

夹杂物尺寸对圆形介电弹性体 薄膜作动器力电行为的影响*

缪广红^{1,2**} 赵思露¹ 袁成¹ 李顺² 朱仕强²

(¹ 安徽理工大学土木建筑学院, 淮南, 232001)(² 安徽理工大学力学与光电物理学院, 淮南, 232001)

摘要 基于平衡态热力学理论并结合 Gent 超弹性材料模型, 本研究建立了描述内压和电压共同作用下圆形介电弹性体薄膜作动器的力电耦合本构模型. 通过理论分析和数值计算, 系统研究了夹杂物尺寸对圆形薄膜力电响应行为的影响. 数值模拟结果显示, 夹杂物尺寸变化主要影响薄膜内边界而非外边界. 更重要的是, 增大夹杂物尺寸能有效抑制电压作用下薄膜竖向位移、拉伸比和真实应力的剧烈波动, 显著改善薄膜的电场分布特性: 一方面使薄膜内边界电场分布趋于稳定, 另一方面提升了整体电场的均匀性, 使得薄膜的临界电场强度得到明显提高. 该研究为优化设计高性能介电弹性体薄膜作动器提供了重要的理论依据和技术指导.

关键词 圆形介电弹性体, 夹杂物, 力电失稳, 拉伸极限, 力电行为

DOI: 10.19636/j.cnki.cjasm42-1250/o3.2025.030

0 引言

介电弹性体作为智能软材料之一, 是一类能在电场激励下产生较大驱动力, 并发生大幅度变形的电活性聚合物^[1]. 因其具备弹性模量低、变形大、密度小、响应迅速、力电转换效率高等一系列优异特性, 被广泛应用于人工肌肉、柔性驱动器、传感器、振动控制器、能量收集等多个领域^[2-8], 展现出极高的应用潜力.

在介电弹性体的众多研究方向中, 圆形介电弹性体薄膜由于其独特的几何形状, 呈现出与其他形状不同的力电行为, 近年来受到国内外研究者的重点关注. 在理论方面, Zhao 和 Suo^[9] 建立了系统的介电弹性体力电耦合理论框架, 首次完整阐述了电致大变形过程中的非线性力学响应、多重失稳机理与电击穿行为的临界条件, 提出了被国际广泛采用的本构模型和稳定性判据, 为整个领域奠定了理论基础. Liang 和 Cai^[10] 研究了介电弹性体在电压与内压下的形变, 分析表明, 该形变在压力或电压控制

下能量不稳定, 但在电荷或质量控制下稳定. Hau 等^[11] 针对圆形面外介电弹性体致动器, 提出了一种基于几何尺寸的力-位移特性预测方法与性能缩放规律, 研究通过实验和理论分析建立了相应的缩放定律. Wang 等^[12] 针对圆形介电弹性体薄膜建立了大变形下的粘弹性理论模型, 研究了力电载荷共同作用下薄膜的时变耗散行为. 结果表明, 电压和预拉伸对薄膜的机电行为有显著影响: 当电压低于临界值时, 薄膜会随时间的推移逐渐达到稳定状态; 而当电压超过临界值时, 薄膜会失稳. 预拉伸会增大关键物理量的数值, 并在高电压下加速失稳的发生. 该模型为考虑粘弹性效应的介电弹性体换能器设计与应用提供了理论指导. Miao 等^[13] 采用打靶法求解圆环薄膜面外轴对称大变形问题, 发现薄膜变形不均, 致电场从内到外递减, 内边界易击穿且材料利用率低, 首次量化不同本构模型对作动器力学响应的影响, 为参数优化奠定理论基础. Zhu 等^[14] 研究了预拉伸介电弹性体薄膜在压力与电压共同作用下的非

* 国家自然科学基金项目(11902003)资助.

2025-10-04 收到修改稿, 2025-10-11 网络首发.

** 通讯作者. E-mail: miaogh@mail.ustc.edu.cn.

线性动力学行为. 研究基于非线性场理论推导了运动方程, 分析了薄膜在静态载荷下的平衡态稳定性、固有频率调谐特性及参数激励下的动态响应. 结果表明, 通过改变预拉伸量、压力或电压可有效调控薄膜的固有频率; 在正弦电压激励下, 薄膜呈现谐波、超谐波和亚谐波共振等多重共振现象. 理论预测的多共振峰和面外振动模式与已有实验数据一致, 而面内振动模式及参数共振响应仍有待实验验证. 该研究为介电弹性体动态器件设计提供了理论依据. Li 等^[15]分析了介电弹性体发电机 (DEG) 的能量采集性能, 重点考察了电场不均匀性和材料粘弹性两个实际因素对发电效率的影响. 研究表明, 这两者是限制 DEG 性能的关键瓶颈, 该模型为优化 DEG 电极设计、材料选择及工作循环以提高能量转化效率提供了重要理论依据. 在应用方面, Liu 等^[16]设计了一种基于介电弹性体的新型压缩力传感器, 通过具有面外轴对称变形的微元结构将压缩转化为大幅拉伸, 显著提高了灵敏度. 研究发现, 灵敏度随预拉伸比减小和径厚比增大而增强, 并通过连续介质力学模型与实验数据较好吻合, 验证了传感器在 2000 次循环加载后仍保持可靠工作. Anderson 等^[17]指出, 介电弹性体人工肌肉兼具大应变、高能量密度等类肌肉特性, 还能实现自感知、刚度调节等多功能, 可构建多自由度系统模仿生物肌肉, 是全软体智能机器人的关键驱动技术. Carpi 等^[18]开发了一种基于圆形介电弹性体执行器的仿生可调焦液态透镜. 该器件利用 DEA 作为核心软质驱动部件, 通过电控变形调节液体透镜曲率, 从而实现对焦距的动态调控. 这项研究为开发仿生、柔性、可调焦的光学系统提供了重要的概念验证与技术实现方案.

尽管上述研究在理论和应用层面取得了显著进展, 对介电弹性体薄膜在外场下的变形行为有了深入认识, 即当薄膜受到外加电场作用时, 厚度方向由于受到麦克斯韦应力的作用而被压缩, 进而产生变形, 实现电能到机械能的高效转换^[19-21]. 这种变形特性不仅与材料本身的属性有关, 还和薄膜的边界条件、预拉伸程度以及施加电场的强度和频率等因素密切相关^[22, 23]. 然而, 当前研究仍存在明显的优化空间, 特别是在材料微结构层面: 由于材料在生产过程中会因批次波动、工艺参数差异等多种原因而

不可避免地引入夹杂物, 这些微观或宏观尺度的非均匀性结构已成为影响材料性能一致性和可靠性的关键因素. 夹杂物作为关键特征, 其尺寸效应如何精准调控薄膜的宏观变形机制, 目前仍缺乏系统性的研究. 这一研究空白严重制约了 DE 材料在高端领域的性能突破: 一方面, 在人工肌肉和微型机器人的设计中, 若无法预知与控制因夹杂物尺寸不均所引发的局部应变集中或变形失稳, 将直接导致驱动动作失真、运动精度下降及器件可靠性降低; 另一方面, 在柔性传感器与能量收集器应用中, 不确定的力电耦合响应会降低信号的一致性或能量转换效率. 特别需要指出的是, 随着柔性电子器件向着微型化、集成化方向发展, 材料内部微观结构与宏观性能之间的关联规律研究变得尤为迫切. 现有研究多集中于均匀材料体系或单一尺寸夹杂的影响, 对于不同尺度夹杂物产生的场强分布、局部极化效应及其对整体机电稳定性的影响机制尚不明确. 这种认知缺失使得研究人员难以通过主动设计夹杂物参数来实现对 DE 薄膜性能的定向调控, 从而限制了其在精密驱动、自适应变形等前沿领域的应用潜力.

因此, 深入探究夹杂物尺寸这一关键参数对介电弹性体薄膜力电行为的影响规律, 不仅具有重要的理论价值, 更是提升下一代柔性智能器件性能的迫切工程需求. 为深入探究其内在机制, 本文采用 Gent 模型以描述处于大变形状态的薄膜在拉伸极限时的应力硬化现象^[24], 紧密结合平衡热力学原理^[25], 推导出薄膜在力电耦合作用下的本构方程^[26]. 而后, 通过数值计算对含有不同尺寸夹杂物的薄膜在力电载荷作用下发生的变形进行模拟. 本研究旨在通过建立夹杂物尺寸-局部场强-宏观变形的映射关系, 阐明不同尺寸夹杂物对薄膜变形行为的调控机制, 以填补从“微结构设计”到“宏观功能实现”之间的认知鸿沟. 研究成果将为实现 DE 材料性能的可设计性和可预测性提供新思路, 为开发高性能柔性仿生器件、智能软体机器人及新型能量收集装置奠定科学基础.

