文章编号:1000-5773(2008)04-0409-05

M-G 模型的简化以及预热 Mo 实验结果分析*

王青松,蓝 强,吴 静

(中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理实验室,四川绵阳 621900)

摘要:在 Mie-Grüneisen(M-G)物态方程的基础上进一步推导出预热材料的 Hugoniot 参数表达式,使得利用 M-G 物态方程确定材料在不同初始温度下的 Hugoniot 参数更简洁方便。Miller 和 Duffy 测量了 Mo 在初始温度 1 400 ℃下的状态方程,其结果并不符合 M-G 物态方程模型,导致一些问题需要进一步研究。

关键词:预热;M-G 物态方程;Hugoniot 参数

中图分类号:O521.22 **文献标识码**:A

1 引 言

Hugoniot 参数的测量对材料物态方程的构建具有重要意义。几十年来,国内外在化爆、轻气炮等实验装置上测量了大量材料的 Hugoniot 参数,为产品的理论研究、数值模拟、武器设计等提供了实验依据。不过这些实验基本上是在常温下进行的,所得的参数是以室温为初态的,称为主 Hugoniot 参数。而在一些特定的环境中,如地球内部、行星表面等,物质的初始温度均不在室温下,其初始状态参数(密度、声速等)将会偏离主 Hugoniot 线,要研究这些环境下的材料高压物性仅依靠主 Hugoniot 参数显然是不恰当的,高温下的 Hugoniot 参数是必要的。

不过,进行不同初始温度下的 Hugoniot 参数测量实验量太大,是不切实际的。最简单有效的方法是建立高温物态方程的理论模型,通过定量的实验数据检验其有效性。Mie-Grüneisen(以下简称 M-G)[1]物态方程是由 Rankine-Hugoniot 守恒方程和 Grüneisen 物态方程直接推导出的,整个推导过程不存在任何假设条件或近似条件,因此被认为是目前描述材料在不同初始状态下物态方程的较为合理有效的理论模型。本研究利用 Grüneisen 系数的近似关系式进一步简化了 M-G 物态方程,使其用于计算材料在不同初始温度下的 Hugoniot 参数更简洁方便。Miller 和 Duffy[2]在一级轻气炮上测量了 Mo 在 1 400 ℃温度下的 Hugoniot 状态方程,他们将实验结果与 M-G 物态方程模型进行对比,认为两者是吻合的。但是通过仔细分析,可以发现情况并非如此。预热 Mo 的 Hugoniot 数据不仅不符合M-G 物态方程,同时也带来了一些新的问题需要做进一步研究。

2 M-G 物态方程简化

假定材料在室温下(T_0)的初始密度、内能为 ρ_0、e_0,预热后(T_0')其初始密度、内能为 ρ_0'、e_0',p_H 为主 Hugoniot 线压力(初始温度为 T_0),p_H' 为热 Hugoniot 线压力(初始温度为 T_0'),v 为比容,$v_0=1/\rho_0$,$v_0'=1/\rho_0'$。由 Grüneisen 物态方程得到[3]

$$p_H'-p_H=\frac{\gamma}{v}(e_H'-e_H) \tag{1}$$

* **收稿日期**:2007-09-13;**修回日期**:2008-01-07

作者简介:王青松(1974—),男,硕士,助理研究员,主要从事实验加载技术研究. E-mail:wqswwh123@yahoo.cn

式中：γ 为 Grüneisen 系数，一般认为只是比容的函数，e_H' 和 e_H 分别为主 Hugoniot 和热 Hugoniot 的比内能。

对于主 Hugoniot 线，有

$$e_H - e_0 = p_H(v_0 - v)/2 \tag{2}$$

类似地，相对于热 Hugoniot 线，有

$$e_H' - e_0' = p_H'(v_0' - v)/2 \tag{3}$$

由于 $e_0' = e_0 + \int_{T_0}^{T_0'} c_p(T)\mathrm{d}T$，$c_p(T)$ 为定压比热容，(3)式可以表示为

$$e_H' - e_0' = p_H'(v_0' - v)/2 + \int_{T_0}^{T_0'} c_p(T)\mathrm{d}T \tag{4}$$

将(2)式代入(4)式并结合(1)式，可以得到 M-G 物态方程

$$p_H' = \left[\frac{1-(\gamma/v)(v_0 - v)/2}{1-(\gamma/v)(v_0' - v)/2}\right]p_H + \frac{(\gamma/v)\int_{T_0}^{T_0'} c_p(T)\mathrm{d}T}{1-(\gamma/v)(v_0' - v)/2} \tag{5}$$

