文章编号:1000-5773(2011)06-0549-08

# 二维 GEL 耦合方法的研究及对爆炸容器的数值模拟*

李　蕾,柏劲松,刘　坤,李　平

(中国工程物理研究院流体物理研究所,四川绵阳　621900)

**摘要**:将以 Euler 方法为基础的 MF PPM (Piecewise-Parabolic Method)程序和以 Lagrange方法为基础的 DEFEL(2-D Finite Elements Code,二维流体弹塑性动力有限元)程序,根据压力和法向速度连续准则进行耦合,发展了基于 Level Set 的 GEL(Ghost-Fluid Euler-Lagrange)方法。该方法在处理大变形流场与小变形结构以及复杂流动与多物体相互作用等问题具有优越性。通过二维算例的计算结果与文献比较,检验了 GEL 方法和耦合程序的正确性,并对球形和椭球封头的爆炸容器进行了数值模拟,通过与实验结果的比较分析,表明本研究程序可以比较好地处理内爆引起的壳体流固耦合问题。

**关键词**:GEL 方法;Euler-Lagrange 程序耦合;爆炸容器

**中图分类号**:O351.2　　**文献标识码**:A

## 1　引　言

对于数值模拟中遇到的很多实际问题,涉及到多介质流或流固之间的相互作用,采用纯 Euler 数值方法或纯 Lagrange 数值方法都难以得到满意的计算结果,因而产生了 Euler 和 Lagrange 混合或耦合方法。在计算物理和计算数学的研究课题中,这类方法的研究日益受到关注,尤其已成为爆炸力学数值计算研究的热点问题之一。爆炸容器在爆炸与冲击实验中有着广泛的应用,研究受爆炸冲击加载的圆柱壳动力学响应有着重要意义,这实质上是爆炸冲击载荷作用下的流固耦合问题。在整体计算区域中流体部分采用 Euler 方法计算,而对固体材料部分则采用 Lagrange 方法计算,以期能够对整体计算区域的不同区域部分获得更细致的描述,这正是 GEL(Ghost-Fluid Euler-Lagrange)[1]方法的优势和特点所在。

本研究的 GEL 方法,借助 GFM(Ghost Fluid Method)[2]和 Level Set 函数思想处理因移动界面出现的混合网格,即对界面处的 Lagrange 域用 Ghost 网格覆盖,这些 Ghost 网格的压力、密度和切向速度由 Euler 域外插赋值,而界面的法向速度由 Lagrange 计算给出。Lagrange 域在边界受到来自 Euler 域真实流体作用力,由此给出界面上 Lagrange 节点受到的力。其过程体现了 Euler 域和 Lagrange 域的相互作用。GEL 方法主要有下面两个特点:一是对自由边界的处理过程和程序的编制比较简单,计算量小;二是可以自由地将独立的 Euler 和 Lagrange 计算程序连接起来,不必对它们进行任何实质上的改动,连接过程比较简单易行。本研究中 Euelr 域采用多流体 PPM(Piecewise-Parabolic Method)方法求解[3],而 Lagrange 域采用 DEFEL(2-D Finite Elements Code,二维流体弹塑性动力有限元)程序求解[4]。

* **收稿日期**:2010-07-19;**修回日期**:2010-11-07

**基金项目**:国家自然科学基金(11072228,11002129);中国工程物理研究院科学技术发展基金(2011B0202005)

**作者简介**:李　蕾(1983—),女,硕士研究生,主要研究方向为计算流体力学. E-mail:s2a0n0d1y@gmail.com

**通讯作者**:柏劲松(1968—),男,博士,研究员,主要研究方向为计算流体动力学. E-mail:bjsong_mail@21cn.com

## 2 基本方程

### 2.1 Euler 方程

理想流体的 Euler 动力学方程为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho \boldsymbol{u})=0\\ \dfrac{\partial u}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}+\dfrac{1}{\rho}\nabla p=\boldsymbol{F}\\ \dfrac{\partial E}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)E+\dfrac{1}{\rho}p\ \nabla\cdot\boldsymbol{u}=R\end{cases} \tag{1}$$

其中

$$E=\rho e+\frac{1}{2}\rho u^2 \tag{2}$$

状态方程取为

$$p=p(\rho,e) \tag{3}$$

Euler 计算采用统一的高阶 Godunov 格式(PPM)方法。

### 2.2 Lagrange 方程

连续介质力学给出的基本方程有

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}+\rho\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\\ \rho\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}}{\mathrm{d}t}=\nabla\cdot\tilde{\sigma}+\tilde{b}\\ \dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\tilde{\sigma}:\nabla\boldsymbol{u}\end{cases} \tag{4}$$

