文章编号：1000-5773(2005)01-0017-07

高压作用下不同形状气腔压缩过程的二维数值计算*

柏劲松，李 平，钟 敏，姜 洋，张展冀，于继东

（中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理实验室，四川绵阳 621900）

摘要：采用三阶精度的 Parabolic Piecewise Method（PPM）方法和 Volume of Fluid（VOF）方法相结合，运用 Lagrange-Remapping 算法，对高压作用下不同形状气腔压缩过程进行了二维高精度数值计算，给出了复杂形状的多流体流场之间的相互作用。此方法可以用来处理界面两边高压力比、高密度比流动以及强剪切滑移运动等问题。

关键词：可压缩多介质流；PPM 方法；VOF 方法

中图分类号：O351.2；O521 **文献标识码**：A

1 引 言

单介质流场的高精度数值计算，从方法上讲已经基本解决。但可压缩多介质流场的数值计算，一直是计算流体力学领域中的难点，特别是多介质间界面的计算，如混合网格的计算、高密度比的计算、自由面的计算等等，均需要做特殊的处理。目前，对于可压缩多介质流的数值计算方法，主要有 Front-Tracking 方法[1]，Level-Set 方法[2]，VOF[3]方法以及以 VOF 方法为基础的 Simple Line Interface Construction[4]（SLIC）、Piecewise Line Interface Construction[5]（PLIC）界面重构方法等。以上方法均取得了较好的应用效果，但界面计算过程都比较复杂，尤其是推广到 3 种以上的多介质流问题和三维数值模拟问题则困难较大。近年来，Saurel[6]和 Shyue[7]通过接触界面两侧压力平衡和速度一致假设，导出了积分形式的演化方程，结合 Euler 方程组，得出了基于准守恒控制方程组的计算模型。

PPM 方法是 Collela 和 Woodward 在 1984 年所研究的一种三阶精度 Godunov 格式。它的主要特点是，采用二次多项式函数（即抛物线函数）作为网格内部的基本插值函数，来代替 Godunov 常用的常数和线性函数形式。PPM 方法对于处理激波、接触间断等间断问题是一种非常有效的方法，一方面，它能高精度捕捉激波、接触间断和滑移面等物理特征；另一方面，它可以方便地推广到柱坐标、球坐标系下使用。

本工作在文献[8]的基础上，结合 Saurel/Shyue 的计算模型和经典 PPM 方法[9]，数值计算了复杂形状的二维多流体流场之间的相互作用过程，给出了正三角形、正四边形、正五边形和正六边形形状的低压低密度区域在瞬时高压高密度气体作用下，空腔界面压缩闭合情况。本文中给出的方法在光滑解部分可以达到三阶精度，在间断解部分具有高分辨率，能够模拟高密度比、高压力比问题（密度比达 10^3，压力比达 10^5），同时避免了将密度比较小的空气简化为真空带来的处理自由面的计算困难。

2 基本控制方程和计算方法

2.1 基本控制方程

采用体积分数形式描述的二维多介质流 Euler 方程组为

* **收稿日期**：2003-11-17；**修回日期**：2004-03-01

基金项目：中国工程物理研究院预先研究基金（20040650，2003-421050501-1-05）

作者简介：柏劲松（1968—），男，博士，副研究员；主要研究方向为计算流体力学的理论和数值方法研究.
E-mail：bjsong_mail@21cn.com

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\rho}{\partial t}+\dfrac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\dfrac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\dfrac{\partial(\rho u^2+p)}{\partial x}+\dfrac{\partial(\rho uv)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\dfrac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\dfrac{\partial(\rho v^2+p)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial(\rho E)}{\partial t}+\dfrac{\partial(\rho Eu+pu)}{\partial x}+\dfrac{\partial(\rho Ev+pv)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial Y^{(i)}}{\partial t}+u\dfrac{\partial Y^{(i)}}{\partial x}+v\dfrac{\partial Y^{(i)}}{\partial y}=0 \qquad i=1,\cdots,N-1\end{cases} \tag{1}$$

