文章编号：1000-5773(2010)03-0219-06

高温 SHPB 实验温度修正的差分方法*

尚 兵[1]，王彤彤[2]，庄 茁[1]

(1. 清华大学航天航空学院，教育部应用力学重点实验室，北京 100084；
2. 黄石理工学院数理学院，湖北黄石 435003)

摘要：将波在具有温度梯度的波导杆中运动的控制方程离散，利用差分格式编写程序，根据杆上任意一点的应变信号，计算出当波传到杆上其它任意点处的应变信号。设计实验，验证了该方法的正确性。此方法可应用于高温 Hopkinson 实验中，即：在波导杆上处于室温的某处粘贴应变片，由该应变片采集的应变信号，计算出试件与波导杆接触处的高温区的应变信号，利用此应变信号即可获得高温 Hopkinson 实验中试件的应力-应变关系。

关键词：固体力学；分离式 Hopkinson 压杆；高温；差分方法；温度修正
中图分类号：O347.3 **文献标识码**：A

1 引 言

20 世纪以来，随着科学技术的发展，越来越多的材料被应用于高温、高应变率环境中，因此材料在高温、高应变率条件下的力学行为引起了人们的广泛关注。由于分离式 Hopkinson 压杆(Split Hopkinson Pressure Bar，SHPB)具有结构简单、操作方便、测量方法精巧、加载波形易于控制等优点，因此它已成为测量高应变率下材料力学性能的主要实验设备。其所涉及的应变率($10^2 \sim 10^3\ s^{-1}$)属于一般工程材料流动应力的应变率敏感性变化比较剧烈的范围，因而，人们尝试将 SHPB 实验装置应用于材料的高温动态力学性能研究。

利用 SHPB 进行材料高温动态力学性能测试，主要采用两种方案。一是将试件以及小部分波导杆放入温度箱中，同时进行加热。这样将不可避免地在输入和输出波导杆中形成温度梯度。而温度梯度的存在将对测量精度产生一定的影响，因此在进行数据处理时，需采取各种方式对实验信号进行相应的修正。同时该方法需要测量波导杆的温度分布，并了解杆模量随温度变化的规律。二是利用特殊设计的实验装置，降低进而完全忽略温度梯度的影响。该方法有多种实现方式，例如：先只对试件加热，实验前快速将试件衬在系统中，其难点是系统的准静态对接与同步问题；也可以在试件和波导杆之间加装弹性隔热保护块，使杆处于室温状态，其关键是保护块的选取；此外可以采用热不敏感材料制作波导杆。

早在 1984 年，C. Frantz[1] 曾建立了一个自动机械装置，在加载前的若干毫秒内推动导杆，使之与加热后的试件相接触。2005 年，谢若泽等人[2] 采用单独对试件加温的方式，利用气动组装系统，使应力波到达杆端时输入杆和输出杆同时与试件接触。同年，李玉龙等人[3] 也设计了一种驱动系统，与前两种方式殊途同归。在采用特殊实验装置的方式中，系统复杂，偶然因素很多，使得有效实验数据的比例降低。

对于温度场的修正，U. S. Lindholm 等人[4] 曾采用统一的修正公式。而 J. L. Chiddister 等人[5] 则指出，由实测波形推导实际波形时需要解决一个初边值问题。1998 年，夏开文等人[6] 在 30CrMnSiA 钢

* **收稿日期**：2009-03-16；**修回日期**：2009-08-28
基金项目：国家自然科学基金(90815026)
作者简介：尚 兵(1979－)，男，博士研究生，主要从事固体力学研究. E-mail：shang@mail.ustc.edu.cn
作者简介：庄 茁(1952－)，男，教授，博士生导师，主要从事固体力学研究. E-mail：zhuangz@tsinghua.edu.cn

