文章编号：1000-5773(2008)03-0269-06

Rayleigh-Taylor 不稳定性的 Runge-Kutta 间断有限元模拟*

陈二云[1]，乐贵高[1]，马大为[1]，赵改平[2]，赵继永[1,3]

(1. 南京理工大学机械工程学院，江苏南京 210094；
2. 上海理工大学医疗器械学院，上海 200093；
3. 常州轻工职业技术学院，江苏常州 213000)

摘要：采用发展后的间断有限元方法，对 Rayleigh-Taylor 不稳定性进行了数值模拟。在计算中采用 Level-Set 方法进行界面追踪，用虚拟流体方法(Ghost Fluid Method，GFM)对界面附近物理量进行等压装配。对两个典型的 Rayleigh-Taylor 不稳定性算例的数值研究结果表明，采用该方法计算含有接触间断的多介质流体力学问题是有效的，在交界面附近不出现伪振荡，具有较高的分辨率。

关键词：Rayleigh-Taylor 不稳定性；间断有限元；Level-Set 方法；虚拟流体方法

中图分类号：O354 **文献标识码**：A

1 引 言

Rayleigh-Taylor 不稳定性是由于两种不同密度的流体在重力或惯性力的作用下形成的界面不稳定问题。在惯性约束聚变、超新星爆发、电磁内爆、水下爆炸等研究领域中广泛存在，因而受到众多学者的普遍重视。自 1950 年 Taylor 发表了第一篇系统研究 Rayleigh-Taylor 不稳定性[1]的文章之后，关于这一问题的研究工作[2-3]变得异常活跃，并取得了很大进展，但由于在 Rayleigh-Taylor 不稳定性的发展过程中，非线性越来越强烈，流体界面将发生非常复杂的大变形特征，从而促使人们努力发展经济性好、鲁棒性强且具有高分辨率、高精度的数值预测方法。

在界面不稳定性的数值研究中，核心问题是运动界面的精确描述。目前对于多介质界面运动的模拟方法主要分为两类[4]：界面追踪法和界面捕捉法。界面追踪方法用界面质点表征界面并随流体运动，从而跟踪界面运动，对界面模拟有着极高的精度，能准确跟踪交界面的演化，间断处理无数值耗散，但拓展到高维情况时算法非常复杂；界面捕捉方法对大多数问题处理得很有效果，能够处理气体的大变形特征，但不能精确定位多介质交界面，不适合对界面位置要求很高的数值模拟。

本工作在 Cockburn 等人[5-9]工作的基础上，将 R-K 间断有限元方法推广到含有体积力的 Euler 方程组的数值求解，并应用于 Rayleigh-Taylor 不稳定问题的数值模拟。与其它高精度数值格式(如 TVD、FVM 和 WENO 等)相比，该方法具有不扩大节点模板即可提高解的精度等优点，因而极大地方便了程序的编制和边界条件的处理。计算中采用 Level-Set 方法进行界面追踪，重新初始化方程采用改进的 Godunov 方法进行求解，用虚拟流体方法(Ghost Fluid Method，GFM)对界面附近物理量进行等压装配[10]，从而避开了界面两边状态方程不同的问题。

* **收稿日期**：2007-08-12；**修回日期**：2007-12-23
基金项目：上海高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金(571215)；博士科研启动费基金(10D214)
作者简介：陈二云(1977—)，男，博士研究生，主要研究方向为计算流体力学. E-mail：cey_168@yahoo.com.cn

2 数学模型

2.1 控制方程

假定上下两层流体均为理想可压的，则 Rayleigh-Taylor 不稳定性的控制方程为 Euler 方程组

$$\partial \boldsymbol{U}/\partial t+\partial \boldsymbol{F}/\partial x+\partial \boldsymbol{G}/\partial y=\boldsymbol{S},\qquad \Omega\times(0,T) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{U}=[\rho,\rho u,\rho v,E]^T$，$\boldsymbol{F}=[\rho u,\rho u^2+p,\rho uv,(E+p)u]^T$，$\boldsymbol{G}=[\rho v,\rho uv,\rho v^2+p,(E+p)v]^T$，$\boldsymbol{S}=[0,0,\rho g,\rho vg]^T$，$\Omega\in R^2$；$\rho$、$u$、$v$、$p$ 和 E 分别是密度、x、y 方向的速度分量、压强和单位体积的总能量。对于理想气体要求满足状态方程 $p=(\gamma-1)\rho e$，γ 是比热比。

