文章编号：1000-5773(2007)01-0071-06

损伤度函数模型用于 3 种钢层裂的二维数值模拟*

裴晓阳[1]，李 平[2]，董玉斌[1]

(1. 中国工程物理研究院流体物理研究所，四川绵阳 621900；
2. 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理实验室，四川绵阳 621900)

摘要：把损伤度函数模型嵌入到二维有限元程序 DEFEL 中，并对 3 种钢(HR-2 钢、2169 钢及 45 钢)的平板撞击层裂实验进行了数值模拟，在模拟中计及材料的屈服硬化效应和 Bauschinger 效应的影响，较好地再现了实测自由面的速度历史，同时给出了样品中的损伤分布及其发展。在数值模拟中发现，断裂面附近所受最大拉应力介于由声学近似解析计算的层裂强度和从三项式固体状态方程出发得出的断裂理论值之间，并对三者之间的差异作了分析，表明数值模拟结果是合理的。

关键词：损伤度函数模型；数值模拟；层裂
中图分类号：O346.5 **文献标识码**：A

1 引 言

材料的动态损伤及断裂破坏是一个复杂的非线性过程，自 20 世纪 70 年代以来一直是力学领域的研究热点，国内外学者对此做了大量的研究，但依然没有得到很好的解释，尤其在定量描述方面还有待进一步的发展和完善。近年来，用累积损伤概念来解释材料的动态断裂是一种研究主流，其中，董玉斌[1]和 Raul Cortes[2]等学者在数值计算方面做了一些工作，并取得了不错的效果，但受计算方法及计算机发展的限制，大都采用一维数值模拟，一维计算虽然具有运算快、精度高的优点，但应用范围有限。二维数值模拟除了应用范围更广，还更能反映实际问题，可以为分析实际问题提供更多信息。如今，二维计算方法和程序发展比较成熟，我们把损伤度函数模型[3]应用到层裂的二维数值模拟，程序采用二维有限元程序 DEFEL[4]。

层裂作为一种普遍的断裂现象，对它的研究非常有利于分析材料的断裂特性，其中大家尤为关心的是材料的层裂强度。关于层裂强度，由于在实验上无法直接测量，只能由声学近似根据实测自由面速度历史给出一个近似的解析解[5]，有些学者[6]对此进行了修正，修正后得到的层裂强度值比文献[5]的要大，然而我们通过数值模拟得到的层裂强度比修正值还要高，但却低于理论值，由此说明数值模拟结果是合理的。

2 二维弹塑性流基本方程和本构关系

连续介质力学给出的基本方程有

质量守恒
$$\dot{\rho}+\rho\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0 \tag{1}$$

动量守恒
$$\rho\dot{\boldsymbol{v}}=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}+\boldsymbol{b} \tag{2}$$

* **收稿日期**：2006-03-09；**修回日期**：2006-05-17
基金项目：中国工程物理研究院预先研究基金(2006-426030105)
作者简介：裴晓阳(1980—)，男，硕士，主要研究方向：损伤断裂理论研究及应用. E-mail：peixiaoyang2000@sina.com

能量方程 $$\dot{E}=\boldsymbol{\sigma}:\nabla\boldsymbol{v} \tag{3}$$

式中：ρ、$\boldsymbol{v}$、E 分别为质点密度、速度和单位体积内能，$\boldsymbol{b}$ 为单位体积的体力，字符上的“·”表示对时间 t 的随体微商，∇ 为 Hamilton 算子，$\boldsymbol{\sigma}$ 为 Cauchy 应力张量，可分解为

$$\sigma_{ij}=-p\delta_{ij}+S_{ij} \tag{4}$$

式中：p、S_{ij} 分别表示静水压力和应力偏量，应力偏量由增量型弹性应力应变关系给出

$$\dot{S}_{ij}=2G\dot{e}_{ij}-\omega_{ik}S_{kj}-\omega_{jk}S_{ki} \tag{5}$$

式中：G 为剪切模量；后两项是二维计算中的旋转修正项，其中 ω_{ij} 表示角转动率，由速度场梯度确定

$$\omega_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}-\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{6}$$