的高温动态力学性能研究中，对这一问题进行了讨论。此外，有限元模拟方法也被用来研究此问题[7]。

本研究利用差分格式将波动方程进行离散，编写计算机程序，由常温处应变片所测得的应变信号直接获得试件在高温条件下的动态应力-应变关系。

2 实验装置及原理

实验装置如图 1 所示。MN 为∅15.5 mm×1 500 mm 的钢杆，与 SHPB 试验所用的入射杆材料一致。A 点处于温控箱加热的高温区，O、P 点分别贴应变片。OA、AP 的距离大于 300 mm。整形器为小紫铜片，主要用于滤除高频振荡，便于观察信号。该装置用于检测由撞击产生的应变信号通过温度场后所发生的变化。当温控箱对波导杆加热后，杆的杨氏模量将会发生变化。由传热学[8]可知，温度分布可表示为

$$T - T_\infty = (T_0 - T_\infty)\exp(-mx) \tag{1}$$

式中：T 为距热源 x 点处的温度；T_0 为热源温度；T_∞ 为无穷远处温度，对于当前情况，即为室温；$m^2 = hp/(kA)$，其中 h 为空气热交换系数，p 为杆截面周长，k 为杆的导热系数，A 为杆的截面面积。

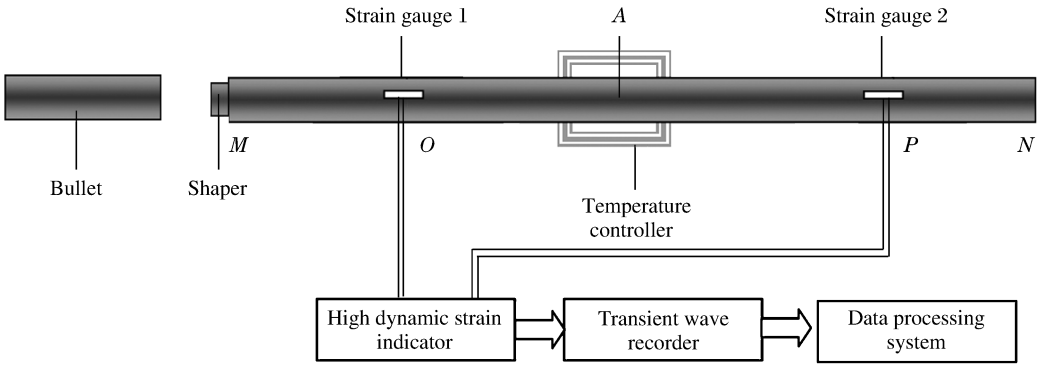


图 1 带有温控装置的波导杆装置示意图

Fig. 1 Schematic of the waveguide system with temperature controller

杆的杨氏模量 E 可由经验公式[6](0～650 ℃)求得，即

$$E(T) = \left[C_3\left(\frac{T}{1\,790}\right)^3 + C_2\left(\frac{T}{1\,790}\right)^2 + C_1\frac{T}{1\,790} + C_0\right] \times 10^9 \tag{2}$$

拟合得到的波导杆杨氏模量的分布系数为：$C_3 = 1\,306.3$，$C_2 = -761$，$C_1 = 2$，$C_0 = 206.1$。

根据一维应力波理论，以速度 v 和应变 ε 为变量，得到连续方程

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{3}$$

式中：x 为 Lagrange 坐标，t 为时间。运动方程为

$$\rho(T)\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \tag{4}$$

式中：$\rho(T)$为杆的密度，σ 为杆中应力。

在当前的实验温度及应力条件下，杆一直处于弹性范围，因此有

$$\sigma = E(T)\varepsilon \tag{5}$$

式中：$E(T)$为杨氏模量。将(5)式代入(4)式，得到

$$\rho(T)\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial E(T)\varepsilon}{\partial x} \tag{6}$$

杆的密度 ρ 随温度的变化很小，通常认为保持为恒值 ρ_0。这样，就得到了加温条件下波导杆中一维应力波传播的控制方程组[6]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial x}=\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t}=\dfrac{\partial E(T)\varepsilon}{\partial x} \end{cases} \tag{7}$$

由(1)式和(2)式可以得到不同实验温度下的模量 E 随距离 x 的变化规律 $E(x)$,由(7)式可得

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial x}=\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t}=\dfrac{\partial E(x)\varepsilon}{\partial x} \end{cases} \tag{8}$$

采用半隐格式,实质上的差分显格式为

$$\begin{cases} \varepsilon_j^{n+1}=\varepsilon_j^n+\dfrac{\Delta t}{\Delta x}(v_{j-1/2}^n-v_{j+1/2}^n) & (9a) \\ v_{j+1/2}^{n+1}=v_{j+1/2}^n+\dfrac{\Delta t}{\Delta x \rho_0}[(E\varepsilon)_j^{n+1}-(E\varepsilon)_{j+1}^{n+1}] & (9b) \end{cases}$$