2.2 DG 空间离散

在数值模拟中，对方程(1)的空间离散采用间断有限元格式。设 Γ_h 是区域 Ω 的一个有限剖分，单元 $K\in\Gamma_h$，e 表示单元 K 上的边界，$n_{e,K}$ 表示单元 K 边界的外法向。$V(K)$ 是 K 上的局部有限元空间，取作 P^k 次多项式的集合($k\geqslant 0$)。$\forall\, t\in[0,T]$，在间断有限元空间

$$V_h=\{v_h\in L^{\infty}(\Omega):v_h\mid_K\in V(K),\forall\, K\in\Gamma_h\}$$

中寻找近似解 $\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)$，其中 $\boldsymbol{X}=(x,y)$。

首先在单元 K 上用连续函数 v 乘方程(1)的两端，并用它的近似解 $\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)\in V_h$ 代替方程(1)的精确解 $\boldsymbol{U}(\boldsymbol{X},t)$，用 $v_h\in V_h$ 代替测试函数 v，利用 Green 公式，得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_K \boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)v_h(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Omega=-\sum_{e\in\partial K}\int_e \boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}v_h(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Gamma+\int_K \boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]\cdot\nabla v_h(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Omega+$$

$$\int_K \boldsymbol{S}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]v_h(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Omega \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]=\{\boldsymbol{F}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)],\boldsymbol{G}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]\}$。

对(2)式，用数值通量函数 $\boldsymbol{h}^{e,K}(\boldsymbol{X},t)$ 代替通量 $\boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}$，用数值积分[9]代替积分，得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_K \boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)v_h(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Omega=-\sum_{e\in\partial K}\sum_{l=1}^{L}\omega_l\boldsymbol{h}^{e,K}(\boldsymbol{X}_{el},t)v_h(\boldsymbol{X}_{el})\mid e\mid+\sum_{m=1}^{M}\bar{\omega}_m\boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}_{Km},t)]\cdot\nabla v_h(\boldsymbol{X}_{Km})\mid K\mid+$$

$$\sum_{m=1}^{M}\bar{\omega}_m\boldsymbol{S}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}_{Km},t)]v_h(\boldsymbol{X}_{Km})\mid K\mid \tag{3}$$

数值通量函数 $\boldsymbol{h}^{e,K}(\boldsymbol{X},t)$ 在单元边界 $(\boldsymbol{X},t)$ 上的值依赖于近似解在 $(\boldsymbol{X},t)$ 上的两个值，一个是从单元 K 内部求得，即

$$\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{int}(K)},t)=\lim_{y\to x,y\in K}\boldsymbol{U}_h(y,t)$$

另一个是从单元 K 的外部求得，即

$$\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{ext}(K)},t)=\begin{cases}\gamma_h(\boldsymbol{X},t) & \boldsymbol{X}\in\partial\Omega\\ \lim\limits_{y\to x,y\notin K}\boldsymbol{U}_h(y,t) & \boldsymbol{X}\notin\partial\Omega\end{cases}$$

数值通量函数定义为 $\boldsymbol{h}^{e,K}(\boldsymbol{X},t)=\boldsymbol{h}^{e,K}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{int}(K)},t),\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{ext}(K)},t)]$，是 Riemann 解算器，且满足下面的条件：

(1) 相容性。即 $\boldsymbol{h}^{e,K}(u,u)=\boldsymbol{f}(u)\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}$。

(2) 单调性。即 $\boldsymbol{h}^{e,K}(u,v)$ 对 u 是非减，对 v 是非增。

(3) 全局两点 Lipschitz 连续性。

(4) 守恒性。即

$$\boldsymbol{h}^{e,K}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{int}(K)},t),\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{ext}(K)},t)]+\boldsymbol{h}^{e,K'}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{int}(K')},t),\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}^{\mathrm{ext}(K')},t)]=\boldsymbol{0},\quad (K\cap K'=e)$$

