文章编号：1000-5773(2009)04-0271-06

Tuler-Butcher 模型中考虑已有损伤影响的一种修正*

蒋 东，李永池，郭 扬

（中国科学技术大学近代力学系，安徽合肥 230027）

摘要：基于 Tuler-Butcher 模型提出了一种修正的损伤演化模型。在此基础上，将新的损伤演化方程编入一维 Lagrange 有限差分动力学程序，对 45 钢和铝锂合金两种延性金属材料的平板正碰撞层裂实验进行了数值模拟，计算结果与实验结果吻合得较好，验证了本模型的正确性。

关键词：延性金属；层裂准则；损伤演化；数值模拟

中图分类号：O347.3 **文献标识码**：A

1 引 言

材料在动态载荷下的响应在许多工程问题如航空航天、武器等方面有着重要的应用，所以研究材料在动态载荷下的响应特性有着特别的现实意义。通过开展平板撞击的材料层裂实验，得出层裂靶板自由面速度时程曲线，是研究材料在超高应变率（$\dot{\varepsilon}=10^4\sim10^6\ \mathrm{s}^{-1}$）下性能的一种方法。但是，由于通常断裂过程的持续时间很短，实验观测结果有限；而问题的复杂性使得难以进行有效的理论分析，目前对层裂现象的研究基本停留在宏观现象学的阶段，正确描述层裂的特性，预言层裂发展演化过程，需要材料科学家、冶金科学家、数学家和物理学家的共同努力[1]。

层裂准则的研究已成为近二三十年来人们研究的热点问题之一，迄今为止，人们提出了各种层裂准则。Rinehart[2]在 20 世纪 50 年代初提出了最大拉伸应力判据；Tuler 等[3]提出了损伤累积判据；Seaman和 Curran 等[4-5]提出了损伤成核与成长（NAG）模型；Johnson[6]等提出了孔洞成长模型；白以龙等[7]从微损伤的统计角度出发，提出了统计细观损伤模型；封加波[8]从孔洞成长的能量平衡出发，提出了损伤度函数模型；李永池等[9]根据封加波的思想，抛弃实体不可压假定，得到了一改进型损伤演化方程。可以看出，层裂准则从“离散度量”型破坏准则发展到“连续度量”型破坏准则；从宏观层裂准则发展到细观层裂准则。王永刚等[10]也对各层裂准则进行了类似的归类。本工作在前人的基础上，在不增加材料参数个数的情况下，提出了一种更加精确且符合物理学常理的修正的宏观损伤累积准则（即认为已有损伤影响损伤演化），并且通过数值模拟与实验比较的方法获得了材料损伤演化参数，结果也令人满意。

2 修正的 Tuler-Butcher 损伤演化模型

Tuler-Butcher 损伤累积准则[3]的形式如下

$$\int_0^{t_c}\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}-1\right]^{\lambda}\mathrm{d}t=\Psi \tag{1}$$

* **收稿日期**：2008-10-19；**修回日期**：2009-04-09

基金项目：国家自然科学基金（10632080）

作者简介：蒋 东（1982—），男，博士研究生，主要从事冲击动力学研究. E-mail：jdzxx@mail.ustc.edu.cn

通讯作者：李永池（1941—），教授，博士生导师，主要从事工程力学研究. E-mail：ycli@ustc.edu.cn

式中：σ_0 为材料损伤阈值应力，$\sigma(t)$为层裂面上拉应力历史，积分上限 t_c 为拉应力作用下材料发生层裂所需时间，λ、Ψ 为材料参数。当 $\lambda=1$ 时，(1)式即为冲量准则；当 $\lambda=2$ 时，(1)式为能量准则；如果 λ 取其它值，虽然上式没有具体的物理意义，但是通过数值模拟发现，特定的 λ 能更好地拟合实验结果，可能会更适合工程上的应用。由于左边的积分变量是无量纲量，Ψ 则是一个具有时间量纲的物理量。该准则说明，当时间达到某一个 Ψ 值时材料断裂。

Tuler-Butcher 损伤累积层裂准则定义的损伤 D 为

$$D=\int_0^{t_c}\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}-1\right]^{\lambda}\mathrm{d}t\Big/\Psi \tag{2}$$

当 $D=1$ 时材料层裂，并进一步得到 Tuler-Butcher 损伤演化方程

$$\dot{D}=\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}-1\right]^{\lambda}\Big/\Psi \tag{3}$$