式中:下标 j 和上标 n 分别为空间和时间上的离散点。该差分方程组描述了波在具有温度梯度的波导杆 MN 中的传播,可以由任意一点 O 处测得的应变信号计算出 MN 中其它各点的应变信号。

假设 O 点的应变信号已由应变片 1 测得,则问题转化为以该应变信号为边界条件,整个杆上应变和速度的初值为零时的初边值问题。根据初始条件,首先用(9a)式,由 n 时刻的已知量算出 $n+1$ 时刻的所有 ε,再利用(9b)式,由 n 时刻和 $n+1$ 时刻的已知量算出 $n+1$ 时刻所有的 v。在右边界 J 点上没有已知量,无法求出 J 点的速度和应变,但是根据特征线理论,J 点的影响区域随时间的演化而不断扩大,把边界扩展到 $J+kJ$,并把其值设为零。这样,当计算出所求时刻的应变信号时,右边界点 J 的影响还没有到达。对于左边界,采用偏心格式,计算原理如下。

利用 0、1、2 这 3 个函数点,建立 $\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)_0^n$ 的二阶精度格式

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0^n=a_0 v_0^n+a_1 v_1^n+a_2 v_2^n \tag{10}$$

$$v_1^n=v_0^n+\Delta x v_x^n+\frac{\Delta x^2}{2}v_{xx}^n+\cdots \tag{11}$$

$$v_2^n=v_0^n+2\Delta x\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_x^n+\frac{4\Delta x^2}{2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)_0^n+\cdots \tag{12}$$

式中:a_0、a_1、a_2 为选定系数,并且满足

$$\begin{cases} a_0+a_1+a_2=0 \\ (a_1+2a_2)\Delta x=1 \\ (a_1/2+2a_2)\Delta x^2=1 \end{cases} \tag{13}$$

由(13)式可得

$$\begin{cases} a_0=-3/(2\Delta x) \\ a_1=2/\Delta x \\ a_2=-1/(2\Delta x) \end{cases} \tag{14}$$

将(14)式代入(10)式,可得

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0^n=\frac{-3v_0^n+4v_1^n-v_2^n}{2\Delta x}=\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_0^n \tag{15}$$

通过(15)式即可求出左边界点的值。

为了满足稳定性要求,时间步长的选择要满足以下条件

$$\Delta t=\min\{\beta\Delta x/[E(T)/\rho_0]^{1/2}\} \tag{16}$$

式中:β 取 0.9。

3 实验结果及分析

用加温器将波导杆加温至 600 ℃,用子弹打击该波导杆。应变片 1 测得的 O 点信号(Experiment-1)、由 O 点信号计算出应变片 2 处 P 点的信号(Calculate-e)、加温炉处 A 点的应变信号(Calculate-m)以及应变片 2 测出的 P 点信号(Experiment-2),如图 2 所示。