计算中数值通量取局部 Lax-Friedrichs 通量，即

$$\boldsymbol{h}^{e,K}(a,b)=[\boldsymbol{f}(a)\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}+\boldsymbol{f}(b)\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}-\alpha_{e,K}(b-a)]/2 \tag{4}$$

式中：$\alpha_{e,K}$ 是 Jacobi 矩阵 $(\partial/\partial\boldsymbol{U})\boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)]\cdot\boldsymbol{n}_{e,K}$ 在边界上最大特征值的估计。

为了计算的方便，在单元 K 中取正交基函数(如勒让得多项式)$\{\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_J\}$，则质量矩阵成为分块对角矩阵，故有限元解可以表示为

$$\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X},t)=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{U}_j(t)\varphi_j(\boldsymbol{X}) \tag{5}$$

在(3)式中令 $v_h=\varphi_i$,得

$$\sum_j \frac{\partial \boldsymbol{U}_j}{\partial t}\int_K \varphi_j(\boldsymbol{X})\varphi_i(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\Omega=-\sum_{e\in\partial K}\sum_{l=1}^{L}\omega_l \boldsymbol{h}^{e,K}(\boldsymbol{X}_{el},t)\varphi_i \mid e \mid+\sum_{m=1}^{M}\bar{\omega}_m \boldsymbol{f}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}_{Km},t)]\cdot\nabla\varphi_i \mid K \mid+$$

$$\sum_{m=1}^{M}\bar{\omega}_m \boldsymbol{S}[\boldsymbol{U}_h(\boldsymbol{X}_{Km},t)]\varphi_i \mid K \mid \tag{6}$$

设 M_K 为单元 K 的质量矩阵,则 $\forall v_h\in V_h$, $\forall K\in\Gamma_h$ 方程(6)可写成 ODEs 形式

$$M_K \mathrm{d}\boldsymbol{U}_h(t)/\mathrm{d}t=L_h[\boldsymbol{U}_h(t),\gamma_h] \tag{7}$$

2.3　Runge-Kutta 时间离散

对上面所得到的 ODEs 形式,采用三阶 Runge-Kutta 时间离散形式,具体步骤为:

(1) 令 $\boldsymbol{U}_h^0=P_{V_h}(\boldsymbol{U}_0)$,$P_{V_h}$ 为 L_2 投影算子。

(2) 对 $n=0,\cdots,N-1$ 计算 $\boldsymbol{U}_h^{n+1}$。

① 令 $\boldsymbol{U}_h^0=\boldsymbol{U}_h^n$;

② 对 $i=1,\cdots,k+1$,计算中间函数

$$\boldsymbol{U}_h^{(i)}=\left\{\sum_{l=0}^{i-1}\alpha_{il}\boldsymbol{U}_h^{(l)}+\beta_{il}\Delta t^n L_h[\boldsymbol{U}_h^{(l)},\gamma_h(t^n+d_l\Delta t^n)]\right\},\qquad \Delta t=t^{n+1}-t^n$$

③ 令 $\boldsymbol{U}_h^{n+1}=\boldsymbol{U}_h^{k+1}$。

关于 α_{il}、β_{il} 和 d_l 的具体取值可参考文献[9]。

2.4　斜率限制器

在高阶情况下,为了提高方法的稳定性,在时间方向的迭代格式中需引入局部斜率限制器,其思想是限制一阶斜率[9],表达式为

$$\bar{m}(a_1,\cdots,a_m)=\begin{cases}a_1 & \mid a_1 \mid\leqslant M\Delta x^2\\ s\min_i \mid a_i \mid & s=\mathrm{sign}(a_1)=\cdots=\mathrm{sign}(a_m)\\ 0 & \mathrm{Otherwise}\end{cases} \tag{8}$$

计算时 M 取 20。

3　界面追踪

采用 Level-Set 方法捕捉界面 Σ 的运动,要求引入一个函数 φ 作为一个额外的物理量,它满足下面的方程

$$\partial\varphi/\partial t+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\varphi=0 \tag{9}$$