式中:$\rho$、$\boldsymbol{u}$、$E$ 分别表示质点密度、速度和单位体积内能,$\tilde{b}$ 为单位体积的体力,$\tilde{\sigma}$ 为 Cauchy 应力张量。

当采用流体弹塑性本构模型时,应力张量分解为

$$\sigma_{i,j}=-p\delta_{i,j}+S_{i,j} \tag{5}$$

静水压力 $p$ 被认为只与体积变形有关,有时表示为

$$p=p(v,e) \tag{6}$$

式中:$v=1/\rho$ 是比容。本研中究 Lagrange 计算采用 DEFEL 二维动力有限元程序。

## 3 GEL 方法

在本研究中,Euler 方法计算区域和 Lagrange 方法计算区域形成的界面(E-L 界面)被认为是不可穿透的、无化学反应、绝热和不存在表面张力的,界面两侧物理量允许有间断,是强间断面。根据 E-L 界面两侧物质关于质量、动量和能量的守恒关系,其两侧物理量满足条件

$$[p]=0,[u_{\mathrm{n}}]=0 \tag{7}$$

式中:$p$ 为压力,$u_{\mathrm{n}}$ 为介质在界面法线方向的速度,[ · ]表示界面两侧物理量之差。在 Euler 计算中,借鉴 GFM 方法将 Lagrange 域覆盖区用 Ghost 点填充,E-L 界面位移和速度通过 Lagrange 计算确定,界面被当作接触间断来处理。尽管公式(7)要求 E-L 界面两侧介质的压力和法向速度连续,但在实际计算过程中,为减小误差,界面压力往往根据 Euler 计算确定,而界面的速度和位移则由 Lagrange 计算给出。因此,Lagrange 计算步相当于求解在 Lagrange 域边界施压了具有某种分布载荷的问题。

### 3.1 Level Set 函数

在对 Ghost 点进行赋值时,需要用到各个点的 Level Set 函数值。本研究中 Level Set 函数的定义与 Ghost-Fluid 方法中 Level Set 函数定义相同,即任意点 $x$ 的 Level Set 函数值 $\varphi(x,t)$ 为该点到 E-L 界面的最短距离

$$\varphi(x,t)=\begin{cases}-d[x,\Gamma(t)] & x\in\Omega_{\mathrm{R}}\\ 0 & x\in\Gamma(t)\\ d[x,\Gamma(t)] & x\in\Omega_{\mathrm{G}}\end{cases}\tag{8}$$

式中:$\Gamma(t)$表示 E-L 界面的曲线,在每个时间步均可显式得到,$\Omega_{\mathrm{R}}$ 表示 Euler 域中真实的流体区域,而 $\Omega_{\mathrm{G}}$ 表示 Ghost 区,$d[\cdot]$表示最短距离函数。

在本研究中,设真实流体域对应的 Level Set 函数为负,而 Ghost 域对应的 Level Set 函数为正。采用一种简单的方法来确定其符号。如果 $\Gamma(t)$ 为闭合曲线,其上 Lagrange 节点按顺序依次为 $(x_1,x_2,\ldots,x_n,x_1)$,并定义 $(x,x_i,x_{i+1})$为 $x_i-x$ 和 $x_{i+1}-x$ 的方向角,则有

$$\begin{cases}\varphi(x,t)\leqslant 0 & \left|\sum_i\alpha(x,x_i,x_{i+1})\right|=0\\ \varphi(x,t)\geqslant 0 & \left|\sum_i\alpha(x,x_i,x_{i+1})\right|=2\pi\end{cases}\tag{9}$$

如果 $\Gamma(t)$不闭合,可将 Lagrange 域一侧的计算域边界补充使之闭合。这种方法对多个互不相交的 Lagrange域情况同样适用。

### 3.2 Ghost 域求解

在二维情况下,对于 Lagrange 域和 Euler 域网格,被 Lagrange 域覆盖的 Euler 网格即为 Ghost 网格。在 Euler 计算中,Ghost 域被与 Euler 真实域相同的介质填充,各 Ghost 网格物理量借助 Level Set 方法[5]根据真实网格物理量外推得到。本研究采用反射外插方法来对 Ghost 点赋值,反射外插形式为

$$\begin{aligned}\rho_{\mathrm{g}}&=\rho_{\mathrm{e}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{g}}&=(2\boldsymbol{u}_{\mathrm{w}}\cdot\boldsymbol{n}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}\cdot\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}+(\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}\cdot\boldsymbol{t})\boldsymbol{t}\\ p_{\mathrm{g}}&=p_{\mathrm{e}}\end{aligned}\tag{10}$$

