文章编号：1000-5773(2005)03-0257-07

高速钨杆弹对脆性靶体的侵彻分析*

王延斌[1,2]，李九红[3]，魏雪英[4]，俞茂宏[1]

(1. 西安交通大学建筑与力学学院，陕西西安 710049；
2. 西北电力试验研究院，陕西西安 710054；
3. 西安理工大学土木工程系，陕西西安 710048；
4. 长安大学建筑工程学院，陕西西安 710054)

摘要：考虑脆性材料在高速弹体的侵彻下会发生破碎这一特性，将靶体材料划分为弹性-裂纹-破碎三个响应区，利用静态空腔膨胀理论求出了空腔膨胀压力，即修正的流体动力学模型(A-T 模型)中的靶体阻力 R_t。分析了压剪系数对靶体阻力和靶体应力场的影响。利用 A-T 模型求出了钨杆弹以 1.5～4.5 km/s 的速度撞击靶体时的侵彻深度，并与实验结果及其他研究者的结果进行了比较。

关键词：脆性材料；侵彻；柱形空腔膨胀理论；靶体阻力
中图分类号：O385 **文献标识码**：A

1 引 言

研究侵彻问题的方法主要有实验法、数值法和理论解析法。其中理论解析法中的 A-T 射流模型是一种有效的方法，它的数学表达式是[1~3]

$$\frac{1}{2}\rho_p(v-V)^2+Y_p=\frac{1}{2}\rho_t u^2+R_t \tag{1}$$

式中：v、V 分别为弹体速度和侵彻速度，ρ_p、ρ_t 分别为弹体和靶体材料的密度，Y_p、R_t 分别为弹体的强度参数和靶体材料的阻力，其中求解 R_t 是解决问题的关键。

Tate[1,2] 和 Strengher[4] 讨论了靶体阻力的确定，认为 R_t 是准静态的球形空腔膨胀压力。Forrestal 和 Longscope[5] 用静态球形空腔膨胀理论，分别对弹性-裂纹-塑性、塑性-裂纹以及弹性-塑性三种陶瓷靶响应进行了分析，求出了陶瓷靶的靶体阻力 R_t。Wright 等[6] 分析了脆性复合材料的靶体阻力。Partom[7] 根据弹性-塑性响应模型求解了陶瓷靶的靶体阻力。Satapathy 和 Bless[8,9] 以及魏雪英和俞茂宏[10] 利用静态空腔膨胀理论和弹性-裂纹-破碎的靶体响应模型分析了脆性材料的靶体阻力，其中文献[10]还对侵彻深度进行了研究。

Curran 等[11] 基于微观力学，考虑了脆性材料的断裂、损伤演化和破碎过程，用有限元模拟了陶瓷厚靶在高速冲击下的响应。

同时，还有许多学者用动态方法研究了脆性材料的侵彻问题。Kartuzov 等[12] 基于动态空腔膨胀理论，对靶体响应为饱和破碎-未饱和破碎-裂纹-弹性的情况作了分析，求出了陶瓷靶撞击点的总压力。Satapathy[13] 则基于动态球形空腔膨胀理论和弹性-裂纹-破碎的靶体响应模型分析了脆性材料的冲击响应。另外，Mastilovic 和 Krajcinovic[14]、Race 和 Rupert[15]、Orphal 等[16] 以及 Subramanian 等[17] 对脆性材料的冲击响应也作了许多研究。

* **收稿日期**：2004-06-10；**修回日期**：2005-01-11
作者简介：王延斌(1967—)，男，博士，高级工程师，主要从事强度理论和结构冲击响应研究.
E-mail：wangyanbin@nwepri.com

严格来讲,高速侵彻问题属于动态问题,其常用的理论是动态空腔膨胀理论,但求解过程特别复杂。而准静态方法具有简单易得到解析解等优点,所以得到了广泛应用。但这些研究大都是采用球形空腔膨胀模型来探求 A-T 模型中的靶体阻力 R_t,本工作从准静态柱形空腔膨胀理论出发,并假设靶体阻力就等于柱形空腔膨胀压力,是对 A-T 模型的一个探讨和研究。基于柱形空腔膨胀理论和弹性-裂纹-破碎的脆性材料响应模型,分析靶体材料的靶体阻力 R_t,研究了钨杆弹侵彻陶瓷靶的深度,并和球形空腔膨胀模型以及实验结果进行了对比。