1 控制方程

图 1 展示了含同心刚性夹杂物的圆形介电弹性

体薄膜作动器变形前后的横截面示意图。图 1(a) 呈现了薄膜在未变形状态下的初始构形, 其中薄膜的厚度为 H , 外径为 B , 中心点为圆心 O , 其两面均覆盖有柔性电极。设薄膜上任意点距圆心 O 的距离为 R , 某一特定点距圆心 O 的距离为 A 。图 1(b) 呈现了薄膜在变形状态下的构形, 其内边界与半径为 a 的轻质刚性圆盘粘接, 外边界则固定在半径为 b 的刚性圆环上。当内压 P 作用于薄膜, 并在其上下电极间施加电压 Φ 时, 薄膜将会发生面外轴对称大变形, 表现为向上膨胀, 同时电极间感应出一定量的电荷 Q 。

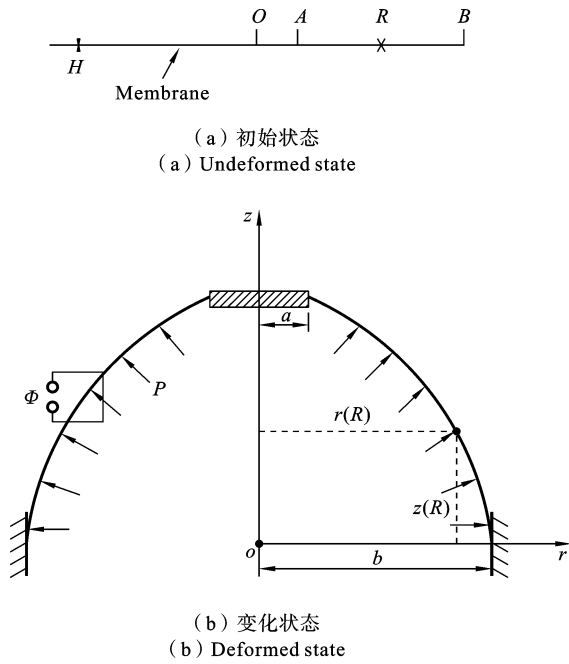


图 1 圆形介电弹性体薄膜变形前后的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the deformation of a circular dielectric elastomer membrane before and after deformation

为了深入分析薄膜的变形情况, 定义一个以薄膜圆心 O 为原点的坐标系 (r, z) , 用于描述变形后薄膜上任意点 R 的具体位置。结合薄膜的变形情况 (如图 1(b) 所示), 可以得到圆形介电弹性体薄膜作动器的边界条件: 薄膜的内边界有 $r(A) = a$, 外边界有 $r(B) = b$ 和 $z(B) = 0$ 。薄膜的拉伸变形可以用未变形时薄膜上任一点 R 与其相邻点 $R + dR$ 在变形后的距离来描述。其水平变化距离表示为 $dr = r(R + dR) - r(R)$, 垂直变化距离表示为 $dz = z(R +$

$dR) - z(R)$ 。令两点变形后的距离为 dl , 根据几何关系有 $dl^2 = dr^2 + dz^2$ 。定义径向拉伸比 λ_1 为薄膜变形状态与未变形状态的径向距离之比, 则有

$$\lambda_1 = dl/dR = \sqrt{(dr/dR)^2 + (dz/dR)^2} \quad (1)$$

定义环向拉伸比 λ_2 为薄膜上任一点所对应的圆周在变形前后的比值, 则有

$$\lambda_2 = r/R \quad (2)$$

将 θ 定义为薄膜上任意一点切线与水平方向的夹角, 则水平距离和垂直距离分别可以表示为 $dr = dl \cos(\theta)$ 和 $dz = dl \sin(\theta)$, 由式(1)可得

$$dr/dR = \lambda_1 \cos\theta \quad (3)$$

$$dz/dR = -\lambda_1 \sin\theta \quad (4)$$

假设薄膜是不可压缩的, 即变形前后其体积不变, 则 $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$, 其中 λ_3 是厚度方向的拉伸比。设薄膜的自由能密度为 W , 即 Helmholtz 自由能除以薄膜未变形时的体积, 则自由能密度函数可表示为

$$W = (\lambda_1, \lambda_2, D) \quad (5)$$

式(5)通过薄膜拉伸比 λ_1, λ_2 和真实电位移 D 描述薄膜的状态, 当 λ_1, λ_2 和 D 发生微小变化 $(\delta\lambda_1, \delta\lambda_2, \delta D)$ 时, 自由能密度变化为

$$(\partial W / \partial \lambda_1 - (\sigma_1 + ED) \lambda_2 \lambda_3) \delta \lambda_1 + (\partial W / \partial \lambda_2 - (\sigma_2 + ED) \lambda_1 \lambda_3) \delta \lambda_2 + (\partial W / \partial D - E) \delta D = 0 \quad (6)$$

结合平衡热力学原理, 平衡状态时式(6)中 $\delta\lambda_1, \delta\lambda_2$ 和 δD 前面的系数为 0, 则

$$\sigma_1 + ED = \lambda_1 \partial W(\lambda_1, \lambda_2, D) / \partial \lambda_1 \quad (7)$$

$$\sigma_2 + ED = \lambda_2 \partial W(\lambda_1, \lambda_2, D) / \partial \lambda_2 \quad (8)$$

$$E = \partial W(\lambda_1, \lambda_2, D) / \partial D \quad (9)$$

其中, σ_1, σ_2 和 E 分别是真实径向应力, 真实环向应力和真实电场。当自由能密度函数 $W = (\lambda_1, \lambda_2, D)$ 确定时, 式(7)、(8)和(9)就构成了薄膜的状态方程。此时, 薄膜 Helmholtz 自由能的改变量应等于外部荷载做功之和, 即

$$2\pi H \int_A^B \delta W R dR = P \delta v + \Phi \delta Q \quad (10)$$

其中 $v = - \int_A^B \pi r^2 dz$ 为薄膜与刚性圆盘围成的体积,

$Q = 2\pi \int_A^B D \lambda_1 \lambda_2 R dR$ 是电极上累积的总电量。

对式(1)和(2)进行变分可得

$$\delta \lambda_1 = \cos\theta \partial(\delta r) / \partial R - \sin\theta \partial(\delta z) / \partial R \quad (11)$$

$$\delta \lambda_2 = \delta r / R \quad (12)$$

将式(6)-(9)和式(11)-(12)代入(10),运用分部积分可得

$$\begin{aligned}
 & [2\pi HR\sigma_1/\lambda_2 \cos\theta \delta r]_A^B + [(P\pi r^2 - 2\pi HR\sigma_1/\lambda_1 \sin\theta)\delta z]_A^B \\
 & + \int_A^B [-2\pi Hd(R\sigma_1/\lambda_1 \cos\theta) + 2\pi H\sigma_2/\lambda_2 dR + \\
 & 2\pi rP\partial z/\partial R dR] \delta r + \int_A^B [2\pi Hd(R\sigma_1/\lambda_1 \sin\theta) - \\
 & 2\pi rP\partial r/\partial R dR] \delta z + \int_A^B [2\pi HRE dR - \\
 & 2\pi\Phi R\lambda_1\lambda_2 dR] \delta D = 0 \tag{13}
 \end{aligned}$$

由式(13)可以得到介电弹性体薄膜的控制方程

$$\frac{\partial(R\sigma_1\lambda_1^{-1}\cos\theta)}{\partial R} - \sigma_2\lambda_2^{-1} + \lambda_1\lambda_2 \frac{P}{H} R \sin\theta = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial(R\sigma_1\lambda_1^{-1}\sin\theta)}{\partial R} - \lambda_1\lambda_2 \frac{P}{H} R \cos\theta = 0 \tag{15}$$

$$HE = \Phi\lambda_1\lambda_2 \tag{16}$$

$$\sigma_1\lambda_1^{-1}\cos\theta\delta r|_A^B = 0 \tag{17}$$

$$2\pi HR\sigma_1\lambda_1^{-1}\sin\theta - P\pi r^2 = 0 \tag{18}$$

2 薄膜的超弹性模型

为了更好地描述介电弹性体薄膜在接近拉伸极限时的应变硬化现象,采用 Gent 模型来表现薄膜在发生大变形时的超弹性行为,其自由能密度可表示为

$$W = -\frac{\mu J_{\text{lim}}}{2} \ln\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{\text{lim}}}\right) + \frac{D^2}{2\epsilon} \tag{19}$$

其中 μ 是剪切模量, ϵ 是介电弹性体的介电常数, $D^2/2\epsilon$ 是介电能, J_{lim} 是与极限拉伸有关的常数,拉伸限制条件^[27]为 $0 \leq (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)/J_{\text{lim}} < 1$. 当变形拉伸很小时,即 $(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)/J_{\text{lim}} \rightarrow 0$, Gent 模型可简化为 Neo-Hookean 模型. 当变形拉伸很大时,即 $(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)/J_{\text{lim}} \rightarrow 1$, 薄膜趋于极限拉伸状态,出现应变硬化效应.

当介电弹性体处于理想状态,假设真实电场和真实电位移为线性关系,则电场和电位移的关系可表示为

$$D = \epsilon E \tag{20}$$

将式(19)-(20)代入(7)-(8),可得

$$\sigma_1 = \frac{\mu(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/J_{\text{lim}}} - \epsilon E^2 \tag{21}$$

$$\sigma_2 = \frac{\mu(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/J_{\text{lim}}} - \epsilon E^2 \tag{22}$$

3 临界电场强度

对介电弹性体薄膜施加电压时,薄膜会产生相应的变形. 由于薄膜的不可压缩性,其面积增大的同时会导致厚度减小. 因此在相同的电压下,可能会导致更高的电场强度,而电场强度进一步使薄膜的厚度减小. 这种正向反馈使薄膜急剧变薄,从而出现力电失稳(Electromechanical Instability, EMI)^[28,29], 最终导致电击穿(Dielectric Breakdown, DB)^[20].