计算中采用 von Mises 屈服准则和 Prandtl-Reuss 塑性流动率。在流体弹塑性模型里，流体压强 p 用 $p=p(V,E)$ 形式的状态方程描述，采用的 Mie-Grüneisen 状态方程为

$$\begin{cases}p_{\mathrm{H}}=A_1\mu+A_2\mu^2+A_3\mu^3 & \mu\geqslant 0\\ p_{\mathrm{H}}=A_1\mu & \mu<0\end{cases} \tag{7}$$

$$p=p_{\mathrm{H}}\left[1-\frac{\gamma(V)\mu}{2}\right]+\gamma(V)\rho E=p_V+\gamma(V)\rho E \tag{8}$$

$$\begin{cases}A_1=\rho_0 c_0^2\\ A_2=A_1[1+2(\lambda-1)]\\ A_3=A_1[2(\lambda-1)+3(\lambda-1)^2]\end{cases} \tag{9}$$

式中：$\mu=(\rho/\rho_0)-1$，ρ 和 ρ_0 为密度及其初始值，E 为单位初始体积内能，$\gamma(V)$ 为 Mie-Grüneisen 系数，c_0 和 λ 为冲击波速度和粒子速度线性关系式中的系数。增量型能量方程为

$$E^{t+\Delta t}=\frac{E^t-0.5[(p+Q)^t+Q^{t+\Delta t}+p_V^{t+\Delta t}]\dot{\varepsilon}_V\Delta t+\Delta E_{\mathrm{d}}}{1+1/2\rho_0\gamma_0\dot{\varepsilon}_V\Delta t} \tag{10}$$

式中：Q 为人为粘性，$\dot{\varepsilon}_V$ 为体应变率，ΔE_{d} 为应变能。

3 损伤演化方程及含损伤的本构关系

损伤演化方程[3]为

$$\dot{D}=\begin{cases}D\dfrac{(p_{\mathrm{S}}^2-\sigma_0^2)}{(4/3)B(\lambda_1/c)}-\dfrac{D}{v}\dot{v} & |p_{\mathrm{S}}|>\sigma_0\\ 0 & |p_{\mathrm{S}}|\leqslant\sigma_0\end{cases} \tag{11}$$

式中：$D=1-v_{\mathrm{S}}/v$ 代表损伤，v_{S} 和 p_{S} 分别为基体材料在拉伸状态下的比容和压力，下标 S 表示基体的量，σ_0 为孔洞长大的阈值应力，B、λ_1、c 分别为体积模量、断裂比功和声速。含损伤的本构关系为

$$\begin{aligned}p&=p_{\mathrm{S}}[v(1-D),e](1-D)\cdot F(D)\\ G&=G_{\mathrm{S}}\left(1-D\frac{15B+20G_{\mathrm{S}}}{9B+8G_{\mathrm{S}}}\right)\cdot F(D)\\ Y&=Y_{\mathrm{S}}(1-4D)\cdot F(D)\end{aligned} \tag{12}$$

式中：$F(D)$ 代表损伤失稳因子，表示成

$$F(D)=\exp[-(D/D_{\mathrm{c}})^n] \tag{13}$$

式中：D_{c} 是材料发生损伤失稳的临界损伤度，n 是可调常数。当材料膨胀时，含损伤的状态方程形式为

$$p_{\mathrm{S}}=\frac{c_V}{3\beta}\gamma_0\rho_0\left(\frac{\mu+D}{1+\mu}\right)+\gamma_0\rho_0 e \tag{14}$$

式中：c_V 为比热，β 是线膨胀系数，e 是比内能。

另外在本工作计算中采用了 Swegle 等人[7]提出的一种加载屈服硬化模型

$$Y_{\mathrm{S}}=Y_1+(Y_0-Y_1)\exp[K\eta/(Y_0-Y_1)] \tag{15}$$

式中：Y_0 和 Y_1 分别为屈服的初始值和屈服终值；K 为材料常数；$\eta=1-v_{\mathrm{S}}/v_{\mathrm{e}}$，$v_{\mathrm{e}}$ 为弹性极限处比容。

假定此关系式在卸载时也成立,进而推广到拉伸阶段,为了考虑 Bauschinger 效应的影响,在 Y_0 和 Y_1 上分别乘以一个系数 $B_X(0<B_X\leqslant 1)$,B_X 在计算中调试得到。引入损伤后,由于损伤演化方程及受损伤材料本构方程的高度非线性,需要一个迭代求解过程,具体方法按文献[3]中的方法。

