文章编号：1000-5773(2005)03-0193-08

高压、高应变率与低压、高应变率实验的本构关联性*

陈大年，刘国庆，俞宇颖，王焕然，谢书港

（宁波大学力学与材料科学研究中心，浙江宁波 315211）

摘要：指出 Johnson-Cook(J-C)、Zerilli-Armstrong(Z-A)、Bodner-Parton(B-P)本构方程在一定条件下的适用性，表明对于低压、高应变率实验，单一曲线假定似乎可以采用。通过等效应力、等效应变，可以将不同应力状态下的流动应力函数采用统一的方程描述。然而，这些本构方程的确立，并不包括平面冲击波实验。对适合于平面冲击波实验的 Steinberg-Cochran-Guinan(SCG)本构方程，讨论了其方程中所包含的高压与高应变率耦合效应。指出，以剪切模量度量的流动应力具有应变率相关性。基于温度效应的新发现以及直接测量平面冲击波流动应力的新进展，分别用 J-C 本构及 SCG 本构方程估算了钨材料在高压、高应变率加载下的流动应力。结果表明，采用 J-C 本构估算的流动应力仅在压力为 10 GPa 以下才能与实验数据相近，当压力高于 10 GPa 时，流动应力只能采用 SCG 本构估算。也指出了高压、高应变率本构方程与低压、高应变率本构方程所对应的不同物理背景。

关键词：本构方程；高压；高应变率

中图分类号：O347.4 **文献标识码**：A

1 引 言

高压、高应变率塑性变形与低压、高应变率塑性变形的规律与影响因素不同。对于低压、高应变率塑性变形，流动应力被表示为应变、应变率及温度的函数。有人把此类函数关系称为低压、高应变率本构关系，其实方程中并不出现压力。基于 Hopkinson 杆实验及高应变率扭转等实验，现已有大量低压、高应变率本构方程，有的是表象的[1]，有的具有物理背景[2,3]。高压与高应变率对于塑性变形的耦合效应发生在冲击波中，在冲击压缩科学领域是研究前沿[4]，已有不少学者研究材料在高压、高应变率加载下的本构方程[5~8]，冲击波在流体中传播的相对简单的概念在固体中变得非常复杂。虽然，连续介质理论已被用于各种数值技术，解决非常复杂的问题。然而，与高速冲击及爆炸驱动有关的塑性变形问题仍然未能很好解决，其核心问题就是缺乏能如实描述本征特性的高压、高应变率本构方程。虽然，高压对塑性有影响，这一点在静高压实验中早已发现，但是，低压、高应变率本构关系不适用于动高压条件并没有在强冲击研究领域形成共识。目前，通常把低压、高应变率的本构方程作为高压、高应变率本构方程使用，这是不胜枚举的事实，也是本文讨论高压、高应变率本构方程与低压、高应变率本构方程相关性的现实意义。

2 低压、高应变率实验的单一曲线假定

单一曲线假定最早是由 Davis 等提出的[9]，他们曾用铜和中碳钢制成的薄壁圆管做准静态的拉伸

* **收稿日期**：2004-06-18；**修回日期**：2005-03-23

基金项目：国家自然科学基金(10472048)；中国工程物理研究院专项基金

作者简介：陈大年(1940—)，男，研究员，主要从事结构与材料动态响应研究.
E-mail：chdnch@nbu.edu.cn

和内压实验，实验时使拉力与内压比值 k 保持常数，对于不同 k 值进行了一系列实验。结果表明，只要在简单加载（比例加载，且不出现卸载）或偏离简单加载不大的条件下，尽管应力状态不同，等效应力与等效应变的关系曲线都可近似地用一维拉伸曲线表示。单一曲线假定从本质上讲，是假定了加载路径的无关性，不同应力状态的应力-应变关系可以通过等效应力、等效应变统一描述。然而，单一曲线假定能否应用于冲击力学是值得研究的。