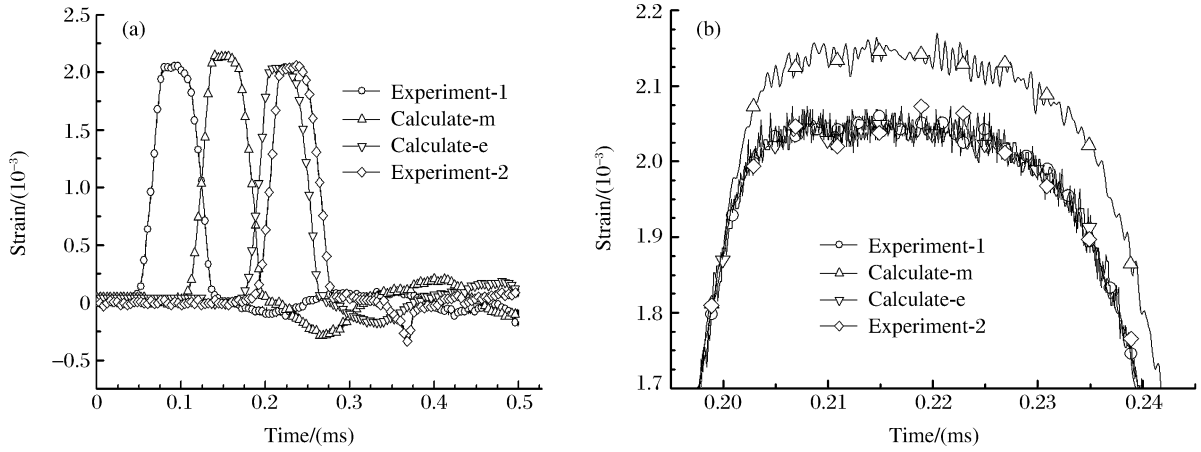


图 2 计算信号与测试信号比较

Fig. 2 Comparison of signals from calculations and experiments

将图 2(a)中的各个波平移到一起,放大后的结果如图 2(b)所示。从图 2(b)中可以看出,由波动方程算出的应变片 2 处的信号与应变片 2 所测得的信号几乎相同,验证了该算法的正确性。再比较应变片 1 和应变片 2 所测得的信号,可以发现,波在通过温度梯度场以后基本保持不变。J. M. Chiddister[5] 将杆上的连续温度分布简化成 5 个台阶,并把入射波简化成梯形波,用弹性波的透射和反射理论来修正温度梯度的影响。然而,由于通过温度场前后的两个波的幅值基本不变,温度梯度的存在使波传播时产生的反射信号非常小,计算时可以忽略该信号。进一步观察可以发现,计算得到的高温区 A 处的应变信号明显增大。也就是说,波运动到高温区时应变幅值增大。

4 高温 SHPB 实验

在常温 SHPB 实验中(实验装置见图 3),测出试件端面 x_1、x_2 的应力和质点速度,进而确定试件的平均应力、应变率和应变。利用一维应力下弹性波在细长杆中传播时无畸变的特性,通过粘贴在入射杆 x_{G1} 处的应变片G1所测得的入射应变信号$\varepsilon_I(x_{G1},t)$和反射应变信号$\varepsilon_R(x_{G1},t)$来代替界面x_1处的入射

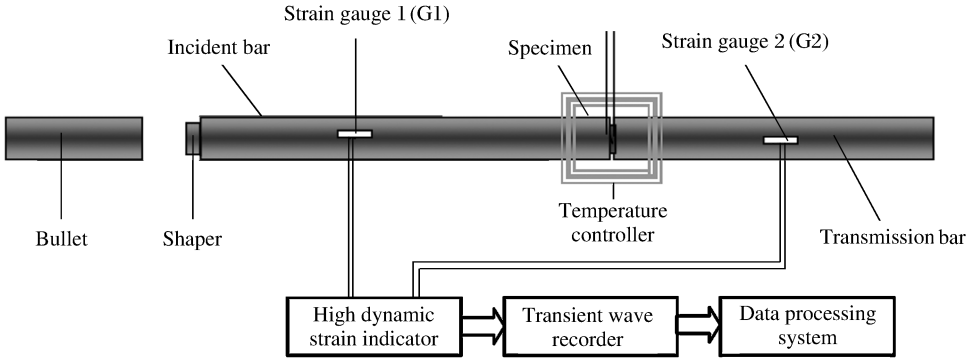


图 3 带有温控装置的 SHPB 设备简图

Fig. 3 Schematic of the SHPB (∅14.5 mm) system with temperature controller

应变波 $\varepsilon_I(x_1,t)$和反射应变波 $\varepsilon_R(x_1,t)$;通过粘贴在透射杆 x_{G2} 处的应变片 G2 所测得的应变信号 $\varepsilon_T(x_{G2},t)$来代替界面 x_2 处的透射应变波 $\varepsilon_T(x_2,t)$。这样就可以由 G1、G2 所测得的信号确定试样的动态应力 $\sigma_s(t)$和应变 $\varepsilon_s(t)$,计算公式为

$$\sigma_s(t)=\frac{EA}{A_s}\varepsilon_T(x_{G2},t)=\frac{EA}{A_s}[\varepsilon_I(x_{G1},t)+\varepsilon_R(x_{G1},t)] \tag{17}$$

$$\varepsilon_s(t)=-\frac{2c_0}{l_s}\int_0^t\varepsilon_R(x_{G1},t)\mathrm{d}t=\frac{2c_0}{l_s}\int_0^t[\varepsilon_I(x_{G1},t)-\varepsilon_T(x_{G2},t)]\mathrm{d}t \tag{18}$$

