文章编号：1000-5773(2006)04-0365-07

有限杆中不可逆相边界的传播规律及其应用*

徐薇薇，唐志平，张兴华

（中国科学技术大学、中国科学院材料力学行为和设计重点实验室，安徽合肥 230027）

摘要：采用一种简单混合物相变本构模型，对不可逆相变材料有限杆中的宏观相边界传播规律进行了研究。结果表明，界面和加卸载条件对杆中相边界的传播有重要影响，不同界面条件下杆中新相体积含量的最终分布呈现出不同的形态。还解释了相变 Taylor 杆碰撞实验中发现的新现象，提出了利用冲击方法制备对称型梯度材料的可能性。

关键词：相边界；梯度材料；特征线法；相变 Taylor 杆试验

中图分类号：O347.4 **文献标识码**：A

1 引 言

相变材料中的冲击波往往具有三波结构：弹性前驱波、塑性波和相变波。在 x-t 图上，相变波分隔着未相变区和相变区，构成所谓的“宏观相边界”。相边界除了力学意义上的间断外，在物理意义上它主要是一种物质间断面。因此，对宏观相边界传播规律的研究，将有助于了解相变材料的动力学响应，并可能揭示出一些不同于普通冲击波的特殊现象，对于材料的冲击响应、应力波理论的拓展以及新型材料的冲击合成，具有重要的参考价值。

尽管冲击相变领域已有了广泛的研究，有关冲击下宏观相边界传播规律的研究却少见文献报道。Abeyaratne 等[1]研究了不稳定弹性材料中相边界传播的定解问题，其理论的核心是成核判据和动力学关系，所讨论的相边界是不同相的截然分界面，更接近微观意义。Chen[2]、Bekker 等人[3]分别采用不同的本构模型计算了形状记忆合金的热力耦合的撞击问题，但没有考虑卸载过程。王文强等[4]使用 Tang 等在研究 CdS 时提出的本构模型[5-6]，研究了宏观相边界的传播，考虑了不同的加卸载应力边界条件。最近，Dai 等人[7]对宏观相边界的传播规律进行了较为系统的研究并发现了一些新现象，例如可逆相变材料的卸载相边界可能出现分叉，而不可逆相变材料可能出现成分连续变化的混合相区，并提出了利用这种现象制备梯度材料的可能性，但他们的研究仅限于半无限介质，没有计及有限边界的影响。本工作是在文献[7]的基础上，试图对有限杆中的不可逆相边界的传播规律及其应用作进一步的探讨，着重考虑边界条件的影响。

2 模 型

采用 Tang 等[5-6]在研究冲击下 CdS 材料从纤锌矿结构（Ⅰ相，广义奥氏体相）至岩盐矿结构（Ⅱ相，广义马氏体相）的一级相转变时提出的本构模型，但不考虑逆相变（图 1），类似于形状记忆合金的形状记忆效应（SME）。相变时 CdS 从弹性段直接进入相转变，因此该本构模型适用于一般热弹性马氏体相

* **收稿日期**：2006-05-12；**修回日期**：2006-08-01

基金项目：国家自然科学基金(10672158)

作者简介：徐薇薇(1980—)，女，博士研究生，主要从事冲击相变研究. E-mail：wwxu@mail.ustc.edu.cn

通讯作者：唐志平(1945—)，男，硕士，教授，主要从事冲击动力学、多尺度方法、激光推进研究. E-mail：zptang@ustc.edu.cn

变。图中 OB 为纯Ⅰ相，EF 为纯Ⅱ相，B 和 E 分别为相变起始点和完成点，F 为 OB 延长线与 EF 的交点。在本文中以拉为正，故图 1 中纵向应力和应变 σ、ε 加负号表示受压。