Tuler-Butcher 损伤累积准则是一种简单的损伤累积准则，已有损伤不影响损伤演化，考虑到材料的损伤势必影响材料力学性能，从宏观物理学角度来讲，某一时刻的损伤必然会影响下一时刻损伤演化，所以我们认为已有损伤影响损伤演化，从而导出修正的 Tuler-Butcher 损伤累积准则

$$\dot{D}=f(\sigma,D) \tag{4}$$

根据前人[11-13]的经验，修正公式(3)可得

$$\dot{D}=\Psi'\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}-1\right]^{\lambda}D(t)[1-D(t)] \tag{5}$$

式中：$D(t)$为当前时刻损伤，表示已损伤部分对损伤演化的影响；$[1-D(t)]$表示未损伤部分对损伤演化的影响；Ψ'为材料系数。(5)式即为修正的 Tuler-Butcher 损伤累积准则，当损伤 D 达到某一损伤极限 D_c 时材料发生断裂。

3 含损伤型本构关系

利用勒迈特所提出的“应变等价原理”，导出有关材料参数的损伤软化形式[14]。应变等价原理可表达为：“任何对于损伤材料所建立的应变本构方程都可以用与对无损伤材料同样的方程导出，只是其中的通常应力需用有效应力替代”。再综合温度对材料参数的影响，采用线性温升软化近似，可以得到如下一些材料参数随损伤和温度变化的公式

$$K=K_S(1-D) \tag{6}$$

$$G=\frac{G_S(1-D)(1-\xi T)}{1+\xi T G_S/3K_S} \tag{7}$$

式中：K、G 分别为体积模量和剪切模量，带下标 S 的量分别为对应该参数的实体量，$\xi=1/T_m$，T_m 为材料熔点，D 为损伤。

时率相关屈服准则采用含损伤的 Johnson-Cook 粘塑性模型

$$\bar{\sigma}=(A+B\varepsilon^n)(1+C\cdot\ln\dot{\varepsilon}^*)(1-T^{*m})(1-D) \tag{8}$$

式中：$\dot{\varepsilon}^*=\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$，$T^*=(T-T_r)/(T_m-T_r)$，$\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变率，T_r 为室温。A、B、C、m 和 n 为 Johnson-Cook 模型的材料参数。

4 平板撞击实例

从计算力学和应力波基本理论出发，建立以有限差分法为基础的计算一维应变波的程序，并在有限差分程序里嵌入了损伤，算法采用半径回归法。连续方程、运动方程和温升方程如下(应力以压为正)

$$\rho_0\Delta X=\rho\Delta x=\Delta M \tag{9}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial\sigma_x}{\rho_0\partial X}=\frac{\partial(-p-4/3\tau)}{\partial M} \tag{10}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=2\alpha\frac{\tau}{\rho c_V}\frac{\partial \varepsilon_x^{\mathrm{p}}}{\partial t} \tag{11}$$

式中：t 是时间，X 是 Lagrange 坐标，x 是 Euler 坐标，ρ_0 是初始质量密度，ρ 是瞬时质量密度，u 是 x 方向粒子速度，σ_x 是纵向压应力，p 是静水压，τ 是剪应力，$\varepsilon_x^{\mathrm{p}}$ 是纵向塑性应变，c_V 是材料比热，α 是塑性功的热转化率因子，这里参照文献[14]取为 0.9。

以 45 钢板和铝锂合金平板撞击层裂实验作为模拟的对象，其中 45 钢平板撞击层裂实验见文献[11]，铝锂合金平板撞击层裂实验见文献[13]，表 1～表 3 给出了实验参数和计算结果。

表 1　层裂实验数据和计算结果

Table 1　Experimental data of spall fracture and numerical simulation results

Material	Flyer thickness /(mm)	Target thickness /(mm)	Impact velocity /(m/s)	Spallation time(Cal.) /(μs)	Spall thickness(Cal.) /(mm)	Max. temperature(Cal.) /(℃)	Max. pressure stress(Cal.) /(GPa)	Max. tensile stress(Cal.) /(GPa)
45 steel	1.996	3.993	503	1.334	2.013	86	9.4	6.6
Al-Li alloy	1.613	2.999	598	0.879	1.610	43	4.0	2.9

表 2　45 钢[11]和铝锂合金[13,15]的主要材料参数

Table 2　Material parameters of 45 steel[11] and Al-Li alloy[13,15] used in simulations

Material	A /(MPa)	B /(MPa)	C	m	n	T_r /(℃)	T_m /(℃)	ρ /(kg/m³)	G /(GPa)	K /(GPa)
45 steel	496	434	0.07	0.804	0.307	25	1 491	7 800	81.9	164.2
Al-Li alloy	162	0	0.07	1.050	0.348	25	676	2 470	31.1	76.0