式中:$\rho$ 表示密度,$\boldsymbol{u}$ 表示速度矢量,$\boldsymbol{n}$、$\boldsymbol{t}$ 分别为所在点 Level Set 函数 $\varphi$ 的单位法向矢量(梯度方向)和切向矢量,下标 g 表示 Ghost 点的值,e 表示根据陈方程(Eikonal Equation)延拓得到的值,w 表示 E-L 界面。陈方程为

$$I_t\pm\boldsymbol{n}\cdot\nabla I=0\tag{11}$$

式中:$I$ 为外插变量,可以是压力、密度、速度等物理量。它是一个伪时间推进过程,计算中,时间步长和循环次数均可人为选取。

从方程(10)、方程(11)可以看出,Ghost 域和真实流体域的密度、压力和切向速度分量均是由陈方程从真实流体域外推得到的,但法向速度的求解略有差别。Ghost 点的法向速度取决于 Lagrange 网格在 E-L 界面上点的速度 $u_{\mathrm{w}}$,对每个 Ghost 点,这个 E-L 界面上的点,就是 Ghost 点在界面上的投影点。对二维情况,两者坐标满足

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{w}}=\boldsymbol{x}_{\mathrm{g}}-\varphi\boldsymbol{n}\tag{12}$$

这里取负号是因为 Level Set 函数 $\varphi$ 在 Ghost 点取正。假设 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{w}}$ 落在 E-L 界面以 $i$ 和 $i+1$ 结点为端点的线段上,与两端点距离分别为 $d_i$、$d_{i+1}$,两端点的速度为 $\boldsymbol{u}_i$ 和 $\boldsymbol{u}_{i+1}$,则根据线形插值可得到 $\boldsymbol{u}_w$

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{w}}=\frac{d_{i+1}\boldsymbol{u}_i+d_i\boldsymbol{u}_{i+1}}{d_i+d_{i+1}}\tag{13}$$

需要注意的是,为避免计算中在界面处出现“Overheating”现象,本研究采用 Isobaric Fix 变量和 Isobaric 修正技术[6]对外插过程进行处理。

### 3.3 Lagrange 域边界条件

Lagrange 域在边界受到来自 Euler 域真实流体作用力,计算中,将这种面力近似为作用于 E-L 界面上 Lagrange 节点的集中力。对第 $i$ 线段,Euler 网格将其截成 $n$ 段,取每小段中点为压力控制点,根据 Euler 域真实流体和 Ghost 域压力采用双线性插值得到该点压力,则该线段受到的总力为

$$\boldsymbol{F}_i=(\sum_{j=1}^{n}l_jp_j^{\mathrm{C}})\boldsymbol{n}\tag{14}$$

式中：$l_j$ 为第 $j$ 小段长度，$p_j^{\mathrm{C}}$ 为其中点压力，$\boldsymbol{n}$ 为线段中点指向 Lagrange 域一侧的单位法向矢量。则第 $i$ 线段对其两端点作用力的贡献为

$$\boldsymbol{F}_L = \frac{1}{2}\boldsymbol{F}_i \tag{15}$$

### 3.4 统一计算时间步长

对每一时间步的计算，Euler 和 Lagrange 计算都会由各自流场的物理量，得到各自的时间步长。本研究中 Euler 和 Lagrange 计算是同时分别进行的，因此在 GEL 耦合步骤的最后，是将两个时间步长进行统一