当材料从纯Ⅰ相开始加载时，其加载曲线沿 $OBEF$。而从任一应力应变点卸载时，由于不发生逆相变，由简单混合物关系可得其卸载路径将沿该点与 F 点的连线进行（如图 1 中 UG、EH 等）。该模型的数学表述见(1)式和(2)式。(1)式中：E_1、E_m、E_2 分别表示纯Ⅰ相、混合相和纯Ⅱ相的纵向模量；σ_B、ε_B、σ_E、ε_E 表示 B 点和 E 点的应力和应变。

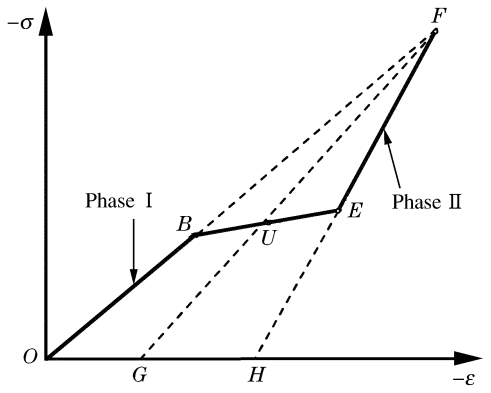


图 1 一级不可逆相变材料的加卸载曲线

Fig. 1 Loading and unloading curves of materials undergoing irreversible phase transition

加载时

$$\sigma=\begin{cases}E_1\varepsilon & |\sigma|\leqslant|\sigma_B|\\ \sigma_B+E_m(\varepsilon-\varepsilon_B) & |\sigma_B|\leqslant|\sigma|\leqslant|\sigma_E|\\ \sigma_E+E_2(\varepsilon-\varepsilon_E) & |\sigma|\geqslant|\sigma_E|\end{cases}\tag{1}$$

卸载时

$$\sigma=\sigma_U+\frac{\sigma_F-\sigma_U}{\varepsilon_F-\varepsilon_U}(\varepsilon-\varepsilon_U)\tag{2}$$

由图 1 可知，混合相中Ⅱ相体积分数 ξ 可由该点卸载到零后的残余应变占总的相变应变 ε_H 的比值来表述。例如 G 点处于混合相，其新相成分应为 $\varepsilon_G/\varepsilon_H$，而 ε_G 由 U 点应力所决定。由图 1 中几何关系并联立(1)式、(2)式得

$$\xi=\begin{cases}100\% & |\sigma_{max}|\geqslant|\sigma_E|\\ \dfrac{\sigma_{max}-\sigma_B}{\sigma_F-\sigma_{max}}\cdot\dfrac{E_2}{E_m}\cdot\dfrac{E_1-E_m}{E_2-E_1}\times100\% & |\sigma_B|<|\sigma_{max}|\leqslant|\sigma_E|\\ 0 & |\sigma_{max}|<|\sigma_B|\end{cases}\tag{3}$$

式中：σ_{max}、ε_{max} 表示该物质点加载历史上曾经达到的最大应力和应变。

3 右端为自由面的有限杆中宏观相边界的传播

3.1 解析解

考虑具有上述本构关系的一维有限杆，初始时刻是纯Ⅰ相，位于坐标轴上[0，9 cm]区间，密度为 4 830 kg/m^3，其余材料常数见表 1，$t=0$ 时刻，左端受突加矩形冲击载荷。该问题可由应力波理论求得解析解[8]。当加载脉冲幅值为 −10 GPa、脉冲时间为 10 μs 时，杆中的波系传播如图 2 所示，图 2(a)为波系在时空域内的传播，图 2(b)给出了图 2(a)中各区在应力-粒子速度域内所对应的状态，图中粗实线为相边界，细实线为弹性波，虚线为应变间断面，相边界和应变间断面都是物质间断面，不过前者为运动相边界（波），后者则为静止相边界。由于脉冲时间较短，左端面产生的右行弹性卸载波 2-3 将追上右行相变波 1-2 并对其卸载，形成应变间断面（4l/4r）。该应变间断面两侧材料处于不同的Ⅱ相含量状态。削弱后的相变波遇到自由面反射回来的左行弹性卸载波 1-5 后再次被削弱，产生又一道应变间断面（6l/6r），并使相边界消失。对于不可逆相变，杆中不同位置的两相含量应由该位置曾经历的最大应力幅值决定。图 2(a)中 X 轴上的 AB 为纯Ⅱ相段，BC 为混合相段，CD 为纯Ⅰ相段，整个杆成为一个物质不连续体。