式中：ρ、u、v、p 分别表示密度、速度和压力，E 表示单位质量的总能量，N 表示介质的种类，本文中 $N=3$，$Y^{(i)}$ 为第 i 种介质的体积分数，各体积分数满足 $\sum_{i=1}^{N}Y^{(i)}=1$，应用多流体计算方法，网格平均物理量定义为各组分介质物理量的体积加权

$$\rho=\sum_{i=1}^{N}Y^{(i)}\rho^{(i)} \tag{2}$$

$$\rho u=\sum_{i=1}^{N}Y^{(i)}\rho^{(i)}u^{(i)},\quad \rho v=\sum_{i=1}^{N}Y^{(i)}\rho^{(i)}v^{(i)} \tag{3}$$

$$\rho E=\sum_{i=1}^{N}\left(Y^{(i)}\rho^{(i)}e^{(i)}+\frac{1}{2}Y^{(i)}\rho^{(i)}u^2+\frac{1}{2}Y^{(i)}\rho^{(i)}v^2\right) \tag{4}$$

可压缩多介质流动中各介质的状态方程一般可以采用 Mie-Grüneisen 形式状态方程

$$p(\rho,e)=\Gamma(\rho)[\rho e-\rho e_{\mathrm{H}}(\rho)-p_{\mathrm{H}}(\rho)] \tag{5}$$

式中：e 为介质的比内能，$\Gamma(\rho)=\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial e}$ 为介质的 Grüneisen 系数，e_{H}、p_{H} 为参考 Hugoniot 状态的比内能和压强。在压缩度不太大的情况下，(5)式可以简化为 Stiffen 形式状态方程

$$p(\rho,e)=(\gamma-1)\rho e-\gamma p_{\infty} \tag{6}$$

式中：γ 为材料参数，p_{∞} 为具有粘性张量量纲的材料常数。对于气体，γ 为比热比，$p_{\infty}=0$。

2.2 多介质流 PPM 计算方法

对于方程(1)，利用 Strang 维数分裂方法，分别沿 x、y 方向计算，在每一个方向上本工作采用 Lagrange-Remapping 算法，即 Lagrange 步加上输运步，输运步把 Lagrange 步计算结果变换到固定的 Euler 网格上。

Lagrange-Remapping 型 PPM 方法基本步骤分为 4 步：物理量的分段抛物插值；近似 Riemann 问题求解网格边界上时间平均的压力和速度；Lagrange 方程的推进求解；物理量变换到静止的 Euler 网格。

以一维多介质 Lagrange 方程组为例

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\tau}{\partial t}-\dfrac{\partial(r^{\alpha}u)}{\partial m}=0\\ \dfrac{\partial u}{\partial t}+r^{\alpha}\dfrac{\partial p}{\partial m}=0\\ \dfrac{\partial E}{\partial t}+\dfrac{\partial(r^{\alpha}up)}{\partial m}=0\\ \dfrac{\partial Y^{(i)}}{\partial t}=0\end{cases} \tag{7}$$

方程组(7)中：τ 为比容，α 在平面、轴对称和球对称时分别取 0、1、2，m 为质量坐标，r 为空间坐标。通过对方程组(7)进行差分，由 n 时刻的物理量得到 $n+1$ 时刻的物理量。

通过 Remapping 步将 $n+1$ 时刻的物理量从 Lagrange 坐标系变换到静止的 Euler 网格上，这里应

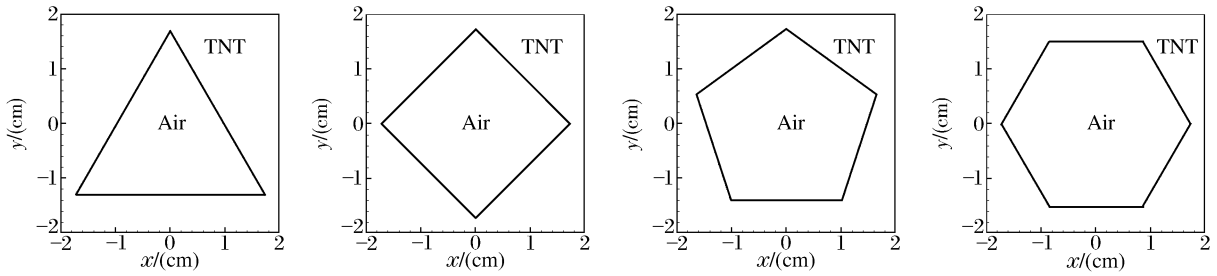
用与 Lagrange 步相同的插值和积分方法。文中计算方法的理论和数值检验在作者学位论文[11]中已经得到验证。