设

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \tag{1}$$

为材料超出弹性极限后，在一维应力冲击状态下，应力 σ 与应变 ε、应变率 $\dot{\varepsilon}$ 的函数关系。根据单一曲线假定，在复杂应力状态时超过弹性极限后，等效应力 σ_e、等效应变 ε_e、等效应变率 $\dot{\varepsilon}_e$ 应有同样的函数关系，即

$$\sigma_e = f(\varepsilon_e, \dot{\varepsilon}_e) \tag{2}$$

其中

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]^{1/2}$$

$$\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{3}\left[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2\right]^{1/2}$$

式中：σ_1、σ_2、σ_3 为主应力；ε_1、ε_2、ε_3 为主应变。

Johnson-Cook[1] 从相当低应变率（$\dot{\varepsilon} \leqslant 1.0\ \mathrm{s}^{-1}$）的等温拉伸实验、等温扭转实验、各种应变率的扭转实验、各种应变率的压缩与拉伸实验（准静态及 SHPB）以及在改变温度情况下的 SHPB 实验，确定了等效应力与等效应变、等效应变率及温度的如下本构关系

$$\sigma_e = \left(A + B\varepsilon_e^n\right)\left(1 + C\ln\dot{\varepsilon}_e^*\right)\left(1 - T^{*m}\right) \tag{3}$$

式中：$\dot{\varepsilon}_e^* = \dot{\varepsilon}_e/\dot{\varepsilon}_0$；$T^* = (T - T_{\mathrm{room}})/(T_{\mathrm{melt}} - T_{\mathrm{room}})$，$T$ 为温度；$\dot{\varepsilon}_0 = 1.0\ \mathrm{s}^{-1}$。

能够确立这种本构关系之事实表明，在非准静态加载下，材料在不同应力状态下的本构关系也可用等效应力、等效应变、等效应变率的关系来描述，也就是说，在高应变率条件下，单一曲线假定似乎也成立。事实上，J-C 本构的函数形式基于等效应变、等效应变率以及“相对”温度对于等效应力的效应是同等的假定，因而可作分离变量处理。这种本构关系完全是经验性的，缺乏物理背景。

Zerilli-Armstrong[2] 提出了一种基于位错动力学的本构模型。对于面心立方（fcc）金属

$$\sigma_e = C_0 + C_2\varepsilon_e^{1/2} \cdot \exp\left(-C_3 T + C_4 T\ln\dot{\varepsilon}_e\right) \tag{4}$$

对于体心立方（bcc）金属

$$\sigma_e = C_0 + C_1 \cdot \exp\left(-C_3 T + C_4 T\ln\dot{\varepsilon}_e\right) + C_5\varepsilon_e^n \tag{5}$$

式中：C_0、C_1、C_2、C_3、C_4、C_5 和 n 为材料参数。

另一个隐含单一曲线假定的本构模型是著名的 Bodner-Parton[3] 模型，设总应变率分解为弹性与非弹性之和

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{\,e} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p} \tag{6}$$

并假定在整个加载或卸载过程中二者均非零，其中弹性应变按 Hook 定律，非弹性应变按 Prantl-Reuss 流动规则

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p} = \dot{e}_{ij}^{\,p} = \lambda s_{ij} \tag{7}$$

式中：$\dot{e}_{ij}^{\,p}$ 为偏塑性应变率，s_{ij} 为偏应力，λ 为比例因子，平方(7)式，得到

$$\begin{cases} D_\nu^p = \lambda^2 J_2 \\ \lambda = (D_\nu^p/J_2)^{1/2} \end{cases} \tag{8}$$

式中

$$D_\nu^p = \frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p} = \frac{3}{4}\left(\dot{e}_e^{\,p}\right)^2$$

$$J_2=\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}=\frac{1}{3}\sigma_e^2$$

Bodner 假设

$$D_\nu^p=D_0^2\cdot\exp\left[-\left(Z^2/\sigma_e^2\right)^n\right] \tag{9}$$

式中:n 控制了速率敏感性;Z 为硬化参数,依赖于加载历史;D_0 为 D_ν^p 的极限值;n 和 Z 可以分别依赖于温度。由(7)式～(9)式得到

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p}=D_0\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z^2}{\sigma_e^2}\right)^n\right]\frac{\sqrt{3}s_{ij}}{\sigma_e} \tag{10}$$