当加载应力幅值提高或脉冲时间延长时，加载相边界传播的深度会随之增加，但由于自由端应力恒为零，加载相边界不可能到达自由端。

表 1 计算采用的不可逆相变材料参数[5-6]

Table 1 Material parameters applied for calculation[5-6]

σ_B/(GPa)	ε_B	σ_E/(GPa)	ε_E	σ_F/(GPa)	ε_F	E_1/(GPa)	E_m/(GPa)
−2.333	−0.046	−3.303	−0.256	−23.7	−0.468	50.7	4.623

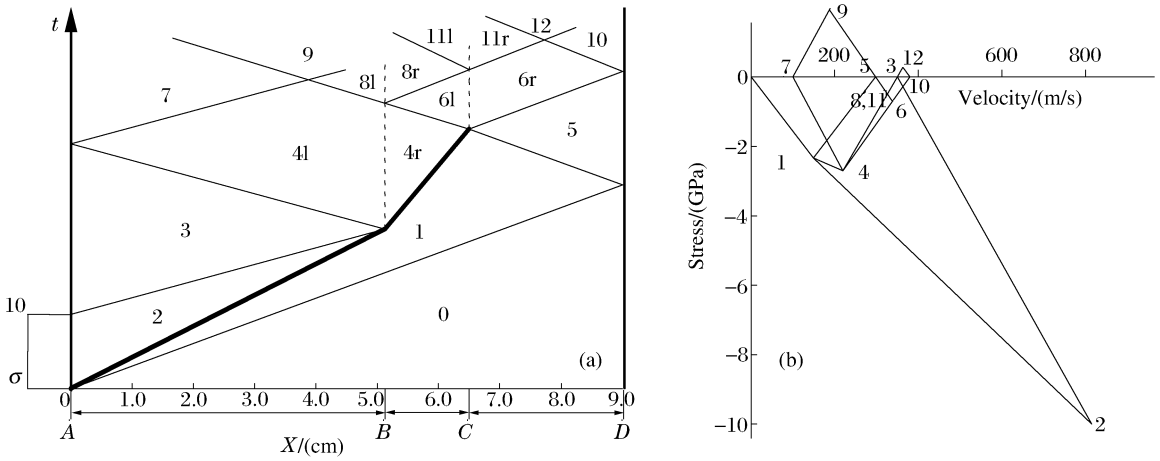


图 2　右端面是自由面时的杆中波系图

Fig. 2　Wave pattern in a rod with free surface at the right end

3.2　数值解

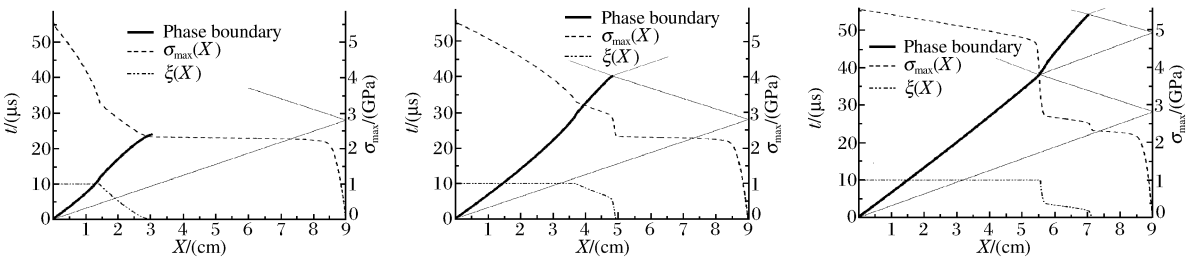
对于连续卸载条件,形成的混合相区内成分是连续变化的,这时必须使用数值方法。文献[9]比较了有限差分法和王文强等[5]提出的一种计算连续卸载条件下相边界传播的数值方法,结论是两种方法的计算结果基本吻合。本研究采用有限差分法。