2 准静态柱型空腔膨胀模型

假设在高速弹体侵彻作用下,脆性靶体材料中出现柱形空腔,此时靶体材料的响应可分为四个区域:与空腔壁相邻的是破碎区($a_0 \leqslant r \leqslant a$),向外依次是裂纹区($a \leqslant r \leqslant b$),弹性区($b \leqslant r \leqslant c$)和未扰动区($r \geqslant c$)。如图 1 所示。

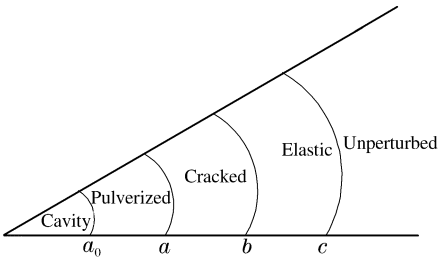


图 1 靶体材料的响应

Fig. 1 Response regions in the target

2.1 弹性区

由于柱形轴对称,平衡方程为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=0 \tag{2}$$

在弹性区中应力-位移关系如下

$$\sigma_r=\frac{E}{(1-2\mu)(1+\mu)}\left[(1-\mu)\frac{\partial u}{\partial r}+\mu\frac{u}{r}\right] \tag{3}$$

$$\sigma_\theta=\frac{E}{(1-2\mu)(1+\mu)}\left[\mu\frac{\partial u}{\partial r}+(1-\mu)\frac{u}{r}\right] \tag{4}$$

式中:E、μ 分别为材料的弹性模量和泊松比,u 为径向位移。将(3)式和(4)式代入平衡方程中可以得到

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}-\frac{u}{r^2}=0 \tag{5}$$

求解上式可得

$$u=C_1r+C_2/r \tag{6}$$

式中:C_1、C_2 为积分常数,可由边界条件求出。

边界条件

$$\sigma_r\Big|_{r=c}=0,\quad \sigma_\theta\Big|_{r=b}=\sigma_t \tag{7}$$

式中:σ_t 为材料的抗拉强度。可以求出

$$C_1=\frac{\sigma_t(1-2\mu)(1+\mu)}{E(1+c^2/b^2)} \tag{8}$$

$$C_2=\frac{\sigma_t(1+\mu)c^2}{E(1+c^2/b^2)} \tag{9}$$

将 C_1、C_2 代入(6)式,则可得到弹性区的位移为

$$u=\frac{\sigma_t(1+\mu)}{E(1+c^2/b^2)}\left[(1-2\mu)r+\frac{c^2}{r}\right] \tag{10}$$

则弹性区的应力为

$$\sigma_r=\frac{\sigma_t}{1+c^2/b^2}\left(1-\frac{c^2}{r^2}\right) \tag{11}$$

$$\sigma_\theta=\frac{\sigma_t}{1+c^2/b^2}\left(1+\frac{c^2}{r^2}\right) \tag{12}$$

2.2　裂纹区

当环向应力超过材料的抗拉强度时,即 $\sigma_\theta \geqslant \sigma_t$ 时,出现裂纹。假设在这一区域出现不同尺寸的径向裂纹,$\sigma_\theta=0$,因此这一区域处于单向应力状态。

平衡方程为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r}+\frac{\sigma_r}{r}=0 \tag{13}$$

积分上式可得

$$\sigma_r=C_3/r \tag{14}$$

式中:C_3 为积分常数。

在裂纹区与破碎区边界有

$$\sigma_r\Big|_{r=a}=-Y \tag{15}$$

式中:Y 为材料的单轴抗压强度。根据边界条件求得

$$C_3=-Ya \tag{16}$$

所以

$$\sigma_r=-Ya/r \tag{17}$$

由 $\sigma_r\Big|_{r=b}$ 处连续可得

$$\frac{\sigma_t}{1+c^2/b^2}\left(1-\frac{c^2}{b^2}\right)=-\frac{Ya}{b} \tag{18}$$

$$\frac{a}{b}=-\frac{\sigma_t}{Y(1+c^2/b^2)}\left(1-\frac{c^2}{b^2}\right) \tag{19}$$