Z 已被表示为

$$Z=Z_1-(Z_1-Z_0)\cdot\exp\left(-\frac{m_0+m_1-m}{2}-m_0W_p\right) \tag{11}$$

$$m=m_0+m_1\cdot\exp(-2W_p) \tag{12}$$

式中:$W_p=\int\sigma_{ij}\,\mathrm{d}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p}$;$n$ 表示温度 T 的参数,$n=A+B/T$ 。

J-C 本构方程、Z-A 本构方程以及 B-P 本构方程的建立表明,对于低压、高应变率实验,单一曲线假定似乎是可以采用的。也就是说,对于不同的应力状态,通过等效应力与等效应变,可以把应力、应变、应变率以及温度的关系统一描述。但是,必须指出,J-C 等本构模型虽然基于拉伸、扭转等不同应力状态,并不包括平面冲击波实验,因此,在冲击加载下的单一曲线假定能否应用于平板撞击所产生的冲击波情况尚需考证。事实上,冲击波实验产生高压,这种动高压产生的塑性可压缩性有可能使 von Mises 屈服条件不成立,从而从根本上否定等效应力的意义。

3　高压、高应变率实验与低压、高应变率实验的本构关联性

平面冲击波实验是典型的高压、高应变率实验,设平面冲击波传播方向为第 1 主应力方向,则在弹性范围有

$$\begin{cases}p=-K\ln v=-\dfrac{E}{3(1-2\mu)}\ln v\\ \varepsilon_1=\ln v\\ s_1=\dfrac{4}{3}G\ln v=\dfrac{2E}{3(1+\mu)}\ln v\\ s_2=-\dfrac{1}{2}s_1\\ \sigma_1=K\ln v+\dfrac{4}{3}G\ln v=\dfrac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}\ln v\\ \sigma_2=\sigma_3=K\ln v-\dfrac{2}{3}\ln v=\dfrac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}\ln v\end{cases} \tag{13}$$

式中:σ_1、σ_2 为应力,s_1、s_2 为偏应力,p 为压力,v、ε_1 分别为比容和应变,E 为杨氏模量,μ 为泊松比。

可见,在线弹性范围,由一维应力实验确定了材料的基本特性 E、μ 后,一维应变实验的结果完全可以由方程(13)预计。

在一维应力实验中,设 $\sigma=\sigma_s$ 时材料发生初始屈服,对于复杂应力状态,材料发生初始屈服的条件是经典塑性理论的要点之一,一般认为,von Mises 条件是适合于金属材料的,可以表述为

$$s_1^2+s_2^2+s_3^2=\frac{2}{3}\sigma_s^2 \tag{14}$$

对于一维应变状态,此条件为

$$s_1=\frac{2}{3}\sigma_s \tag{15}$$

由方程(13)得到

$$\sigma_1 = \frac{1-\mu}{1-2\mu}\sigma_s \tag{16}$$

这就是说，如果在一维应力状态，当$\sigma=\sigma_s$时材料发生屈服，那么在一维应变状态，当$\sigma=\frac{1-\mu}{1-2\mu}\sigma_s$时材料才发生屈服。

超过弹性极限后

$$\begin{cases} p = p(v) \\ \sigma_1 = -p(v) + \frac{2}{3}\sigma_s \end{cases} \tag{17}$$

或者在高压下

$$\begin{cases} p = p(v,e) \\ \sigma_1 = -p(v,e) + \frac{2}{3}\sigma_s \end{cases} \tag{18}$$

式中：$p=p(v,e)$为高压状态方程，e为比内能。

现在研究，如果采用SHPB装置，取得一维应力下，动态后继屈服强度或流动应力的如下本构方程

$$\sigma_s = f(\varepsilon,\dot{\varepsilon}) \tag{19}$$

式中：ε、$\dot{\varepsilon}$分别为一维应力条件下的应变和应变率。如何应用于一维应变状态的本构描述？

如果单一曲线假定也适用于平面冲击波实验，那么，利用SHPB装置取得的方程(19)式可直接用于平面冲击波实验，

$$\sigma_1 = -p(e,v) + \frac{2}{3}f\left(\frac{2}{3}\varepsilon,\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}\right) \tag{20}$$