4　层裂数值计算结果及其讨论

4.1　靶自由面速度剖面和靶的损伤度剖面

对 3 种钢的 4 发碰撞层裂实验[8-9]进行了数值模拟,实验条件见表 1,数值模拟中所用的材料参数和损伤度函数模型参数分别见表 2 和表 3。

表 1　层裂实验数据

Table 1　Experimental data of spall fracture

No.	Flyer thickness/(mm)	Flyer material	Flyer velocity/(m/s)	Sample thickness/(mm)	Sample material
1	3.10	HR-2 steel	774	6.38	HR-2 steel
2	3.98	HR-2 steel	485	8.04	HR-2 steel
3	3.18	OFHC	284	6.63	2169 steel
4	2.00	45 steel	503	3.99	45 steel

表 2　主要材料参数

Table 2　Material parameters used in simulations

Material	ρ_0 /(kg/m^3)	c_V /[kJ/(kg·K)]	G_S /(GPa)	β /(K^{-1})	Y_0 /(GPa)	Y_1 /(GPa)	K /(GPa)	γ_0	c_0 /(km/s)	λ
HR-2 steel[9]	7 816	0.501	77.85	1.65×10^{-5}	0.707	1.0	30[7]	1.92	4.4	1.55
2169 steel[3]	7 810	0.447	77	1.17×10^{-5}	0.8	0.8	25[7]	1.68	4.693	1.339
45 steel[8]	7 800	0.447	81.9	1.4×10^{-5}	0.813	1.013	30[7]	1.69	4.28	2.025

表 3　损伤度函数模型参数

Table 3　Parameters of damage function model used in simulations

Material	B/(GPa)	λ_1/(kJ/m^2)	σ_0/(GPa)	D_c	n	D_0	B_X
HR-2 steel	152.8[9]	18.0	0.7	0.04	5	10^{-4}	0.3
2169 steel	166.8[3]	7.5	0.87	0.02	5	10^{-4}	1.0
45 steel	164.2[8]	4.0	0.35	0.02	5	10^{-4}	0.3

关于损伤模型中几个参数 σ_0、λ_1、D_c、n、D_0 的选取[3],阈值应力在屈服强度附近,我们按照 $\sigma_0=(1+\nu)Y_0/[3(1-2\nu)]$ 来取,λ_1 值在 $10^3\sim10^4$ J/m^2 的范围内,D_c 在 0～0.1 的范围内,n 在 1～5 范围内,初始损伤 D_0 取为 10^{-4} 左右。

图 1～图 4 是由层裂实验结果得到的自由面速度剖面和数值计算结果,可以看出,只要选取合适的模型参数,无论是加载阶段还是卸载阶段,自由面速度在幅度和振荡周期两个方面的数值模拟结果均能与实验结果较好相符,这说明损伤度函数模型在二维程序里也能够较好地描述层裂动态损伤过程。

图 5 为模拟的 HR-2 钢层裂(实验 2,飞片和靶的直径均为 45 mm)后纵切面的图像,从图像来看,层裂片厚度也能与实验结果相符合,其中在对称轴附近相当宽的范围内,层裂图像和一维平面问题相吻合,只是在边缘部分存在二维效应。图 6～图 8 为计算的各实验模型不同时刻损伤度在靶内的分布,横坐标从计算原点开始算起,可以看出,在层裂面附近,损伤发展最快,随着远离层裂面,损伤发展越来越慢,较远的地方则几乎没有发展。

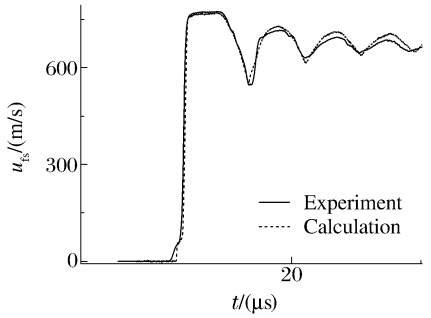


图 1 实验 1 自由面粒子速度剖面(HR-2 钢)

Fig. 1 Free-surface velocity profile for HR-2 steel

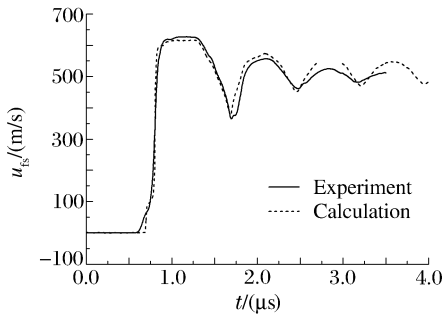


图 2 实验 2 自由面粒子速度剖面(HR-2 钢)

