第 17 卷 第 3 期
2003 年 9 月

高 压 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF HIGH PRESSURE PHYSICS

Vol. 17, No. 3
Sept., 2003

文章编号：1000-5773(2003)03-0180-07

R-T 不稳定性发展的二维和三维对比研究*

徐 立，孙锦山

（中国工程物理研究院北京研究生部，北京 100088）

摘要：应用摄动方法研究不同密度流体交界面上的 Rayleigh-Taylor(R-T)不稳定性问题，分别研究了二维(2D)与三维(3D)R-T 不稳定性的线性与非线性增长，并进行了对比。得出的结论为：(1) 三维不稳定性的线性增长比二维情况要快，且同维度上相同的初始扰动波长，其时间增长指数受另一维度上的初始波长影响。(2) R-T 不稳定性发展在考虑了非线性增长的影响之后，二维与三维扰动增长的图像也不一样。

关键词：R-T 不稳定性；非线性；扰动增长

中图分类号：O354 **文献标识码**：A

1 引 言

通常界面不稳定性研究分两类，一类是两种不同密度的流体界面在质量力作用下的不稳定性，称为 Rayleigh-Taylor 不稳定性；另一类是两流体之间存在切向速度差而引起的交界面不稳定性，称为 Kelvin-Helmholtz 不稳定性。由于加速度等价于作用在介质上的反向惯性力，因此在流体加、减速运动时也会出现相应的 R-T 不稳定性[1,2]。

半个多世纪以来，对两类界面不稳定性问题进行了大量理论、实验和数值模拟研究。从 Taylor 研究发现具有共同内界面、不同密度的两流体层，当加速度从高密度流体指向低密度流体时，若忽略粘性、表面张力和弹塑性等耗散因素，则内界面上的任何小的扰动，它将随时间指数增长，即出现 R-T 不稳定[3]。此后这种不稳定现象被 Lewis 的实验研究所证实[3]。耗散因素对不稳定增长有遏制影响，Bellman、Pennington、Emmons 等在二维情况对不稳定性与非线性增长进行了扰动展开的理论研究[4~8]，另外 Plesset、Prosperetti、Rajappa 等对球、柱形几何也进行了相应的稳定性理论研究[9,10]。近年来界面不稳定现象愈来愈受到人们的关注，例如惯性约束聚变研究，界面不稳定发展有可能引起轻重材料严重混合而影响聚变反应效率。另外，随着计算机科学技术的进展，就可能更加接近现实地进行细微的不稳定性科学计算，进行数值模拟研究，这方面已有一定数量二维及部分三维模拟研究结果发表。

真实情况的界面扰动，绝大部分是三维的，二维研究图像与结果能否推广到三维？我们应用经典的线性化理论研究了二维与三维扰动的增长，应用奇异摄动法研究扰动的非线性发展，从而试图定性解决上述问题。

2 方程组和物理假设

设上层流体的密度为 $\rho^{(1)}$、速度势 $\varphi^{(1)}$，下层流体相对应为 $\rho^{(2)}$、$\varphi^{(2)}$，加速度 g 自上层重流体指向下层轻流体，计算坐标系建立在两流体层交界面的平衡位置上。

假设讨论理想不可压缩流体，则上、下层流体的速度势必须满足如下的 Laplace 方程

* **收稿日期**：2002-09-12；**修回日期**：2003-02-28

作者简介：徐 立(1969—)，男，博士研究生，工程师.

$$\nabla^2\varphi^{(i)}(x,y,z,t)=0 \qquad (i=1,2) \tag{1}$$

在两流体的交界面 $z=\eta(x,y,t)$ 上,应满足边界条件

$$\eta_t+\eta_x\varphi_x^{(i)}+\eta_y\varphi_y^{(i)}-\varphi_z^{(i)}=0 \qquad (i=1,2) \tag{2}$$

假定忽略交界面上的表面张力,还需满足压力连续的边界条件

$$\rho^{(2)}\left[\varphi_t^{(2)}+\frac{1}{2}\left(\nabla\varphi^{(2)}\right)^2+g\eta\right]=\rho^{(1)}\left[\varphi_t^{(1)}+\frac{1}{2}\left(\nabla\varphi^{(1)}\right)^2+g\eta\right] \tag{3}$$