式中:E 为杆的杨氏模量,A 为杆的截面面积,c_0 为杆中纵波波速,A_s 为试样截面积,l_s 为试样厚度。

但是在高温 SHPB 实验中,由于温度梯度的存在,不能这样简单地替代。应用波动方程,通过计算可以求出:在应变片 G1 处所测得的入射应变信号 $\varepsilon_I(x_{G1},t)$、反射应变信号 $\varepsilon_R(x_{G1},t)$、经过温度场传播到试件端部时的波形 $\varepsilon_I(x_{G1'},t)$和 $\varepsilon_R(x_{G1'},t)$,以及应变片 G2 所测得的透射信号 $\varepsilon_T(x_{G2},t)$在试件端部 x_2 处的波形 $\varepsilon_T(x_{G2'},t)$。

在 500 ℃条件下,对不锈钢在高应变率下进行冲击压缩实验,选择其中一组数据进行处理。将应变片测得的信号 $\varepsilon_I(x_{G1},t)$、$\varepsilon_R(x_{G1},t)$和 $\varepsilon_T(x_{G2},t)$,与用波动方程计算出的加载在试件端部的信号 $\varepsilon_I(x_{G1'},t)$、$\varepsilon_R(x_{G1'},t)$和 $\varepsilon_T(x_{G2'},t)$进行对比,如图 4 所示。

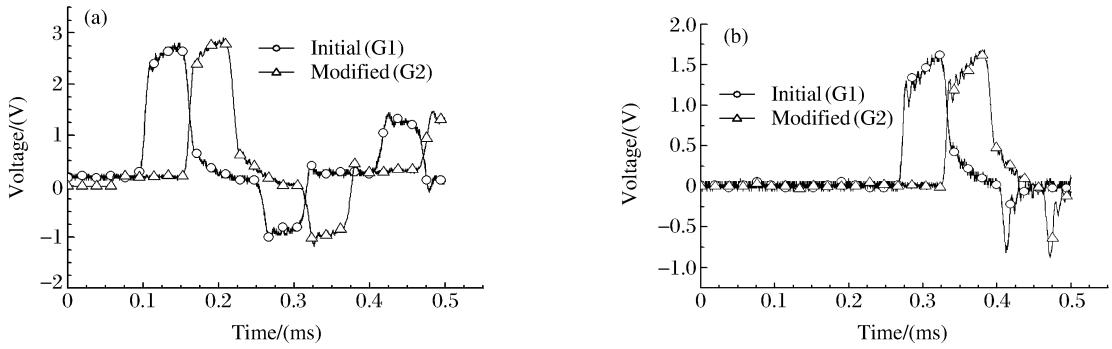


图 4　修正前与修正后的波形对比

Fig. 4　Comparison between initial waveform and modified waveform

在高温 SHPB 实验中,为了得到较精确的应力-应变曲线,利用试件两端的信号 $\varepsilon_I(x_{G1'},t)$、$\varepsilon_R(x_{G1'},t)$和 $\varepsilon_T(x_{G2'},t)$进行计算。设波导杆高温区 A 处的杨氏模量为 E_h,波速为 c',则计算公式为

$$\begin{aligned}\sigma_s(t)&=\frac{E_hA}{A_s}\varepsilon_T(x_{G2'},t)\\&=\frac{E_hA}{A_s}[\varepsilon_I(x_{G1'},t)+\varepsilon_R(x_{G1'},t)]\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_s(t)&=-\frac{2c'}{l_s}\int_0^t\varepsilon_R(x_{G1'},t)\mathrm{d}t\\&=\frac{2c'}{l_s}\int_0^t[\varepsilon_I(x_{G1'},t)-\varepsilon_T(x_{G2'},t)]\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{20}$$

通过(17)式、(18)式以及通过(19)式、(20)式计算得到的应力-应变曲线如图 5 所示。可以发现,经过修正计算得到的应力-应变曲线,屈服应力和最大应变值均比不修正时的值要小。