为了更好的表示薄膜在平衡状态下的力电稳定性, Zhao 和 suo 在文献中^[9]给出了 Hessian 矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_1^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_1 \partial D} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_2^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_2 \partial D} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_1 \partial D} & \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda_2 \partial D} & \frac{\partial^2 W}{\partial D^2} \end{bmatrix} \tag{23}$$

其中 \bar{D} 为名义电位移. 在薄膜处于平衡状态时, Hessian 矩阵是正定的. 当真实电场强度为临界值 E_c 时,薄膜处于正常与破坏的临界点,此时行列式 $\det \mathbf{H} = 0$. 即

$$\det \mathbf{H} = 0 = \frac{\mu^2 \epsilon^{-1}}{\lambda_1^8 \lambda_2^8} [5 + 3(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^6 \lambda_2^6 + [2 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)\lambda_1^2 \lambda_2^2]e - 3e^2] \tag{23}$$

其中 ϵ 是介电常数, e 为无量纲参数,即

$$e = (\mu\epsilon)^{-1} \bar{D}^2 = \mu^{-1} \epsilon \bar{E}^2 \lambda_1^4 \lambda_2^4 = \mu^{-1} \epsilon E^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2 \tag{24}$$

对于 Gent 模型, Hessian 矩阵经化简保留为自由能形式

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \bar{D}) = U(\lambda_1, \lambda_2) + \frac{\bar{D}^2}{2\epsilon} \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-2} \tag{25}$$

其中 $U(\lambda_1, \lambda_2) = -\frac{\mu J_{\text{lim}}}{2} \ln\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{\text{lim}}}\right)$.

由式(23)-(25)可得电场强度的临界值^[30]为

$$\begin{aligned}
 \epsilon E_c^2 = \frac{1}{6} [& 4\lambda_1\lambda_2 U_{12} - \lambda_1^2 U_{11} - \lambda_2^2 U_{22} + \\
 & \sqrt{(\lambda_1^2 U_{11} + \lambda_2^2 U_{22} - 4\lambda_1\lambda_2 U_{12})^2 + 12\lambda_1^2 \lambda_2^2 (U_{11} U_{22} - U_{12}^2)}] \tag{26}
 \end{aligned}$$

其中 $U_{ij} = \partial^2 U / \partial \lambda_i \partial \lambda_j$, 即

$$U_{11} = \frac{\mu(2\lambda_1 + 2\lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2}) \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{u(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(2\lambda_1 - 2\lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (27)$$

$$U_{12} = \frac{2\mu\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3} \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{2u(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(\lambda_2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (28)$$

$$U_{22} = \frac{\mu(2\lambda_2 + 2\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3}) \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{u(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(2\lambda_2 - 2\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (29)$$

4 数值计算

联立式(14)和(15),可得

$$\frac{d\theta}{dR} = -\frac{\lambda_1\sigma_2}{\lambda_2\sigma_1R}\sin\theta + \frac{\lambda_1^2\lambda_2}{\sigma_1} \frac{P}{H} \quad (30)$$

联立式(16)、(18)和(21)中的第一个等式,可得

$$\frac{P\pi r^2}{2\pi RH\sin\theta} = \frac{\mu(\lambda_1 - \lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/J_{lim}} - \epsilon\lambda_1\lambda_2^2 \left(\frac{\Phi}{H}\right)^2 \quad (31)$$

文献中^[31]给出 Gent 模型中的材料常数: $\mu = 21.6 \text{ kPa}$, $J_{lim} = 205$, $\epsilon = 26.55 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. 引入以下无量纲量: $P^* = P/(\mu H/B)$, $\Phi^* = \Phi/(H\sqrt{\mu/\epsilon})$,

$$E_c^{*2} = \frac{1}{6} \left[4\lambda_1\lambda_2U_{12}^* - \lambda_1^2U_{11}^* - \lambda_2^2U_{22}^* + \sqrt{(\lambda_1^2U_{11}^* + \lambda_2^2U_{22}^* - 4\lambda_1\lambda_2U_{12}^*)^2 + 12\lambda_1^2\lambda_2^2(U_{11}^*U_{22}^* - U_{12}^{*2})} \right] \quad (34)$$

重写式(27),得

$$U_{11}^* = \frac{(2\lambda_1 + 2\lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2}) \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(2\lambda_1 - 2\lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (35)$$

重写式(28),得

$$U_{12}^* = \frac{2\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3} \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{2(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(\lambda_2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (36)$$

重写式(29),得

$$U_{22}^* = \frac{(2\lambda_2 + 2\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3}) \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right) + \frac{(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})(2\lambda_2 - 2\lambda_1^{-2}\lambda_2^{-3})}{J_{lim}}}{\left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3}{J_{lim}}\right)^2} \quad (37)$$

重写式(30),得

$$\frac{d\theta}{dR^*} = -\frac{\lambda_1\sigma_2^*}{\sigma_1^*r^*}\sin\theta + \frac{\lambda_1^2\lambda_2}{\sigma_1^*} P^* \quad (38)$$

$\sigma_1^* = \sigma_1/\mu$, $r^* = r/B$, $R^* = R/B$, $a^* = a/B$ (为简洁明了,省略描述物理量时的汉字无量纲). 重写式(31),可得

$$\frac{(\lambda_1 - \lambda_1^{-3}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/205} - \Phi^{*2}\lambda_1\lambda_2^2 - \frac{P^*r^*}{2R^*\sin\theta} = 0 \quad (32)$$

重写式(21),得

$$\begin{cases} \sigma_1^* = \frac{(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/205} - \Phi^{*2}\lambda_1^2\lambda_2^2 \\ \sigma_2^* = \frac{(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2})}{1 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2}\lambda_2^{-2} - 3)/205} - \Phi^{*2}\lambda_1^2\lambda_2^2 \end{cases} \quad (33)$$

重写式(26),得

将式(2)-(4)及式(30)、(31)结合薄膜的边界条件 $r(A) = a$, $r(B) = b$ 和 $z(B) = 0$, 利用打靶法^[32]求解薄膜上各物理量的值. 当内压 P^* 和电压

Φ^* 给定, 式 (30) 和 (31) 就只含代求变量 $r(R)$ 和 $\theta(R)$. 任意假设一倾角 $\theta(A)$, 通过打靶法从薄膜内边界到外边界不断试算, 求得满足边界条件 $r(B) = b$ 的 $r(R)$, 这样薄膜上各点的 $r(R)$ 和 $\theta(R)$ 都可由此求出, 再根据式 (2) 得 $\lambda_2(R)$. 将 $r(R)$ 和 $\theta(R)$ 代入式 (32) 可求出 $\lambda_1(R)$, 最后再根据边界条件 $z(B) = 0$, 对 $dz = -\tan\theta dr$ 进行积分计算出 $z(R)$.

5 结果和讨论

为检验计算结果的准确性, 将圆形介电弹性体薄膜所采用的 Gent 模型进行退化处理, 令 $J_{lim} = 1 \times 10^8$, 使其转化为 Neo-Hookean 模型. 在采用与 Wang^[33] 中 $t^* = 0.0$ 情形相同的参数 (即 $A/B = 0.3$ 、 $a/A = b/B = 1.0$ 、 $\Phi^* = 0$ 和 $P^* = 0.8$) 进行数值模拟后, 由退化模型计算得到的无量纲径向拉伸比 λ_1 和环向拉伸比 λ_2 均与该文献结果高度一致, 如图 2 所示.

5.1 不同内压作用下夹杂物尺寸对圆形介电弹性体薄膜力电行为的影响

在数值计算中, 采用以下计算参数: $a/A = b/B = 1.1$, $J_{lim} = 205$. 保持电压恒定 $\Phi^* = 0.3$, 即实际电压为 0.86 kV, 设置不同的夹杂物尺寸: $a^* = 0.05$ 、 $a^* = 0.15$ 、 $a^* = 0.25$ 、 $a^* = 0.35$, 得到以下结果.

图 3 描绘了在 P^* 分别为 0.4 和 0.5 时 (即实际内压为 86.4 Pa 和 108 Pa), 圆形介电弹性体薄膜竖

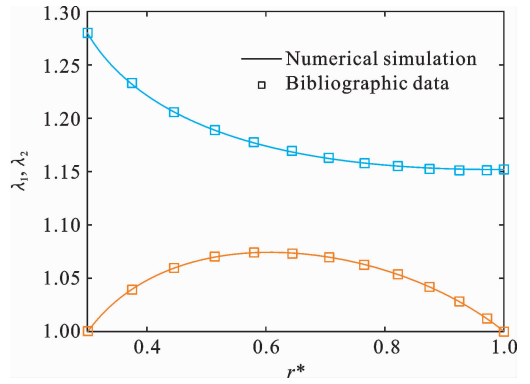


图 2 施加内压 $P^* = 0.8$ 时, 薄膜径向与环向拉伸比的分布图

Fig. 2 The distribution map of the radial and circumferential stretch ratios of the film when the internal pressure $P^* = 0.8$ is applied

向位移的变化情况, 虚线部分表示夹杂物. 结果表明, 圆形薄膜的竖向位移随内压增大而增大. 在相同内压时, 薄膜的竖向位移随着夹杂物尺寸的增加而减小, 呈反比关系. 薄膜所围成的体积也随着夹杂物尺寸的增加而减小, 例如在图 3(a) 中, 当夹杂物尺寸为 0.05, 0.15, 0.25, 0.35 时, 薄膜所围成的体积分别为 0.397、0.378、0.343、0.294. 这种驱动特性使得该结构在阀控、微流泵和软体机器人等领域具有潜在应用价值. 从图中也可以看出, 内压相同时, 含不同尺寸夹杂物的薄膜均呈现出薄膜内边界处竖向位移最大的现象.