表 3　损伤演化方程和层裂准则参数

Table 3　The parameters in the damage evolution equation and the spallation criterion

Material	σ_0/(MPa)	Ψ'/(s^{-1})	λ	D_c	Material	σ_0/(MPa)	Ψ'/(s^{-1})	λ	D_c
45 steel	350	8.0×10^5	2.7	0.25	Al-Li alloy	140	8.0×10^5	2.8	0.25

图 1 给出了 45 钢平板撞击实验的自由面速度时程曲线，实线 1 为实验结果，虚线 2 为数值模拟结果。通过对比，自由面速度时程曲线周期性地上升又下降这一层裂引起的特有曲线变化趋势取得了非常满意的结果，说明文中提出的修正的损伤累积准则能准确地反映材料的损伤破坏情况。还需要说明的是，实验中靶板自由面时程曲线的峰值略高于飞片速度，这和理论解不符合，即便是弹性波引起的层裂，峰值速度也应该等于飞片速度，若是存在塑性波，峰值速度应该小于飞片速度，这可能是由自由面速度测量或数据处理存在一定的系统误差造成的，若将实验曲线最高值降至飞片速度并整体降低曲线，则计算结果与实验结果符合得较好。

图 2 给出了铝锂合金平板撞击实验的自由面速度时程曲线，实线 1 为实验结果，虚线 2 为数值模拟结果。从图 2 中可以看出，实验结果和数值计算结果都符合得较好。由此说明，本工作提出的修正的损伤累积准则不仅可以用于 45 钢的层裂，也可以用于铝锂合金的层裂。由于本工作提出的模型是一个宏观物理损伤模型，所以该模型可以应用于其它延性金属。

图 3 给出了铝锂合金层裂时刻飞片和靶板中的拉伸损伤的分布曲线，从图中可以看出，层裂时损伤分布比较集中在层裂面附近，层裂片的厚度也和飞片的厚度相近。这是符合理论解的。

图 4 给出了铝锂合金层裂时刻飞片和靶板中的温度分布曲线，从图中可以看出，在层裂面附近出现了温度的峰值，这是因为温度和损伤的软化效应使得材料的塑性变形在层裂面处比其它地方更大所致。理论上，超高应变率下由冲击波引起的温度上升来不及扩散，可能在局部出现塑性功转化为热，从而使

温度升高，而温度的上升又引起材料的软化，进一步促进塑性功转化为热，从而可能出现热塑性失稳。因此在加载速率很高的时候，温度的软化效应可能会很明显，所以在本构方程中应该予以考虑。20 世纪 90 年代以来，尽管一些学者分别从实验和理论的角度对冲击载荷下不可逆功的热转化因子进行了研究，发现不可逆功的热转化因子并非是一常数，而是随着材料、应变、应变率的变化而变化的；但是由于冲击中温度的测量至今仍是尚未完全解决的难题，因此本文中只给出了 Taylor[16] 建议的近似解，这个近似解可能是偏小的。