通过(5)式可由主 Hugoniot 线 p_H-v 计算出热 p_H'-v，再利用关系式

$$D' = v_0'\sqrt{p_H'/(v_0' - v)} \tag{6}$$

$$u' = \sqrt{p_H'(v_0' - v)} \tag{7}$$

得到冲击波速度 D' 和粒子速度 u'，最后利用线性关系式 $D' = c_0' + \lambda' u'$ 拟合出热 Hugoniot 参数 c_0'、λ'。

通过(5)式计算热 Hugoniot 参数 c_0'、λ' 过程比较多，计算中需要引入 Grüneisen 系数 γ 近似关系式 $\rho_0\gamma_0 = \rho\gamma$，$\gamma_0$ 为常温常压条件下的热力学 Grüneisen 系数，因此可以利用这个近似关系式对(5)进行简化。

(1)式对比容 v 的一阶和二阶导数为

$$\frac{\mathrm{d}p_H'}{\mathrm{d}v} = \frac{\mathrm{d}p_H}{\mathrm{d}v} + \left(\frac{\gamma}{v}\right)\left(\frac{\mathrm{d}e_H'}{\mathrm{d}v} - \frac{\mathrm{d}e_H}{\mathrm{d}v}\right) + (e_H' - e_H)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left(\frac{\gamma}{v}\right) \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 p_H'}{\mathrm{d}v^2} = \frac{\mathrm{d}^2 p_H}{\mathrm{d}v^2} + \left(\frac{\gamma}{v}\right)\left(\frac{\mathrm{d}^2 e_H'}{\mathrm{d}v^2} - \frac{\mathrm{d}^2 e_H}{\mathrm{d}v^2}\right) + 2\left(\frac{\mathrm{d}e_H'}{\mathrm{d}v} - \frac{\mathrm{d}e_H}{\mathrm{d}v}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left(\frac{\gamma}{v}\right) + (e_H' - e_H)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}v^2}\left(\frac{\gamma}{v}\right) \tag{9}$$

材料预热后，其密度变化不大，因此，Grüneisen 系数 γ 的变化可以采用经验关系式 $\gamma/v = \gamma_0/v_0$ 来描述，则(8)式、(9)式中 γ/v 对 v 的一阶、二阶导数为零。而 p_H、p_H' 的表达式为

$$p_H = \rho_0 c_0^2 \eta/(1-\lambda\eta)^2 \tag{10}$$

$$p_H' = \rho_0' c_0'^2 \eta'/(1-\lambda'\eta')^2 \tag{11}$$

式中：$\eta = 1 - v/v_0$，$\eta' = 1 - v/v_0'$，c_0、λ 为主 Hugoniot 参数。将(10)式、(11)式对比容 v 的一阶导数、二阶导数代入(8)式、(9)式中，结合(2)式、(3)式，并令 $v = v_0'$，可以得到热 Hugoniot 参数的直接表达式

$$c_0'^2 = c_0^2\frac{(1-\varphi)^2}{(1-\lambda\varphi)^3}[1 + (\lambda - \gamma_0)\varphi] \tag{14}$$

$$\lambda' = \frac{1}{4}\frac{1-\varphi}{1-\lambda\varphi}\frac{1}{1+(\lambda-\gamma_0)\varphi}[\lambda^2\varphi(2-\gamma_0\varphi) + \lambda(4 - 2\gamma_0\varphi + \gamma_0^2\varphi^2) - \gamma_0^2\varphi] \tag{15}$$