考察两种加载条件下相边界的传播和Ⅱ相分布规律:(1) 加载幅值和卸载方式相同(杆左端受突加载荷,紧接着线性卸载,如(4)式所示),但持续时间不同;(2) 加载幅值和持续时间相同,但卸载分为线性卸载((4)式)和抛物线卸载((5)式),式中:σ^* 为峰值应力,t_0 为脉冲持续时间。材料参数和几何参数同上节。

$$\sigma_0(t)=\begin{cases}\sigma^*\left(1-\dfrac{t}{t_0}\right) & t<t_0\\ 0 & t\geqslant t_0\end{cases} \tag{4}$$

$$\sigma_0(t)=\begin{cases}\sigma^*\left(1-\dfrac{t}{t_0}\right)^2 & t<t_0\\ 0 & t\geqslant t_0\end{cases} \tag{5}$$

对第 1 种条件,图 3 给出了 $\sigma^*=-5$ GPa、t_0 分别为 20 μs、50 μs 和 160 μs 时的计算结果,图中粗实线为相边界,细实线为弹性波,虚线为杆中各点经历过的最大应力的分布 $\sigma_{\max}(X)$,点划线为杆中的Ⅱ相体积含量分布 $\xi(X)$($\xi=1$ 表示纯Ⅱ相,0 表示纯Ⅰ相)。图 3 表明在相同的应力幅值条件下,应力脉冲时间越长,Ⅱ相传入深度越深,而且由Ⅰ相→Ⅱ相的过渡模式也发生了变化:当应力脉冲持续时间较短时(图 3(a)),杆中纯Ⅰ相到纯Ⅱ相是近似线性连续过渡的,随着脉冲时间的增加(图 3(b)、图 3(c)),过渡区逐渐右移,Ⅰ相到Ⅱ相的连续过渡区前方出现一到多个强间断。这是因为当脉冲较短时,相边界主要受左边加载端连续卸载波的追赶卸载直至消失,脉冲较长时,相边界除受加载端的连续追赶卸载外,还受到右端自由面反射的左行弹性波的迎面卸载,后者导致应力、Ⅱ相成分 $\xi(X)$ 分布出现间断。



(a) $t_0=20$ μs　　(b) $t_0=50$ μs　　(c) $t_0=160$ μs

图 3　右端自由面杆中 $\xi(X)$、$\sigma_{\max}(X)$ 分布($\sigma^*=-5$ GPa)

Fig. 3　$\xi(X)$, $\sigma_{\max}(X)$ distribution along the rod with free right end ($\sigma^*=-5$ GPa)

对于第 2 种条件，即卸载方式的影响的计算结果示于图 4，设加载应力峰值和脉冲持续时间相同（$\sigma^*=-5$ GPa、$t_0=30$ μs），图 4 左图对应突加载荷、线性卸载（(4)式），右图对应突加载荷、抛物线卸载（(5)式）。从两类边界条件下杆中的Ⅱ相百分含量分布，可见线性卸载条件下Ⅱ相传入深度较深。

