文章编号：1000-5773(2008)03-0275-06

刚体与 SPH 耦合的三维数值方法研究*

梁龙河，董师舜，王 政

（北京应用物理与计算数学研究所，北京 100088）

摘要：研究了刚性体与 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)方法相耦合的计算方法和技术，以此技术为核心，在原有三维综合拉氏程序 CL3D 的基础上，研制了适用于斜侵彻问题数值研究的刚性弹体与 SPH 靶体耦合计算的拉氏三维数值模拟程序 CRSPH3D。针对金属材料编入了 Johnson-Cook 本构模型计算模块，针对混凝土材料编入了 Johnson-Holmquist 本构模型及与之配套的损伤模型和状态方程等的计算模块。用研制的计算程序对弹体分别正碰和斜碰穿透中厚铝靶和侵彻厚混凝土靶的过程进行了数值模拟计算和分析。结果表明，对于铝靶穿透问题，模拟计算得到的弹体剩余速度、弹体动能损失和贯穿图像与实验结果符合得较好。对于混凝土靶的侵彻问题也得到了与实验现象一致的、定性合理的图像。

关键词：计算力学；三维数值模拟程序；耦合计算方法；SPH 方法；斜碰撞；侵彻

中图分类号：O302；O313 **文献标识码**：A

1 引 言

长杆弹高速斜碰撞并侵彻靶体的过程是一个非常复杂的问题，而对厚混凝土靶的三维斜侵彻问题更是目前国际上的一大难题。目前，用数值模拟方法研究长杆弹对靶体（特别是厚靶）的三维斜侵彻过程还很不完善，尚存在很多困难。拉氏方法无法较好地处理侵彻问题中常见的大变形、扭曲变形及损伤断裂等问题，而欧拉方法则很难处理固体材料的弹塑性变形及损伤断裂等问题。为此，需要寻求一种能够较好地解决这些问题的数值模拟方法。分析长杆弹的侵彻特性发现，在侵彻过程中，特别是“很硬”的材料（如高强度钢）的弹侵彻“较软”材料（如铝、混凝土等）的靶体时，弹体的变形很小，而靶体则大都（至少在弹体穿行过的局部区域）发生严重的破坏和碎裂。所以可以将弹体近似处理为刚性体，而靶体则可采用 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)进行描述，于是提出了刚体与 SPH 粒子耦合计算的数值方法研究。

自 20 世纪 90 年代以来，SPH 方法在多维弹塑性流体动力学领域得到了快速发展[1-3]，在高速碰撞和爆炸动力学等领域中已得到广泛的应用[4-7]。SPH 方法最突出的优点是对缺乏对称性和多处不连续的三维系统的计算特别有效，因此特别适用于对高速碰撞问题产生的材料大变形和损伤、断裂等现象的数值模拟研究，能够较好地弥补有限元等传统拉氏方法难以处理的大变形、损伤、断裂等问题的不足，成为促进高速碰撞问题数值研究的有效工具。

本工作针对高强度弹斜碰并侵彻或穿透铝、混凝土等较软的靶体的三维问题，研究刚性弹体与 SPH 粒子耦合的三维数值计算方法，并研制相应的计算程序 CRSPH3D。以原有的三维综合拉氏程序 CL3D[5]为基础，在其中增加刚体与 SPH 耦合算法、新的材料本构模型及相应的状态方程和损伤断裂处理的程序模块，形成了新的三维计算程序 CRSPH3D。应用所编制的程序对刚性弹体正碰和斜碰铝靶和混凝土靶的问题进行了模拟计算，中等厚度铝靶穿透问题的计算结果与实验结果符合得较好，侵彻混

* **收稿日期**：2007-09-06；**修回日期**：2007-11-20

基金项目：中国工程物理研究院科学技术基金(20060106，2007A09002)