式中：ε、$\dot{\varepsilon}$分别为平面冲击波实验的一维应变及一维应变率。

如果设

$$\sigma_e = F(\varepsilon_e,\dot{\varepsilon}_e) \tag{21}$$

为J-C、Z-A、及B-P本构方程，则(20)式可表示为

$$\sigma_1 = -p(v,e) + \frac{2}{3}F\left(\frac{2}{3}\varepsilon,\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}\right) \tag{22}$$

关于材料在一维应变状态下的初始屈服及后继屈服研究，1980年后一直是冲击波物理的研究前沿与热点。1980年Steinberg[5]等指出，上述von Mises意义的屈服强度$\sigma_s(\sigma_s\equiv Y)$随应变率$\dot{\varepsilon}$的增强是有极限的，超过一定应变率，$\dot{\varepsilon}$对$Y$的影响很小。研究表明，当应力超过10 GPa时，应变率对于屈服强度的效应可以忽略；就应变率而言，当$\dot{\varepsilon}\geqslant 10^5\ \mathrm{s}^{-1}$时，可认为$Y$不依赖于$\dot{\varepsilon}$。应变率效应随应力增大而快速减小归因于随着应力增大温度的迅速增高。事实上，大量实验结果揭示，平板撞击下，材料一维应变状态的屈服强度Y是应变ε、压力p、温度T如下形式的函数，简称为SCG本构[5]

$$Y = Y_0\left[1+\beta(\varepsilon+\varepsilon_i)\right]^n\left[1+\left(\frac{Y'_p}{Y_0}\right)\frac{p}{\eta^{1/3}}+\left(\frac{G'_T}{G_0}\right)(T-300)\right] = Y_0\left[1+\beta(\varepsilon+\varepsilon_i)^n\right]\frac{G}{G_0} \tag{23}$$

式中：$\eta=v_0/v$，v_0为初始比体积；$G=G(p,T)$为剪切模量；Y_0为初始屈服强度；β、n为加工硬化参数；ε_i为初始等效应变，通常取为0；G'_p/G_0、G'_T/G_0为参数。对于Al(6061-76)、Au、Be(S-200)、Cu(OFHC)、Mg(AZ31B-H24)、Nb、Ni(Annealed)、Pb、Pt(Annealed)、Stainless Steel(304)、Ta、Ti、V、W等14种金属材料，这些参数均已给出。然而，1989年Steinberg[6]等修正了他们的模型，计及了应变率效应，把流动应力表达为

$$Y = \left[Y_T(\dot{\varepsilon}_p,T)+Y_A f(\varepsilon_p)\right]\left[G(p,T)/G_0\right] \tag{24}$$

式中：$Y_T(\dot{\varepsilon}_p,T)$及$f(\varepsilon_p)$分别为热激活部分及非热部分，分别由如下方程确定

$$\dot{\varepsilon}_p = \left\{\frac{1}{C_1}\exp\left[\frac{2U_k}{kT}\left(1-\frac{Y_T}{Y_P}\right)^2\right]+\frac{C_2}{Y_T}\right\}^{-1} \tag{25}$$

$$Y_A f(\varepsilon_p) = Y_0 \left[1 + \beta(\varepsilon_p + \varepsilon_i)\right]^n \tag{26}$$

式中:ε_p 为等效塑性应变,Y_P 为 Peierls 应力,$2U_k$ 为形成长度为 L 的位错段中一对结所需的能量,k 为 Boltzman 常数,C_2 为阻曳系数 D 除以位错密度 ρ^* 乘 Burgers 矢量 b 的平方

$$C_1 = \rho^* Lab^2 \nu^* / 2w^2 \tag{27}$$

式中:a 为 Peierls 谷间的距离,w 为结环的宽度,ν^* 为 Debye 频率。

本构方程(24)式的实质是,高压与高应变率对于流动应力的耦合效应具有可分离变量特性,以剪切模量为流动应力的尺度,在此种尺度下量度的流动应力具有应变率相关性,并由位错动力学确定,而温度效应则包含在剪切模量的相关性以及位错动力学机理之中,而高压效应则包含在剪切模量对压力的依赖性中,这也正是静高压中已发现的。