Fig. 2 Free-surface velocity profile for HR-2 steel

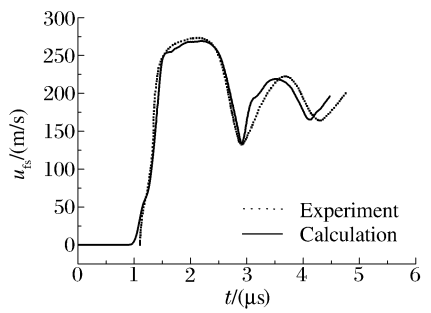


图 3 实验 3 自由面粒子速度剖面(2169 钢)

Fig. 3 Free-surface velocity profile for 2169 steel

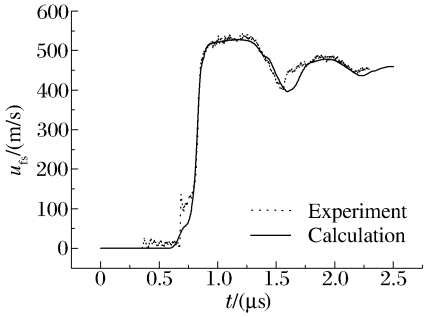


图 4 实验 4 自由面粒子速度剖面(45 钢)

Fig. 4 Free-surface velocity profile for 45 steel

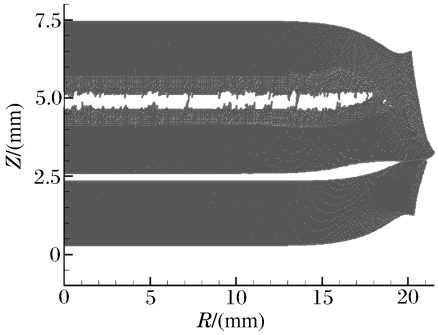


图 5 HR-2 钢层裂时刻图像

Fig. 5 Image of HR-2 steel spallation

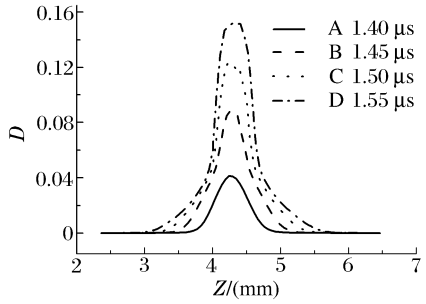


图 6 损伤分布(HR-2 钢)

Fig. 6 Damage distribution for HR-2 steel

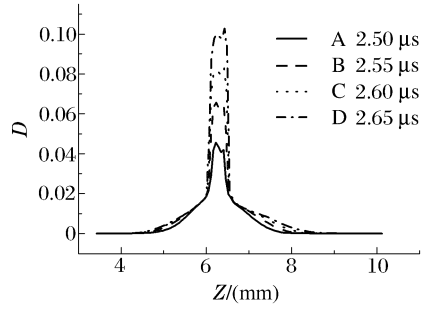


图 7 损伤分布(2169 钢)

Fig. 7 Damage distribution for 2169 steel

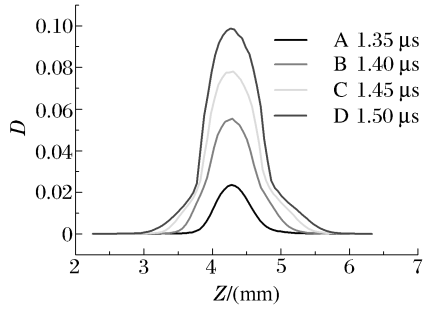


图 8 损伤分布(45 钢)

Fig. 8 Damage distribution for 45 steel

4.2 层裂强度的数值计算结果与实验结果

用损伤度函数模型对层裂过程进行数值模拟,给出的是材料单元所受应力的历史。本工作把断裂面处材料经受过的最大拉伸应力取作层裂强度的计算值,计作 σ_{f0}。由声学近似计算得到的层裂强度为