作者简介：梁龙河(1967—)，男，硕士，副研究员，主要从事碰撞动力学研究. E-mail：lhliang@iapcm.ac.cn

凝土靶的计算结果在定性上是合理的,定量上是否与实验结果相符合还有待进行实验标定。虽然宋顺成等人[6]曾经进行过类似的研究工作,但本工作有明显的不同和进步:不同点在于对刚体与SPH粒子间相互作用力引入了Lennard-Jones[7]形式的相互作用势的计算方法;进步点在于此工作同时兼顾了解决三维问题和二维问题,并可研究靶体为不同材料的情况。

2 刚体与SPH粒子相互作用力的计算方法

2.1 刚体与SPH粒子相互作用力公式

刚体与其表面附近的SPH粒子之间相互作用力的计算采用Lennard-Jones形式的弹性力相互作用势公式[7]。

对于空间中一质量为 m_i 的粒子 i,当粒子质心到达给定刚体表面附近时,设其与刚体间的相对速度为 $\boldsymbol{v}_{i0}$。过粒子质心作刚体表面的垂线,令垂足为 G 点。粒子质心到刚体表面的垂直距离用 r 表示。定义向量 $\boldsymbol{r}$,其方向由 G 点指向粒子质心,大小与 r 相等。设 $\boldsymbol{v}_{i0}$ 在刚体表面过 G 点的法线方向,即 $\boldsymbol{r}$ 的方向上的投影值为 v_{in0},则根据Lennard-Jones相互作用势公式,粒子所受到的刚体表面的作用力 $\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{r})$ 为

$$\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{r})=\begin{cases}D_i\left[\left(\dfrac{r_0}{r}\right)^{P_1}-\left(\dfrac{r_0}{r}\right)^{P_2}\right]\dfrac{\boldsymbol{r}}{r^2} & r\leqslant r_0\\ \boldsymbol{0} & r>r_0\end{cases} \tag{1}$$

式中:D_i 为与相对动能有关的量,$D_i=0.5C_i(m_iv_{in0}^2)$;C_i 为与粒子 i 有关的无量纲常数;r_0 为给定的有效作用半径;P_1、P_2 为需要确定的常数。下面将给出确定 r_0、P_1、P_2 及计算 C_i 的方法。

2.2 确定 r_0 和 P_1、P_2 的方法

r_0 的选取有一定的灵活性,主要是根据所考虑的物理量的作用过程和作用机理来确定其值。通常,对不同的粒子需要选取不同的 r_0,记为 $(r_0)_i$。但 $(r_0)_i$ 的选取应有一定的规律可寻。我们在程序编制时采用的方法是:取 $(r_0)_i=\eta(m_i/\rho_{0i})^{1/3}(0.5\leqslant\eta\leqslant3)$,$\rho_{0i}$ 为粒子 i 的初始材料密度。

P_1、P_2 的选取应满足 $P_1>P_2$、$P_1\approx2P_2$ 的条件。最常用的为:$P_1=4$、$P_2=2$、$P_1=12$、$P_2=6$,$P_1=4.2$、$P_2=2.1$ 等。需要强调的是,对同一系统中的所有粒子应使用相同的 P_1、P_2 值。

2.3 C_i 的计算公式

C_i 的计算基于这种考虑:设质量为 m_i 的粒子 i 以法向相对速度 v_{in0} 从 $r_i\geqslant(r_0)_i$ 处进入 $r\leqslant(r_0)_i$ 的有效作用区,在刚体表面作用力 $\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{r})$ 的作用下,运动到 $r=r_*$ 处时,粒子的法向相对动能变为零(或法向相对速度为零),依此为根据确定 C_i 的值,因而应有

$$\int_{(r_*)_i}^{(r_0)_i}\left|\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{r})\right|\mathrm{d}r=\frac{m_iv_{in0}^2}{2} \tag{2}$$

将(1)式代入(2)式,则有

$$\int_{(r_*)_i}^{(r_0)_i}C_i\left(\frac{m_iv_{in0}^2}{2}\right)\left\{\left[\frac{(r_0)_i}{r}\right]^{P_1}-\left[\frac{(r_0)_i}{r}\right]^{P_2}\right\}\frac{1}{r}\mathrm{d}r=\frac{m_iv_{in0}^2}{2} \tag{3}$$