以及无穷远处条件

$$\varphi_z^{(i)}\to 0\ (i=1,2)\ \text{当}\ z\to\pm\infty\ \text{时} \tag{4}$$

考虑初始扰动为矩形或者六边形的脆格形状[8],即有

$$\eta=\varepsilon\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi y/\lambda) \tag{5}$$

或者

$$\eta=\frac{1}{3}\varepsilon\left[\cos\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}\ \lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi y}{3\lambda}\right)+\cos\left(\frac{4\pi y}{3\lambda}\right)\right] \tag{6}$$

作变换

$$x=r\cdot\cos\theta,y=r\cdot\sin\theta$$

则(6)式可变化为

$$\eta=\frac{1}{3}\varepsilon\left\{\cos\left(\frac{4\pi}{3\lambda}\cdot r\sin\theta\right)+\cos\left[\frac{4\pi}{3\lambda}\cdot r\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\right]+\cos\left[\frac{4\pi}{3\lambda}\cdot r\sin\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)\right]\right\}$$

可见下式成立

$$\eta(r,\theta)=\eta(r,\theta+\pi/3)$$

即旋转 60 °对称条件成立。

问题的初始条件为(5)式,或者(6)式,以及有

$$\eta_t(x,y,0)=0 \tag{7}$$

下面是在边界条件(2)式、(3)式、(4)式,初始条件(7)式和(5)式或者(6)式的情况下,求解方程(1)式。

3　求解方法

首先取长度和时间的特量分别为 $2\pi/\lambda$ 和 $\sqrt{2\pi g/\lambda}$,将自变量、因变量分别按下述方式进行无量纲化

$$\bar{x}=2\pi x/\lambda,\bar{y}=2\pi y/\lambda,\bar{z}=2\pi z/\lambda,\bar{\varepsilon}=2\pi\varepsilon/\lambda,$$

$$\bar{t}=\sqrt{2\pi g/\lambda}\,t,\bar{\varphi}^{(i)}=\varphi^{(i)}(2\pi/\lambda)^{3/2}/g \qquad (i=1,2)$$

将因变量按小量 ε 展开

$$\bar{\varphi}^{(i)}=\varepsilon\varphi_1^{(i)}+\varepsilon^2\varphi_2^{(i)}+\cdots \tag{8}$$

$$\bar{\eta}=\varepsilon\eta_1+\varepsilon^2\eta_2+\varepsilon^3\eta_3+\cdots \tag{9}$$

并作变换

$$\tau=\sigma_1\bar{t} \tag{10}$$

将(8)、(9)与(10)式代入相应的方程、边界条件、初始条件,将无量纲量的"—"去掉,令 ε 的各阶系数等于零,则可以得到各阶解的方程、边界和初始条件。

3.1　一阶解

运动速度势满足的方程为

$$\nabla^2\varphi_1^{(i)}(x,y,z,t)=0 \qquad (i=1,2) \tag{11}$$

边界条件

$$\begin{cases}\sigma_1\eta_{1\tau}-\varphi_{1z}^{(i)}=0 & (i=1,2) \quad \text{在 } z=0 \text{ 上}\\ \sigma_1\varphi_{1\tau}{}^{(2)}+\eta_1-s(\sigma_1\varphi_{1\tau}{}^{(1)}+\eta_1)=0 & \text{在 } z=0 \text{ 上}\\ \varphi_{1z}^{(1)}(x,y,z,t)=0 & (i=1,2) \quad \text{当 } z\to\pm\infty \text{ 时}\end{cases} \tag{12}$$

初始条件

$$\begin{cases}\eta_{1\tau}(x,y,0)=0\\ \eta_1(x,y,0)=\cos x\cdot\cos(y/m) \quad \text{或}\\ \eta_1(x,y,0)=\dfrac{1}{3}\left(2\cos\dfrac{x}{\sqrt{3}}\cdot\cos\dfrac{y}{3}+\cos\dfrac{2y}{3}\right)\end{cases} \tag{13}$$