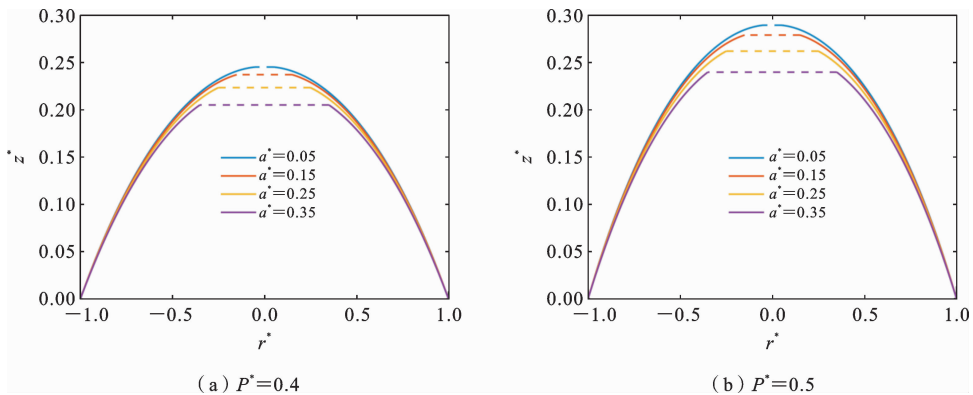


图 3 不同夹杂物尺寸对薄膜形状变化的影响

Fig. 3 The influence of different particle sizes on the shape changes of the film

图 4 展示了 λ_3 在不同内压下的变化情况. 图 4 (a) 中, 在 r^* 处于 0.05-0.37 范围内时, λ_3 随夹杂物

尺寸的增加而增加; 而当 r^* 处于 0.37-1 范围内时, λ_3 随夹杂物尺寸的增加而减小. 图 3(b) 中, 在 r^* 处

于 0.05-0.5 范围内时, λ_3 随夹杂物尺寸的增加而增加; 而当 r^* 处于 0.5-1 范围内时, λ_3 随夹杂物尺寸的增加而减小. 可见夹杂物尺寸的增加会抑制薄膜上靠近夹杂物区域的变形, 而增加薄膜上远离夹

杂物区域的变形. 此外, 对薄膜施加的内压增大时, λ_3 减小, 导致薄膜厚度变薄. 而在相同内压下, λ_3 随着质点与薄膜内边界的远离逐渐增大, 表明薄膜内边界处的厚度最小, 外边界处的厚度最大.

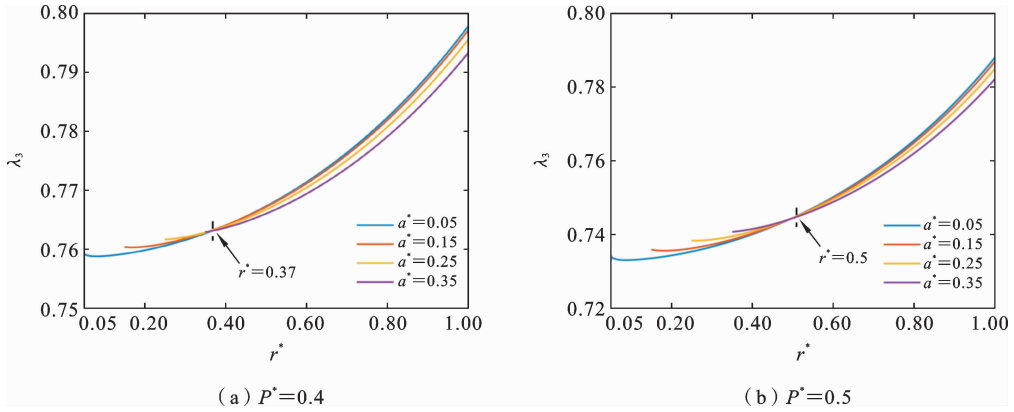


图 4 不同夹杂物尺寸对薄膜厚度变化的影响

Fig. 4 The influence of different particle sizes on the change in film thickness

图 5(a)-5(b)展示了薄膜的径向拉伸比 λ_1 和环

向拉伸比 λ_2 随 r^* 变化的关系图. 图 5(a)可以看出,

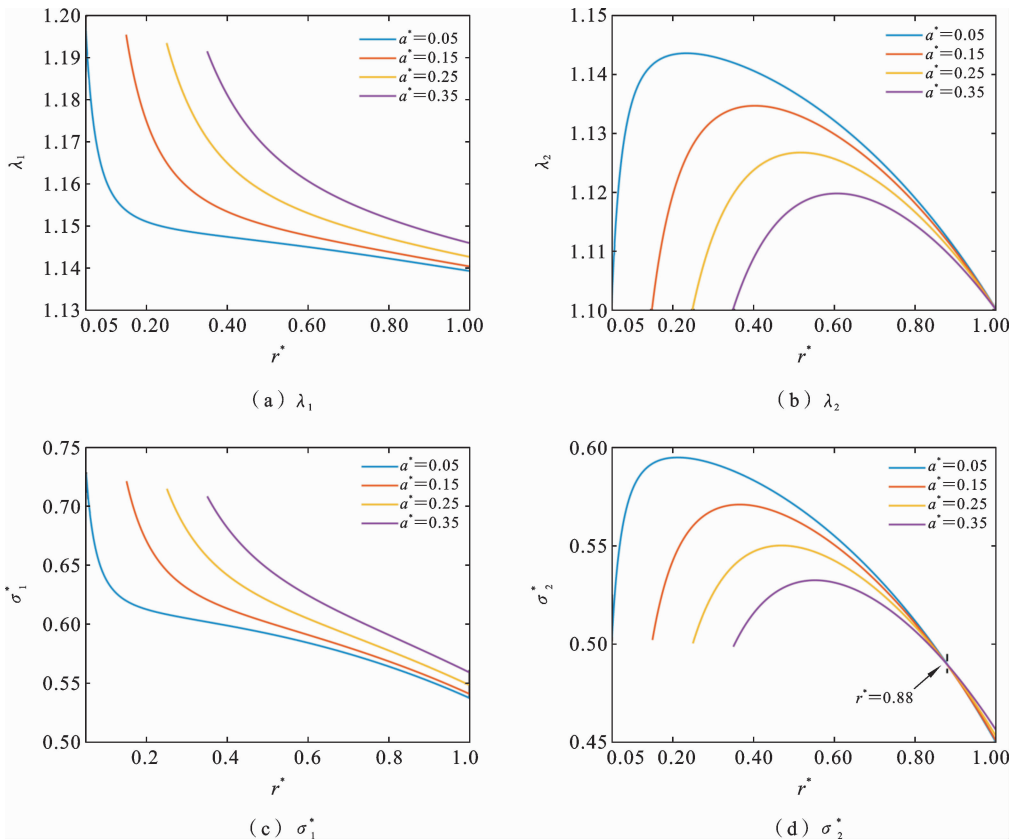


图 5 施加内压 $P^* = 0.4$ 时, 薄膜拉伸比与应力的变化曲线

Fig. 5 The relationship curves between the film stretch ratio and the stress changes when an internal pressure of $P^* = 0.4$ is applied

径向拉伸比 λ_1 在薄膜内边界处出现最大值, 随 r^* 的增加呈逐渐减小的趋势, 且越靠近外边界曲线变化率越小. 图 5(b) 中, 环向拉伸比 λ_2 随着 r^* 的增加呈现先上升后下降的趋势, 最大值靠近薄膜内边界处, 且最大值随夹杂物尺寸的增加而减小. 图中还表明, 夹杂物尺寸增大, 径向拉伸比 λ_1 增加, 而环向拉伸比 λ_2 出现减小, 且 λ_1 与 λ_2 的曲线变化率随夹杂物尺寸的增加而降低, 有利于维持系统稳定性. 图 5(c) 中, 真实径向应力 σ_1^* 的最大值出现在薄膜内边界处, 从薄膜内边界到外边界, σ_1^* 呈单调递减的趋势. 同时 σ_1^* 随着夹杂物尺寸的增加而增加, 薄膜内边界处 σ_1^* 的变化率随着夹杂物尺寸的增加而降低. 图 5(d) 中, 从薄膜内边界到外边界, 真实环向应力 σ_2^* 呈先增加后减小的趋势. 此外, 在 r^* 处于 0.05-0.88 范围内时, σ_2^* 随夹杂物尺寸的增加而减

小, 而当 r^* 处于 0.88-1 范围内时, σ_2^* 随夹杂物尺寸的增加而增加. 图 5(c)-5(d) 表明夹杂物尺寸的改变对薄膜内边界的影响远大于对薄膜外边界的影响.