积分(3)式,并引入 $\xi=(r_*/r_0)_i$,经简化可得 C_i 的计算式为

$$\frac{1}{C_i}=\frac{\xi^{-P_1}-1}{P_1}-\frac{\xi^{-P_2}-1}{P_2} \tag{4}$$

既然定义了 $\xi=(r_*/r_0)_i$,那么就要确定 ξ 的值。选取 ξ 值时应该遵循的原则是:① 对同一系统中的所有粒子,ξ 唯一确定;② ξ 应满足 $0\leqslant\xi<1$。ξ 的大小与力学模型有关,ξ 小表明粒子与刚体表面间的相互作用力小,ξ 大则表明相互作用力大。计算中应根据有关数据对 ξ 进行标定。通常可取 $\xi=\frac{1}{3},\frac{2}{5},\frac{3}{7},\cdots,\frac{1}{2},\cdots,\frac{4}{7},\frac{3}{5},\frac{2}{3},\cdots$ 等,但最常用的为 $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{2}{3}$ 等。

既然在同一个系统中 P_1、P_2 和 ξ 的选取都是唯一确定的,那么由(4)式可知,对同一个系统中的所有粒子,C_i 是一个确定的常数,可统一用 C 来表示。若取 $P_1=4$、$P_2=2$,则由(4)式可得 $C(\xi)$ 的计算式

为 $C(\xi)=4\xi^4/(\xi^2-1)^2$。

总之,相互作用力的计算需要先确定 4 个常数,即 r_0、P_1、P_2 和 ξ。P_1、P_2 和 ξ 的选取只要满足前述条件即可,具体数值的不同对计算结果带来的偏差较小。主要是要用可靠的数据对 r_0 进行标定,也并不麻烦,对同种靶体材料的一类问题,只需有一组数据即可标定程序。

3　计算程序研制

在数值模拟弹体斜穿靶的过程时,如果靶体表面平整,介质均匀,弹体为轴对称,且速度矢量、攻角和弹轴在与靶体法线平行的同一平面内,那么弹体的运动呈现为刚体平面运动。刚体平面运动的方程为

$$M\ddot{X}_C=R_x,\quad M\ddot{Y}_C=R_y,\quad J_z\ddot{\varphi}=L_{Cz} \tag{5}$$

式中:M 为刚体的质量;R_x 和 R_y 分别为刚体总受力 $\boldsymbol{R}$ 在 x 轴和 y 轴上的分量;J_z 为刚体对于过刚体质心且平行于 z 轴的转动轴的转动惯量;L_{Cz} 是刚体所受的对转动轴的合力矩;$\ddot{X}_C$ 和 $\ddot{Y}_C$ 为刚体质心平动加速度分别在 x 轴和 y 轴上的分量;$\ddot{\varphi}$ 为刚体转动的角加速度。

在刚体平面运动过程中,其对称轴始终处于同一平面内,称此平面为对称面。由于多数侵彻问题可近似为平面运动,本工作针对这种平面运动(包括弹体质心在对称面上的平动和弹体绕过质心点并垂直于对称面的轴的转动)开展数值模拟方法研究和程序的研制工作。程序研制的关键在于刚体与 SPH 粒子的耦合计算方法的实现,以及增加了不同材料的本构模型及相应的状态方程计算模块。

实现刚体与 SPH 粒子的耦合计算方法的思路是:应用前述的 SPH 粒子与刚体相互作用力的计算方法,得到弹体表面附近的靶体粒子 i 与弹体之间的作用力 $\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{r})$,再加上其它 SPH 粒子对该粒子的作用力,从而确定靶体粒子 i 的加速度等运动量;对每个靶体粒子作用在刚性弹体上的力求和,得出弹体的总受力 $\boldsymbol{R}$,由(5)式中的刚体平面运动方程得出弹体质心的加速度和角加速度,进而得到速度、位移、转角等有关运动量。