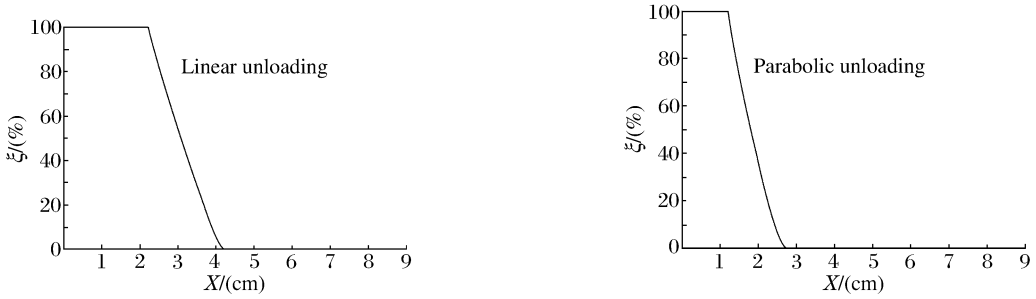


图 4 $t_0=30$ μs、$\sigma^*=-5$ GPa 时两类应力加载条件下杆中的Ⅱ相分布

Fig. 4 Ⅱ phase volume fraction distribution along the rod under two types of stress loading conditions when t_0 is 30 μs and σ^* is −5 GPa

4 右端为刚壁时的宏观相边界的传播

4.1 解析解

矩形脉冲加载且右端为刚壁时的解析计算结果示于图 5，材料参数和加载条件同 3.1 节，杆长仍为 9 cm。图 5(a)为波系在时空域内的传播图，图 5(b)给出了图 5(a)中各区在应力-速度域内所对应的状态，图中粗实线为相边界，细实线为弹性波，虚线为应变间断面。图中右行弹性加载波 0-1 遇刚壁后反射一道相变加载波 1-5（图中 M 处），而弹性卸载波 5-10r 由于波后的粒子速度小于零，遇到刚壁后为了使其粒子速度回到零，刚壁起应力卸载作用，故反射一道弹性卸载波 10r -11r（图中 N 处）。杆中Ⅱ相分布很不均匀，图 5(a)中 AB 段和 CD 段为纯Ⅱ相，BC 段Ⅱ相含量大约为 1/3，DE 段的Ⅱ相含量则约为 2/3。

比较 3.1 节和 4.1 节可以看出，右端面不同的约束条件，对杆中相边界的传播有很大影响，直接影响了杆中的两相物质分布。

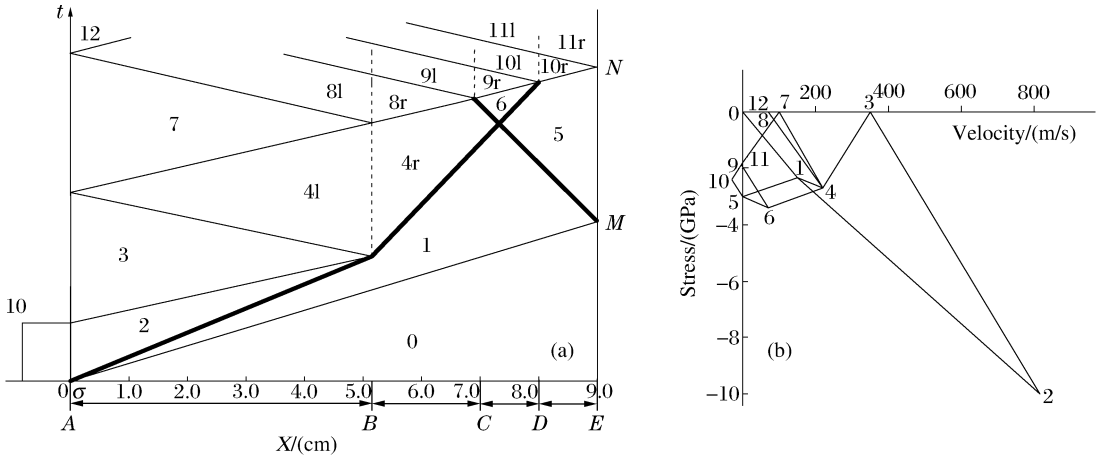


图 5 右端面是固壁、加载应力脉冲时间较短时杆中的相边界传播波系图

Fig. 5 Wave pattern for phase boundary propagation in a rod with the fixed right end condition when the duration of loading pulse is short