图 6(a) 中观察到径向拉伸比随 r^* 的增加而减小, 与图 5(a) 相比, 夹杂物尺寸相同时的径向拉伸比随内压增加而增加. 图 6(b) 与图 5(b) 相比, 在夹杂物尺寸相同的条件下, 薄膜的环向拉伸比随内压增加而增加, 且增加的差值随着夹杂物尺寸的增大而减小, 可见夹杂物尺寸的增大会减小内压增加的影响. 图 6(c) 与图 5(c) 相比, 真实径向应力随内压增加而增加, 曲线变化趋势大致相同. 图 6(d) 中, 真实环向应力随 r^* 的增加呈现先增后减的趋势, 与图 5(d) 相比, 曲线变化趋势大致相同.

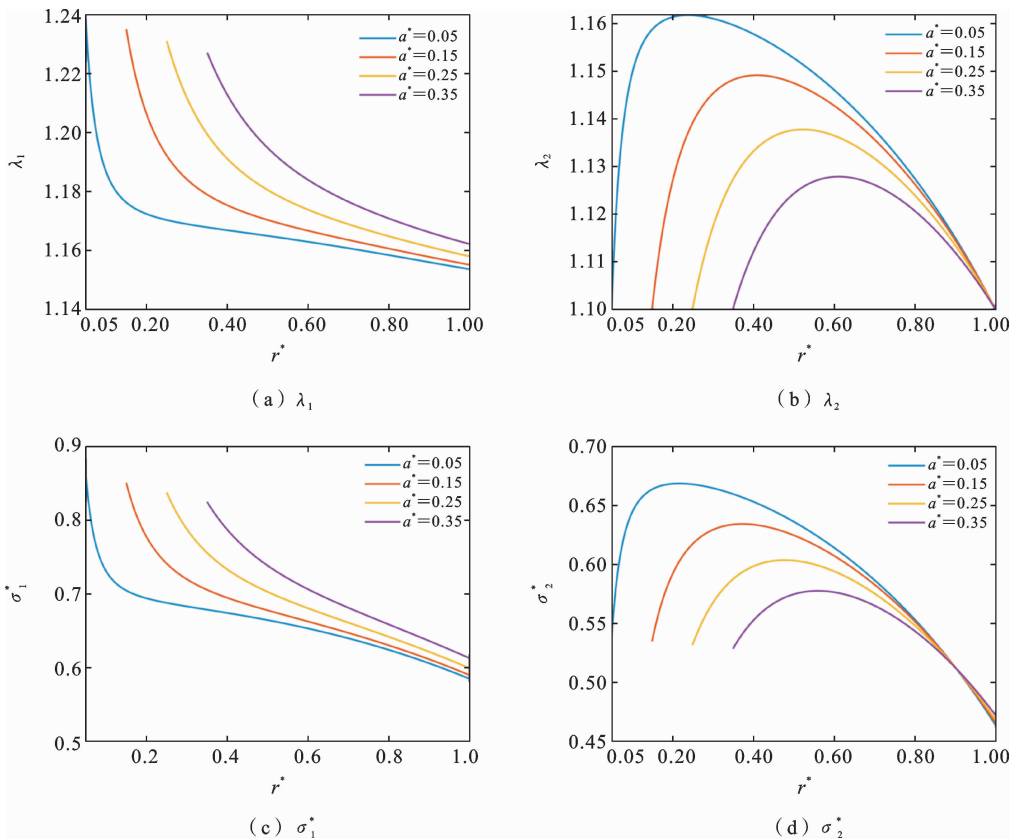


图 6 施加内压 $P^* = 0.5$ 时, 薄膜拉伸比与应力的变化曲线

Fig. 6 The relationship curves between the film stretch ratio and the stress changes when an internal pressure of $P^* = 0.5$ is applied

由图 7(a) 可以看出, 圆形介电弹性体薄膜内边

界处的真实电场强度 E^* 最大, 由薄膜内边界到外

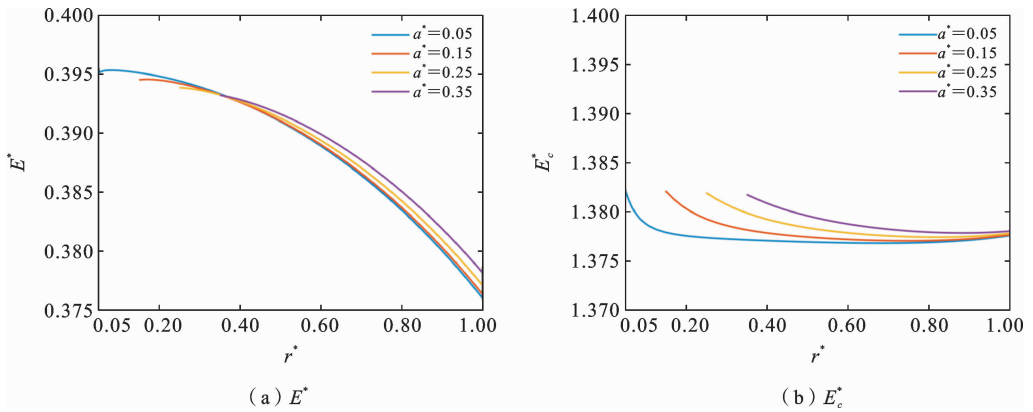


图 7 施加内压 $P^* = 0.4$ 时,薄膜上电场强度与临界电场强度的变化曲线

Fig. 7 The curve showing the variation of electric field intensity on the film with respect to the critical electric field intensity when an internal pressure of $P^* = 0.4$ is applied

边界逐渐减小. 电场强度使薄膜厚度减小, 电压恒定时会引发更高的电场强度, 而电场强度又导致薄膜厚度减小, 这种正反馈使薄膜内边界处的厚度急剧减小, 容易发生失稳, 图 3-图 6 中薄膜内边界的各物理量也可以说明这种现象. 图 7(b) 展示的是将 Hessian 矩阵与临界条件结合计算出的临界电场强度的变化情况. 结果表明, 临界电场强度值随夹杂物尺寸的增大而增大, 致使薄膜破坏的电场强度临界值提高, 从而增加薄膜的稳定性. 当夹杂物尺寸增大时, E^* 随着 r^* 的增大呈现为先减小后增大, 而薄膜内边界和外边界处的 E_c^* 几乎不随着夹杂物尺寸的增大而变化, 可见夹杂物尺寸的增大有利于薄膜内边界和外边界的稳定.

薄膜上各处的真实电场强度也在增加. 由于 E^* 在薄膜内分布的不均匀, 薄膜内边界处的真实电场强度最高. 图 8(b) 中, 临界电场强度随着 r^* 的增大而减小, 到达外边界处逐渐稳定. 与图 7(b) 相比能看见, 对于夹杂物尺寸相同的薄膜, 内压的增加对薄膜内边界的影响大于对外边界的影响, 从而薄膜内边界的临界电场强度有较大的提高, 外边界的临界电场强度值几乎不变. 同时, 夹杂物越大, 薄膜上临界电场强度受内压的影响越小, 越能维持系统的稳定. 此外, E^* 的变化曲线向外凸, E_c^* 的变化曲线向内凹, E^* 的最大值小于 E_c^* 就可以保证薄膜的稳定性, 所以在实际应用中更多考虑薄膜的内边界和外边界.

图 8(a) 与图 7(a) 相比可以看到, 内压增加导致

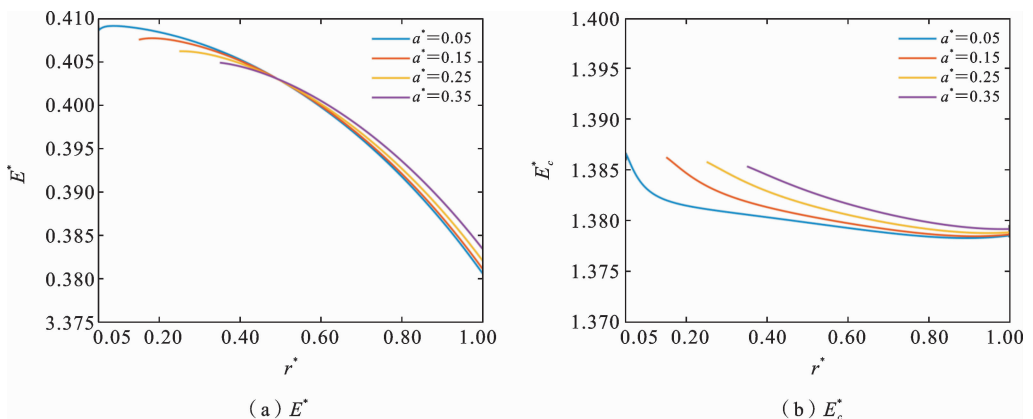


图 8 施加内压 $P^* = 0.5$ 时,薄膜上电场强度与临界电场强度的变化曲线

Fig. 8 The curve showing the variation of electric field intensity on the film with respect to the critical electric field intensity when an internal pressure of $P^* = 0.5$ is applied

5.2 不同电压作用下夹杂物尺寸对圆形介电弹性体薄膜力电行为的影响

在数值计算中,采用以下计算参数: $A/B=0.05, a/A=b/B=1.1, J_{lim}=205$. 保持内压恒定 $P^*=0.6$,对于含不同尺寸夹杂物的薄膜分别设置不同的电压: $\Phi^*=0.2, \Phi^*=0.3, \Phi^*=0.4, \Phi^*=0.5$,即实际电压分别为 0.57 kV、0.86 kV、1.14 kV、1.43 kV,得到以下结果.