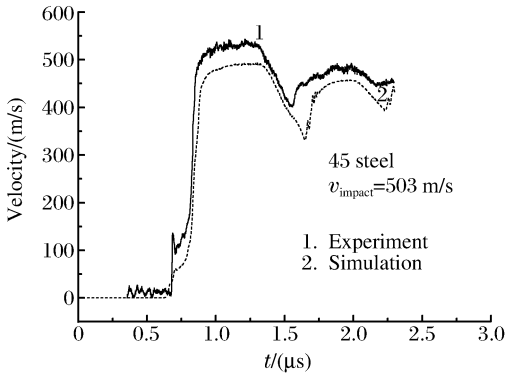


图 1 45 钢自由面速度时程曲线

Fig. 1 Free-surface velocity profile for 45 steel

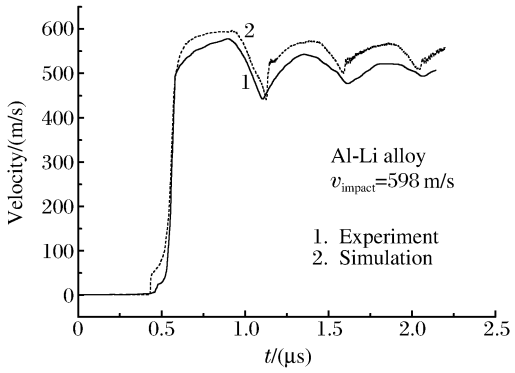


图 2 铝锂合金自由面速度时程曲线

Fig. 2 Free-surface velocity profile for Al-Li alloy

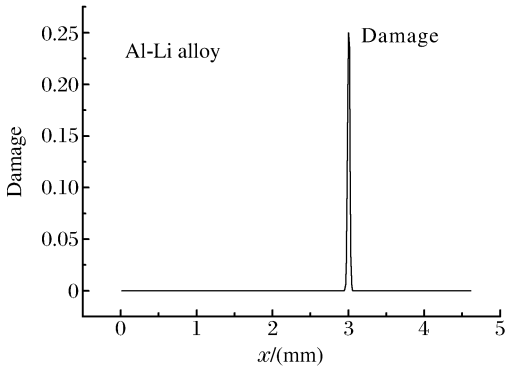


图 3 铝锂合金损伤分布

Fig. 3 Damage distribution for Al-Li alloy

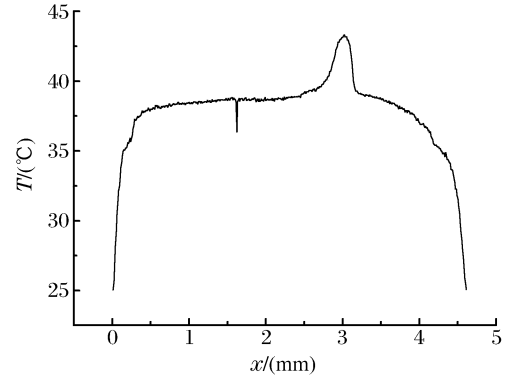


图 4 铝锂合金温度分布

Fig. 4 Temperature distribution for Al-Li alloy

图 5 给出了铝锂合金平板撞击中的应力波传播图像。曲线 1 为 0.10 μs 时的应力波图像，曲线中的应力幅值都符合应力波理论解，即应力幅值约为 4 GPa，从图 5 中还可以清楚地看出弹塑性双波结构。曲线 2 为 0.75 μs 时的应力波图像，与曲线 1 相比，曲线 2 中应力幅值出现了明显的衰减，一方面是由于粘塑性材料对应力波有衰减作用，另一方面是由于自由面反射的稀疏波中和了一部分应力，可以看出弹塑性双波消失，被稀疏波取代，这和应力波理论是相符的。曲线 3 是层裂时刻(0.879 μs)应力波图像，靶板中层裂面附近出现了拉应力，拉应力的幅值为 2.9 GPa。

图 6 是层裂面处轴向应力历史，可以看到该处应力是由压转为拉并超过阈值应力 σ_0 的过程。

45 钢平板撞击时计算的损伤分布、温度分布、应力波传播和层裂面时程曲线和铝锂合金数值模拟所得的曲线(图 3～图 6)基本类似，所不同的是，最高温度、压缩应力波幅值和层裂面最大拉应力的具体数值有差异，具体值参见表 1。

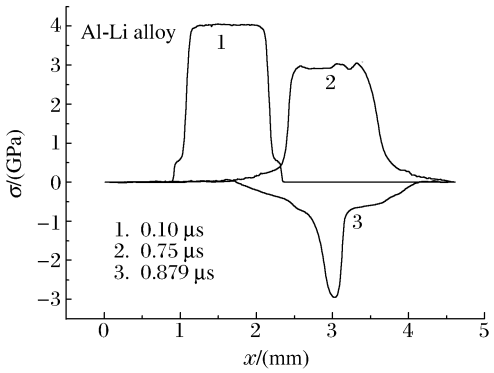


图 5　铝锂合金应力波传播

Fig. 5　Stress wave propagation in Al-Li alloy flyer and target

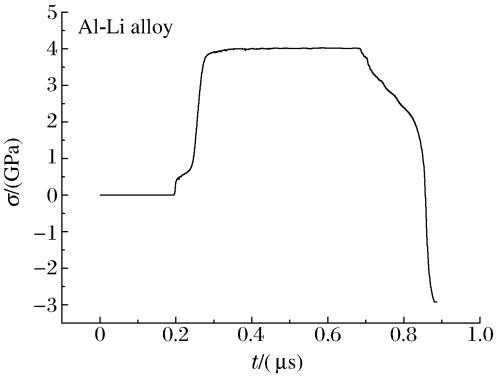


图 6　铝锂合金层裂面时程曲线

Fig. 6　Stress history in Al-Li alloy spallation plane

5　结　论

在前人工作的基础上，给出了一种修正的 Tuler-Butcher 损伤演化方程，即考虑了已有损伤影响损伤演化，并将此损伤演化方程用于 45 钢和铝锂合金两种材料的平板撞击层裂的数值模拟，数值模拟计算得到的自由面速度随时间的变化规律与实验结果符合得较好，表明该损伤演化方程是合理可用的。与其它层裂准则相比，该损伤累积准则参数较少，易于获得参数，便于工程应用。

References：

[1]　Tan H. Introduction to Experimental Shock-Wave Physics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 193-194. (in Chinese)
谭　华. 实验冲击波物理导引 [M]. 北京：国防工业出版社，2007：193-194.