式中：$s=\rho^{(1)}/\rho^{(2)}$，m 是由初始扰动决定的常数。

对初始为矩形的三维扰动，方程(11)、边界条件(12)式及相应初始条件(13)式的解为

$$\eta_1=\mathrm{ch}\tau\cdot\cos x\cdot\cos(y/m) \tag{14}$$

$$\varphi_1^{(1)}=-\sigma_1\,\mathrm{sh}\tau\cdot\mathrm{e}^{-\beta z}\cos x\cdot\cos(y/m)/\beta \tag{15}$$

$$\varphi_1^{(2)}=\sigma_1\,\mathrm{sh}\tau\cdot\mathrm{e}^{-\beta z}\cos x\cdot\cos(y/m)/\beta \tag{16}$$

$$\beta=\sqrt{1+1/m^2} \tag{17}$$

$$\sigma_1^2=\beta(s-1)/(s+1) \tag{18}$$

由此得到

$$\tau=\sigma_1\bar{t}=\sqrt{\beta(s-1)/(s+1)}\ \sqrt{2\pi g/\lambda}\ t \tag{19}$$

式中$(s-1)/(s+1)$为 Atwood 数。当 $m\to\infty$时，从(14)式可见，此时即为二维扰动的边界条件，由(17)式有 $\beta=1$，于是(19)式就是在二维情况下 R-T 不稳定性线性阶段的时间增长因子。当 $m=1$，即另一方向的扰动波长亦为 λ 时，那么这种类型的三维初始扰动，线性阶段的时间增长因子为

$$\tau=\sqrt[4]{2}\ \sqrt{(s-1)/(s+1)}\ \sqrt{2\pi g/\lambda}\ t$$

它要比 $m\to\infty$时的二维情况大$\sqrt[4]{2}$，约 1.19 倍。从表达式(17)可见，对矩形的三维初始扰动情况，他总是要“选择”对角线方向最大波数、即最小波长的“二维”R-T 不稳定性线性阶段的时间增长因子，作为此类三维扰动的增长因子。具体来说，若 x 方向扰动波数为 k_x、y 方向为 k_y，那么这类矩形初始扰动的增长因子，根据(17)式为$\sqrt[4]{k_x^2+k_y^2}\sqrt{(s-1)/(s+1)}\ g$，即以对角线方向上的波数作为二维扰动而求得的时间增长因子。

对初始为等边六边形的三维扰动，方程(11)、边界条件(12)式及相应初始条件(13)式的解为

$$\eta_1=\frac{1}{3}\mathrm{ch}\tau\left(2\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cdot\cos\frac{y}{3}+\cos\frac{2y}{3}\right) \tag{20}$$

$$\varphi_1^{(1)}=-\frac{1}{3}\sigma_1\,\mathrm{sh}\tau\cdot\mathrm{e}^{-\beta z}\left(2\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cdot\cos\frac{y}{3}+\cos\frac{2y}{3}\right)\Big/\beta \tag{21}$$

$$\varphi_1^{(2)}=\frac{1}{3}\sigma_1\,\mathrm{sh}\tau\cdot\mathrm{e}^{\beta z}\left(2\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cdot\cos\frac{y}{3}+\cos\frac{2y}{3}\right)\Big/\beta \tag{22}$$

$$\begin{cases}\beta=2/3\\ \sigma_1^2=\beta(s-1)/(s+1)\\ s=\rho^{(1)}/\rho^{(2)}\end{cases} \tag{23}$$

与矩形初始扰动类似，对等边六边形的三维扰动，在 x 方向的波数为 $1/\sqrt{3}$。由于是正六边形。最大波数是在 30 °方向，波数为 2/3。因此这类三维扰动的时间增长因子为：$\sqrt{2/3}\sqrt{(s-1)/(s+1)}\sqrt{2\pi g/\lambda}\ t$。由此可以推测正八边形、十边形……，它与 x 方向扰动的二维时间增长因子对比，要大 1.082、1.051、1.021、……倍，最后逐渐接近圆形的 Plesset 解。