φ 为符号距离函数,定义如下

$$\varphi(x,y,0)=\begin{cases}d_{\min} & (x,y)\in\Omega\\ 0 & (x,y)\in\Sigma\\ -d_{\min} & (x,y)\notin\Omega\end{cases}$$

式中:Ω 是 Σ 包围的区域(不包含 Σ 本身),$d_{\min}$ 是点 (x,y) 到界面 Σ 的最小距离。

用 Level-Set 方程求解流体界面最突出的问题是距离特性的保持。当方程以恰当的速度移动零位标,离散求解的 φ 可能不再是一个距离函数,因此需要求解一个校正方程使得 φ 始终保持距离函数的性质。在 t_0 时刻,校正值 φ 满足

$$\begin{cases}\partial\varphi(x,y,\tau)/\partial\tau+S(\varphi_0)(\mid\nabla\varphi\mid-1)=0\\ \varphi(x,y,0)=\varphi_0(x,y)=\varphi(x,y,t_0)\end{cases} \tag{10}$$

式中 $S(\varphi_0)$ 表示为:$S(\varphi_0)=\varphi/\sqrt{\varphi^2+\theta^2}$,其中 $\theta=\min(\mathrm{d}x,\mathrm{d}y)$,$\tau$ 为演化变量。当 τ 趋于无穷时,φ 相对于初值 $\varphi(x,y,t_0)$ 中 Level-Set 函数值为零的面保持距离函数的性质,即 $|\nabla\varphi|=1$。

本工作采用 Superbee-TVD[11] 格式来求解 Level-Set 方程，对于重新初始化的 Level-Set 方程用修正的 Godunov[10] 方法求解。

4 GFM 方法

在多介质流体的数值模拟中，传统的激波捕捉方法在整个流场几乎采用一致的数值格式，对跨界面的网格点而言，不可避免地会引进界面两侧流体的状态量，会引起非物理振荡。GFM[10] 方法的策略是用计算单相流的方法来计算流体 1 和流体 2，每一个流场由界面一侧的真实流体和界面另一侧的 Ghost 流体所组成。这种方法利用了界面上的间断关系，对于跨过界面网格上的值保持压力和法向速度不变，只对熵和切向速度进行插值，然后利用这些量计算跨过界面的流通量，进而求解物理方程。具体做法是求解一个外插的偏微分方程

$$I_\tau \pm \boldsymbol{N}\cdot\nabla\varphi = 0 \tag{11}$$

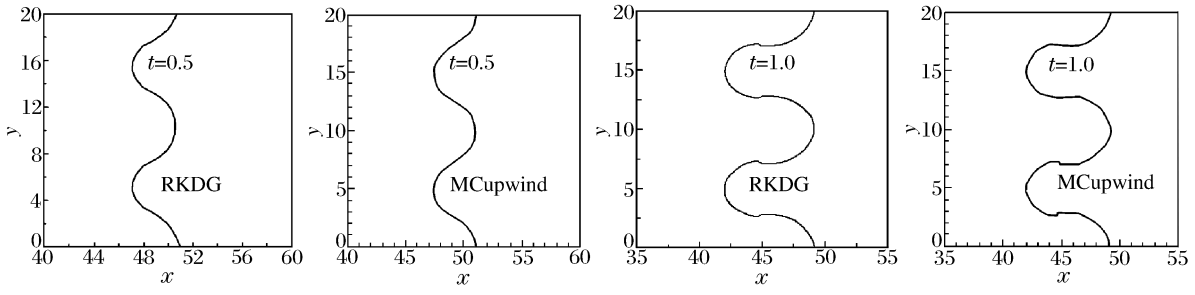
式中：$\boldsymbol{N}=\nabla\varphi/|\nabla\varphi|$ 是网格点单位法向矢量。I 是待延拓的变量（如熵和切向速度）。取“+”号表示用 $\varphi<-\varepsilon$ 区域内的 I 值装配 $\varphi>-\varepsilon$ 区域内 I 的虚拟值，保持 $\varphi<-\varepsilon$ 区域内流体的真实值不变；类似地取“−”号表示用 $\varphi>\varepsilon$ 区域内的 I 值装配 $\varphi<\varepsilon$ 区域内 I 的虚拟值，保持 $\varphi>\varepsilon$ 区域内流体的真实值不变。计算中一般取 $\varepsilon=1.5\max(\mathrm{d}x,\mathrm{d}y)$。