式中：$\varphi = \eta(v_0') = 1 - v_0'/v_0$。$v_0'$ 可由热膨胀关系式求出[7]

$$v_0' = v_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \tag{16}$$

式中：α 为膨胀系数，$\Delta T = T_0' - T_0$。

利用(14)式、(15)式计算预热材料 Hugoniot 参数远比(5)式简单，另外计算中不需要引入参量 $c_p(T)$，当 $T_0' - T_0$ 超过 $c_p(T)$ 的适用范围时，可能会给计算结果带来一定的误差。

需要说明的是，从上述理论推导过程看，Mie-Grüneisen 物态方程不仅适合估算受热材料的 Hugoniot 参数，同时原则上也适用于冷却材料。不过前提是材料在受热或冷却过程中不发生相变，因为相变的存在将使得物态方程的形式更加复杂，粒子速度与冲击波速度的线性关系以及近似关系式 $\rho\gamma = \rho_0\gamma_0$ 可能不适应。

3　预热 Mo 状态方程实验结果分析

3.1　1 400 ℃下 Mo 的状态方程

Miller 和 Duffy 分别将 Mo 样品加热至 1 400 ℃,测量了其状态方程,实验结果以及 M-G 计算结果列入表 1 中。

表中第 3 列为(14)式、(15)式的计算结果,所用参数均选自文献[2]:ρ_0(0 ℃)=10.21 g/cm^3,ρ_0'(1 400 ℃)=9.95 g/cm^3,c_0=5.136 km/s,λ=1.220,γ=1.52。从表中可以看出 Miller 和 Duffy 的实验结果是一致的,但和利用 M-G 模型计算的结果相差甚远。数值计算表明,λ'对初始温度非常不敏感,但是实验结果显示其对初始温度是很敏感的。图 1 列出的是 M-G 模型计算的 D-u 线以及 Miller 和 Duffy 测量的 Hugoniot 数据点,图中只有少数几个压力较高的数据点分布在 M-G D-u 线上,其余数据点均偏离了理论曲线,压力越低,偏离幅度越大。总体说来,Miller 和 Duffy 的实验结果显示材料初始温度对其 Hugoniot 参数的影响远比 M-G 模型计算结果大得多,实验结果与 M-G 理论模型是不相符的。

表 1　1 400 ℃下 Mo 的 Hugoniot 参数

Table 1　Hugoniot parameters of Mo at 1 400 ℃

Parameters	Miller	Duffy	M-G
c'_0/(km/s)	4.77	4.78	5.055
λ'	1.43	1.42	1.224

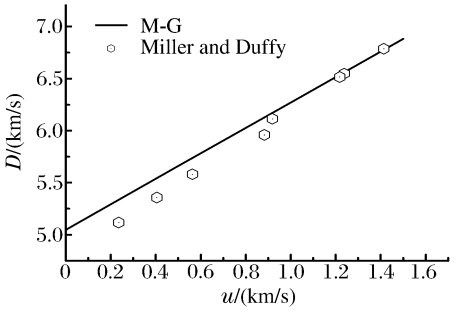


图 1　1 400 ℃下 Mo 的 D-u 曲线

Fig. 1　Particle velocity versus shock velocity for Mo at 1 400 ℃

3.2　飞片的温升对 Hugoniot 测量的影响

在冲击波实验中,为了得到更高的压力,近年来发展了多级爆轰、激光驱动、磁加速、Pillow 飞片[5-7]等超高速实验技术,这些技术均突破了传统实验技术(化爆、二级轻气炮等)的压力极限,但同时带来一个共同的严峻问题,即实验中,飞片在击靶前往往已被加热至较高的温度,如利用 Pillow 飞片技术将 TC4 加速至 11 km/s,其温度达到近 900 K[8],利用磁驱动技术将 6061-T6Al 加速至 20 km/s,其温度达到近 1 200 K[9],飞片在击靶前其初始状态已经偏离了主 Hugoniot 线。由于缺乏预热材料的 Hugoniot 参数,在实验数据处理中,一般只考虑温度对材料密度的影响,假定预热材料的 Hugoniot 参数与其主 Hugoniot 参数是一致的。戴诚达[10]利用 M-G 模型简单地计算了飞片温升对 Hugoniot 测量的影响,认为这种处理方法是可行的。但这只是粗糙的理论估算结论,并不充分。我们可以利用 Miller 和Duffy 的实验结果粗略地估算飞片温升对 Hugoniot 测量的影响。