4.2 数值解

采用与 3.2 节相同的参数，计算了长 9 cm 的杆左端面处于突加应力载荷、抛物线卸载、右端面为刚

壁的情况下,杆中的Ⅱ相含量的分布规律。右端刚壁条件使得入射弹性波反射为左行相边界,该相边界先与右行相边界相遇加载,之后两道相边界在右行卸载波的不断卸载作用下衰减乃至消失,从而在杆右端产生另一个梯度相变区。值得注意的是,由于相变本构的特殊性,右端部尽管会出现Ⅱ相含量较高的区域,但不一定能达到纯Ⅱ相。该相变区和杆左端的相变区构成杆中Ⅱ相含量的"马鞍形"分布,其分布规律与峰值应力 σ^* 和脉宽 t_0 有关。图 6 给出 $t_0=10$ μs、σ^* 分别 −5 GPa、−10 GPa、−20 GPa 时Ⅱ相的分布。这种"马鞍形"分布启示了采用刚壁条件并通过控制应力脉冲的方式得到近似对称分布的功能梯度材料(FGM)的可能性。

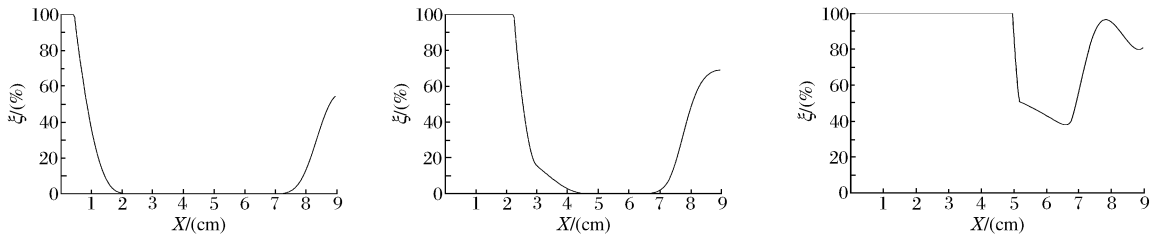


图 6　刚壁条件下杆中的Ⅱ相分布($t_0=10$ μs)

Fig. 6　Ⅱ phase volume fraction distribution along the rod with fixed right end($t_0=10$ μs)

5　有限杆中不可逆相边界传播理论的应用

5.1　解释相变 Taylor 杆实验

最近,郭扬波等人[10]应用 Taylor 杆撞击试验研究了 NiTi 合金的动态相变行为,称为相变 Taylor 杆试验(PTTT)。Taylor 杆试验方法是 Taylor 在研究材料动塑性时提出的,此技术通过两根完全相同的杆以一定速度对撞或以一根杆撞击刚壁,由杆变形前后的变形尺寸来计算材料的动态屈服强度,考核材料本构模型。

郭扬波等使用轻气炮装置进行了速度范围 47～175 m/s 的对称碰撞试验,杆材为形状记忆状态(SME)的 NiTi 合金。图 7给出了 4 种碰撞速度下回收杆的外形轮廓(为显示杆的变形,图中杆径方向放大了 120 倍)。当碰撞速度较低时,回收杆中形成 3 个特征变形区:从碰撞面开始依次为基本均匀的主变形区,梯度变形区和弹性未变形区;碰撞速度较高时,只形成 2 个特征变形区:均匀主变形区和梯度变形区,与传统的弹塑性 Taylor 杆的变形状态(通常呈蘑菇头状[11])明显不同。