$$\Delta t = 0.5\min(\Delta t_{\mathrm{L}}, \Delta t_{\mathrm{E}}) \tag{16}$$

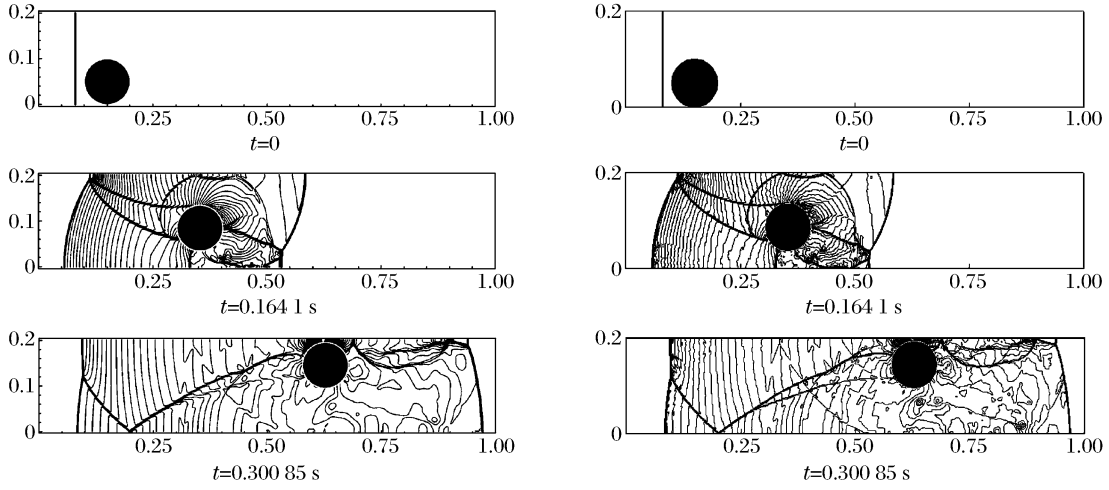
式中：0.5 为 CFL 系数，$\Delta t_{\mathrm{E}}$ 是 Euler 程序算出的稳定时间步长，$\Delta t_{\mathrm{L}}$ 为 Lagrange 程序得到的稳定时间步长。

## 4 数值算例

本研究给出了 3 个数值算例。算例 1 验证了本研究 GEL 程序的正确性；算例 2 检验了本研究 GEL 程序在计算爆炸容器问题上的实用性；算例 3 通过和实验结果的对比分析，表明本研究程序可以较好的处理计算模拟比较复杂的爆炸容器问题。

算例 1：移动边界算例“Cylinder Lift-off Problem”，此算例出自文献[1]，用于验证本研究 GEL 耦合程序的正确性。二维矩形流场 1.0 m×0.2 m 充满双原子理想气体，初始时马赫数为 3 的右行激波在 $x$=0.08 m 处，波前为静止状态，压力 $p$=1.0 Pa，密度 $\rho$=1.4 kg/m$^3$。一个刚体圆柱初始时其中心位于(0.15 m，0.05 m)，柱半径为 0.05 m，密度为 10.77 kg/m$^3$，由于其材料参数的限定，以及考虑到刚体不涉及变形问题，本研究这部分计算只应用到 DEFEL 二维动力有限元程序中，前处理部分(建立模型)以及动量计算部分。流场上下两边为固壁，左边为激波后状态，右边为无扰动外流状态。

本算例考察激波作用于刚性圆柱问题，参数选取同文献[1]。图 1 给出了 $t$=0、0.164 1、0.300 85 s 的流场压力等值线，与文献的计算结果相比，气体压力分布、流场特征、激波位置、圆柱位置都符合得很好。可以看到本研究的结果中激波更为清晰，这是由于采用的 Euler 程序计算精度较高。




(a) Results from Ref. [1] (b) Results from this study

图 1 不同时刻计算域中的压力等值线分布对比图

Fig. 1 Pressure contours at different times

算例 2：球形爆炸容器。考虑容器壳体的强度时将其视为一无接管，无开孔的光滑理想球壳，内半径为 1.5 m，壳体厚度为 8 cm，材料为钢。炸药为 TNT，15 kg，起爆位置在容器中心，点起爆模式，如图 2所示，取容器的 1/4 为计算域。

图 2 为不同时刻容器内的等压线分布:图 2(a)给出了爆炸刚结束时的等压线分布;图 2(b)表明,球面冲击波到达容器内壁并发生反射;图 2(c)表明,反射激波向球心汇聚,快要到达球心处;图 2(d)表明,反射激波在爆炸中心区形成了二次激波,该二次激波又自爆心向外传播;图 2(e)和图 2(f)表明,激波在内壁面多次反射后,波系变得紊乱,并逐渐耗散。