3　TNT 炸药瞬时内爆压缩不同形状气腔的数值模拟

3.1　计算模型和初始参数

考虑瞬时起爆的 TNT 炸药内聚压缩不同形状气腔情况,4 种形状气腔的计算模型如图 1 所示。初始时刻,在[−2,2]×[−2,2]区域内装满 TNT 炸药,其中气腔分别设置为正三角形、正方形、正五边形和正六边形 4 种形状。等边三角形的 3 个顶点坐标为(0,1.7),($\sqrt{3}$,−1.3)和(−$\sqrt{3}$,−1.3);正方形 4 个顶点坐标为(0,$\sqrt{3}$),($\sqrt{3}$,0),(0,−$\sqrt{3}$)和(−$\sqrt{3}$,0);正五边形 5 个顶点坐标设置为(0,$\sqrt{3}$),($\sqrt{3}\cos(\pi/10)$,$\sqrt{3}\sin(\pi/10)$),($\sqrt{3}\cos(\pi/3.333)$,$-\sqrt{3}\sin(\pi/3.333)$),($-\sqrt{3}\cos(\pi/3.333)$,$-\sqrt{3}\sin(\pi/3.333)$)和($\sqrt{3}\cos(\pi/10)$,$\sqrt{3}\sin(\pi/10)$);正六边形 6 个顶点坐标设置为($\sqrt{3}$,0),($\sqrt{3}/2$,1.5),($\sqrt{3}/2$,−1.5),(−$\sqrt{3}/2$,−1.5),(−$\sqrt{3}$,0),(−$\sqrt{3}/2$,1.5)。

TNT 炸药的初始密度为 1.6 g/cm^3,C-J 爆压为 27 GPa,瞬时起爆后爆轰产物状态方程采用 $\gamma=3.0$ 的多方气体描述。空气初始密度为 1.29 mg/cm^3,初始压力为 0.1 MPa,用 $\gamma=1.4$ 的理想气体状态方程描述。计算区域[−2,2]×[−2,2],计算网格为 400×400,4 条边均取固壁边界条件。



(a) Equilateral triangle　(b) Square　(c) Equilateral pentagon　(d) Equilateral hexagon

图 1　4 种不同形状气腔的二维计算模型

Fig. 1　Computational models of the four cavities

3.2　计算结果和分析

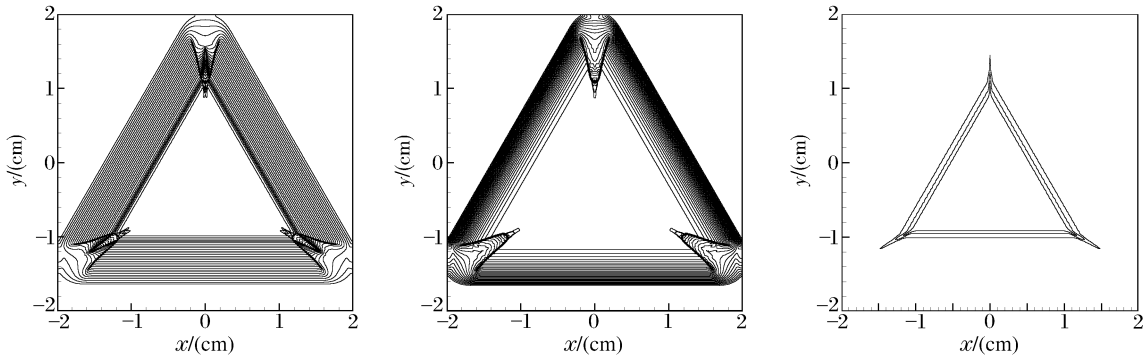
上述 4 个计算模型中包含复杂的波系结构,如激波与激波、激波与稀疏波、激波与接触间断、接触间断与接触间断等之间的相互作用。文献[10]在同种气体情况下,对正方形气腔进行过数值计算,其密度比和压力比均不超过一个量级,本工作采用的是 TNT 炸药爆轰产物压缩气腔,两种气体之间的密度比为 10^3,压力比为 10^5。本工作的数值计算,给出了不同形状气腔在压缩过程中流场的密度和压力等值线分布(30 条等值线),同时还给出了空气体积分数为 0.1、0.5 和 0.9 的分布情况,通过压力、密度和空气的体积分数分布图,我们可以清楚地看到不同气腔的压缩过程和聚心情况。