华劲松[7]对于 Steinberg 等建立的本构关系(23)式进行了深入讨论。指出,在构建 SCG 本构关系时,作者依据静高压实验的规律,假设 Y/G 为常数。华劲松[7]证实此假设对动高压数据也成立。结果表明,对于 93W 合金材料而言,在压力高达 200 GPa 时,Y/G 为常数的假设仍然合理。华劲松等还提出了直接利用冲击波速度与波后质点速度的关系,确定 SCG 本构关系中的参数的方法。

张江跃[8]等通过测定 93W 合金中的再加载和卸载波传播的拉格朗日声速,获得了 93W 合金在一次冲击终态为 14.81、30.22 及 92.36 GPa 三个压力点下的剪应力、最大剪应力和剪切模量。得到的在不同压力下的 Y 值列于表 1 中。

表 1　实验得到的 93W 材料的 Y[8]

Table 1　Experimental flow stress Y[8] for 93W

p/(GPa)	Y/(GPa)	p_H/(GPa)	ε
14.81	1.84	16.04	0.050
30.22	2.63	31.97	0.094
92.36	4.86	95.6	0.176

如果按方程(3)表示的 Johnson-Cook 本构模型,计算表 1 中的 Y,方程(3)中的参数为[1]:A=1.51 GPa,B=0.177 GPa,n=0.12,C=0.016,对于 p=14.81 GPa 的情况,取 $\dot{\varepsilon}=10^5\ s^{-1}$,不计温度影响,计算得 Y=1.90,比较接近实验结果。然而对于 p=30.22 GPa 及 92.36 GPa 的情况,按 Johnson-Cook 本构模型(3)式计算的 Y 远小于实验结果。事实上,适合于高应变率情况的 Johnson-Cook 等模型并不适合于高压冲击波情况的本构模型。前者是应变、应变率及温度的函数,而后者是应变、压力和温度的函数。在物理机理上,低压、高应变率塑性变形与高压、高应变率塑性变形的规律是不同的。

与一维应力相比,一维应变的多应力状态使材料发生体积应变,产生较大的压力,致使高应变率塑性变形与冲击波塑性变形不尽相同。不同的应力分量产生不同的物理机制[10]。

(1) 位错。位错的产生与运动受偏应力的控制,而层积缺陷(堆垛层错)受压力的影响。

(2) 第二相粒子。如果它们与基体有不同的可压缩性,这些第二相粒子也是位错之源。压力可以破坏它们与基体的粘附,伴随材料强度的减少,这些是压力的效应。

(3) 单独颗粒。对于晶格不显示立方对称性的材料,单独颗粒有各向异性的可压缩性,压力在它们的边界上将建立不相容的应力,这些不相容的应力对于延性材料产生缺陷,对于脆性材料产生裂纹。

(4) 相变。压力会引起材料相变,马氏体也可由剪切应力或剪切应变引起。

(5) 孪晶现象。剪切应力激发孪晶,压力可以有间接效应。

(6) 点缺陷。剪切应力产生点缺陷。然而,它们的扩散率受压力的影响。

(7) 熔点。受压力影响。

(8) 冲击与剩余温度。压力与偏应力都可以影响冲击与剩余温度,然而机制不同。压力引起的温度上升是热力学效应;偏应力产生位错及其运动,这些内摩擦(塑性功)转化为热,伴随温度上升。

关于高应变率下材料的本构关系与冲击波作用下材料本构关系的考证是最关键的问题,这种考证主要是通过实验、理论与数值模拟相结合。著名的 Taylor 撞击实验就是考题。应该指出的是,在 Taylor撞击实验中,由于高速撞击产生的冲击波使材料处于高压、高应变率状态,必须采用高压、高应变率本构方程而不能采用低压、高应变率本构方程。然而,著名的学者就采用了低压、高应变率本构方程

进行数值模拟。Zerilli-Armstrong[2]把具有150 m/s速度的铜试件的Taylor撞击实验结果分别与采用Johnson-Cook本构关系及Zerilli-Armstrong本构关系数值模拟的结果进行了比较。研究表明,试件在撞击过程中的径向变形剖面与采用Zerilli-Armstrong本构关系得到的计算结果一致。而与采用Johnson-Cook本构关系得到的计算结果有较大差异。这说明,某些低压、高应变率本构方程在一定条件下也能应用于高压、高应变率状态,并非绝然不适用于动高压条件。