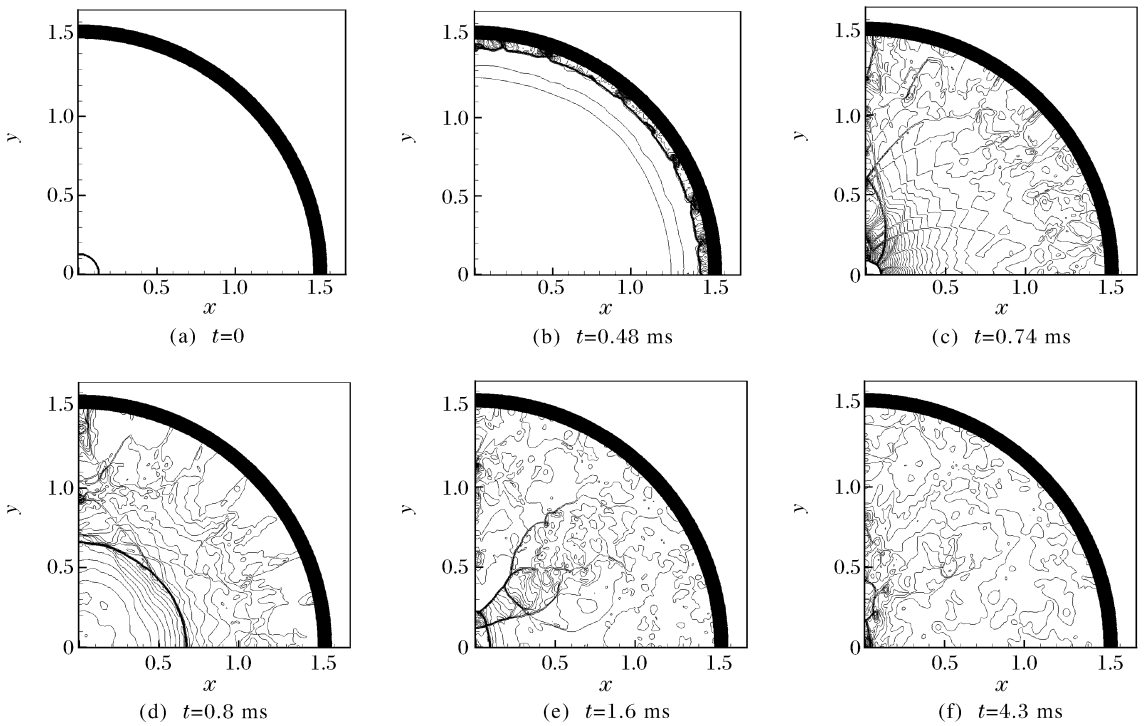
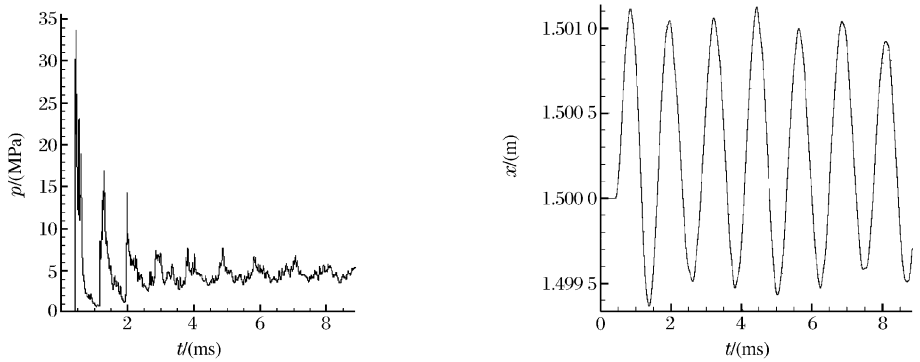



图 2　不同时刻爆炸场的等压线分布

Fig. 2　Pressure contours at different times

图 3(a)为容器内壁一点的压力-时间曲线,图 3(b)为该点的应变-时间曲线。图 3(a)表明:由于存在冲击波的反射和透射,压力时间曲线存在多峰值,且随着能量的衰减,峰值随时间减小。最大峰值即第一个峰值,约为 33.8 MPa,出现在 0.42 ms 左右,此时第一道球面冲击波到达容器内壁。图 3(b)表明:壳体在冲击波的作用下,呈现振动状态,形变峰值亦随时间衰减。壳体在这点的最大变形约为 0.075%,在爆炸容器的安全形变范围内。




(a) Pressure history at a specified point　　(b) Strain history at a specified point