假设这一区域无环向裂纹,则径向弹性模量无劣化。将 $\sigma_r=E\varepsilon_r=E(\mathrm{d}u/\mathrm{d}r)$ 与(17)式联立求得

$$u=-\frac{Ya}{E}\ln r+C_4 \tag{20}$$

在裂纹区与弹性区交界面上($r=b$)位移连续,则可求出 C_4

$$C_4=\frac{\sigma_t(1+\mu)}{E(1+c^2/b^2)}\left[(1-2\mu)b+\frac{c^2}{b}\right]+\frac{Ya}{E}\ln b \tag{21}$$

所以

$$u=\frac{Ya}{E}\ln\frac{b}{r}+\frac{\sigma_t(1+\mu)}{E(1+c^2/b^2)}\left[(1-2\mu)b+\frac{c^2}{b}\right] \tag{22}$$

2.3　破碎区

在破碎区内材料凝聚力消失,在无围压时材料不能承受剪力,设材料满足 $\tau=mp$,即

$$\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{2}=m\left(\frac{\sigma_r+\sigma_\theta+\sigma_z}{3}\right) \tag{23}$$

式中:m 称为压剪系数。假设 $\sigma_z=\frac{1}{2}(\sigma_r+\sigma_\theta)$,则由上式可以得到

$$\sigma_\theta=\frac{1-m}{1+m}\sigma_r \tag{24}$$

则平衡方程可整理为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r}+2\eta\frac{\sigma_r}{r}=0 \tag{25}$$

式中:$\eta=m/(1+m)$,m 为 τ-p 曲线的斜率。

由(25)式可求得:

$$\sigma_r=(C_5 r)^{-2\eta} \tag{26}$$

式中:C_5 为积分常数。

由屈服条件 $\sigma_r\Big|_{r=a}=-Y$ 可求出 C_5,并代入(26)式可得

$$\sigma_r = -Y\left(\frac{a}{r}\right)^{2\eta} \tag{27}$$

所以

$$\sigma_\theta = \frac{1-m}{1+m}\sigma_r = -\frac{1-m}{1+m}Y\left(\frac{a}{r}\right)^{2\eta} \tag{28}$$

假设靶体阻力 R_t 与空腔内壁处($r=a_0$)的空腔膨胀压力相等,即

$$R_t = Y\left(\frac{a}{a_0}\right)^{2\eta} \tag{29}$$

从上式中可以看到,要求出靶体阻力,必须先求出 a/a_0,即需要求出空腔与破碎区的相对尺寸。下面求 a/a_0。

质量守恒方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r-u)^2 = 2r\frac{\rho}{\rho_0} \tag{30}$$

对于高强度混凝土和陶瓷等脆性材料,可认为 $\rho/\rho_0=1$。代入(30)式,并从 $r=a_0$ 到 $r=a$ 积分,忽略 $u(a)$的高阶项,可以得到

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{u(a)}{a} \tag{31}$$

代入 $u(a)$,可得到

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{Y}{E}\ln\frac{b}{a} + \frac{\sigma_t(1+\mu)}{E(1+c^2/b^2)}\left[\frac{(1-2\mu)b^2+c^2}{ab}\right] \tag{32}$$

对于已知的弹体与靶体尺寸,a_0 和 c 已知,a 和 b 待求,由(32)式与(19)式联立可求出。对于半无限靶,上式可整理为

$$\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{2Y}{E}\ln\frac{Y}{\sigma_t} + \frac{2Y(1+\mu)}{E} \tag{33}$$

代入(29)式并整理为

$$R_t = Y\left[\frac{E/2Y}{\ln(Y/\sigma_t)+(1+\mu)}\right]^{\eta} \tag{34}$$

3 讨 论

3.1 R_t 的计算以及与 m 的关系

3.1.1 R_t 的计算

以下计算基于文献[11,16]对 AlN 靶体的实验和分析数据,$\rho_t=3.25\ \mathrm{g/cm^3}$,弹性模量 $E=315$ GPa,体积模量 $K=210$ GPa,抗拉强度 $\sigma_t=1$ GPa,抗压强度 $Y=3$ GPa。

剪应力和正应力之间的关系为

$$\frac{1}{2}(\sigma_r-\sigma_\theta) = \beta\sigma_r \tag{35}$$

则

$$m = \beta/(1-\beta) \tag{36}$$

在文献[11]中,对于 AlN 实验,测得 $\beta=0.163$,利用上式可求得 $m=0.195$。根据以上数据可以求得在本文模型条件下的 $R_t=4.98$ GPa。