图 9(a)-9(d)展示了夹杂物尺寸不同时,对薄膜施加不同电压后的径向拉伸比 λ_1 的变化. 夹杂物尺

寸不变时, λ_1 随着电压的增加而增加,且电压增加导致 λ_1 变化的差值也随之增加,表明过高的电压会导致薄膜系统的稳定性降低. 同时,考虑到靠近薄膜内边界处径向拉伸比较大,薄膜可能会到达拉伸极限状态. 从图中可以观察到,当夹杂物尺寸增加时,相同电压下 λ_1 的变化趋势逐渐缓和. 夹杂物过小,薄膜内边界会发生不稳定的拉伸变形,容易导致薄膜失稳,这种现象的发生概率会随着夹杂物尺寸的增大而降低.

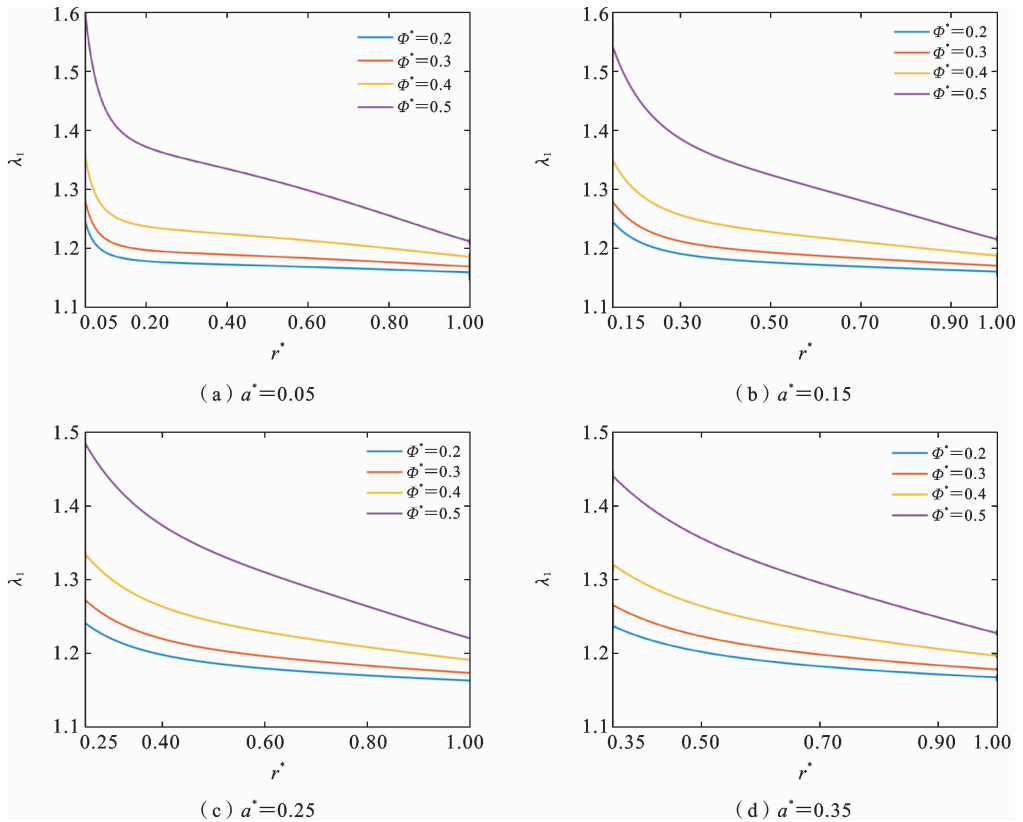


图 9 施加不同电压时,薄膜径向拉伸比的变化曲线

Fig. 9 The variation curves of the radial tensile ratio of the film under different voltages

图 10(a)中,不同电压下的环向拉伸比 λ_2 均呈现出随 r^* 的增加先上升后下降的趋势,且峰值随着电压的增加而增加. 在 Φ^* 为 0.5 时, λ_2 的峰值远高于其他电压下的值,这一显著不同说明过高电压对薄膜的影响较大. 由图 10(a)到 10(d)可以观察到,电压相同时,环向拉伸比 λ_2 的峰值随着夹杂物尺寸增大逐渐向薄膜的中间范围偏移. 此外,同一电压下

薄膜的拉伸比也随着夹杂物尺寸增大而减小,薄膜的整体稳定性有所提高.

图 11 显示,夹杂物尺寸相同时,薄膜上靠近夹杂物区域的 σ_1^* 随着电压增加而增加,远离夹杂物区域的 σ_1^* 随着电压增加而减小;中间区域的 σ_1^* 受电压影响较小,两端受电压影响较大,容易导致不稳定性. 观察图 11(a)-11(d),相同电压下真实径向应

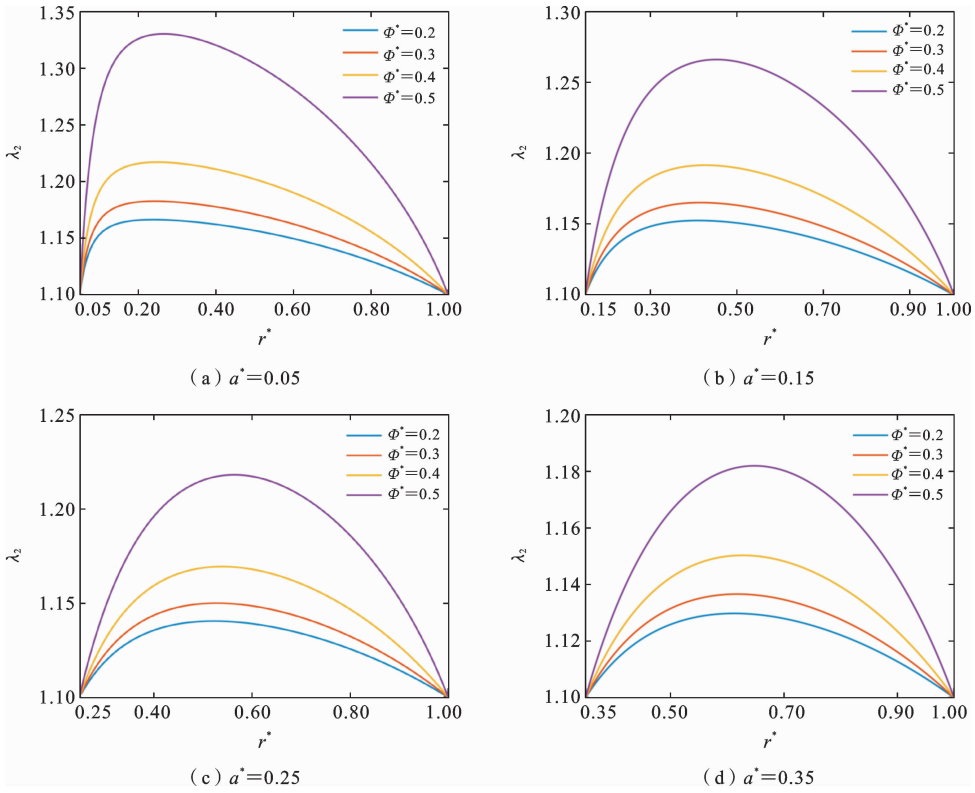


图 10 施加不同电压时,薄膜环向拉伸比的变化曲线

Fig. 10 The variation curves of the circumferential tensile ratio of the film under different voltages

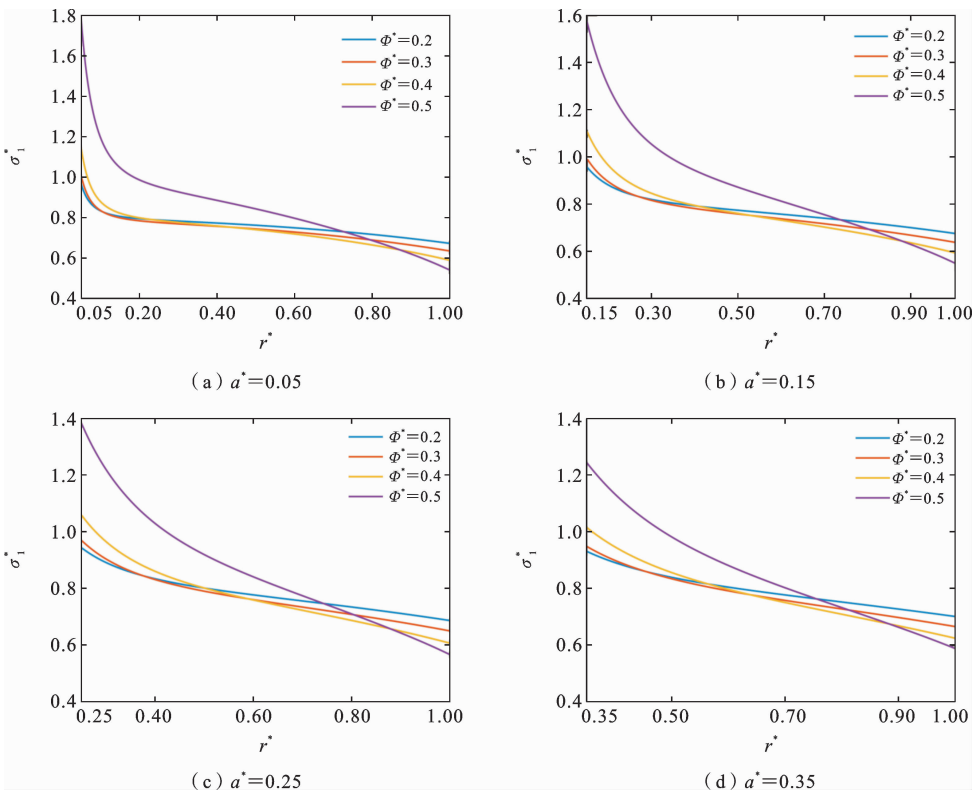


图 11 施加不同电压时,薄膜真实径向应力的变化曲线

Fig. 11 The variation curve of the true radial stress of the film when subjected to different voltages

力随着夹杂物尺寸的增大而减小,薄膜内边界和外边界 σ_1^* 的差值也在缩小. 当夹杂物很小时,薄膜内边界的真实径向应力会急剧下降,容易发生失稳;夹杂物尺寸增大时,这种情况会逐渐减弱,真实径向应力的变化趋于稳定.