5 计算结果与分析

5.1 算例 1：

计算区域[12]取[0：100]×[0：20]，网格数 400×80，初始时刻界面形状 $\tilde{x}=50+\cos(4\pi y/20)$，左右两层流体的无量纲条件为：$\rho_1=1,u_1=0,v_1=0,p_1=8\,000+(100-\tilde{x})\rho_2 g+(\tilde{x}-x)\rho_1 g,\rho_2=3,u_2=0,v_2=0,p_2=8\,000+(100-x)\rho_2 g$，设重力方向沿着 x 的负方向。

图 1(a)和图 1(c)分别给出了采用间断有限元方法计算所得的轻、重两种流体交界面的时间演化图，由图中可以看出，随着时间的发展，交界面由两个周期的谐波形状发展到两个蘑菇状结构，这种特征与文献[12]采用 MCupwind 格式计算所得的结果相一致（见图 1(b)和图 1(d)），除了在界面的过渡区间有一些细微的差别，但本工作采用了相对较少的网格数。以上结果说明，采用间断有限元方法计算含有接触间断的多介质流体力学问题是有效的，在交界面附近不出现伪振荡。



(a) $t=0.5,\Delta x=\Delta y=1/4$ (b) $t=0.5,\Delta x=\Delta y=1/5$ (c) $t=1.0,\Delta x=\Delta y=1/4$ (d) $t=1.0,\Delta x=\Delta y=1/5$

图 1 不同时刻交界面位置

Fig. 1 Interface profile at different time

5.2 算例 2

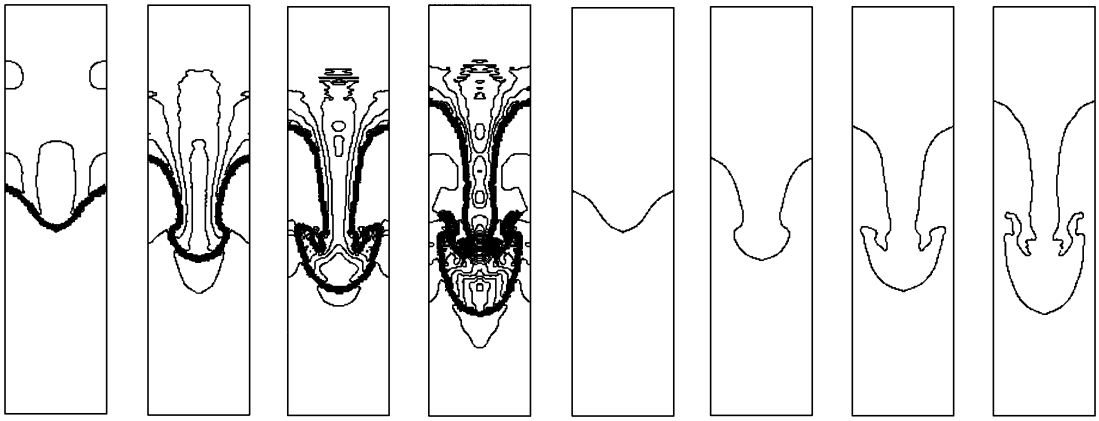
计算区域[13]取[−0.125：0.125]×[0：1]，初始时刻界面形状 $y=0.5$，上下两层流体的无量纲条件为：

$$\rho_1=2,p_1=3-2y,u_1=\varepsilon_x\sin(8\pi x)\cos(\pi y)\sin^{\tau-1}(\pi y),v_1=-\varepsilon_y\cos(8\pi x)\sin^{\tau}(\pi y),$$
$$\rho_2=1,p_2=2.5-y,u_2=\varepsilon_x\sin(8\pi x)\cos(\pi y)\sin^{\tau-1}(\pi y),v_2=-\varepsilon_y\cos(8\pi x)\sin^{\tau}(\pi y)$$