文献[8,10]根据球形空腔膨胀理论求出的靶体阻力为

$$R_t = Y\left\{\frac{E/3Y}{1-\sqrt{\sigma_t/Y}\cdot\left[(1-\mu)/\sqrt{2}\right]}\right\}^{2\alpha/3} \tag{37}$$

式中:$\alpha=6m/(3+4m)$,m 的含义与本文中相同。其值为 $m=3\beta/(3-4\beta)=0.208$,根据以上材料数据可求得 $R_t=7.02$ GPa。

在靶体响应为弹性-裂纹-塑性时,Forrestal 和 Longcope[5] 认为靶体为理想塑性,求得靶体阻力公式为

$$R_t = Y\left(1 + 2\ln\frac{c}{a}\right) \tag{38}$$

其中

$$\left(\frac{a}{c}\right)^3 = \alpha - \frac{3\alpha(1-2\mu)Y}{E}\left(1 - \frac{2}{3}\ln\alpha\right), \quad \alpha = \frac{9(1-2\mu)}{2}\left(\frac{Y}{E}\right)\left(\frac{Y}{2T}\right)^{1/2}$$

式中:Y 为材料的抗压强度,T 为抗拉强度,E 为弹性模量,μ 为泊松比。根据以上所述的材料参数求得 $R_t = 9.57$ GPa。

三种模型求得的靶体阻力结果如表 1 所示。

表 1　靶体阻力计算结果

Table 1　Results of R_t in three model

Model of cavity expansion	Model of materials response	R_t/(GPa)
Cylindrical cavity expansion	Elastic-cracked-pulverized	4.98
Spherical cavity expansion	Elastic-cracked-pulverized	7.02
Spherical cavity expansion	Elastic-cracked-plastic	9.57

3.1.2　R_t 与 m 的关系

图 2 绘出了靶体阻力和压剪系数的关系曲线。可以看出,压剪系数越大,靶体阻力也就越大。而且,球形空腔膨胀模型中的压剪系数对靶体阻力的影响要大于柱形空腔膨胀模型。

3.2　应力场和位移场的计算

图 3 绘出了本文模型下的压剪系数对应力场的影响曲线,可以看出,对于半无限靶体,压剪系数只对破碎区的应力分布有影响,而对裂纹区和弹性区的应力分布无影响。压剪系数对各区的大小也无影响。同时可以看出,径向应力分布是连续的,切向应力分布不连续。

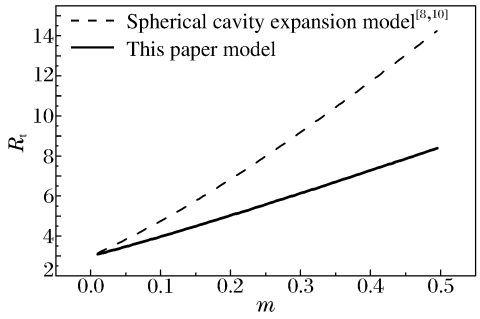


图 2　靶体阻力 R_t 与压剪系数 m 的关系曲线

Fig. 2　Variation of R_t with pressure-shear coefficient m

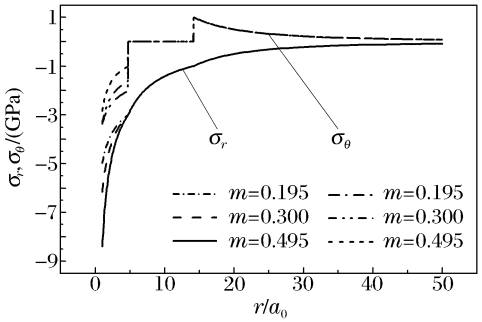


图 3　压剪系数 m 对应力场的影响

Fig. 3　Variation of stress fields with pressure-shear coefficient

3.3　侵彻深度的计算

钨杆弹参数:分别采用文献[16]中的钨杆弹强度参数 $Y_p = 1.1$ GPa 和密度 $\rho_p = 19.3$ g/cm^3。文献[16]通过实验得到拟合曲线

$$P_p/L = 0.022v^3 - 0.342v^2 + 1.842v - 1.258 \tag{39}$$

式中:P_p 为主要侵彻阶段的侵深,即未考虑初始阶段和最终阶段的侵彻深度;L 为弹长,v 为碰撞速度,单位为 km/s。实验用的钨杆弹大小为:$L/D = 20$,$D = 0.762$ mm,对于速度大于 3.7 km/s 时,采用 $L/D = 15$。