4 种气腔模型受到爆轰波作用,产生内聚效应,气腔被压缩体积逐渐变小,中心位置处受到的作用最强,既有汇聚激波的作用,也有汇聚爆轰产物的作用,同时还包括气腔内气体的作用,物理量理论计算比较困难,这里给出中心位置处的最大压力、密度以及对应时间的计算结果,如表 1 所示。通过对表 1 数据分析可知,中心位置处的最大压力和密度既不是仅仅根据空气压缩计算而来,也不满足爆轰产物的状态方程,由于整个过程为非球形内聚,因此可能是汇聚激波、汇聚爆轰产物以及气腔内气体的非均匀性等共同作用的结果。而具体数值和聚心时间与气腔的大小密切相关。为了清楚地看到 4 种气腔模型的压缩过程和内聚情况,本工作对正三角形和正四边形气腔模型给出了 $t=0.5$ μs 和 $t=1.5$ μs 两个时刻的压力、密度和气腔体积分数等值线图,正五边形和正六边形气腔模型给出了 $t=0.5$ μs 和 $t=2.0$ μs 两个时刻压力、密度和气腔体积分数等值线图,分别如图 2～图 9 所示。

表 1 中心位置处的最大压力、密度以及对应时间的计算结果

Table 1 Results of the maximal pressure, density and time at the center

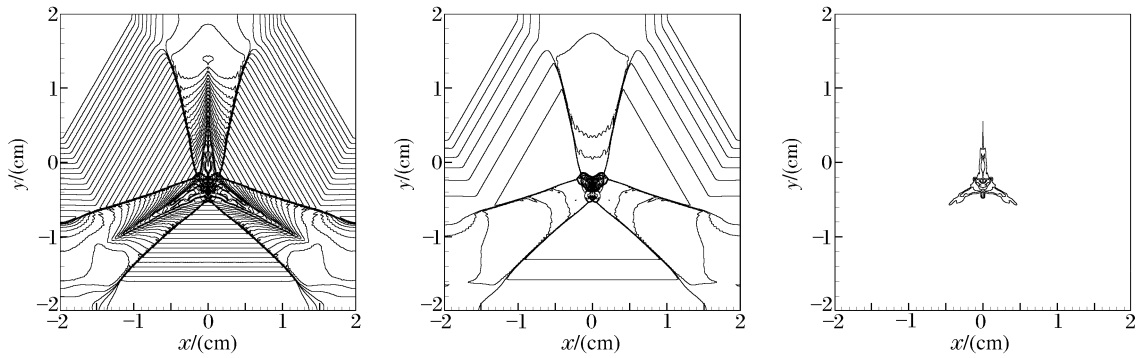
Cavity	p/(GPa)	ρ/(g/cm^3)	t/(μs)
Equilateral triangle	103.50	1.144	1.58
Square	120.60	1.657	1.77
Equilateral pentagon	61.05	1.075	2.42
Equilateral hexagon	80.12	1.106	2.36