混凝土的侵彻与贯穿一般都属于大应变、高应变率、高温高压问题。为了能够较好地模拟计算出混凝土类材料的动态损伤和断裂等现象,必须选用与材料特性相适应的本构模型并编入程序中。Johnson-Holmquist混凝土本构模型[8]考虑了压实效应、损伤效应以及材料强度的影响,较为适用,因此我们将它及文献[8]中有关 C48 混凝土的一整套参数一并编入了计算程序。

为了能够较好地模拟计算金属材料的动态损伤和断裂等现象,在程序中编入了适用于金属材料大变形、高应变率和高温情况的 Johnson-Cook 金属材料本构模型[9],该本构模型考虑了动态下应变硬化、应变率硬化和温度软化等效应。

4　算例及结果分析

在数值模拟计算时,对于正碰情况,靶体一般取为长方体;而在斜碰情况下,靶体应取为平行六面体,这样可以大大减小模型的规模和计算量。

4.1　铝靶计算及与实验结果的比较

应用所编制的 CRSPH3D 程序对刚性弹体侵彻有限厚度铝靶的过程进行了数值模拟计算。为了与实验结果进行比较,选取了文献[10]中的实验模型进行了对比计算。考虑了正碰和 30°斜碰两种情况,每种情况都分别对不同的碰撞初速进行了模拟计算。

计算模型中,弹体为实心旋转体,头部为截卵形,弹身为圆柱形,材料为钢,其结构参数为:直径 $2a=12.9$ mm,弹头长 $l=21.4$ mm,弹身长 $L=67.5$ mm,头形系数 CRH 为 3,密度 $\rho_P=7.83$ g/cm^3,质量 $M_P=81$ g。对过质心且垂直于弹轴的轴的转动惯量 $J_z=442.14$ g·cm^2。

靶体底面为正方形,材料为铝,其参数为:边长 $b=304$ mm,厚度 $h=26.3$ mm,密度 $\rho_t=2.71$ g/cm^3,强度 $Y_t=262$ MPa,弹性模量 $E=69$ GPa。

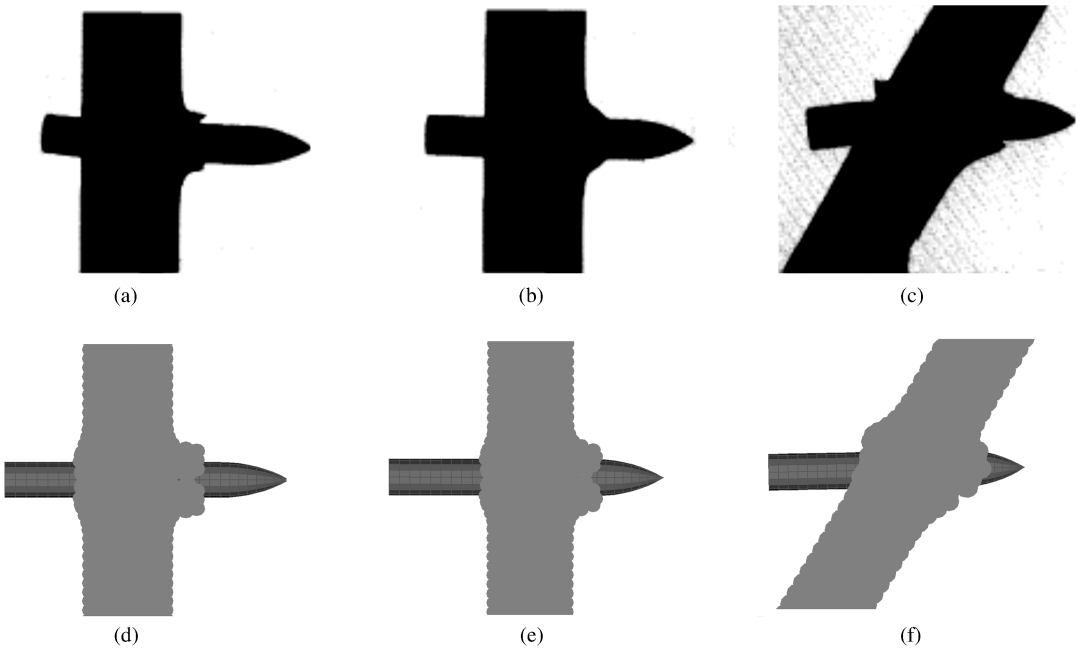
对于正碰模型,共模拟计算了 863 m/s、730 m/s、633 m/s、565 m/s、508 m/s 等 5 个不同碰速的情