图 12 描绘了含不同尺寸夹杂物的薄膜在不同电压下真实环向应力 σ_2^* 的分布情况. 从图 12(a) 可以观察到, σ_2^* 随 r^* 的增加呈现先增加后减小的趋

势. 在电压不同时,薄膜中间区域的 σ_2^* 受电压影响较小,变化曲线比较平稳. 随着夹杂物尺寸的增加,相同电压下真实环向应力不断减小,且薄膜外边界处的真实环向应力几乎不受夹杂物尺寸改变的影响,维持在一个稳定值,表明夹杂物尺寸的改变对靠近薄膜内边界处的影响大于对外边界处的影响,与 5.1 小节中的描述一致.

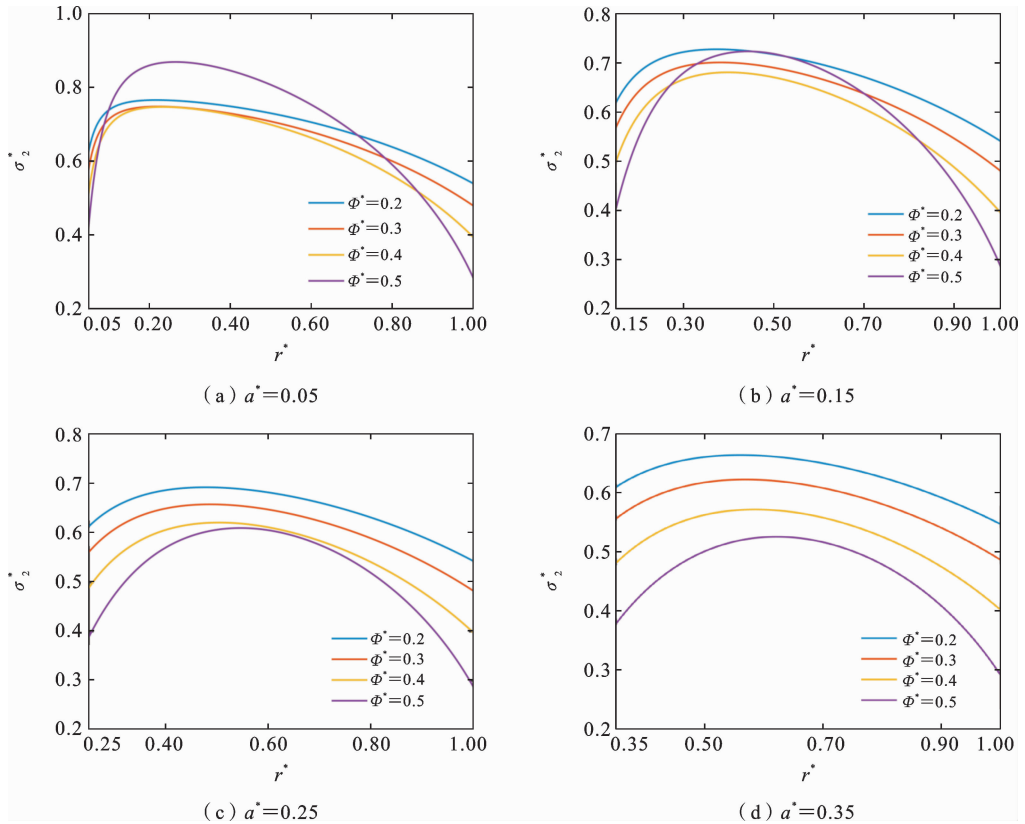


图 12 施加不同电压时,薄膜真实环向应力的变化曲线

Fig. 12 The variation curve of the true circumferential stress of the film when subjected to different voltages

从图 13(a)中可以看出,在施加电压 Φ^* 为 0.2、0.3、0.4 的情况时,圆形介电弹性体薄膜上的临界电场强度 E_c^* 随着与薄膜内边界的距离由近及远,出现小幅度的减小,但整体仍呈现比较稳定的状态. 在 Φ^* 为 0.5 时, E_c^* 出现明显的先上升后下降趋势,不再维持稳定. 由于施加电压过高,临界电场强度也会受到一定程度的影响. 图 13(a)-13(d)中,当 Φ^* 为 0.5 时,临界电场强度在薄膜内、外边界间的变化曲线随着夹杂物尺寸的增大而逐渐平缓,与其

他电压下的变化曲线类似,这种现象表明夹杂物尺寸的增加可以抑制电压增加对薄膜的影响.

6 结论

本文以圆形介电弹性体薄膜为对象,采用 Gent 模型分析了含不同尺寸夹杂物的薄膜在不同内压和不同电压下的力电行为. 具体的行为变化通过薄膜的竖向位移、拉伸比、真实应力及真实电场强度体

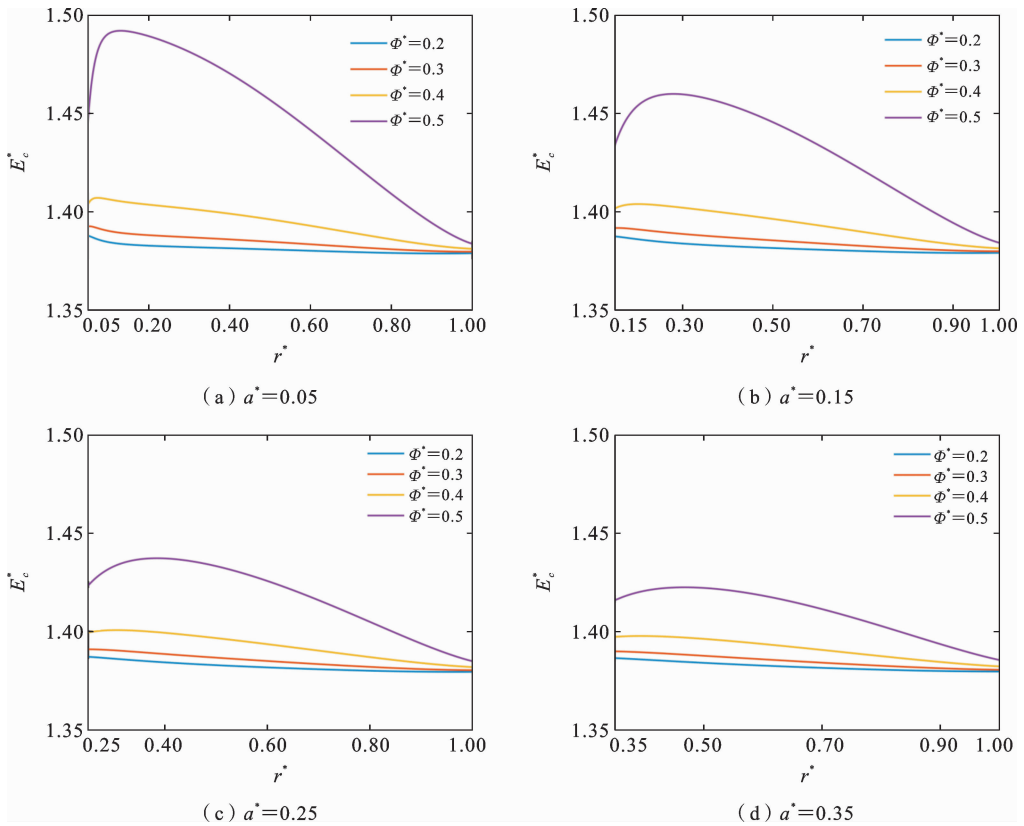


图 13 施加不同电压时,薄膜临界电场强度的变化曲线

Fig. 13 The curve of the variation in the critical electric field strength of the film when different voltages are applied

现,经过数值计算得出以下结论:

(1) 内压增大时,夹杂物尺寸变化对薄膜内边界的影响远大于外边界.

(2) 电压增大时,增大夹杂物尺寸可减小薄膜竖向位移、拉伸比和真实应力的变化范围,提高电力稳定性.

(3) 较大夹杂物使薄膜内边界的真实电场更稳定,电场均匀性得到改善,并提高临界电场强度,从而抑制电压升高的不利影响.以上内容可以为圆形介电弹性体薄膜的研究与应用提供参考.

参考文献

[1] Madden J D W, Vandesteeg N A, Anquetil P A, Madden P G A, Takshi A, Pytel R Z. Artificial muscle technology: physical principles and naval prospects[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2004, 29(3): 706-728.