根据如前求得的靶体阻力,因为 $R_t > Y_p$,所以根据 A-T 模型,侵彻深度的计算公式为

$$P = \int_0^t V\,\mathrm{d}t = -\frac{\rho_p}{Y_p}\int_{v_0}^{v_{cr}} VL\,\mathrm{d}v \tag{40}$$

其中

$$v_{cr}=\sqrt{2(R_t-Y_p)/\rho_p} \tag{41}$$

$$\frac{L}{L_0}=\left(\frac{v+\sqrt{v^2+A}}{v_0+\sqrt{v_0^2+A}}\right)^{\frac{R_t-Y_p}{\delta Y_p}}\cdot \exp\left\{\frac{\delta\rho_p}{2(1-\delta^2)Y_p}\left[\left(v\sqrt{v^2+A}-\delta v^2\right)-\left(v_0\sqrt{v_0^2+A}-\delta v_0^2\right)\right]\right\} \tag{42}$$

$$\delta=\sqrt{\rho_t/\rho_p} \tag{43}$$

$$A=\frac{2(R_t-Y_p)(1-\delta^2)}{\rho_t} \tag{44}$$

$$V=\left[(v-\delta)\sqrt{v^2+A}\right]\Big/(1-\delta^2) \tag{45}$$

利用 A-T 模型计算钨杆弹以 1.5～4.5 km/s 撞靶时的侵彻深度，如图 4 所示。

由图 4 的对比可知，本工作的结果与实验结果的规律是一致的，实验结果在球形空腔膨胀理论和柱形空腔膨胀理论之间。此外需要指出的是，本工作针对的是弹体对靶体垂直侵彻的情况，对于斜向侵彻问题，应力状态较为复杂，本工作未涉及，还需做进一步的研究。

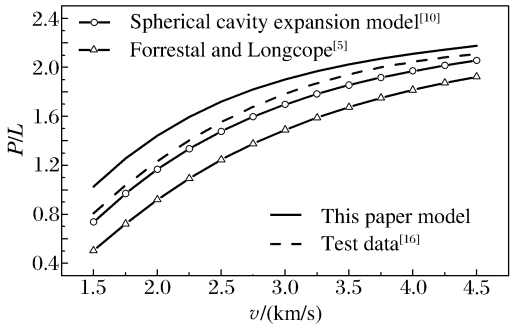


图 4 不同模型的侵彻深度对比

Fig. 4 Penetration depth comparison of different model

4 结 论

A-T 模型自提出以来已得到了广泛而深入的研究，这些研究大都是采用球形空腔膨胀模型来探求 A-T 模型中的靶体阻力 R_t，本工作从准静态柱形空腔膨胀理论出发，并假设靶体阻力就等于柱形空腔膨胀压力，是对 A-T 模型的一个探讨和研究。

(1) 通过与实验结果的比较可以看出，本文模型与实验结果有一定的符合性，可以应用于工程实际。作为对比，图 4 亦给出了魏雪英和俞茂宏用球形空腔膨胀模型得出的侵彻深度的结果。可以看出，球形空腔膨胀模型得出的侵彻深度与实验结果的符合程度要高于柱形空腔膨胀模型，但是，两者在 $v>3.5$ km/s 时都与实验结果较为接近。

(2) 材料破碎区压剪系数 m 对靶体阻力影响较大，m 值越大，靶体阻力越大。

(3) Forrestal 和 Longcope 模型未考虑材料的破碎，过高地估计了靶体阻力。

(4) 球形空腔膨胀模型中的压剪系数对靶体阻力的影响要大于柱形空腔膨胀模型。

(5) 对于半无限靶体，压剪系数对破碎区、裂纹区、弹性区的大小无影响，对裂纹区和弹性区的应力分布无影响，只对破碎区的应力分布有影响。

(6) 侵彻深度随弹体速度的增大而增大，最终趋于平缓。说明当撞击速度达到一定程度时，靠单纯提高弹体速度来加大侵彻深度的效果不显著。

References:

[1] Tate A. A Theory for the Deceleration of Long Rods after Impact [J]. J Mech Phys Solids, 1967, 15: 387－399.

[2] Tate A. Further Results in the Theory of Long Rod Penetration [J]. J Mech Phys Solids, 1969, 17: 141－150.