对于冲击波作用下材料本构关系的典型考题是平板撞击实验。Steinberg等[5,6]采用他们建立的本构方程(23)式以及(24)式,数值模拟了平板撞击试件靶实验,把计算的试件自由面或界面的速度历史与实验结果相比较,考察本构方程中应变、应变率、压力、温度诸项对计算结果的影响。然而,这并不是直接验证高压、高应变率本构方程的方法。

值得提出的是,随着冲击波实验中,横向应力计测试技术与分析的改进,直接测量冲击波剖面流动应力的研究有了可喜的进展。为直接验证高压、高应变率本构理论模型提供了可能性。1996年Millett等[11]评论了冲击波实验横向应力计数据的分析,指出必须考虑应力计经受的应力与应变状态。他们研究了锰铜应力计随纵向应力或压力的硬化,也估计了应力计的几何效应、绝缘厚度影响等。2001年Greewood等[12]讨论了锰铜应力计的保真度问题,提出了产生最终破坏模式干扰的原因,也描述了入射冲击波前沿初始接触产生的不良信号,并报道了一种减小或消除干扰的装置。1999年~2003年间Millett、Bourne等[13~15]发表了很多有关直接测量不同材料在平面冲击波实验中的流动应力的结果,其中包括钨合金、铝合金、TiTa合金、钽等材料在不同纵向应力范围(2~14 GPa)的流动应力变化规律,也显示了不同纵向应力下的Hugoniot弹性极限。

剪切强度τ由熟知的关系得到

$$2\tau=\sigma_x-\sigma_y \tag{28}$$

式中:σ_x和σ_y分别为纵向及横向应力。图1[13]表示钨材料的剪切应力随纵向应力变化的实验结果,由图1可见,钨无论处于合金或非合金条件,均随冲击应力的增大而明显硬化。图中也表示了Zhou及Clifton[16]用压剪实验所得到的结果。虽然实验与测试技术完全不同,实验结果却具有可比性,也说明平面冲击波实验与压剪冲击实验似乎同属某种加载途径相关性。采用图1的实验结果来考察所关心的本构方程问题。

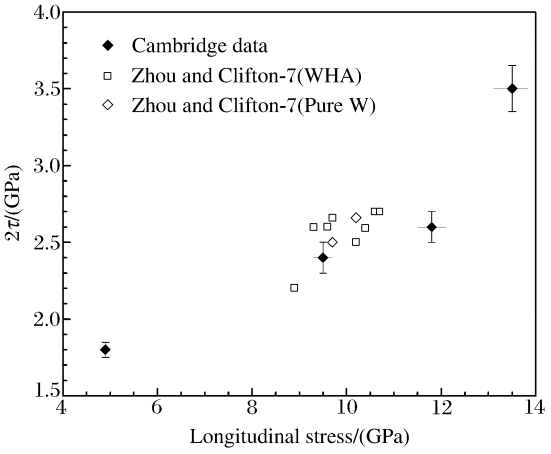


图1 钨材料的剪切应力随纵向应力变化

Fig. 1 Variation of shear stress with longitudinal stress for tungsten

必须首先注意到关于温度效应的新发现,2000年Clifton[17]指出,理解金属在高温下的动态塑性响应对于理解塑性流动的速率控制机理是最重要的。1998年Frutschy等[18]曾经把室温下的流动应力表达式乘以温度依赖性因子,试图描述高温、高应变率的流动应力,这个因子当温度趋于金属熔化温度时减小为零。然而,最近的实验结果表明,这样的模型并不合适。事实上,1996年Kanel[19]等采用升温的平板撞击实验已经发现,对于铝和镁,在温度趋于零压熔点时,流动应力并不降低,反而升高。1998年Frutschy和Clifton[18,20]指出,对纯铜所作的应变率为$10^6\ s^{-1}$的压剪平板撞击实验也有类似结果,在高达85%零压熔点时,流动应力仍然很高。Clifton[17]认为,这可能与塑性功转换为热的因子有关,通常采用的转换因子为0.9,这是对相当大的应变而言的。在平面冲击波实验中,应变很小,此因子不会如此大。