其中 $\varepsilon_y=M_0\sqrt{\gamma/2}$，$\varepsilon_x=-\varepsilon_y\tau/16$，$M_0=0.1,\tau=6,\gamma=1.4$。

计算网格数分别取为 50×200 与 100×400，采用三阶间断有限元方法计算的不同时刻的密度等值

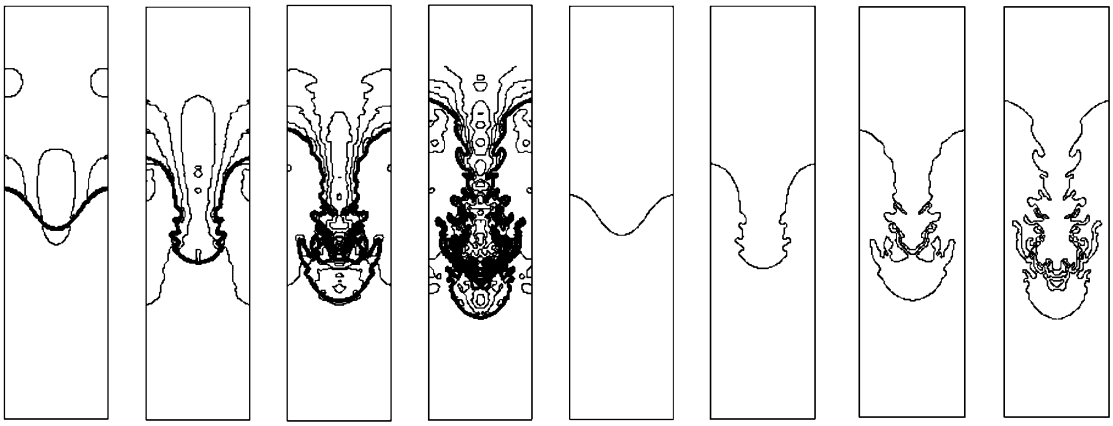
线分布和界面不稳定性的演化过程如图 2、图 3 所示。从图中可以看出,在重力场的作用下,界面不稳定性开始发展。上层重流体如钉状物一样侵入下层轻流体,同时下层轻流体像气泡一样上升侵入重流体。两层流体交界面由起初的谐波波形发展到典型的蘑菇状结构。而且通过对图 2 与图 3 的比较发现,网格加密以后的显著特征是,从 $t=1.0$ 开始,出现了明显的 Kelvin-Helmholtz 不稳定性,这是由于尖钉状的重流体在快速下落过程中和周围流体产生的剪切不稳定而造成的。这说明网格加密以后,数值解的分辨率有了很大的提高。



(a) $t=0.5$　(b) $t=1.0$　(c) $t=1.5$　(d) $t=1.9$　(e) $t=0.5$　(f) $t=1.0$　(g) $t=1.5$　(h) $t=1.9$

图 2　不同时刻密度等值线和交界面位置网格 $\Delta x=\Delta y=1/200$

Fig. 2　Density contours and interface profile at different time $\Delta x=\Delta y=1/200$



(a) $t=0.5$　(b) $t=1.0$　(c) $t=1.5$　(d) $t=1.9$　(e) $t=0.5$　(f) $t=1.0$　(g) $t=1.5$　(h) $t=1.9$

图 3　不同时刻密度等值线和交界面位置 $\Delta x=\Delta y=1/400$

Fig. 3　Density contours and interface profile at different time $\Delta x=\Delta y=1/400$

6　讨　论

从以上分析可以看到,通过 Ghost 网格技术,将间断有限元方法和 Level-Set 方法耦合,对 Rayleigh-Taylor 不稳定问题进行的数值模拟是非常有效的。但实际流体都具有粘性,而且在 Rayleigh-Taylor 不稳定性发展的中后期将出现湍流,从而使两流体在界面附近相互渗透,相互混合。因此,发展完全 N-S 方程的间断有限元方法模拟 Rayleigh-Taylor 不稳定性是非常有前景的,值得进一步深入研究。

References:

[1]　Taylor G. The Stability of Liquid Surface when Accelerated in a Direction Perpendicular to Their Planes Ⅰ [J].