(a) Density (b) Pressure (c) Fraction of the air

图 2 $t=0.5$ μs 时刻正三角形气腔模型计算结果

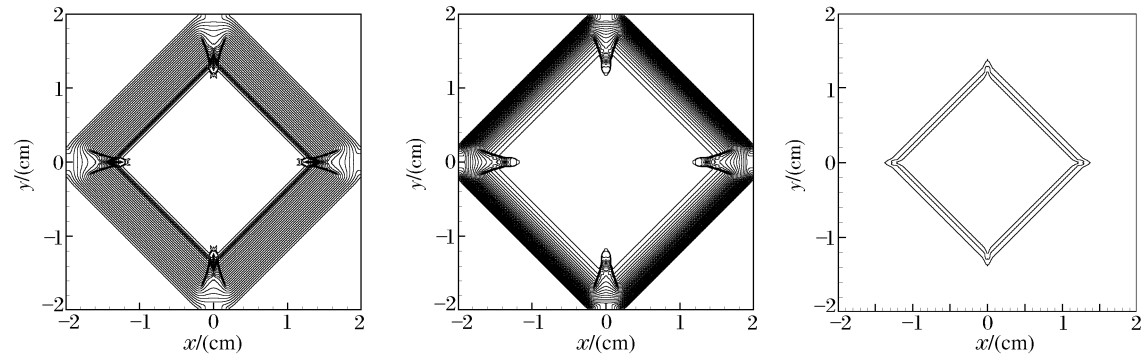
Fig. 2 Numerical results of the equilateral triangle at $t=0.5$ μs



(a) Density (b) Pressure (c) Fraction of the air

图 3 $t=1.5$ μs 时刻正三角形气腔模型计算结果

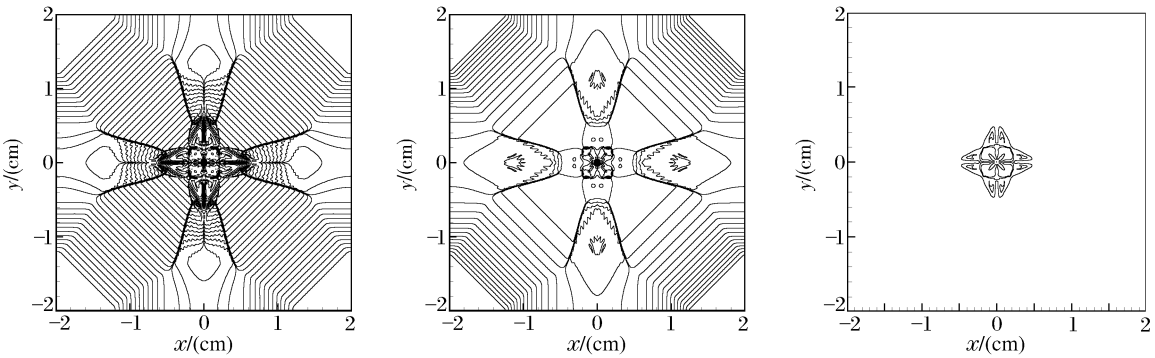
Fig. 3 Numerical results of the equilateral triangle at $t=1.5$ μs



(a) Density (b) Pressure (c) Fraction of the air

图 4 $t=0.5$ μs 时刻正方形气腔模型计算结果

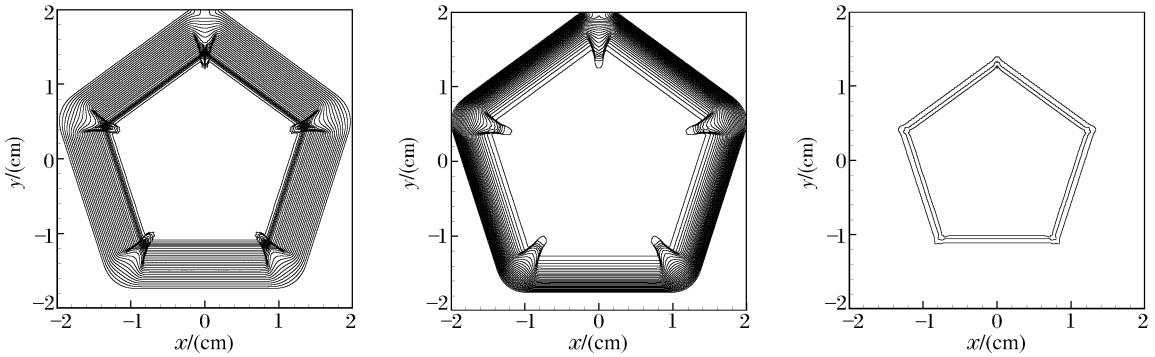
Fig. 4 Numerical results of the square at $t=0.5$ μs