σ_{f1},其表达式[5]为

$$\sigma_{f1}=\rho_0 c_b(W_0-W_K)/2 \tag{16}$$

式中:c_b 为体积声速,W_0 是自由面速度极大值,W_K 是断裂形成的冲击波到达靶的原始自由面时得到的最低自由面速度。Gathers[6]对此作了如下的修正和改进

$$\begin{aligned}\sigma_{f2}&=\rho_0(W_0-u_F)\left[c_0+\lambda(W_0+u_F)\right]\\ u_F&=\frac{1}{2}\left(-\left(\frac{c_0}{\lambda}\right)+\left\{\left(\frac{c_0}{\lambda}\right)^2+2\left[\left(\frac{c_0}{\lambda}\right)(W_0+W_K)+(W_0^2+W_K^2)\right]\right\}^{1/2}\right)\end{aligned} \tag{17}$$

依据图 1～图 4 的自由面速度历史曲线,得到 3 种材料的层裂强度 σ_{f1} 和 σ_{f2},与数值计算得到的层裂强度 σ_{f0},一并列于表 4。

由表 4 看出,由声学近似得到的层裂强度 σ_{f1} 较低,修正值 σ_{f2} 比前者可提高 20%～50%,这与文献[8]的结论一致。另外,两发不同的 HR-2 钢实验的修正值可能体现了层裂强度对加载幅度的依赖性,或是对形变速率的依赖性。数值计算得到的层裂强度值 σ_{f0} 比修正值 σ_{f2} 还要高。关于这一点,将在下一节作进一步分析。

表 4　层裂强度的计算结果

Table 4　Computation results for spall strength

Material	σ_{f1}/(GPa)	σ_{f2}/(GPa)	σ_{f0}/(GPa)	Material	σ_{f1}/(GPa)	σ_{f2}/(GPa)	σ_{f0}/(GPa)
HR-2 steel	3.681	5.38	8.30	2169 steel	2.566	2.88	3.13
HR-2 steel	3.628	4.36	7.98	45 steel	2.303	3.93	4.62

4.3　铁材料层裂强度的理论值

对于层裂实验,由于冲击加载的温度较低,故可以忽略电子热压贡献,三项式状态方程简化为

$$p=p_X(v)+\frac{\gamma}{v}\frac{3R}{M}T \tag{18}$$

式中:$p_X(v)$为冷压,T 为温度,R 是摩尔气体常数,M 是摩尔质量。利用铁的相变点($p_t=13.2$ GPa,$(v_0-v_t)/v_0=0.0649$)以下的冲击压缩数据(p_H,v)[10-11]和文献[12]提供的冲击温度,假定温度与 p_H 线性关系近似,求出(p_H,v)数据点的温度,把他们一并代入方程(18),便得到(p_X,v)数据,将 $p_X(v)$线拟合式写成

$$p_X=a\delta+b\delta^2+c\delta^3 \tag{19}$$

式中:$\delta=(v_{0K}/v)-1$,$v_{0K}=0.126322\ \mathrm{cm^3/g}$ 为 $p_X=0$ 时的比容。拟合得到式中的系数 $a=185.98$ GPa,$b=136.36$ GPa,$c=-4\,809.74$ GPa。在 $v=v_f$ 处是(19)式表示的冷压线的拐点,负压达到最大值,因此

$$(\partial p_X/\partial v)_{v=v_f}=0 \tag{20}$$

此式就是拉伸断裂满足的条件。如果取断裂时的温度 $T\approx300$ K,由(18)式、(19)式和(20)式便可求出最大负压,$p_f=-10.94$ GPa,它可看作铁的理论层裂强度。简单比较可知,σ_{f0} 介于 σ_{f2} 和 p_f 之间,由于几种钢的主要成分是铁,可见我们的数值模拟结果是可以接受的。

用层裂强度作为材料的断裂判据,是把断裂看成一个瞬间发生的现象,即当拉应力达到层裂强度值时,材料立刻发生分离性断裂;而用损伤来分析层裂时,是把断裂看成是一个损伤演化并累积的过程,当材料的应力进入拉伸状态后,拉应力达到阈值应力,损伤开始发展,应力继续增大,到达所谓的层裂强度时,这时损伤也许并未达到临界损伤值,但这时损伤以较快的速度增长,增长到临界损伤时材料断裂。如文献[3]中所言,如果以简单的最大拉应力准则来模拟材料的层裂,以解析的层裂强度作为临界拉应力,却不能再现实验的自由面速度历史。可见,就层裂而言,材料内部的力学量变化是非常复杂的,要更好地解释其物理过程,有待进一步的研究。