况;对于 30°斜碰模型,共计算了 730 m/s、580 m/s、446 m/s、398 m/s 等 4 个不同碰速的情况。表 1 中给出了正碰和斜碰模型在不同碰撞初速 v_S 情况下弹体的剩余速度 v_r 和单位质量弹体平均损失的动能 E_k 的模拟计算结果及其与文献[10]中的实验结果的比较,表 1 中列出了所计算的全部 9 个(5 个正碰、4 个斜碰)模型的计算和实验结果。图 1 中比较了由模拟计算和实验得到的 3 种不同情况下的穿靶图像,其中图 1(a)、图 1(b)、图 1(c)为实验图像[10],图 1(d)、图 1(e)、图 1(f)为模拟图像。图 1(a)与图 1(d)对应,为正碰情况,初始碰速为 863 m/s,获取图像的时刻为 $t=85.2$ μs;图 1(b)与图 1(e)对应,也为正碰情况,初始碰速为 508 m/s,获取图像的时刻为 $t=141.2$ μs;图 1(c)与图 1(f)对应,为 30°斜碰情况,初始碰速为730 m/s,获取图像的时刻为 $t=90.6$ μs。由图 1 和表 1 可见,对于铝靶的侵彻和穿透问题,数值模拟图像和结果与实验结果符合得较好,说明所研制的计算程序实用有效。

表 1 数值模拟结果与实验结果[10]比较

Table 1 Comparison of computational results with experimental[10]

Method	v_S/(m/s)	v_r/(m/s)		E_k/(kJ)	
		Computed	Tested	Computed	Tested
Normal impact	863	803	802	49.9	50.8
	730	666	665	44.8	45.3
	633	560	561	43.7	43.0
	565	483	482	42.8	43.5
	508	417	415	42.2	42.9
Oblique impact at 30°	730	655	655	52.2	51.9
	580	484	481	50.9	52.5
	446	317	288	49.2	58.0
	398	249	216	48.1	55.9



(a),(b) and (c) from experiments[10];(d),(e) and (f) from numerical simulations;(a) and (d) normal impact, $v_{i0}=863$ m/s, $t=85.2$ μs; (b) and (e) normal impact, $v_{i0}=508$ m/s, $t=141.2$ μs; (c) and (f) oblique impact, $v_{i0}=730$ m/s, $t=90.6$ μs

图 1 不同情况模拟计算和实验[10]得到的穿靶图像比较

Fig. 1 Comparison of computational perforation images with experimental[10] in different cases

4.2　混凝土靶计算结果

应用所编制的三维耦合计算程序 CRSPH3D 对刚性弹以 600 m/s 的初速碰撞、侵彻并穿透厚混凝土靶的过程进行了数值模拟计算,分别计算了正碰和 20°斜碰两种情况,斜碰模型没有初始攻角。

计算模型中,弹体为一实心旋转体,头部为截卵形,弹身为圆柱形。正碰时靶为长方体,其横截面尺寸为 48 cm×48 cm,靶厚为 162 cm,约为 5 倍弹长,靶的 4 个侧面采用固壁边界条件控制;斜碰时,为了减小计算量,取靶体为平行六面体,倾角为 20°,其直截面尺寸也是 48 cm×48 cm,厚度仍为 162 cm,靶侧面采用自由边界条件描述。