(a) Density　　(b) Pressure　　(c) Fraction of the air

图 5　$t=1.5\ \mu s$ 时刻正方形气腔模型计算结果

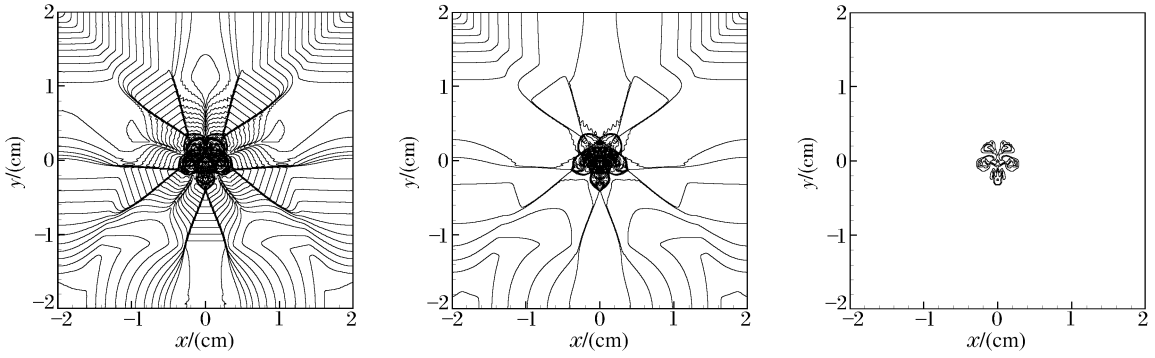
Fig. 5　Numerical results of the square at $t=1.5\ \mu s$



(a) Density　　(b) Pressure　　(c) Fraction of the air

图 6　$t=0.5\ \mu s$ 时刻正五边形气腔模型计算结果

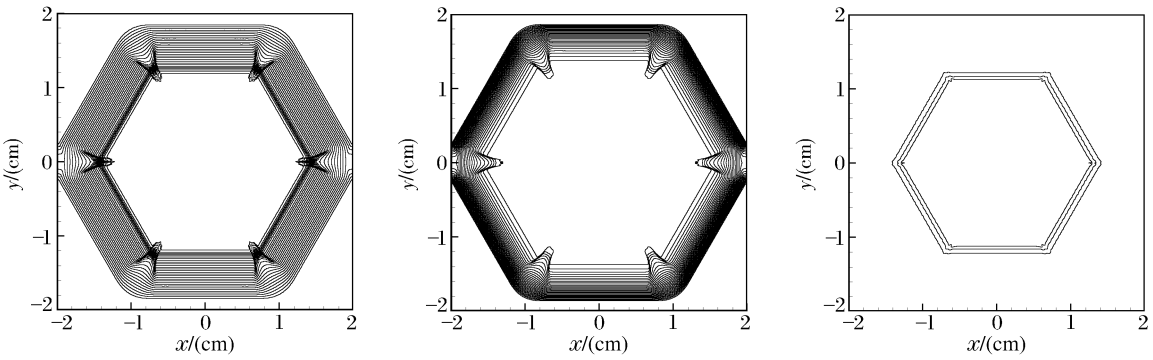
Fig. 6　Numerical results of the equilateral pentagon at $t=0.5\ \mu s$



(a) Density　　(b) Pressure　　(c) Fraction of the air

图 7　$t=2.0\ \mu s$ 时刻正五边形气腔模型计算结果

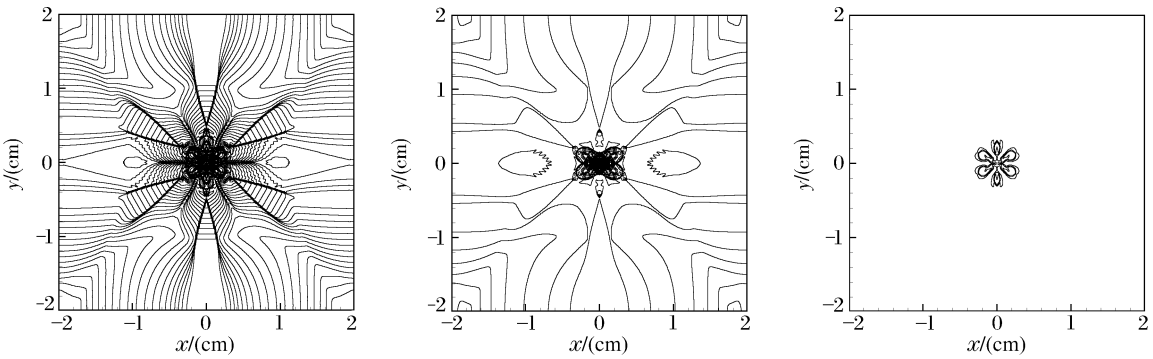
Fig. 7　Numerical results of the equilateral pentagon at $t=2.0\ \mu s$