[3] Alekseevskii V P. Penetration of a Rod into a Target at High Velocity [J]. Combus Explos Shock Waves, 1966, 2: 63－66.

[4] Sternberg J. Material Properties Determining the Resistance of Ceramics to High Velocity Penetration [J]. J Mech Phys Solids, 1989, 65(9): 3417－3424.

[5] Forrestal M J, Longcope D B. Target Strength of Ceramic Materials for High-Velocity Penetration [J]. J Appl Phys, 1990, 67(8): 3669－3672.

[6] Wright S C, Huang H, Fleck N A. Deep Penetration of Polycarbonte by a Cylindrical Punch [J]. Mech Mater, 1992, 13: 277－284.

[7] Partom Y, Littlefield D L. Dependence of Ceramic Armor Resistance on Projectile Velocity [A]. Proc of the 14th Int Ballistics Symp [C]. Quebec, 1993. 563－572.

[8] Satapathy S, Bless S. Calculation of Penetration Resistance of Brittle Materials using Spherical Cavity Expansion Analysis [J]. Mech Mater, 1996, 23: 323－330.

[9] Satapathy S, Bless S. Cavity Expansion Resistance of Brittle Materials Obeying a Two-Curve Pressure-Shear Behavior [J]. J Appl Phys, 2000, 88(7): 4004－4012.

[10] Wei X Y, Yu M H. Analysis of Tungsten Rods on Penetrating Ceramic Targets at High Velocity [J]. Chinese Acta Armamentarii, 2002, 23(2): 167－170. (in Chinese)
魏雪英,俞茂宏. 钨杆弹高速侵彻陶瓷靶的理论分析 [J]. 兵工学报, 2002, 23(2): 167－170.

[11] Curran D R, Seaman L, Cooper T, et al. Micromechanical Model for Comminution and Granular Flow of Brittle Material under High Strain Rate Application to Penetration of Ceramic Targets [J]. Int J Impact Eng, 1993, 13(1): 53－83.

[12] Kartuzov V V, Galanov B A, Ivanov S M. Concept of Ultimate Fracture Velocity in the Analysis of Spherical Cavity Expansion in Brittle Materials: Application to Penetration Problems [J]. Int J Impact Eng, 1999, 23: 431－442.

[13] Satapathy S. Dynamic Spherical Cavity Expansion in Brittle Ceramics [J]. Int J Solids Struct, 2001, 38: 5833－5845.

[14] Mastilovic S, Krajcinovic K. Penetration of Rigid Projectiles through Quasi-Brittle Materials [J]. J Appl Mech, 1999, 66: 585－592.

[15] Grace F I, Rupert N I. Analysis of Long Rods Impacting Ceramic Targets at High Velocity [J]. Int J Impact Eng, 1997, 20: 281－292.

[16] Orphal D L, Franzen R R, Piekutowski A J, et al. Penetration of Confined Aluminum Nitride Targets by Tungsten Long Rods at 1.5～4.5 km/s [J]. Int J Impact Eng, 1996, 18(4): 355－368.

[17] Subramanian R, Bless S. Penetration of Semi-Infine AD995 Alumina Tagets by Tungsten Long Rod Penetrators from 1.5 to 3.5 km/s [J]. Int J Impact Eng, 1995, 17: 807－816.

Analysis of High-Velocity Tungsten Rod on Penetrating Brittle Target

WANG Yan-Bin[1,2], LI Jiu-Hong[3], WEI Xue-Ying[4], YU Mao-Hong[1]

(1. *School of Civil Engineering and Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*;
2. *Northwest China Electric Power Test & Research Institute, Xi'an* 710054, *China*;
3. *Department of Civil Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an* 710048, *China*;
4. *School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an* 710054, *China*)

Abstract: Brittle materials can be pulverized near the tip of the penetrator under high-velocity impact. This paper considers the pulverization of brittle materials and divides the target into the pulverized, cracked and elastic regions, and derived the cavity expansion pressure, viz. target resistance R_t of A-T model (modified hydrodynamic model) based on static cylindrical cavity expansion theory. The influences of the pressure-shear coefficient on R_t and stress fields are discussed. The depth of penetration is calculated using A-T model for a tungsten long rod impacting brittle target at 1.5～4.5 km/s. The calculated results of this model are compared with the experimental data and the results of other models.

Key words: brittle materials; penetration; cylindrical cavity expansion theory; target resistance