5　总　结

(1) 通过对 3 种钢层裂问题的数值模拟,较好地再现了实测自由面的速度历史,模拟得到的损伤度剖面也符合其物理意义,说明损伤度函数模型在二维程序里的扩展是成功的。

(2) 在损伤模型嵌入二维程序后,为进一步探讨损伤度函数模型在其它复杂构型,如圆管膨胀断裂

问题、内爆层裂问题的应用研究提供了条件。

(3) 关于层裂强度,由于影响因素较多,比如应变率、温度等等,有待进一步研究。

感谢张林博士、毕延博士、唐小军硕士在本工作中提供的实验数据。

References:

[1] Dong Y B, Zhang W J, Jing F Q, et al. Numerical Analysis for Dynamic Damage Processes and LY-12 Aluminum Spallations [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1988, 2(4): 305-312. (in Chinese)
董玉斌,张万甲,经福谦,等. 动态断裂过程的数值分析及 LY-12 铝的层裂 [J]. 高压物理学报,1988,2(4):305-312.

[2] Cortes R, Elices M. Numerical Modeling of Ductile Spall Fracture[J]. Impact Eng, 1995, 16(2): 237-251.

[3] Feng J B, Jing F Q, Zhang G R. Dynamic Ductile Fragmentation and the Damage Function Model [J]. J Appl Phys, 1997, 81: 2575-2578.

[4] Flis W J, Miller S, Clark W J. DEFEL: A Finite-Element Hydrodynamic Computer Code [CP]. Dyna East Corp, 1984.

[5] Kanel G I, Razorenov S V, et al. Shock Waves Phenomena in Cohesion Medium [M]. Translated by Han J W. Mianyang: Institute of Fluid Physics, CAEP, 1998: 183-185. (in Chinese)
卡涅尔·Γ H,拉扎列诺夫·C B. 凝聚介质中的冲击波现象 [M]. 韩均万,译. 绵阳:中国工程物理研究院流体物理研究所,1998:183-185.

[6] Gathers G. Determination of Spall Strength from Surface Motion Studies [J]. J Appl Phys, 1990, 67(9): 4090-4092.

[7] Swegle J W, Grady D E. Shock Viscosity and the Prediction of Shock Wave Rise Times [J]. J Appl Phys, 1985, 58(2): 692-701.

[8] Zhang L, Zhang Z G, Qin X Y, et al. Dynamic Fracture and Mechanical Property of D6A, 921 and 45 Steels under Low Shock Pressure [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2003, 17(4): 305-310. (in Chinese)
张 林,张祖根,秦晓云,等. D6A,921 和 45 钢的动态破坏与低压冲击特性 [J]. 高压物理学报,2003,17(4):305-310.

[9] Charles E, Morris D. Los Alamos Shock Wave Profile Data [M]. Los Angeles: University of California Press, 1982: 118.

[10] Dennison B, Eric L. Peterson, and Stanley Minshall, Polymorphism of Iron at High Pressure [J]. J Appl Phys, 1956, 27(3): 291-298.

[11] Van M T, Kusubov A S, Mitchell A C. Compendium of Shock Wave Data [R]. UCRL-50108, 1967.

[12] Renkltf M B. Experimental Data of High Energy Density Cohesion Medium in Impact or Expanding Conditions [M]. Translated by Han J W. Mianyang: Institute of Fluid Physics, CAEP, 1997: 85-86. (in Chinese)
热尔诺科列托夫 · M B. 高能量密度下凝聚物质的冲击压缩和绝热膨胀的实验数据[M]. 韩均万,译. 绵阳:中国工程物理研究院流体物理研究所,1997:85-86.

2D Numerical Simulation of Spallation in Three Steels with the Damage Function Model

PEI Xiao-Yang[1], LI Ping[2], DONG Yu-Bin[1]

(1. *Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*;
2. *Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: A damage function model is implemented in 2D finite element code—DEFEL, with which the simulation of plate surface spallation testing is performed by using the material parameters of three type steel, HR-2, 2169 and 45. The effect of strain-hardening and Bauschinger are taken into account. The calculated free-surface velocity-time relation curves are consistent with the experimental results. The damage distribution and its development in the spalled layers are also given from the numerical results. The spall strength of materials from simulation is higher than that from acoustical approximation, but lower than theoretical spall strength. The analysis of the differences among them shows that the simulation is reasonable.

Key words: damage function model; numerical simulation; panel spallation