假定将 Mo 飞片加速至 10 km/s 撞击 Mo 靶,飞片温度为 1 400 ℃,采用下列两种方法处理数据

$$\rho_0'[c_0+\lambda(w-u)](w-u)-\rho_0 Du=0 \tag{17}$$

$$\rho_0'[c_0'+\lambda'(w-u)](w-u)-\rho_0 Du=0 \tag{18}$$

式中:w 为弹速。(17)式只考虑温升对飞片密度的影响,假定其 Hugoniot 参数不受温升的影响,这种方法称为局部修正,在缺乏飞片热 Hugoniot 参数的条件下,主要采用这种方法处理实验数据。(18)式不仅考虑到密度的变化,也考虑到温升对飞片 Hugoniot 参数的影响,这种方法称为完全修正。由于缺乏实验数据,可以将样品作为标准材料,直接引入其 Hugoniot 参数,即 $D=c_0+\lambda u$。计算中如果引入 M-G 计算的热 Hugoniot 参数,两种方法计算出的粒子速度偏差小于 0.1%,说明飞片的温升对实验结果的影响非常小,利用(17)式处理实验数据是合理的。但是引入 Miller 和 Duffy 的实验结果 c_0'、λ',两种方法计算出的粒子速度偏差却大于 2%,其影响是相当明显的,必须用(18)式处理实验数据。由此可见,利用 M-G 模型得出的在超高速冲击波实验中,即使飞片温升比较明显,但在数据处理中仍然可以引入飞片的主 Hugoniot 参数的结论是不充分的。超高速冲击实验中飞片温升对实验结果的影响需要进一步研究。

3.3 预热对材料冲击阻抗 $\rho_0{}'D'$ 的影响

材料预热后，主要表现为初始密度降低，内能增加，材料的初始状态类似于疏松材料。通过对大量疏松材料的冲击绝热数据[11]分析，可以得到如下结论：材料初始密度降低，其冲击阻抗也会降低。M-G 计算结果表明，材料预热温度越高，初始密度越低，其冲击阻抗也越低。因此，戴诚达认为预热在一定程度上“软化”了材料的冲击绝热线。但是，Miller 和 Duffy 测量的预热 Mo 状态方程实验结果并不支持上述结论。

M-G 计算结果表明，不同初始温度下的冲击绝热线是不会相交的，但图 2 却显示 Mo 在 1 400 ℃ 下的 D-u 线与其主 Hugoniot 线相交。交点处的粒子速度记为 u_0，当粒子速度 u 小于 u_0 时，预热 Mo 的冲击阻抗小于其常温下的冲击阻抗，但当粒子速度 u 大于 u_0 时，却出现了预热 Mo 的冲击阻抗大于其常温下的冲击阻抗的情况。由于 u_0 比较小，大体讲，Mo 加热至 1 400 ℃，其冲击阻抗是增加的。这一结论进一步说明了预热 Mo 的状态方程实验结果与 M-G 理论模型是不相符的。由于目前预热材料的 Hugoniot 数据较少，初始温度对材料冲击阻抗的影响如何尚不清楚，这个问题需要进一步研究。