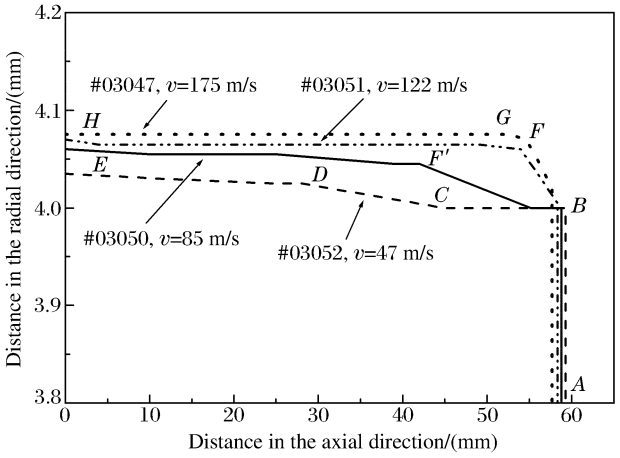


图 7　4 种不同冲击速度下相变 Taylor 杆试验回收的杆的外形轮廓

Fig. 7　The figures of the recovered NiTi rod under four different impact velocities

应用 3.1 节中的分析可以得到相变 Taylor 杆中的作用波系(图 8),从而解释实验结果。图中右行相变波经多次卸载后,将在 C 点处消失。C 点右边的材料处于原来的Ⅰ相状态。这样,在杆中将形成以均匀主变形区 DE、梯度变形区 CD 和弹性区 BC。当碰撞速度很高时,由于相变波的强度高,多次卸载尚不足以使相变波消失,相变波几乎可以传播到杆的自由端,从外观看,形成均匀变形的主变形区(Ⅱ相)和梯度变形区(混合相区)。

相边界(波)的传播将冲击能量传入杆的纵深,使更多的材料产生大应变,提高了杆的吸能性,特别

是由于材料的 SME 特性，加温后产生逆相变能使杆恢复原状而反复使用。因此，可以预测相变材料在抗冲吸能方面将有重要应用。

5.2 制备对称型梯度材料

梯度材料(Functionally Graded Materials，简称 FGMs)通常指通过连续(或准连续)的改变两种材料的成分得到的性能渐变的新型非均质复合材料。

相变材料受冲击载荷时，材料内部传播的相边界区分开相变区和未相变区。材料发生相变后，实际上已变为另一种材料，因此相边界实质上是一种材料界面。由前面 4.2 节中的计算结果可以知道，由于杆左端的外加应力载荷和右端刚壁的应力加卸载作用，杆中两相分布呈现两端Ⅱ相含量高、中部含量低的“马鞍形”。加载应力幅值越高(或加载脉冲时间越长)，两端Ⅱ相高含量区向中央的传入深度越大。在不发生逆相变的情况下，通过控制应力脉冲的形状、幅值和脉冲长度来制备材料特性基本呈对称分布的功能梯度材料，是一种值得尝试的新途径。

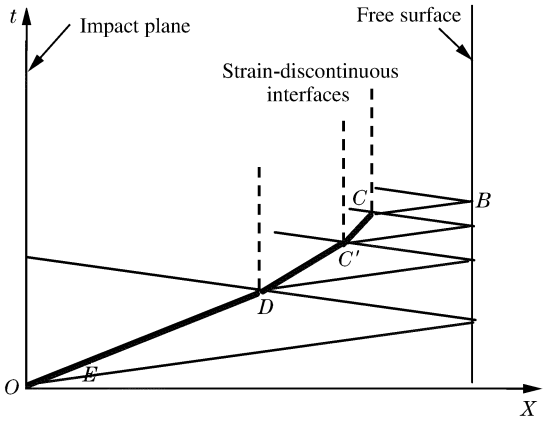


图 8 杆中波传播过程的 X-t 图

Fig. 8 The X-t figure for the wave propagation process in the rod

6 总结和讨论

采用一种简单混合物相变本构模型，对不可逆相变材料一维有限长杆中的宏观相边界传播规律进行了研究。应用应力波理论和有限差分法，得到了不同的端部边界条件下杆中宏观相边界传播的解析和数值解。分析了端部边界条件对杆中相转变的影响。应用该理论较成功地解释了郭扬波等[10]最近在相变 Taylor 杆中发现的实验新现象。同时提出了通过控制应力加载脉冲的形状、幅值、长度和边界条件，制备对称型梯度材料的可能性。