综上可见，在三维扰动的 R-T 不稳定性的线性发展阶段，其时间指数增长因子与以最大波数方向

扰动的二维增长因子相同。

3.2　二阶解

运动速度势满足的方程为

$$\nabla^2\varphi_2^{(i)}(x,y,z,t)=0 \qquad (i=1,2) \tag{24}$$

相应的边界条件为:对矩形初始条件,在 $z=0$ 上满足

$$\sigma_1\eta_{2\tau}-\varphi_{2z}^{(1)}=-\sigma_1\mathrm{sh}2\tau\left(\frac{1}{4\beta}\cos 2x+\frac{1}{4m^2\beta}\cos\frac{2y}{m}+\frac{\beta}{4}\cos 2x\cdot\cos\frac{2y}{m}\right) \tag{25}$$

$$\sigma_1\eta_{2\tau}-\varphi_{2z}^{(2)}=\sigma_1\mathrm{sh}2\tau\left(\frac{1}{4\beta}\cos 2x+\frac{1}{4m^2\beta}\cos\frac{2y}{m}+\frac{\beta}{4}\cos 2x\cdot\cos\frac{2y}{m}\right) \tag{26}$$

$$\begin{aligned}\sigma_1\varphi_{2\tau}^{(2)}+\eta_2-s(\sigma_1\varphi_{2\tau}^{(1)}+\eta_2)=&-\frac{1}{4}(1-s)\sigma_1^2\mathrm{ch}2\tau+\\&(1-s)\cos 2x\left(\frac{\sigma_1^2}{4m^2\beta^2}\mathrm{sh}^2\tau+\frac{\sigma_1^2}{4}\mathrm{ch}^2\tau\right)+\\&(1-s)\cos\frac{2y}{m}\left(\frac{\sigma_1^2}{4\beta^2}\mathrm{sh}^2\tau+\frac{\sigma_1^2}{4}\mathrm{ch}^2\tau\right)-\\&\frac{1}{4}(1-s)\sigma_1^2\mathrm{ch}^2\tau\cdot\cos x\cdot\cos\frac{2y}{m}\end{aligned} \tag{27}$$

以及在 $z\to\pm\infty$ 时有

$$\varphi_{2z}^{(i)}\to 0 \qquad (i=1,2) \tag{28}$$

若令

$$\eta_2=a_{21}(\tau)\cdot\cos 2x+a_{22}(\tau)\cdot\cos\frac{2y}{m}+a_{23}(\tau)\cdot\cos 2x\cdot\cos\frac{2y}{m} \tag{29}$$

根据初始条件的要求

$$\eta_2(x,y,0)=\eta_{2\tau}(x,y,0)=0 \tag{30}$$

把(29)式代入(24)～(28)式,利用条件(30)式,再通过积分可求得

$$a_{21}(\tau)=-\frac{h}{2\mu_1^2}\frac{\mathrm{ch}\mu_1\tau}{(\mu_1^2-4)}\left(\frac{\mu_1^2\beta_1^2-2}{\beta^2}-\frac{\mu_1^2}{\beta}\right)+\frac{h}{4\mu_1^2\beta^2}+\frac{h}{\mu_1^2-4}\mathrm{ch}2\tau\left(\frac{2\beta^2-1}{4\beta^2}-\frac{1}{2\beta}\right)$$

$$a_{22}(\tau)=\mathrm{ch}\mu_2\tau\left[\frac{-h}{4\mu_2^2\beta^2m^2}+\frac{h}{2m^2\beta(\mu_2^2-4)}-\frac{h(1+\beta^2)}{4\beta^2(\mu_1^2-4)m}\right]+\frac{h}{4\mu_2^3m^2\beta^2}-\frac{h}{\mu_2^2-4}\mathrm{ch}2\tau\left(\frac{1}{2\beta m^2}-\frac{1+\beta^2}{4m\beta^2}\right)$$

$$a_{23}(\tau)=\mathrm{ch}\mu_3\tau\left[\frac{h\beta}{4(\mu_3^2-4)}-\frac{h\beta}{4\mu_3^2}\right]+\frac{h\beta}{4\mu_3^2}-\frac{h\beta}{4(\mu_3^2-4)}\mathrm{ch}2\tau$$

式中

$$h=\frac{1-s}{1+s},\mu_1^2=\frac{2}{\beta},\mu_2^2=\frac{2}{m\beta},\mu_3^2=2$$

由一阶、二阶的解,可求得内界面的运动规律为

$$\eta=\varepsilon\eta_1+\varepsilon^2\eta_2=\varepsilon\mathrm{ch}\tau\cdot\cos x\cdot\cos\frac{y}{m}+\varepsilon^2\left(a_{21}\cos 2x+a_{22}\cos\frac{2y}{m}+a_{23}\cos 2x\cdot\cos\frac{2y}{m}\right) \tag{31}$$

