文章编号：1000-5773(2005)04-0385-05

耦合方法在超高速碰撞数值模拟中的应用*

武玉玉，何远航，李金柱

（北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室，北京 100081）

摘要：相比于传统的数值方法，无网格光滑粒子法（SPH：Smoothed Particle Hydrodynamics）更适合模拟超高速碰撞问题，它能够清晰地模拟材料界面，并且能够克服中网格大变形导致的数值不稳定。然而在SPH方法中，为了得到 t 时刻一个节点上的物理量，需要先找出与它相互作用的临近节点，导致计算速度很慢，计算所需的时间远远大于有限元方法所需的时间。采用SPH与Lagrange法相耦合的方法对3D超高速碰撞过程进行了模拟研究。计算结果表明：SPH与Lagrange法耦合方法的计算结果与SPH计算结果精度接近，并且能够大大地节省计算时间。

关键词：SPH；耦合方法；数值模拟

中图分类号：O347.1 **文献标识码**：A

1 引 言

进行超高速碰撞研究时，受实验条件、实验经费的限制，加上超高速研究高速碰撞理论还很不完善，不能由低速实验结果通过理论分析而推导出更高速度下的具体结果，因此研究常常借助于数值模拟来进行。数值模拟研究不仅可以大大节省实验经费，而且还可使研究人员获得完美的数字化的虚拟实验结果，同时能对实验的结果和理论进行有效的补充。传统的数值方法有Euler法、Lagrange法和ALE法。Euler法采用固定网格，材料从这些固定的网格中流过，这种方法通常适用于模拟大变形和液体的流动，但是计算周期长，且不能跟踪材料界面；在Lagrange方法中网格和材料是一起发生变形的，这样有利于跟踪物体的运动，特别是容易识别物体的界面，它具有计算快和材料界面清晰的优点，但是在涉及到大的材料变形时，Lagrange法在网格发生大变形的区域可能导致数值不稳定和非常小的时间步，甚至使计算中止[1]；ALE方法是Euler法和Lagrange法的混合，它具有Euler法和Lagrange法的优点，虽然适合于描述超高速碰撞问题，但是其理论与算法较复杂，在具体编程和工程中不易于实现。

光滑粒子方法（SPH）是一种典型的无网格Lagrange数值方法，它通过带质量、动量、能量等的离散节点（又称粒子）来构成计算域，不同材料的节点自然地构成界面，材料间的相互作用便可以由节点间的相互作用来自然地模拟；同时由于这种方法不需要网格，特别适宜于模拟大变形问题。因此从理论和逻辑上，SPH方法都能够自然地模拟高速碰撞、侵彻贯穿等物理现象。然而，这种算法要求节点的初始质量和坐标满足一定的条件，也就是同一材料的所有SPH节点应具有相同的质量，即同种材料的节点（具有相同的初始密度）具有相同的尺寸。为了实现这一规则，SPH节点应分布在均匀的网格上。为了能够更好地模拟材料间的相互作用，SPH节点（在SPH方法中，节点即是单元）边长一般都取很小的值。对于同样的计算模型，采用SPH方法计算所需时间比较长，特别是在计算模型很大的情况下，对于一般的计算机来说内存和时间都是工程项目所不能接受的。

本工作采用SPH和Lagrange法相耦合的方法来模拟超高速碰撞碎片云的形成过程。计算结果表明：SPH与Lagrange耦合方法的计算结果良好，能够大大地节省计算时间。

* **收稿日期**：2004-09-09；**修回日期**：2004-12-13

作者简介：武玉玉（1970—），女，硕士，主要研究方向为高速撞击动力学和流体力学. E-mail：wuyuyu1980@126.com

2 SPH 方法

SPH 是基于以密度、速度、能量等为变量的偏微分方程组的。对于任意一个场函数 f,用一系列节点将其离散化,采用积分式的级数来表达。这样,整个流场变成了一系列节点的表达,每个节点又由周围的节点表达,所有力学量都由这些节点负载。最后将流体力学基本方程化为 SPH 数值计算用的方程组,节点按照这些计算公式任意流动。在 SPH 算法中,为了获得节点 I 在某一时刻的值,需要先确定其临近节点与其之间的相互作用。与节点 I 相互作用的节点均在以粒子 I 为圆心、$2h$ 为半径的球内,其中 h 是光滑半径长度。节点 I 与其临近节点之间的相互作用如图 1 所示,这个作用将通过核函数来进行估计。