图 3　指定点的压力时间曲线和应变时间曲线

Fig. 3　Pressure and strain histories curve at specified points

球形爆炸容器是爆炸容器中常见的一种，通过算例 2 可以验证本研究的 GEL 耦合程序在爆炸容器的计算中的正确性和实用性。本研究的 GEL 程序可以比较清晰地给出任意时刻容器内的流场分布，计算壳体的变形以及给出壳体任意点的压力和应变时间曲线。有助于了解爆炸容器内的冲击波传播反射等复杂演变，并可通过改变计算中的炸药量来确定爆炸容器的安全使用范围。

算例 3：椭球封头的爆炸容器。容器壁厚 53 mm，内半径 1 060 mm，封头长轴与短轴之比为 2∶1，封头顶端到坐标原点的距离为 2 120 mm，材料为钢。1 kg TNT 在容器中心，点起爆。如图 4 所示，取容器的 1/4 为计算域。记容器内壁离中心最近的点为 $A$，椭球封头的顶点记为 $B$。

图 4 给出了爆炸后容器内的等压线分布。图 4(a)表明，爆炸刚结束时，球面冲击波未到达容器的内表面。图 4(b)表明，球面冲击波到达容器右壁并发生反射。图 4(c)表明，反射点沿壳体内壁面不断上移，入射波波后的稀疏波和左行的反射激波相互作用。图 4(d)表明，向中心传播的反射激波到达点爆炸中心区后，由于该区域温度高，密度低且声速大，反射激波在该区域形成自爆心向外传播的激波，称为二次激波。该二次激波与右侧壁面的反射激波发生透射，形成复杂的波系结构。图 4(e)表明，沿 $z$ 轴向上传播的马赫杆产生复杂反射，等压线变得紊乱。此时沿右壁的反射点到达封头与圆柱的交点附近，而第一道球面冲击波快要到达封头顶点。图 4(f)表明，马赫杆将要到达封头，随后，封头顶点处的压力将达到最大值。此后，随着时间的推移，波系将逐渐耗散。

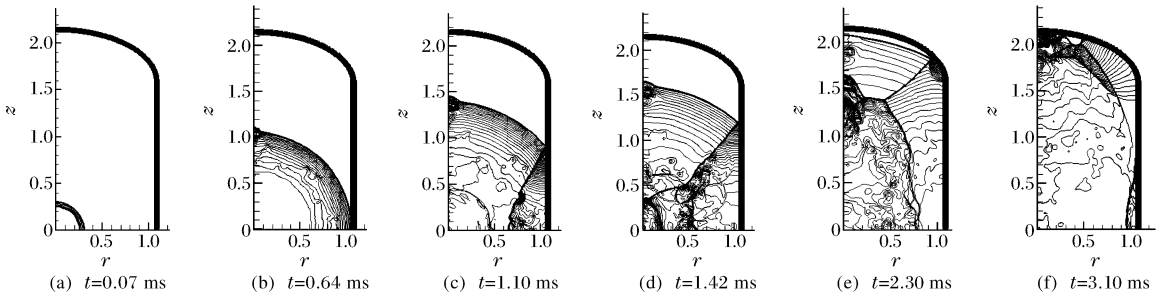
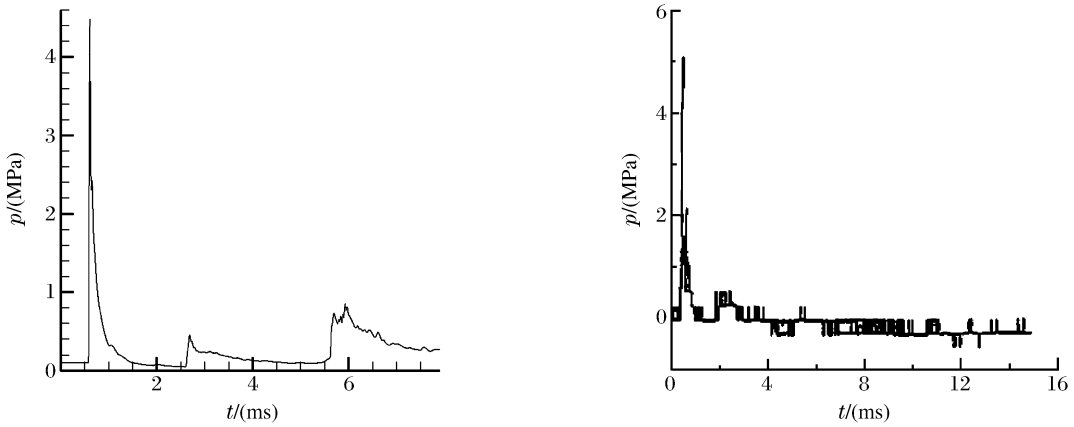