鉴于这些新发现,有理由可以不计由于冲击升温而引起的流动应力的减小。对于钨合金而言,SCG本构方程(23)式中的$Y_0=2.2$ GPa,$\beta=7.7$,$n=0.13$,$Y'_p/Y_0=1.0$,$G'_T/G_0=1.4\times10^{-4}$,在不计温度效应的情况下,对于纵向应力为13.5、11.8及9.5 GPa的实验而言,由钨材料的$C_0=4.0$ km/s、$\lambda=1.24$

可估算 $\rho_0/\rho=0.97\sim0.98$,从而由 SCG 本构方程(23)式估计的 $Y=2.5\sim2.6$ GPa,与图 1 中所示的实验结果比较接近,只是对于纵向应力为 4.9 及 13.5 GPa 的实验而言,实测的 Y 分别低于及高于 SCG 本构方程(23)式的估算值。

显然,高应变率下材料的本构方程与冲击波作用下材料的本构方程适用于不同的应变率范围及压力范围。问题是,当材料经受强冲击波作用达到高压状态又从高压状态卸载时,当卸载到较低压力范围时,能否采用高应变率下的材料本构方程? 不少学者(包括著名学者)采用了 Johnson-Cook 等低压、高应变率本构方程数值模拟层裂现象,其中包括冲击加载和卸载过程,这种现实一方面表明,在强冲击研究领域,并非已有共识:"适用于低压条件下的金属行为,显然不适用于动高压条件"。另一方面也表明,对冲击后的卸载过程还缺乏深刻认识。我们认为,从微观机制来看,这种使用似有问题,因为上述论及的不同应力分量产生的不同的细、微观效应是不可逆的,从高压卸载到较低压力时,低压本构方程不一定能够使用。

4　结　语

(1) 对于低压、高应变率实验,单一曲线假定基本上可以应用于不同应力状态,通过等效应力与等效应变可以把流动应力表示为应变、应变率及温度的统一表达式。

(2) 对于高压、高应变率实验,就钨材料而言,只有在压力低于 10 GPa 情况下,低压、高应变率本构方程才有可能与高压、高应变率本构方程估算的流动应力相近,核心问题是,在高压下,必须考虑高压与高应变率的耦合效应,特别是高压效应。

(3) 低压、高应变率下材料的本构方程与冲击波作用下的材料本构方程适用于不同的应变率及压力范围,压力及偏应力引起不同的细、微观效应。因此,从物理机理上说,这两类本构方程具有不同的物理背景,而且是不可逆的细、微观的过程,所以也不能应用于同一材料经历的同一过程,例如从高压卸载到低压的过程。

References:

[1] Johnson G R, Cook W H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain-Rates and High Temperatures [A]. Porc 7th Int Nat Symposium on Ballistcs [C]. The Hague, The Netherlands, 1983.

[2] Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation-Mechanics-Based Constitutive Relations for Material Dynamics Calculations [J]. J Appl Phys, 1987, 61: 1816.

[3] Bodner S R, Partom Y. Consitutive Equation for Elastic-Viscoplastic Srain-Hardening Materials [J]. J Appl Mech, 1975, 42: 385－389.

[4] Asay J R. Shock Wave Paradigms and New Challenges [A]. Furnish M D, Thadhani N N, Norie Y. Shock Compression of Condensed Mater-2001 [C]. New York: Melville, 2002. 26－35.

[5] Steinberg D J, Cochran S G, Guinan M W. A Constitutive Model for Metals Applicable at High-Strain Rate [J]. J Appl Phys, 1980, 53: 1498－1504.

[6] Steinberg D J, Lund C M. A Constitutive Model for Strain Rates from 10^{-4} to 10^{6} s^{-1} [J]. J Appl Phys, 1989, 65: 1526－1533.

[7] Hua J S. Constitutive Equations for 93W at High Temperature and High Pressure [D]. Mianyang: China Academy of Engineering Physics, 1999. (in Chinese)
华劲松. 高温高压下钨合金的本构方程研究 [D]. 绵阳:中国工程物理研究院, 1999.