当 $m\to\infty$ 时,则(31)式为

$$\eta=\varepsilon\mathrm{ch}\tau\cdot\cos x+\varepsilon^2(h/4)(\mathrm{ch}2\tau-2\mathrm{ch}\sqrt{2}\tau+1)\cos 2x \tag{32}$$

这与文献[11]的二维非线性二阶展开的结果完全一致。

对等六边形的初始扰动,在 $z=0$ 上满足的边界条件为

$$\sigma_1\eta_{2\tau}-\varphi_{2z}^{(1)}=-\sigma_1\mathrm{sh}2\tau\Big(\frac{1}{18}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}+\frac{1}{54}\cos\frac{2y}{3}+\frac{2}{27}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}\cos\frac{2y}{3}+\frac{1}{27}\cos\frac{4y}{3}-\frac{2}{27}\sin\frac{2y}{3}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\sin\frac{y}{3}+\frac{4}{27}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos\frac{y}{3}\cos\frac{2y}{3}\Big)\tag{33}$$

$$\sigma_1\eta_{2\tau}-\varphi_{2z}^{(2)}=\sigma_1\mathrm{sh}2\tau\Big(\frac{1}{18}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}+\frac{1}{54}\cos\frac{2y}{3}+\frac{2}{27}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}\cos\frac{2y}{3}+\frac{1}{27}\cos\frac{4y}{3}-\frac{2}{27}\sin\frac{2y}{3}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\sin\frac{y}{3}+\frac{4}{27}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos\frac{y}{3}\cos\frac{2y}{3}\Big)\tag{34}$$

$$\begin{aligned}\sigma_1\varphi_{2z}^{(2)}+\eta_2-s(\sigma_1\varphi_{2z}^{(1)}+\eta_2)=&-(1-s)\sigma_1^2\Big(-\frac{1}{24}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}-\frac{1}{72}\cos\frac{2y}{3}-\frac{1}{18}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}\cos\frac{2y}{3}-\frac{1}{18}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos\frac{y}{3}\cos\frac{2y}{3}-\frac{1}{36}\cos\frac{4y}{3}\Big)-\\&(1-s)\sigma_1^2\mathrm{ch}2\tau\Big(-\frac{1}{6}-\frac{5}{72}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}-\frac{7}{72}\cos\frac{2y}{3}-\frac{1}{18}\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}\cos\frac{2y}{3}+\frac{7}{18}\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos\frac{y}{3}\cos\frac{4y}{3}-\frac{1}{36}\cos\frac{4y}{3}\Big)\end{aligned}\tag{35}$$

以及当 $z\to\infty$ 时，满足

$$\varphi_{2z}^{(i)}\to 0\qquad(i=1,2)\tag{36}$$

同样令

$$\begin{aligned}\eta_2=&a_{21}(\tau)\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}+a_{22}(\tau)\cos\frac{2y}{3}+a_{23}(\tau)\cos\frac{2x}{\sqrt{3}}\cos\frac{2y}{3}+\\&a_{24}(\tau)\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos y+a_{25}(\tau)\cos\frac{4y}{3}+a_{26}(\tau)\cos\frac{x}{\sqrt{3}}\cos\frac{y}{3}\end{aligned}\tag{37}$$