弹体材料为钢,其参数为:直径 $2a=80$ mm、弹头长 $l=120$ mm、弹身长 $L=200$ mm、头形系数 CRH 为 2.5、密度 $\rho_P=7.85$ g/cm^3、质量 $M_P=10.496$ kg。对过质心且垂直于弹轴的轴的转动惯量 $J_z=695.1$ kg·cm^2。

靶体材料混凝土的单轴抗压强度为 48 MPa,本构模型采用 Johnson-Holmquist 混凝土本构模型,其本构模型参数取自文献[8]中与 C48 混凝土相对应的一套实验数据。

图 2 和图 3 分别为数值模拟计算得到的正碰和 20°斜碰对混凝土靶的侵彻图像,计算得出了相关实验中经常看到的靶体的断裂、喷溅、崩落等破坏现象。

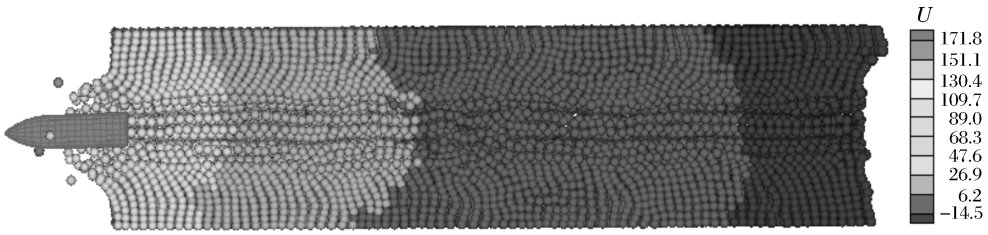


图 2　正碰情况的侵彻图像计算结果

Fig. 2　Computational penetration image of normal impact

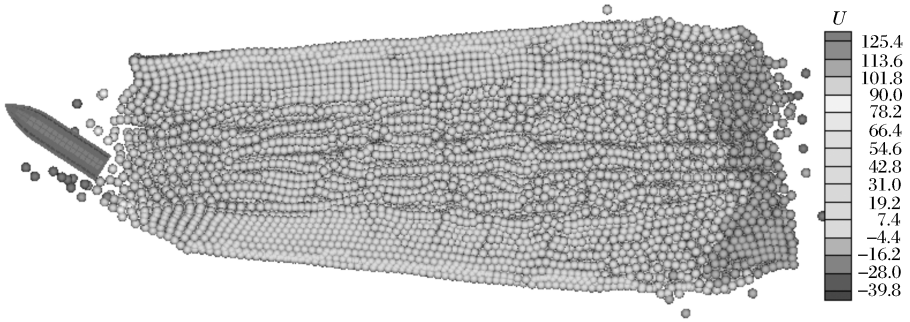


图 3　斜碰情况的侵彻图像计算结果

Fig. 3　Computational penetration image of oblique impact

5　结　论

研究了刚性体与 SPH 粒子相互作用的耦合计算方法和技术,并以此技术为核心,结合 Johnson-Cook 金属材料本构模型、Johnson-Holmquist 混凝土材料本构模型以及与之配套的损伤模型和状态方程,研制了刚体与 SPH 方法耦合的三维拉氏计算程序 CRSPH3D。用研制的三维耦合计算程序对弹体分别正碰和斜碰穿透中厚铝靶和侵彻厚混凝土靶的过程进行了数值模拟计算和分析。对于铝靶穿透问题,数值计算得到了与实验符合较好的剩余速度、弹体动能损失和侵彻图像。对于混凝土靶的侵彻问题,在靶正面开坑、穿孔和靶背面崩落等方面也得到了与相应实验现象一致的定性上合理的图像[11],下一步的工作将结合一定的实验数据,对有关参数作进一步的修改和标定,使得计算结果达到定量上与实验基本一致。研究结果说明,用 SPH 方法解决大变形和断裂等问题较为有效,值得进一步深入研究。

References:

[1] Zhang S C. Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH) Method(A Review) [J]. Chinese Journal of Computational Physics,1996,13(4):385-397. (in Chinese)
张锁春. 光滑质点流体动力学(SPH)方法(综述) [J]. 计算物理,1996,13(4):385-397.