[8] Zhang J Y, Tan H, Yu J L. Determination of the Yield Strength of 93W Alloys by Using AC Techniques [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1997, 11(4): 254－259. (in Chinese)
张江跃, 谭　华, 虞吉林. 双屈服法测定 93W 合金的屈服强度 [J]. 高压物理学报, 1997, 11(4): 254－259.

[9] Xu B Y, Liu X S. Applied Elastic and Plastic Mechanics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1995. 112. (in Chinese)
徐秉业, 刘信声. 应用弹塑性力学 [M]. 北京:清华大学出版社, 1995. 112.

[10] Meyers M A. Dynamic Behavior of Materials [M]. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons Inc, 1994. 386－387.

[11] Millett J C F, Bourne N K, Rosenberg Z. On the Analysis of Transverse Stress Gauge Data from Shock Loading Experiments [J]. J Phys D: Appl Phys, 1996, 29: 2466－2472.

[12] Greenwood D, Forbes J, Garcia F, et al. Improvements in the Signal Fidelity of the Manganin Stress Gauge [A]. Furnish M D, Thadhani N N, Norie Y. Shock Compression of Condensed Matter-2001 [C]. New York: Melville, 2002. 1157－1159.

[13] Millett J C F, Bourne N K, Rosenberg Z, et al. Shear Strength Measurements in a Tungsten Alloy during Shock Loading [J]. J Appl Phys, 1999, 86: 6707－6709.

[14] Millett J C F, Bourne N K, Graylll G T, et al. The Response of TiAl Based Alloys to One Dimensional Shock Loading [J]. Acta Materiala, 2002, 50: 4801－4811.

[15] Graylll G T, Bourne N K, Millett J C F. Shock Response of Tantalum: Lateral Stress and Shear Strength througth the Front [J]. J Appl Phys, 2003, 94: 6430－6436.

[16] Zhou M, Clifton R J. Dynamic Constitutive and Failure Behavior of a Two-Phase Tungsten Composite [J]. J Appl Mech, 1997, 64: 487.

[17] Clifton R J. Response of Materials under Dynamic Loading [J]. Int J Solids Struct, 2000, 37: 105－113.

[18] Fruschy K J, Clifton R J. High-Temperature Pressure-Shear Plate Impact Experiments on OFHC Copper [J]. J Mech Phys Solids, 1998, 46: 1723－1743.

[19] Kanel G I, Ragorenov S V, Bogatch A A, et al. Spall Fracture Properties of Aluminum and Magnesium at High Temperature [J]. J Appl Phys, 1996, 79: 8310－8317.

[20] Frutschy K J, Clifton R J. High Temperature Pressure Shear Plate Impact Experiments and Results for Pure Tungsten Carbide [J]. Exp Mech, 1998, 38: 116－125.

The Constitutive Relationship between High Pressure-High Strain Rate and Low Pressure-High Strain Rate Experiment

CHEN Da-Nian, LIU Guo-Qing, YU Yu-Ying, WANG Huan-Ran, XIE Shu-Gang

(*Mechanics & Materials Science Research Center, Ningbo University, Ningbo* 315211, *China*)

Abstract: It is indicated that the constitutive equations at high strain rates proposed by Johnson-Cook (J-C), Zerilli-Armstrong (Z-A) and Bodner-Parton (B-P) collapse the data of flow stress in compression, tension, torsion, and shear into simple curve with the scalar quatities 'effective' stress and 'effective' strain, however, the collapsed data of flow stress did not include the data in the planar shock wave tests. The SCG constitutive equation proposed by Steinberg et al for the planar shock wave tests is discussed, which describes the coupled high pressure and high strain rate effects on the plastic deformation of materials. Basing on the recent experiments at elevated temperatures and high strain rates and the shear strength measurements during shock loading, the flow stress for tungsten at high pressure and high strain rates is estimated with J-C and SCG constitutive equations, respectively. It is concluded that the J-C, Z-A and B-P constitutive equations may not be appropriate to describe the plastic behavior of materials at high pressure and high strain rates, comparing with SCG constitutive equation. It is emphasized that the physical background of the constitutive equation at high pressure and high strain rates is different from that at low pressure and high strain rates.

Key words: constitutive equation; high pressure; high strain rate