[2]　Rinehart J S. Some Quantitative Data Bearing on the Scabbing of Metals under Explosive Attack [J]. J Appl Phys, 1951, 22(5): 131.

[3]　Tuler F R, Butcher B M. A Criterion for the Time Dependence of Dynamic Fracture [J]. Int J Fract Mech, 1968, 4(4): 431-437.

[4]　Seaman L, Curran D R, Shockey D A. Computation Models for Ductile and Brittle Fracture [J]. J Appl Phys, 1976, 47(11): 4814-4826.

[5]　Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic Failure of Solid [J]. Phys Reports, 1987, 147(5-6): 253-388.

[6]　Johnson J N. Dynamic Fracture and Spallation in Ductile Solids [J]. J Appl Phys, 1981, 52(4): 2812-2825.

[7]　Bai Y L, Bai J, Li H L, et al. Damage Evolution, Localization and Failure of Solids Subjected to Impact Loading [J]. Int J Impact Eng, 2000, 24(6-7): 685-701.

[8]　Feng J B. Damage Function Models for the Dynamic Ductile Fracture of Metals [D]. Beijing: Beijing Science and Technology University, 1992. (in Chinese)
封加波. 金属动态延性破坏的损伤度函数模型 [D]. 北京：北京理工大学，1992.

[9]　Li Y C, Tan F L, Guo Y, et al. Determination of the Damage Evolution Equation and Spallation Criterion of Metals [J]. J Ningbo University, 2003, 16(4): 442-446.

[10]　Wang Y G, He H L, Chen D P, et al. Comparison of Different Spall Models for Simulating Spallation in Ductile Metals [J]. Explosion and Shock Waves, 2005, 25(5): 467-471. (in Chinese)
王永刚，贺红亮，陈登平，等. 延性金属层裂模型比较 [J]. 爆炸与冲击，2005，25(5)：467-471.

[11] Zhang L, Zhang Z G, Qin X Y, et al. Dynamic Fracture and Mechanical Property of D6A, 921 and 45 Steels under Low Shock Pressure [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2003, 17(4): 305-310. (in Chinese)
张 林, 张祖根, 秦晓云, 等. D6A、921 和 45 钢的动态破坏与低压冲击特性 [J]. 高压物理学报, 2003, 17(4): 305-310.

[12] Zhou H Q, Qin C S, Zhang S D, et al. A New Statistical Meso-Scopic Damage Model and Its Applications in Spalling Processes [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2005, 19(3): 201-205. (in Chinese)
周洪强, 秦承森, 张树道, 等. 一个新的损伤演化方程及其在层裂中的应用 [J]. 高压物理学报, 2005, 19(3): 201-205.

[13] Li Y C, Guo Y, Tan F L, et al. Equation of State for Al_2Li Alloy [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2003, 17(2): 81-87. (in Chinese)
李永池, 郭 扬, 谭福利, 等. 铝锂合金材料状态方程的研究 [J]. 高压物理学报, 2003, 17(2): 81-87.

[14] Dong J, Li Y C, Chen X D. A New Damage Model of Microvoids [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2007, 21(4): 414-418. (in Chinese)
董 杰, 李永池, 陈学东. 一种新型微孔洞损伤模型 [J]. 高压物理学报, 2007, 21(4): 414-418.

[15] Cao J D. Numerical Method for Thermo-Viscoplastic-Damage Constitutive Relation and Research on Dynamic Response of Al-Li Alloys [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2006. (in Chinese)
曹结东. 含损伤热粘塑性本构数值算法和铝锂合金动态响应研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2006.

[16] Taylor G I, Quinney H. The Latent Heat Remaining in the Metal after Cold Working [M]. London: Proc Roy Sco, 1937: 157-181.

Modification of Tuler-Butcher Model with Damage Influence

JIANG Dong, LI Yong-Chi, GUO Yang

(*Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei* 230027, *China*)

Abstract: A modificatin of Tuler-Butcher model including damage influence was presented, which was incorporated into a hydrodynamic one-dimensional finite difference computer code, to simulate the process of spall fracture of 45 steel and Al-Li alloy. The calculated results are in good agreement with experimental data, and shows the correctness of the model.

Key words: ductile metals; spallation criterion; damage evolution; numerical simulation