SPH 采用显式时间-马赫数方法来推进求解计算,计算过程如下:在初始时刻节点的各个物理量如密度 ρ、速度 U、内能 E、偏应力 S、位置 x 等都是已知的,粒子在 $t+\delta t$ 时刻各物理量值可以根据 t 时刻的相应值按照方程(1)~方程(5)得到

$$\rho^{n+1}=\rho^{n}(1-D\delta t^{n}) \tag{1}$$

$$u_{\alpha}^{(n+1)/2}=u_{\alpha}^{(n-1)/2}+\frac{1}{2}(D\delta t^{n}+D\delta t^{n-1})F \tag{2}$$

$$E^{n+1}=E^{n}+D\delta t^{n}G \tag{3}$$

$$S_{\alpha\beta}^{n+1}=S_{\alpha\beta}^{n}+D\delta t^{n}H \tag{4}$$

$$x_{\alpha}^{n+1}=x_{\alpha}^{n}+u_{\alpha}^{(n+1)/2}\delta t^{n} \tag{5}$$

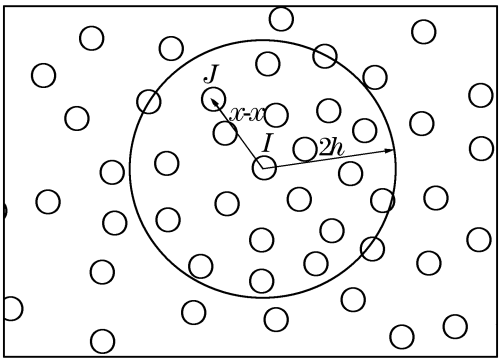


图 1 电粒子 I 与其临近粒子的相互作用

Fig. 1 The interactions between node I and its neighboring nodes

式中:上标 n 代表前一次积分计算时刻 t 时的相应值,而上标 $n+1$ 代表在下一时刻 $t+\delta t^{n}$ 时刻的相应值。时间步 δt^{n} 表示从 t 时刻的时间步长,而 δt^{n-1} 表示下一时刻的时间步长。下标 α、β 都代表空间方向,表示位置和速度矢量,下标 $\alpha\beta$ 表示应力张量。变量 D、F、G、H 分别表示每个节点上的体应变、总体加速度、单位质量所作的功和应变率。时间步长的确定:计算每个节点上的 $\omega h/(c+s)$,其中 c 是声速,s 是节点速度,h 插值函数中的光滑长度,ω 是稳定性常系数因子,取 0~1 之间的数,通常取 0.3。

如前所述,为了得到某一时刻节点 I 上的物理量,需要先找出与它相互作用的临近节点。假设某一计算区域有 N 个节点,这样节点必须跟另外的$(N-1)$个节点都进行比较,确定它们间的距离,进而确定与其相互作用的节点。显然,节点数目越多,就越耗费时间,这正是造成 SPH 算法耗时的主要原因,而且每一时刻的物理量都是如此计算的,因此十分耗费计算资源。

结合 SPH 方法和 Lagrange 法各自的优点,本工作采用 SPH 和 Lagrange 法相耦合的方法来计算 3D 超高速碰撞问题。

3 耦合方法

耦合方法实际上就是对于同一材料的不同计算区域,或者不同材料采用不同的方法来离散计算域。SPH 与 Lagrange 的计算过程采用同样的计算公式,二者之间的主要不同点在于 SPH 算法采用离散的节点来模拟计算域,而 Lagrange 采用连续的单元来离散计算域。如果将 SPH 粒子视为只有一个节点的单元,SPH 方法很类似于 Lagrange 法[2]。在耦合方法中,采用不同方法离散的计算区域在界面上存在相互作用,因此需要定义它们间的作用。在本文中,这种相互作用通过接触算法来定义。有限元方法中的接触算法中,通常定义从节点(即一组节点)和一个主表面(一组单元所附着的表面),然后定义二者之间的接触作用。对于一个有限元网格来说,一个从节点即是一个网格表面上的一个节点,主表面即是有限元单元某一侧的表面。在本文的 SPH 与 Lagrange 耦合方法中,将 SPH 节点定义为从节点,将与 SPH 节点接触的界面上的 Lagrange 单元表面定义为主表面。

