This value is about twice of the Li's one ((1.3±0.3)kPa·s), but we believe the value in the present study might be more reasonable because it is obtained from a comprehensive simulation for the full-shocked perturbation evolving process.

Key words: viscosity coefficient; two-dimensional Navier-Stokes equation; shock front; sinusoidal disturbance