图 4 不同时刻爆炸场等压线分布

Fig. 4 Pressure contours at different times

图 5 给出了本研究和文献[8]得到的壳体中环面(离中心最近，即为本研究的 $A$ 点)无量纲超压时间曲线，图 5 表明：计算得到的压力时间曲线和实测结果定性一致。



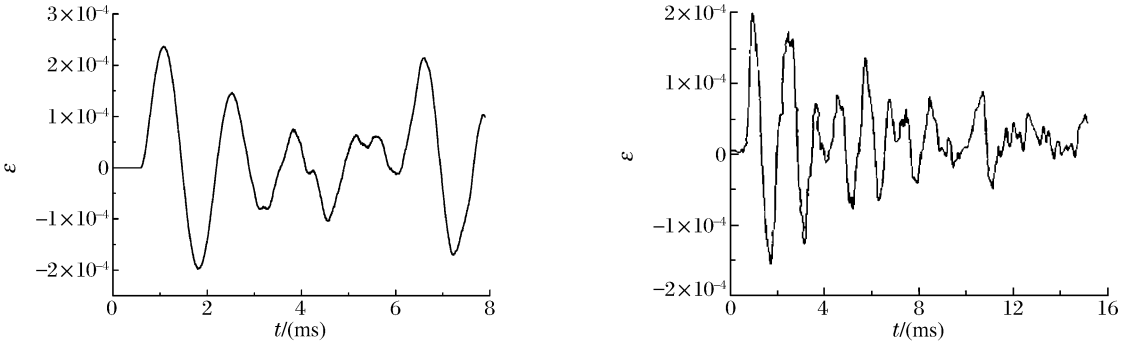

(a) Calculated results from this study (b) Experimental results from Ref. [8]

图 5 壳体中环面内壁超压时间曲线

Fig. 5 Over pressure history at point A on inner wall

从图 5(a)看出,第 1 道冲击波超压峰值为 4.5 MPa 左右,后继反射还产生了多个超压峰值,第 1 道与第 2 道冲击波超压峰值时间间隔约为 1.8 ms;从图 5(b)看出,第 1 与第 2 道冲击波超压峰值间隔约为 1.6 ms,与本研究计算结果较为接近。计算的超压峰值略小于实验值(约 5.2 MPa),误差约为 13.5%。误差产生的原因为:(1) 简化了爆炸过程,本研究忽略了炸药形状的影响,对炸药起爆和爆轰的复杂物理化学过程未作详细计算,导致近场计算产生较大的误差,而指定点的超压与近场计算密切相关;(2) 实测曲线的不确定性,文献[7]给出的实验数据有较大的波动,均大于计算值,精确测量冲击波超压仍是未能很好解决的问题;(3) 与计算网格尺寸有关,受计算机条件所限,本研究计算采用的网格数较小,对计算精度产生一定影响。

图 6 给出了壳体中环面外壁的环向应变时间曲线。对最大环向应变的计算和实验测验值分别为 $2.23\times10^{-4}$ 和 $2\times10^{-4}$,两者较为接近,计算值比实验值大 11.5%。计算得到的前两个正应变峰值时间间隔约为 1.3 ms,实验值约为 1.2 ms,两者也较为接近。从图 6 可以看出:环向应变随时间衰减,计算和实验测试的结果都显示了"拍"现象,变化趋势也较为接近,表明本研究的计算结果定性地反映了冲击载荷作用下圆柱壳动力学的响应过程。




(a) Calculated results from this study　　(b) Experimental results from Ref.[8]

图 6　中环面环向应变时间曲线

Fig. 6　Latitudinal strain history

图 7 为容器内壁 $A$、$B$ 两点的压力-时间曲线,虚线为 $A$ 点,实线为 $B$ 点,图 8 为 $B$ 点的轴向应变时间曲线。图 7 表明:由于存在冲击波的反射和透射,指定点的压力-时间曲线存在多峰值,且后继峰值可能大于前面的峰值。$B$ 点的最大峰值远远大于 $A$ 点的最大峰值,对应 $B$ 点的应变(轴向位移)如图 8 所示,峰值约为 0.002,也远大于 $A$ 点的,表明对于椭球封头的爆炸容器,最大变形发生在封头顶点处,这与实验结果是一致的。