3.1　模型的建立

现举例说明本研究所采用的 SPH 和 Lagrange 法相耦合方法的几何模型的建立:建立模型时取单元边长为 0.02 cm,板的总尺寸为 4 cm×4 cm×0.08 cm(分别为板的长、宽、厚度),板的中心采用 SPH 单元来建立模型,用 SPH 节点建模的中心尺寸为 0.5 cm×0.5 cm×0.06 cm(分别为板的长、宽、厚度)。除此以外四周的板采用 Lagrange 单元来建立模型。在 SPH 节点和 Lagrange 单元耦合的界面上,SPH 单元和紧邻的 Lagrange 单元之间的距离为 0.01 cm,并且界面上的这些 Lagrange 单元边长与中心板上的 SPH 节点边长取同样尺寸,即 0.02 cm,四周采用 Lagrange 单元板的网格由耦合处开始逐渐由密集到稀疏,这样板由 40 784 个 SPH 节点和 104 719 个 SOLID 单元组成。弹丸采用 SPH 来模拟,共有8 217个节点。在中心板节点与四周 Lagrange 单元间定义节点到面上的绑定(Tied)接触,图 2 是 SPH 节点被绑缚在有限元单元上的示意图。在弹丸节点与板周围 Lagrange 单元之间定义侵彻(Eroding)接触[3]。图 3 是板采用 Lagrange 单元与 SPH 耦合方法的网格划分图。

对同一块板,若采用 SPH 方法来进行建模,而且 SPH 节点边长也取 0.02 cm,那么板将有 145 524 个 SPH 粒子,是采用耦合算法的 SPH 单元的 3 倍,可以看出大大增加了 SPH 节点的数目。但是耦合方法模型的建立比较复杂,而 SPH 方法模型的建立很简单。

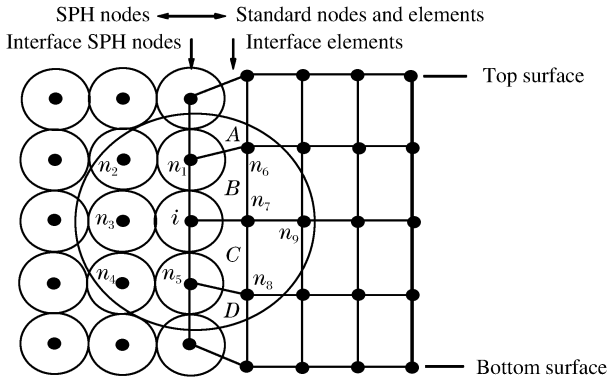


图 2　SPH 节点被绑缚在有限元单元上的示意图

Fig. 2　The schematic view of the SPH Nodes tied to the FEM elements

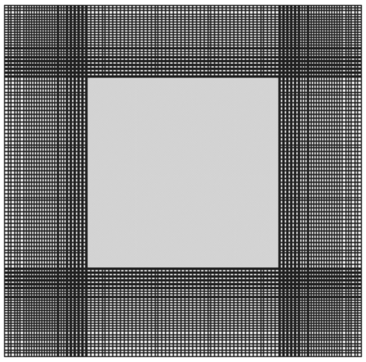


图 3　Lagrange 单元与 SPH 节点耦合的网格划分

Fig. 3　The meshing for the plate in the coupling method of SPH and Lagrange

3.2　耦合方法的求解

由于初始时刻 SPH 节点与 Lagrange 单元上所有节点的速度、位移是已知的,耦合方法中,物理量的求解过程如下:对于非接触表面的 SPH 节点和 Lagrange 单元,从所有节点上的已知速度和位移开始,由有限元单元上的物理量来计算相应有限元单元上的应力、应变率等,而 SPH 节点上的物理量来计算 SPH 粒子上的应力、应变率;在此基础上,根据材料模型来确定材料的应力、应变率等,确定每个有限元单元节点上的力和 SPH 粒子及其粒子周围临近节点上所受的力;然后计算下一时刻所有节点上的速度和位移,如此循环计算整个求解时间内的解。对于计算接触表面 SPH 节点上的力(加速度)时,要考虑 Lagrange 单元对其作用,反过来也一样,计算和 Lagrange 单元上的力(加速度)时,要考虑 SPH 节点对其的作用。

4　算　例

4.1　材料参数与材料模型

针对上面建立的模型,分别采用耦合方法和 SPH 方法进行了计算。为了和已有的速据进行比较,计算中采用 1100-铝弹丸、6060-T6 铝薄板,其中弹丸直径为 0.5 cm,弹丸速度为 6 km/s。在超高速碰撞情况下,弹丸和薄板的性态已不属于结构动力学范围,而是属于类似可压缩流体的流体动力学过程。1100 铝和 6061-T6 铝材料在本研究所选取的碰撞几何参数条件下已经具有了流体的性质,因此在计算