[2] Qin L, Cao J, Tang Y, Zhu J. Soft freestanding pla-

nar artificial muscle based on dielectric elastomer actuator [J]. Journal of Applied Mechanics, 2018, 85 (5): 051001.

[3] Lee Y, Ren Z, Hsiao Y H, Kim S, Song W J, Lee C, Chen Y. Liftoff of a soft-actuated micro-aerial-robot powered by triboelectric nanogenerators[J]. Nano Energy, 2024, 126: 109602.

[4] He L, Lou J, Du J, Wang J. Finite bending of a dielectric elastomer actuator and pre-stretch effects[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 122: 120-128.

[5] Carpi F, Frediani G, Turco S, Rossi D D E. Bioinspired tunable lens with muscle-like electroactive elastomers[J]. Advanced functional materials, 2011, 21 (21): 4152-4158.

[6] Son Y J, Seo S, Chun K Y, Bae J W, Lee H J, Bae S, Baik S, Han C S. Stretchable, transparent, and water-resistive touch panel using ion gel[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2022, 334: 113328.

[7] Chakraborti P, Toprakci H A K, Yang P, Spigna N

- Di, Franzon P, Ghosh T. A compact dielectric elastomer tubular actuator for refreshable Braille displays [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2012, 179: 151-157.
- [8] Vertechy R, Papini Rosati G P, Fontana M. Reduced model and application of inflating circular diaphragm dielectric elastomer generators for wave energy harvesting [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2015, 137(1): 011004.
- [9] Zhao X H, Suo Z G. Method to analyze electromechanical stability of dielectric elastomers[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(6): 061921.
- [10] Liang X, Cai S. Shape bifurcation of a spherical dielectric elastomer balloon under the actions of internal pressure and electric voltage[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2015, 82(10): 101002.
- [11] Hau S, York A, Rizzello G, Seelecke S. Performance prediction and scaling laws of circular dielectric elastomer membrane actuators [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, 140(11): 113501.
- [12] Wang B, Wang Z G, He T H. Investigation on the viscoelastic behaviors of a circular dielectric elastomer membrane undergoing large deformation[J]. *AIP Advances*, 2016, 6(12): 125127.
- [13] 缪广红. 万能肌肉作动器的非线性响应及参数优化设计[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2012: 18-32. (Miao G H. Nonlinear Response and Parameter Optimization Design of a Universal Muscle Actuator [D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2012: 18-32. (in Chinese))
- [14] Zhu J, Cai S, Suo Z. Resonant behavior of a membrane of a dielectric elastomer[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, 47(24): 3254-3262.
- [15] Li T F, Qu S X, Yang W. Energy harvesting of dielectric elastomer generators concerning inhomogeneous fields and viscoelastic deformation[J]. *Journal of Applied Physics*, 2012, 112: 034119.
- [16] Liu J J, Mao G Y, Huang X Q, Zou Z A, Qu S X. Enhanced compressive sensing of dielectric elastomer sensor using a novel structure[J]. *Journal of Applied Mechanics*[J], 2015, 82(10): 101004.
- [17] Anderson I A, Gisby, T A, McKay T, O'Brien B M, Calius E. Multi-functional dielectric elastomer artificial muscles for soft and smart machines[J]. *Journal of Applied Physics*, 2012, 112 (4): 041101.
- [18] Carpi F, Frediani G, Turco S, De R D. Optics: bioinspired tunable lens with muscle-like electroactive elastomers [J]. *Advanced Functional Materials*, 2011, 21: 4152-4158.
- [19] 刘立武, 李金嵘, 吕雄飞, 李丰丰, 刘彦菊, 冷劲松. 电话性介电弹性体的本构理论和稳定性研究进展[J]. *中国科学:技术科学*, 2015(5): 14. (Liu L W, Li J R, Lv X F, Li F F, Liu Y J, Leng J S. Research progress on the constitutive theory and stability of electroactive dielectric elastomers [J]. *Science in China: Technical Science*, 2015(5): 14. (in Chinese))
- [20] He T H, Zhao X H, Suo Z G. Dielectric elastomer membranes undergoing inhomogeneous deformation[J]. *Journal of Applied Physics*, 2009, 106(8): 083522.
- [21] Rychkov D, Dansachmüller M, Ragusch H, Becker A, Kofod G. Force relaxation in charged dielectric elastomer actuators[C]// 2010 10th IEEE International Conference on Solid Dielectrics. Potsdam, 2010: 1-3.
- [22] McKay T, O'Brien B, Calius E, Anderson L. Self-priming dielectric elastomer generators [J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 19(5): 055025.
- [23] Feng H, Gao S, Jiang L Y. A numerical study on the instabilities of viscoelastic dielectric elastomers considering nonlinear material viscosity[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2021, 49: 101513.
- [24] Gent A N. A new constitutive relation for rubber[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 1996, 69(1): 59-61.
- [25] Zhao X H, Koh S J A, Suo Z G. Nonequilibrium thermodynamics of dielectric elastomers[J]. *International Journal of Applied Mechanics*, 2011, 3(02): 203-217.
- [26] Khan K A, Wafai H, Sayed T E. A variational constitutive framework for the nonlinear viscoelastic response of a dielectric elastomer [J]. *Computational Mechanics*, 2013, 52: 345-360.
- [27] 姚广利. 管状介电薄膜—弹簧驱动器的粘弹性变形分析[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2019: 19-25. (Yao G L. Viscoelastic Deformation Analysis of Tubular Dielectric Film-Spring Actuators [D]. Lanzhou:

- Lanzhou University of Technology, 2019: 19-25. (in Chinese))
- [28] Medina H, Farmer C W. Improved model for conical dielectric elastomer actuators with fewer electrical connections[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2020, 12(3): 031016.
- [29] Kollosche M, Kofod G, Suo Z G, Zhu J. Temporal evolution and instability in a viscoelastic dielectric elastomer[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2015, 76: 47-64.
- [30] Norris A N. Comment on “Method to analyze electromechanical stability of dielectric elastomers” [Appl. Phys. Lett. 91, 061921 (2007)][J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(2): 026101.
- [31] Mathew, A. T. , Vo, T. V. K. , Koh, S. J. A. A molecular perspective to analytical modeling that reveals new instabilities in dielectric elastomer transducers [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2019, 132: 103703.
- [32] 安乐. 打靶法在常微分方程边值问题中的一些应用[J]. *科技广场*, 2011, 5: 247-249. (An L. Some applications of shooting method in boundary value problems of ordinary differential equations [J]. *Science and Technology Square*, 2011, 5: 247-249. (in Chinese))
- [33] 王振刚. 介电薄膜换能器的非平衡力电行为分析[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2017: 9-20. (Wang Z G. Analysis of the Unbalanced Force-Electric Behavior of Dielectric Film Transducers[D]. Lanzhou : Lanzhou University of Technology, 2017: 9-20. (in Chinese))

The Influence of Inclusion Size on the Electromechanical Behavior of Circular Dielectric Elastomer Membrane Actuators

Guanghong Miao^{1,2} Silu Zhao¹ Cheng Yuan¹ Shun Li² Shiqiang Zhu²

(¹*School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan, 232001*)

(²*School of Mechanics and Optoelectronics Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan, 232001*)

Abstract Based on equilibrium thermodynamics and the Gent hyperelastic model, a coupled electro-mechanical constitutive model is developed for circular dielectric elastomer membrane actuators under combined internal pressure and voltage. This investigation systematically examines the influence of rigid inclusion size on the electromechanical response, addressing a crucial design parameter for enhancing the performance and reliability of such actuators. The study establishes a complete theoretical framework that connects material behavior with geometric configuration, providing a solid foundation for performance prediction and design optimization. To accurately analyze this electromechanical coupling behavior, the governing nonlinear boundary value problem is solved using the shooting method. This numerical approach effectively handles the coupled mechanical and electrical equilibrium equations through an iterative solution procedure that satisfies all boundary conditions. The methodology enables precise determination of the membrane's deformation field, stress distribution, and electric field characteristics under various inclusion sizes and loading conditions, offering reliable numerical predictions for design purposes. The computational results reveal that the inclusion size predominantly influences the mechanical and electrical response at the inner boundary region. Increasing the inclusion size leads to a notable suppression of the large oscillations in vertical displacement, stretch ratio, and true stress that are typically induced by applied voltage. This suppression effect demonstrates how geometric parameters can be utilized to control the dynamic response of the membrane. Further analysis of the electric field distribution demonstrates that larger inclusions effectively stabilize the electric field near the critical inner boundary while simultaneously enhancing its overall spatial uniformity. These combined effects contribute to a significant increase in the critical electric field strength, thereby substantially delaying the onset of electromechanical instability and improving the operational safety of the device. These findings provide valuable theoretical guidance and practical insights for optimizing the design of high-performance dielectric elastomer actuators. Through appropriate selection of inclusion size, more stable actuation performance can be achieved with reduced stress concentration and improved dielectric strength. The research outcomes offer clear design principles for enhancing device reliability in various engineering applications. The established methodology and obtained results contribute to the development of more reliable dielectric elastomer devices with predictable performance characteristics, providing important references for both academic research and engineering practice.

Key words circular dielectric elastomer, inclusion, electromechanical instability, stretch limit, electromechanical behavior