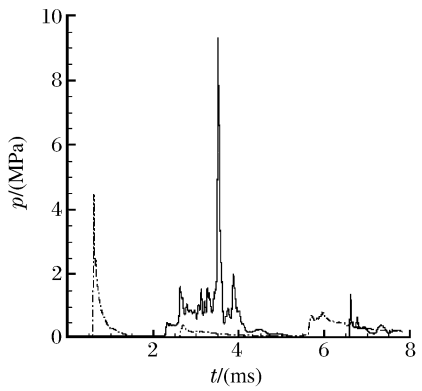



图 7　$A$、$B$ 两点的压力时间曲线

Fig. 7　Pressure history at point $A$, $B$

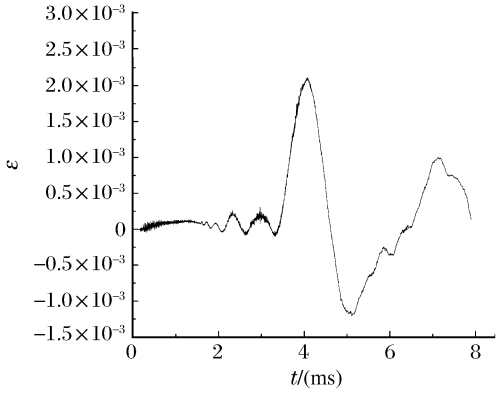



图 8　$B$ 点的轴向应变时间曲线

Fig. 8　Axial strain history at point $B$

## 5 结 论

GEL 方法结合了 Euler 和 Lagrange 计算方法的优点，借助 Ghost-Fluid 的思想处理混合网格，编程较为简单，计算量较小，理论上可以将任意两种 Euler 和 Lagrange 求解器结合起来用以分析多介质大变形问题，连接过程简单易行。本研究用高精度的 PPM 程序与 DEFEL 程序耦合，计算结果与文献及实际情况符合得较好。通过对爆炸容器的数值模拟和实验结果的比较，表明本研究的 GEL 耦合程序能比较好地解决由内爆引起的壳体流固耦合问题。

## References:


[1] Morano E, Arienti M, Hung P, et al. A Level Set Approach to Eulerian-Lagrangian Coupling [J]. J Comput Phys, 2003, 185: 213.

[2] Fedkiw R, Aslam T, Merriman B, et al. A Non-Oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (The Ghost Fluid Method) [J]. J Comput Phys, 1999, 152: 457-492.

[3] Bai J S, Li P, Zhang Z J, et al. Application of the High-Resolution Godunov Method to the Multifluid flow Calculations [J]. Chin Phys, 2004, 13(12): 1992-1997.

[4] DYNA East Corporation. DEFEL User's Manual [Z]. Philadelphia, PA, 1988: 19104.

[5] Muller W, Osher S, Sethian J. Computational Interface Motion in Compressible Gas Dynamics [J]. J Comput Phys, 1992, 100: 209-228.

[6] Fedkiw R, Marquina A, Merriman B. An Isobaric Fix for the Overheating Problem in Multimaterial Compressible Flows [J]. J Comput Phys, 1999, 148: 545-578.

[7] Huo H F, Numerical Simulation and Experiment Research of Dynamical Responses of Assembled Vessel to Explosion Impact Load [D]. Xi′an: Xian Jiaotong University, 2000.
霍宏发. 组合式爆炸容器动态特性分析及实验研究 [D]. 西安：西安交通大学，2000.


# 2-D GEL Coupling Method and Its Numerical Simulation on Vessel to Explosion Impact Load


LI Lei, BAI Jin-Song, LIU Kun, LI Ping

(*Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)



**Abstract**: MF PPM (Piecewise-Parabolic Method) code based on Euler method and DEFEL (2-D Finite Elements Code) code based on Lagrange method were coupled according to the pressure and normal velocity consecutive rule. GEL (Ghost-fluid Euler-Lagrange) method was developed. This method has the advantage of performing large strain fluid field while small strain shell, complicated flow and interactions of many objects. A 2-D example was simulated and compared with the results in reference to prove the validity of the coupling code. Simulations on global and ellipsoidal explosion vessel yielded consistent results with experiments, proving that this program was valid to simulate the flow structure loaded by a blast wave from a central charge.



**Key words**: GEL method; Euler-Lagrange coupling; explosion-container