中,弹丸材料和靶板材料模型均采用流体弹塑性模型(Mat-Elastic-Plastic-Hydro)。流体弹塑性模型可以用来描述材料随着压力的增大由弹性变形变化到塑性变形直到材料具有流体性质这样一种变化过程。表 1 给出了计算中弹丸和薄板的参数。

表 1 弹丸材料参数

Table 1 The parameters of the projector material and the plate material

Material	Density /(g/cm^3)	Material modeling	EOS	Yield stress /(GPa)	Sound speed (km/s)	Grüneisen constant	Failure strain
1100-Aluminum	2.67	E-P-Hydro	Grüneisen	0.345	5.10	2.0	3.0
6061-T6 Aluminum	2.84	E-P-Hydro	Grüneisen	0.290	5.24	2.0	3.0

4.2 数值模拟结果

图 4 是采用耦合方法模拟弹丸撞击薄板形成的碎片云图,图 5 是采用 SPH 方法模拟弹丸撞击薄板形成的碎片云图。

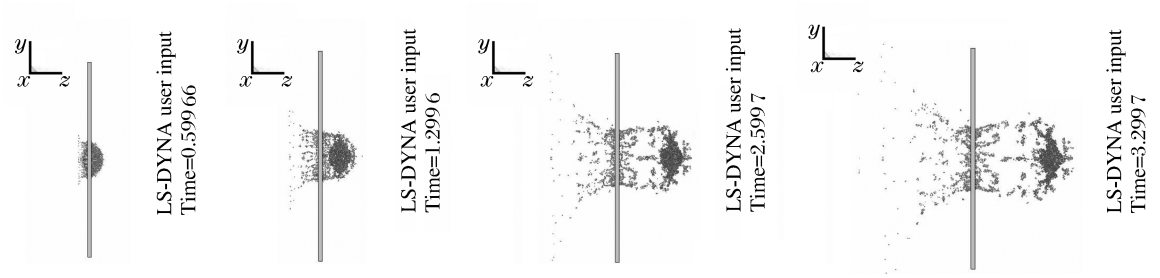


图 4 用耦合方法模拟计算的碎片云在 t=0.599 66、1.299 6、2.599 7、3.299 7 μs 时的形态

Fig. 4 The debris shapes by the coupling method at the times of 0.599 66, 1.299 6, 2.599 7, 3.299 7 μs

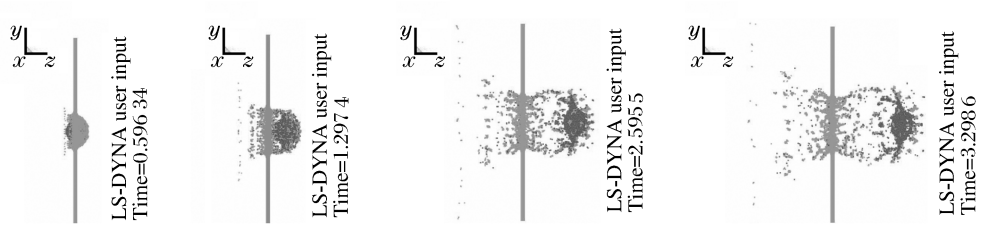


图 5 用 SPH 方法模拟计算的碎片云在 t=0.596 34、1.297 4、2.595 5、3.298 6 μs 时的形态

Fig. 5 The debris shapes by the SPH method at the times of 0.596 34, 1.297 4, 2.595 5, 3.298 6 μs, respectively

从形成的碎片云形态上来看,耦合方法与 SPH 方法的模拟结果几乎没有差别。对薄板上的坑径测量,SPH 测量的结果为 0.511 2,耦合方法测量的结果为 0.519 0,实验值为 0.489 8[4]。可见,耦合方法的结果较好,同时数值模拟的结果都大于实验的结果,部分原因是由于在 SPH 方法中,节点是不断运动的,因此造成的测量值偏大。在本文的计算中使用了内存为 256 兆的个人计算机。从计算时间上来看,采用 SPH 方法用一个 CPU 需 14.3 h,而耦合方法用一个 CPU 只需要 2.75 h 的时间,仅是采用 SPH 所需时间的 1/5,大大减少了计算时间。