根据初始条件

$$\eta_2(x,y,0)=\eta_{2\tau}(x,y,0)=0$$

则要求

$$a_{2i}(0)=a'_{2i}(0)\qquad(i=1,2,\cdots,6)$$

把(37)式代入边界条件(34)～(36)式，然后再通过积分就可以求得

$$\begin{cases}a_{21}(\tau)=\dfrac{h}{36}(1-\mathrm{ch}\sqrt[4]{3}\tau)+\dfrac{(33-8\sqrt{3})h}{1404}(\mathrm{ch}2\tau-\mathrm{ch}\sqrt[4]{3}\tau)\\a_{22}(\tau)=\dfrac{h}{108}-\dfrac{h}{108}\mathrm{ch}2\tau\\a_{23}(\tau)=\dfrac{h}{27}(1-\mathrm{ch}\sqrt{2}\tau)+\dfrac{h}{27}(\mathrm{ch}2\tau-\mathrm{ch}\sqrt{2}\tau)\\a_{24}(\tau)=\dfrac{(5+24\sqrt{3})h}{702}(\mathrm{ch}\sqrt[4]{3}\tau-\mathrm{ch}\sqrt{2}\tau)+\dfrac{h}{54}(1-\mathrm{ch}\sqrt[4]{3}\tau)\\a_{25}(\tau)=\dfrac{1}{2}a_{23}(\tau)\\a_{26}(\tau)=-\dfrac{7h}{162}(\mathrm{ch}2\tau-\mathrm{ch}\sqrt[4]{3}\tau)+\dfrac{h}{18}(1-\mathrm{ch}\tau)\end{cases}\tag{38}$$

式中 $h=(1-s)/(1+s)$。将(38)式代入(37)式则得到相应初始扰动的二阶扰动解。为对比三维与二维

扰动增长的差别,对(31)、(32)式以及代入(38)式后的(37)式,分别对 $\varepsilon=0.1$、$k=2\pi/8$、$|h|=0.9$、$m=1$,计算扰动在 x 方向的发展情况,结果如图 1 所示。

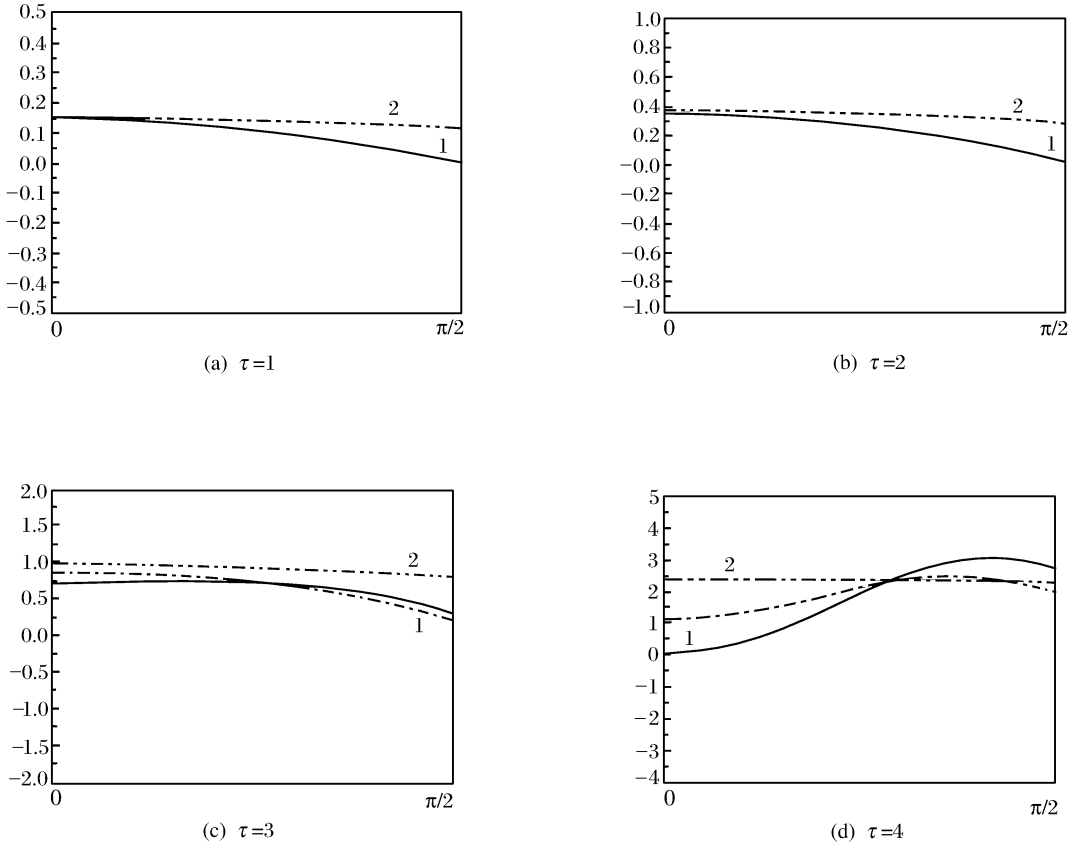


图 1　二维和三维扰动发展

(实线为二维扰动,虚线为三维扰动;曲线 1 为三维矩形初始扰动,曲线 2 为三维等六边形初始扰动)