[2] Swegle J W, Hicks D L, Attaway S W. Smoothed Particle Hydrodynamics Stability Analysis [J]. J Comput Phys, 1995,116(1):123-134.

[3] Balsala D S. von Neumann Analysis of Smoothed Particle Hydrodynamics-Suggestions for Optimal Algorithms [J]. J Comput Phys,1995,121(2):357-372.

[4] Johnson G R, Petersen E H, Stryk R A. Incorporation of an SPH Option into the EPIC Code for a Wide Range of High Velocity Impact Computations [J]. Int J Impact Eng,1993,14(4):385-394.

[5] Dong S S, Wang B R. Incorporation of an SPH Option into the 3-D Finite Element Code for Dynamic Material Responses [J]. Explosion and Shock Waves,1999,19(suppl):188-192. (in Chinese)
董师舜,王邦荣. 三维耦合光滑粒子动力学方法 [J]. 爆炸与冲击,1999,19(增刊):188-192.

[6] Song S C, Cai H N. SPH Algorithm for Projectile Penetrating into Concrete [J]. Explosion and Shock Waves, 2003,23(1):56-60. (in Chinese)
宋顺成,才鸿年. 弹丸侵彻混凝土的 SPH 算法 [J]. 爆炸与冲击,2003,23(1):56-60.

[7] Monaghan J J. Simulating Free Surface Flows with SPH [J]. J Comput Phys,1994,110(2):399-406.

[8] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A Computational Constitutive Model for Concrete Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Pressure [A]//Michael J M, Joseph E B. 14th International Symposium on Ballistics [C]. Quebec, Canada,1993:591-600.

[9] Johnson G R, Cook W H. Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures [J]. Engineering Fracture Mechanics,1985,21(1):31-48.

[10] Piekutowski A J, Forrestal M J, Poormon K L, et al. Perforation of Aluminum Plates with Ogive-Nose Steel Rods at Normal and Oblique Impacts [J]. Int J Impact Eng,1996,18(7-8):877-887.

[11] Chen X W, Zhang F J, Yang S Q, et al. Mechanics of Structural Design of EPW(Ⅲ): Investigations on the Reduced-Scale Tests [J]. Explosion and Shock Waves,2006,26(2):105-114. (in Chinese)
陈小伟,张方举,杨世全,等. 动能深侵彻弹的力学设计(Ⅲ):缩比实验分析 [J]. 爆炸与冲击,2006,26(2):105-114.

Study on 3D Computational Method by Coupling SPH Algorithm to Rigid Body Solution

LIANG Long-He, DONG Shi-Shun, WANG Zheng

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing* 100088, *China*)

Abstract: The 3D computational method and technique were studied by coupling SPH algorithm to rigid body solution. Based on the new method and technique, and combining with the Johnson-Cook, Johnson-Holmquist contitutive models, as well as the existing 3D synthetical Lagrangian finite element code CL3D, a new 3D Lagrangian code CRSPH3D was written out. The new code, CRSPH3D, is suitable to be used in the numerical simulation of the 3D problems of rigid projectile penetrating thick targets. The new code was applied to numerically simulate the processes of both rigid projectiles normally and obliquely impacting and perforating aluminum targets and rigid projectiles normally and obliquely impacting and penetrating thick concrete targets. For the problems of projectiles perferating aluminum targets, the simulation results gave good agreement to the experimental ones. And for the problems of projectiles penetrating concrete targets, the obtained results from simulations were qualitatively reasonable.

Key words: computational mechanics; 3D numerical simulation code; coupling calculation method; smoothed particle hydrodynamics algorithm; oblique impact; penetration