尽管本工作研究的是一维 SMA 杆，但提出的概念和方法以及研究结果完全可以推广到一般的热弹性马氏体相变材料和平板撞击条件(即一维应变)。需要指出的是，相变实际上是一个热力双因素控制的过程，本研究为了简化分析没有考虑温度的影响。

References:

[1] Abeyaratne R, Knowles J K. On a Shock-Induced Martensitic Phase Transition [J]. J Appl Phys, 2000, 87(3): 1123-1134.

[2] Chen Y C, Lagoudas D C. Impact Induced Phase Transition in Shape Memory Alloys [J]. J Mech Phys Solids, 2000, 48(2): 275-300.

[3] Bekker A, Jimenez-Victory J C, Popov P, et al. Impact Induced Propagation of Phase Transformation in a Shape Memory Alloy Rod [J]. Int J Plasticity, 2002, 18: 1447-1479.

[4] Wang W Q, Tang Z P. Propagtion of Macroscopic Phase Boundary under Shock Loading [J]. Explosion and Shock Waves, 2000, 20(1): 25-31. (in Chinese)
王文强，唐志平. 冲击下宏观相边界的传播 [J]. 爆炸与冲击，2000，20(1)：25-31.

[5] Tang Z P, Gupta Y M. Shock Induced Phase Transition in Cadmium Sulphide Dispersed in an Elastomer [J]. J Appl Phys, 1988, 64: 1827-1837.

[6] Tang Z P, Gupta, Y M. Phase Transition in Cadmium Sulfide Single Crystals Shocked along the c Axis [J]. J Appl Phys, 1997, 81(11): 7203-7212.

[7] Dai X Y, Tang Z P, Xu S L, et al. Propagation of Macroscopic Phase Boundaries under Impact Loading [J]. Int J Impact Eng, 2004, 30: 385-401.

[8] Wang L L. Foundation of Stress Waves(2nd ed) [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2005. (in Chinese)

王礼立. 应力波基础(第 2 版) [M]. 北京:国防工业出版社,2005.

[9] Dai X Y, Tang Z P. Formation of Functionally Graded Material during the Propagation of Phase Boundary under Shock Loading [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2003, 17(2): 111-116. (in Chinese)
戴翔宇,唐志平. 冲击相边界传播过程中梯度材料的形成 [J]. 高压物理学报,2003,17(2):111-116.

[10] Guo Y B, Tang Z P, Zhang X H. Phase Transition Taylor Test [A]//Alves M, Jones N. Impact Loading of Lightweight Structures, WIT Transactions on Engineering Sciences Vol 49 [C]. Southampton: WIT Press, 2005: 241-255.

[11] Wilkins M L, Guinan M W. Impact of Cylinders on a Rigid Boundary [J]. J Appl Phys, 1973, 44: 1200-1206.

Propagation of Irreversible Macroscopic Phase Boundaries along a Finite Rod under Dynamic Loading

XU Wei-Wei, TANG Zhi-Ping, ZHANG Xing-Hua

(*Key Laboratory for Mechanical Behavior an Design of Materials (LMBD), Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei* 230027, *China*)

Abstract: The rules regarding the propagation of irreversible phase boundaries along a finite rod are investigated with a phase transition constitutive model based on the simple mixture theory. The results show that the boundary and loading/unloading conditions strongly affect the propagation pattern of the phase boundaries, and the final distribution shapes of the volume fraction for the product phase along the rod are different under various end boundaries. The new phenomena observed in the recent Taylor bar tests are explained in this paper, and the possibility for producing symmetric distributed functionally graded materials with impact method is proposed.

Key words: phase boundary; functionally graded material; characteristic line method; PTTT