Fig. 1　Evolution of perturbation in 2D and 3D

(Solid is for 2D perturbation, dashline is for 3D perturbation; Curve 1 is for initial rectangular perturbation in 3D, Curve 2 is for initial regular hexaonal perturbation in 3D respectively0

4　讨　论

从以上推导与计算可以看到,在 R-T 不稳定性的线性发展阶段,三维扰动要比对应的二维扰动增长要快,它的时间增长因子大致为二维的 1.26 到 1.41 倍。考虑到非线性的影响,从计算结果可见,随着时间的增长,三维波形逐渐脱离二维的形状,即使仅考虑二阶量的修正,它们之间的差距也是相当大的。这个结论与 Yabe 等[12]的数值模拟结果定性一致。因此,使用二维方法来研究三维的界面不稳定性,无论是定量上还是定性上均存在一定的差距。

References:

[1]　Lu S X, Qin Y H. Deformation and Breakup of Droplets behind Shock Wave [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2000, 14(2): 151－154. (in Chinese)
陆守香,秦友花. 激波诱导的液滴变形和破碎 [J]. 高压物理学报,2000,14(2):151－154.

[2] Yu Y G, Jin Z M. Monopropellant Droplet Microexplosions under High Pressure and Temperature [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2000, 14(4): 302－307. (in Chinese)
余永刚,金志明. 单元推进剂液滴在高温高压下的微爆现象观测 [J]. 高压物理学报, 2000, 14(4): 302－307.
[3] Taylor S G. The Instability of Liquid Surfaces When Accelerated in a Direction Perpendicular to Their Planes Ⅰ [J]. Proc Roy Soc London, 1950, A201: 192－196.
[4] Lewis D J. The Instability of Liquid Surfaces When Accelerated in a Direction Perpendicular to Their Planes Ⅱ [J]. Proc Roy Soc London, 1950, A202: 81－96.
[5] Bellman R, Pennington R H. Effects of Surface Tension and Viscosity on Taylor Instability [J]. Quart Appl Math, 1954, 12: 151－162.
[6] Emmons H W. The Instability of Finite Surfaces Waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1960, 7(2): 177－193.
[7] Amaramath T, Rajappa N R. A Study of Taylor Instability of Superposed Fluids [J]. Acta Methanica, 1976, 24: 87－97.
[8] Lighthill M J. A New Approach to Tin Airfoil Theory [J]. Aero Quart, 1951, 3: 193.
[9] Prosperetti A. Viscous Effects of Perturbed Spherical Flows [J]. Quart Appl Math, 1977, 34(1－4): 339－352.
[10] Rajappa N R, Amaramath T. Nonlinear Theory of Taylor Instability of Superposed Fluids of Different Densities in Three Dimensions [J]. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1977, ⅩⅩⅩ(Pt2): 131－141.
[11] Wang J H. Two-Dimensional Unsteady Flow and Shock [M]. Beijing: Science Press, 1994. 421. (in Chinese)
王继海. 二维非定常流和激波 [M]. 北京: 科学出版社, 1994. 421.
[12] Yabe T, Hoshino H, Tsuchiya T. Two- and Three-Dimensional Behavior of Rayleigh-Taylor and Kelvin-Helmholtz Instabilities [J]. Phys Rev A, 1991, 44(4): 2756－2758.

A Comparative Study of the Evolution of R-T Instability in Two and Three Dimensions

XU Li, SUN Jin-Shan

(*Beijing Graduate School, Chinese Academy of Engineering Physics*, 100088, *China*)

Abstract: Rayleigh-Taylor (R-T) instability at the interface of two different fluids is studied analytically by using perturbation method. We analyze and compare the linear and nonlinear growth of R-T instability in two (2D) and three (3D) dimensions. The obtained conclusion includes, (1) linear growth of the instability in 3D is faster than that in 2D, and growing exponential of identical initial perturbation wavelength in one dimension is affected by that in others, (2) perturbation growth profile of R-T instability in 3D is different from that in 2D after allowing for nonlinear evolution.

Key words: R-T instability; nonlinearity; perturbation growth