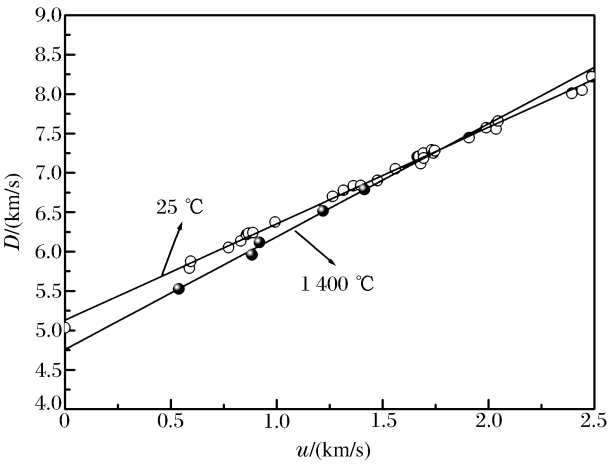


图 2 1 400 ℃ 和 25 ℃ 下 Mo 的 D-u 曲线

Fig. 2 Particle velocity versus shock velocity for Mo at 1 400 ℃ and 25 ℃

4 结 束 语

利用近似关系 $\rho\gamma=\rho_0\gamma_0$ 得到预热材料 Hugoniot 参数的表达式，简化了 M-G 物态方程计算过程，减少了计算中引入的参量。通过对 Miller 和 Duffy 的实验结果分析，可以得到如下结论：

(1) M-G 模型不一定适合描述材料在不同初始温度下的冲击特性；

(2) 超高速冲击波实验中，飞片的温升对 Hugoniot 测量结果影响可忽略的结论不一定成立；

(3) 材料初始温度上升，密度下降，其冲击阻抗有可能增大。

这些结论究竟是客观存在的，还是由于其实验误差过大引起的，需要做进一步的研究。

References:

[1] Miller G H, Ahrens T J, Stolper E M. The equation of State of Molybdenum at 1400 ℃ [J]. J Appl Phys, 1987, 63(9): 4469-4475.

[2] Duffy T S, Ahrens T J. Dynamic Response of Molybdenum Shock Compressed at 1400 ℃ [J]. J Appl Phys, 1994, 76(2): 835-842.

[3] Jing F Q. Introduce to Experimental Equation of State(2nd ed) [M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese)
经福谦. 实验物态方程导引(第 2 版) [M]. 北京：科学出版社，1999.

[4] Marsh S P. LASL Shock Hugoniot Data [M]. California: University of California Press, 1980.

[5] Zhang F, Wen S G, Sun C W. Experimental Studies on Multiple-Stage Flyers [J]. Explosion and Shock Waves, 2001, 21(1): 13-16. (in Chinese)
赵 峰，文尚刚，孙承纬. 多级串联式超高速飞片装置实验研究 [J]. 爆炸与冲击，2001，21(1)：13-16.

[6] Chhabildas L C, Kmetyk L N, Reinhart W D. Enhanced Hypervelocity Launcher-Capabilities to 16 km/s [J]. Int J Impact Eng, 1995, 17: 183-194.

[7] Winfree N A, Chhabildas L C, Reinhart W D. EQS Data of Ti-6Al-4V to Impact Velocities of 10.4 km/s on a Three-Stage Gun [A]//Furnish M D, Thadhani N N, Horie Y. Shock Compression of Condensed Matter-2001 [C]. New York: AIP, 2002: 75-78.

[8] Reinhart W D, Chhabildas L C, Carroll D E. Equation of Measurments of Materials Using a Three-Stage Gun to Impact Velocities of 11 km/s [J]. Int J Impact Eng, 2001, 26: 625-637.

[9] Knudson M D, Lemke R W, Hayes D B. Near-Absolute Hugoniot Measurements in Aluminum to 500 GPa Using a Magnetically Accelerated Flyer Plate Technique [J]. J Appl Phys, 2003, 94(7): 4420-4431.

[10] Dai C D, Tan H, Hu J B. Hugoniot Evaluation of the Preheated Metal from Its Principal Hugoniot [J]. J Appl Phys, 2006, 99: 56102-1-56102-3.

[11] Dijken D K, Hosson J Th M. Shock Wave Equation of State of Powder Material [J]. J Appl Phys, 1993, 75(2): 809-813.

Simplification of M-G Model and Experimental Result Analysis of Preheated Mo

WANG Qing-Song, LAN Qiang, WU Jing

(*Laboratory for Shock Wave and Detoation Physics Research, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: The expressions of Hugoniot parameters of preheated metal were obtained by simplification of M-G EOS model, which made it more easily to determine Hugoniot parameters of metal at various initial temperatures using M-G model. The EOS of Mo at 1 400 ℃ had been studied by Miller and Duffy, which was not agree with M-G EOS model. Some problem need to research further.

Key words: preheating; M-G EOS; Hugoniot parameters