Proceedings of Royal Society of London,1950,A201:192-196.
[2] Wang L L,Li J C. Fluid Mixing Due to Rayleigh-Taylor Instability in a Time-Dependent Acceleration Field [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,2005,10:571-577.
[3] Andrews M J,Spalding D B. A Simple Experiment to Investigate Two-Dimensional Mixing by Rayleigh-Taylor Instability [J]. Phys Fluids,1990,A2:922-927.
[4] Bai J S,Chen S H. Re-Initialized Level Set Method for Capturing 2D Compressible Multi-Fluid Interfaces [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics,2003,17(1):22-28. (in Chinese)
柏劲松,陈森华. 重新初始化的LS方法跟踪二维可压缩多介质流界面运动 [J]. 高压物理学报,2003,17(1):22-28.
[5] Cockburn B,Shu C W. The Runge-Kutta Local Projection P^1-Discontinuous Galerkin Method for Scalar Conservation Law [J]. M2AN, 1991,337:337-361.
[6] Cockburn B,Shu C W. TVB Runge-Kutta Local Projection Discontinuous Galerkin Finite Element Method for Conservation Laws Ⅱ:General Framework [J]. Math Comp,1989,52:411-435.
[7] Cockburn B,Lin S Y. TVB Runge-Kutta Local Projection Discontinuous Galerkin Finite Element Method for Conservation Laws Ⅲ:One-Dimensional Systems [J]. J Comput Phys,1989,84:90-113.
[8] Cockburn B,Hou S C,Shu C W. TVB Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Method for Conservation Laws Ⅳ:The Multidimensional Case [J]. J Comput Phys,1990,54:545-581.
[9] Cockburn B,Shu C W. TVB Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Method for Conservation Laws Ⅴ:Multidimensional Systems [J]. J Comput Phys,1998,144:199-224.
[10] Fedkiw R P,Aslam T,Merriman B,et al. A Non-oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows(The Ghost Fluid Method) [J]. J Comput Phys,1999,152:457-492.
[11] Li H X,Deng C,Zhao J F,et al. Numerical Simulation of Interface Movement in Gas-Liquid Two-Phase Flows with Level Set Method [J]. Nuclear Power Engineering,2005,26(3):242-248. (in Chinese)
李会雄,邓 晟,赵建福,等. Level Set输运方程的求解方法及其对气-液两相流运动界面数值模拟的影响 [J]. 核动力工程, 2005,26(3):242-248.
[12] Yang Y Y,Li M J,Shu S,et al. High Order Schemes Based on Upwind Schemes with Modified Coefficients [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics,2006,195:242-251.
[13] Shi J. Some Issues in High Order Numerical Schemes for Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws [D]. Rhode Island,United States:Brown University,2001.

Numerical Simulation for Rayleigh-Taylor Instability Using Runge-Kutta Discontinuous Finite Element Method

CHEN Er-Yun[1],LE Gui-Gao[1],MA Da-Wei[1],ZHAO Gai-Ping[2],ZHAO Ji-Yong[1,3]

(1. *School of Mechanical Engineering,Nanjing University of Science and Technology,Nanjing* 210094,*China*;
2. *School of Medical Instrument,Shanghai University of Science and Technology,Shanghai* 200093,*China*;
3. *Changzhou Institute of Light Industry,Changzhou* 213000,*China*)

Abstract:Rayleigh-Taylor instability problem is simulated by using discontinuous finite element method which is developed for Euler equations with an additional body force corresponding to the gravity. Level set method for capturing moving interfaces and ghost fluid method with Isobaric fix for disposing the interfaces are used. Through two representative numerical examples of Rayleigh-Taylor instability,it can be concluded that this method has capability to solve multi-media fluid problems including contact discontinuous,without numerical oscillation near the interface and high resolution.

Key words:Rayleigh-Taylor instability;discontinuous finite element;Level-Set method;ghost fluid method