图 6、图 7 分别是采用耦合方法与 SPH 方法计算弹丸撞击薄板 3 μs 时的第一主应力分布示意图。从图中可以看到,耦合方法所得结果与 SPH 方法的结果在量级上相差较小,除了接触表面上的 4 个拐角处,因此这种耦合算法的结果较好。但是球形弹丸正撞击薄板,薄板上的应力分布应该是环形的,然而从第一主应力分布可以看出,采用耦合算法在接触表面的 4 个拐角上出现了应力集中,这可能是由于这种绑定接触过强的作用;另外,在建立模型时,中心板的宽度仅是弹丸直径的两倍,因此可以考虑适当扩大中心板的尺寸,从而达到减小上述两个效应的目的。

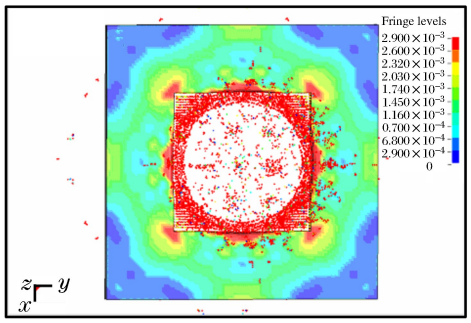


图 6　耦合方法在 3 μs 时的第一主应力分布

Fig. 6　1st-principal stress at 3 μs by the coupling method

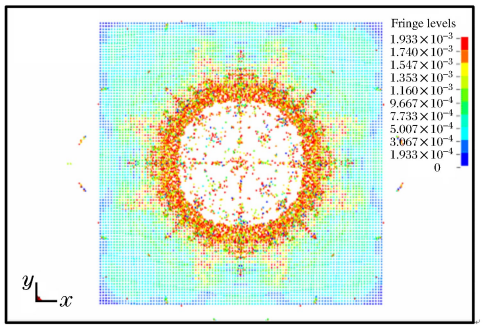


图 7　SPH 方法在 3 μs 时的第一主应力分布

Fig. 7　1st-principal stress at 3 μs by the SPH method

5　结　论

对 SPH 和 Lagrange 耦合方法模型的建立及其计算精度进行了初步探讨，得到如下结论：

（1）在模型的建立上耦合方法要比纯 SPH 方法要复杂，但是这种耦合方法能够大大节省计算时间，而且保持计算精度。因此在工程计算中可用来分析和讨论超高速碰撞问题或者高速碰撞问题。

（2）耦合方法在接触表面的 4 个拐角上出现了应力集中，而实际上，球形弹丸正撞击板的应力分布应该是环形状的，这种结果将考虑通过改进模型或者算法来提高计算精度，这将是本文作者下一步的研究工作。

References：

[1] Rabb R J，Fahrenthold E P. Numerical Simulation of the Oblique Impact on Orbital Debris Shielding [J]. Int J Impact Eng，1999，23(1)：735－744.

[2] WAttary S，Heinstein M W，Swegle J W. Coupling of Smooth Particle Hydrodynamics with the Finite Element Method [J]. Nucl Eng Des，1994，150：199－205.

[3] Johnson G R. Linking of Lagrangian Particle Methods to Standard Finite Element Methods for High Velocity Impact Computations [J]. Nucl Eng Des，1994，150：263－274.

[4] Maiden C J，Gehring J W，McMillan A R. Investigation of Fundamental Mechanism of Damage to Thin Targets by Hypervelocity Projectiles [R]. Santa Barbara：General Motors Defense Research Laboratory，GM-DRL-TR-63-225，1963.

Application of the Coupling Method in Simulating the Hypervelocity Impact

WU Yu-Yu，HE Yuan-Hang，LI Jin-Zhu

(*State Key Laboratory of Explosion Science and Technology，Beijing Institute of Technology，Beijing* 100081，*China*)

Abstract：Compared to the traditional numerical methods，meshless SPH method is more suitable to simulate the hypervelocity impact in that it can simulate the material interface clearly and overcome the numerical instability due to the large mesh deformation in the Lagrange method. In SPH，in order to get the physical value of one nodal at time t，it is firstly required to find the neighboring nodes interacting with it，so the calculation speed is slower and the calculation time is longer than that of the FEM. This paper adopts the coupling method of SPH and Lagrange to simulate the 3D hypervelocity impact problem. The results show that the coupling method can save largely time while keep the accuracy approximately to that of SPH.

Key words：SPH；coupling method；numerical simulation