(a) Density (b) Pressure (c) Fraction of the air

图 8 $t=0.5$ μs 时刻正六边形气腔模型计算结果

Fig. 8 Numerical results of the equilateral hexagon at $t=0.5$ μs



(a) Density (b) Pressure (c) Fraction of the air

图 9 $t=2.0$ μs 时刻正六边形气腔模型计算结果

Fig. 9 Numerical results of the equilateral hexagon at $t=2.0$ μs

4 结 论

将 PPM 方法与 VOF 方法相结合，利用 Strang 维数分裂方法，分别在 x、y 方向上采用 Lagrange-Remapping 算法求解高密度比、高压力比的多介质流问题。对高压作用下不同形状气腔的压缩过程进行了二维高精度数值计算，计算结果再现了复杂波系相互作用的物理图像，并对 4 种气腔压缩聚心状态进行了数值分析。

References:

[1] Glimm J, Grove J W, Li X L, et al. Three-Dimensional Front Tracking [J]. J Sci Comput, 1998, 19: 703－727.

[2] Mulder W, Osher S, Sethian J A. Computing Interface Motion in Compressible Gas Dynamics [J]. J Comput Phys, 1992, 100: 29.

[3] Miller G H, Puckett E G. A High Order Godunov Method for Multiple Condensed Phase [J]. J Comput Phys, 1996, 128: 134.

[4] Noh W F, Woodward P R. SLIC (Simple Line Interface) [A]. van de Vooren A I, Zandbergen P J. Lecture Notes in Physical 59 [C]. Berlin: Spring, 1976. 330－340.

[5] Rider W J, Kothe D B. Reconstructing Volume Tracking [J]. J Comput Phys, 1998, 141: 112－152.

[6] Saurel R, Abgrall R. A Simple Method for Compressible Multifluid Flows [J]. SIAM J Sci Comput, 1999, 21: 1115－1145.

[7] Shyue K M. An Efficient Shoch-Capturing Algorithm for Compressible Multicomponent Problems [J]. J Comput Phys, 1998, 142: 208－242.

[8] Ma D J. Study of High Resolution Numerical Methods for Compressible/Imcompressible Interface Flows [D]. Hefei: University of Science and Tecnology of China, 2002. (in Chinese)
马东军. 可压缩/不可压缩流体交界面高精度数值方法研究 [D]. 合肥:中国科学技术大学, 2002.

[9] Colella P, Woodward P. The Piecewise Parabolic Method (PPM) for Gas-Dynamical Simulations [J]. J Comput Phys, 1984, 54: 174－201.

[10] Hui W H, Li P Y, Li Z W. A Unified Coordinate System for Solving the Two-Dimensional Euler Equations [J]. J Comput Phys, 1999, 153: 596－637.

[11] Bai J S. High Resolution Numerical Methods and Adaptive Mesh Refinement Algorithms for Compressible Multi-Fluid Dynamics [D]. Mianyang: China Academic Engineer Physics, 2003. (in Chinese)
柏劲松. 可压缩多介质流体动力学高精度数值计算方法和网格自适应技术 [D]. 绵阳:中国工程物理研究院, 2003.

Numerical Simulation of Different Cavities Compression by the High Pressure

BAI Jing-Song, LI Ping, ZHONG Min, JIANG Yang,
ZHANG Zhan-Ji, YU Ji-Dong

(*Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: We have applied the combination of PPM and VOF methods with Lagrange-Remapping algorithm for simulation of the various cavities compressed by the high pressure loading. The physical processes of the multi-fluid interactions are calculated in high accuracy. This method also shows the potential for dealing with the problems of high density or high pressure ratio flows.

Key words: compressible multifluid flows; PPM method; VOF method