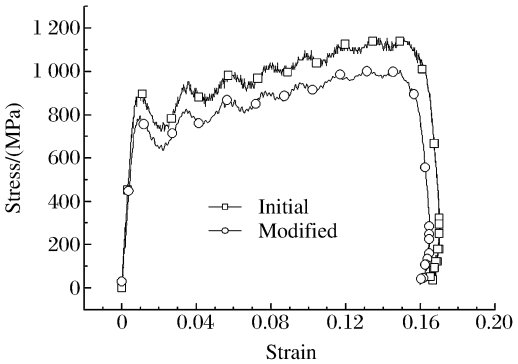


图 5　修正前与修正后的应力-应变曲线

Fig. 5　Initial and modified stress-strain curves

5 结 论

(1) 采用显式差分格式对波动方程进行离散,计算得到了波在具有温度梯度波导杆中传播时的应力-应变曲线。通过高温 SHPB 实验,验证了该方法描述波在具有温度梯度杆中传播的正确性。

(2) 波在具有温度梯度波导杆中传播时,温度梯度对反射波的影响可以忽略。

(3) 利用波在带有温度梯度的波导杆中的运动方程,对高温 SHPB 实验结果进行修正,可以提高高温 SHPB 实验的效率,具有应用前景。

References:

[1] Frantz C E, Follansbee P S, Wright W T. Experimental Techniques with the Split Hopkinson Pressure Bar [A]// Proceedings of the 8th International Conference on High Energy Rate Fabrication [C]. Texas, 1984: 229-236.

[2] Xie R Z, Zhang F J, Yan Y X, et al. High-Temperature SHPB Experimental Technique and Its Application [J]. Explosion and Shock Waves, 2005, 25(4): 330-334. (in Chinese)
谢若泽,张方举,颜怡霞,等. 高温 SHPB 实验技术及其应用 [J]. 爆炸与冲击, 2005, 25(4): 330-334.

[3] Li Y L, Suo T, Guo W G, et al. Determination of Dynamic Behavior of Materials at Elevated Temperatures and High Strain Rates Using Hopkinson Bar [J]. Explosion and Shock Waves, 2005, 25(6): 487-492. (in Chinese)
李玉龙,索 涛,郭伟国,等. 确定材料在高温高应变率下动态性能的 Hopkinson 杆系统 [J]. 爆炸与冲击, 2005, 25(6): 487-492.

[4] Lindholm U S, Yeakley L M. High Strain-Rate Testing: Tension and Compression [J]. Exp Mech, 1968, 8(1): 1-9.

[5] Chiddister J L, Malvern L E. Compression-Impact Testing of Aluminum at Elevated Temperature [J]. Exp Mech, 1963, 3(4): 81-90.

[6] Xia K W, Cheng J Y, Hu S S. Application of SHPB Apparatus to the Measurement of High Temperature Dynamical Mechanical Behavior of Materials [J]. Journal of Experimental Mechanics, 1998, 13(3): 307-313. (in Chinese)
夏开文,程经毅,胡时胜. SHPB 装置应用于测量高温动态力学性能的研究 [J]. 实验力学, 1998, 13(3): 307-313.

[7] Lu J F, Zhuang Z, Shimamura K, et al. Application of Numerical Simulation to SHPB Test to Investigate the Dynamic Compressive Behavior of Material with Failure [J]. Key Eng Mater, 2003, 243: 433-438.

[8] Zhang Y. Heat Transfer [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2004: 302-361. (in Chinese)
张 奕. 传热学 [M]. 南京: 东南大学出版社, 2004: 302-361.

Difference Scheme for Modifying the Experimental Temperature in High-Temperature SHPB Test

SHANG Bing[1], WANG Tong-Tong[2], ZHUANG Zhuo[1]

(1. *School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing* 100084, *China*;
2. *School of Mathematics and Physics, Huangshi Institute of Technology, Huangshi* 435003, *China*)

Abstract: The governing equations of the waves transmitting in the waveguide bar with temperature gradient were dispersed using difference scheme, and then the strain information of any point in the bar was calculated through one point's strain information using computer procedure. One experiment was designed to prove this method. This method can be used in high-temperature split Hopkinson press bar (SHPB) experiment: the guide bar contacts the specimen in high-temperature area. The strain information of this area is calculated through the strain information of the room-temperature point, where a stain gauge is glued. Then the high temperature stress-strain curve of the specimen can be obtained through the strain information of the points, which connect the specimen and the waveguide bar.

Key words: solid mechanics; SHPB; high temperature; difference scheme; temperature correction