

# 砂岩压缩断裂行为的半均质近场动力学模拟\*

董文博<sup>1\*\*</sup> 陈子光<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup> 江汉大学智能制造学院, 武汉, 430056)(<sup>2</sup> 华中科技大学航空航天学院工程力学系, 武汉, 430074)

(<sup>3</sup> 工程结构分析与安全评定湖北省重点实验室, 武汉, 430074)

**摘要** 孔隙率是砂岩复杂特性的一项关键因素, 显著影响其压缩强度和变形参数. 针对砂岩的压缩破坏开展孔隙率对其断裂行为影响的研究具有重要的理论意义和工程价值. 本文采用半均质化近场动力学(IH-PD)模型和全均质化近场动力学(FH-PD)模型, 分别对单轴压缩加载下砂岩的断裂行为进行模拟. 通过将 IH-PD 和 FH-PD 的模拟结果与实验结果进行对比, 验证了 IH-PD 模型用于处理压缩断裂问题的准确性和优越性. 结果表明, IH-PD 模型能够捕捉到受压砂岩断裂过程中产生的横向裂纹, 能够反映出孔隙分布变化引起的裂纹路径差异. 通过模拟不同孔隙率砂岩的压缩断裂行为, 研究了孔隙对受压砂岩断裂模式的影响. 结果表明, 单轴压缩加载下, 孔隙率对砂岩中裂纹的路径、粗糙度、曲折度均产生明显影响.

**关键词** 近场动力学, 半均质化, 砂岩, 孔隙率, 压缩破坏

**DOI:** 10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2024.045

## 0 引言

砂岩作为典型的沉积岩, 具有承重、储存等作用, 在公路隧道、地下防护、矿山开采、核电工程等领域有着广泛应用<sup>[1-3]</sup>. 深入研究受压砂岩的力学性能和破坏过程, 对于判断和预测岩体的稳定性、保证工程结构的安全性、防范地质灾害具有重要价值.

砂岩是天然的多孔材料, 其内部存在大量孔隙, 使其具有不连续和非均质特征, 导致其表现出复杂的力学特性<sup>[4,5]</sup>. 在过去的几十年中, 学者们采用了多种方法研究具有不同孔隙结构(包括孔隙率、孔径和粒径)砂岩的压缩变形和破坏行为. 实验研究是被普遍接受的研究方式之一. 相关试验结果表明, 孔隙率是控制砂岩力学特性的一项关键因素, 显著影响砂岩的压缩强度和变形参数. 由于实际工程中的岩石内部孔隙结构受岩体形成过程和沉积环境影响而不同, 导致岩石力学性能多样化, 当前砂岩的压缩破坏机理、不同孔隙结构参数对岩石断裂行为的影响等尚未明确<sup>[6,7]</sup>.

除试验方式外, 数值模拟方法也是研究岩石力学的常用手段. 这些数值模拟方法根据是否基于连续性假设可分为两类, 第一类是基于连续介质方法, 如有限元法、扩展有限元法、有限差分法等<sup>[8-12]</sup>. 但这类方法在处理含有自由表面、不连续面、可变形边界或非均匀性问题时存在局限性. 因此在岩石断裂问题研究中更常用的是第二类模拟方法, 即基于非连续介质方法, 其中应用较为广泛的是离散元方法<sup>[13-15]</sup>. 不过, 离散元模型中的细观参数与实际材料的宏观参数有着很大区别, 不能直接得到, 需要根据宏观试验结果进行反复试算方能获得标定参数.

为克服基于连续介质方法不足而被提出的近场动力学法(Peridynamics, PD)也是研究砂岩力学性质的重要方法. PD 方法基于非局部理论<sup>[16,17]</sup>, 通过求解空间积分方程描述物质力学行为, 能够在连续框架内模拟位移不连续问题<sup>[18,19]</sup>. 相比于其他基于非连续介质方法, PD 方法更为简单可靠. 近年来, PD 方法已被应用于诸多不同领域<sup>[20-24]</sup>. 在岩石材

\* 国家自然科学基金面上项目(12372208)资助.

2024-10-04 收到修改稿, 2024-10-11 网络首发.

\*\* 通讯作者. E-mail: wbdong@jhun.edu.cn.

料的压缩力学性能研究方面, Ha 等<sup>[25]</sup>、朱其志等<sup>[26]</sup>、Wang 等<sup>[27]</sup>、Zhou 等<sup>[28]</sup>分别采用不同 PD 模型模拟分析了单轴压缩下含不同角度倾斜预裂纹岩石试样中裂纹的萌生和扩展过程. 但这些研究采用的是均质化 PD 模型, 将岩石视为均匀材料, 在探究岩石力学性能时未考虑孔隙结构对材料损伤断裂的影响. 因此有必要通过更为合理的 PD 模型, 对砂岩的压缩断裂行为开展更加深入的研究.

近来, Chen 等<sup>[29]</sup>提出了半均质化近场动力学 (Intermediately homogenized peridynamic, IH-PD) 模型, 该模型既能够考虑材料的非均质特性, 准确捕捉多孔材料内损伤和裂纹的演化行为, 又避免了非均质模型描述材料微观结构所需的繁琐步骤和复杂计算, 已被用于研究多种非均质材料的破坏机理<sup>[30-33]</sup>. 有鉴于此, 本文拟基于 IH-PD 模型, 对不同孔隙率砂岩的单轴压缩断裂行为进行数值模拟, 研究孔隙对受压砂岩断裂模式的影响.

### 1 近场动力学理论

PD 理论由 Silling<sup>[16]</sup>于 2000 年提出, 其控制方程不含空间微分项, 避免了经典连续介质理论求解不连续问题的奇异性. PD 理论假设每个物质点在有限区域内通过键力与其周围的点直接发生非局部相互作用. 该直接相互作用区域称为近场域<sup>[34]</sup>, 在二维情况下通常被设定为圆形 (三维情况下为球形). 如图 1 所示, 绿色圆所描绘的区域即为物质点  $x$  的近场域, 近场域半径为  $\delta$ . 相关文献<sup>[34]</sup>表明, 随着  $\delta$  的减小, PD 理论的结果收敛于经典解.

PD 理论的基本运动方程如下<sup>[16]</sup>:

$$\rho(x)\ddot{\mathbf{u}}(x,t) = \int_{H_x} \mathbf{f}(\mathbf{u}(x,t) - \mathbf{u}(x',t), \mathbf{x}' - \mathbf{x})dV_{x'} + \mathbf{f}_b(x,t) \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为物质点的质量密度,  $\mathbf{u}$  为物质点的位移,  $\mathbf{f}_b$  为作用在物质点上的体力外力.  $H_x$  为物质点  $x$  的近场域. 物质点  $x'$  是位于  $x$  近场域内的点.  $V_{x'}$  表示物质点  $x'$  在近场域  $H_x$  内的面积 (在三维情况下表示体积).  $\mathbf{f}$  是物质点  $x$  和  $x'$  间直接相互作用的键力. 在键基 PD 理论中, 两相互作用点的键力大小相等、方向相反. 对于微弹性材料, 键力  $\mathbf{f}$  的值为:

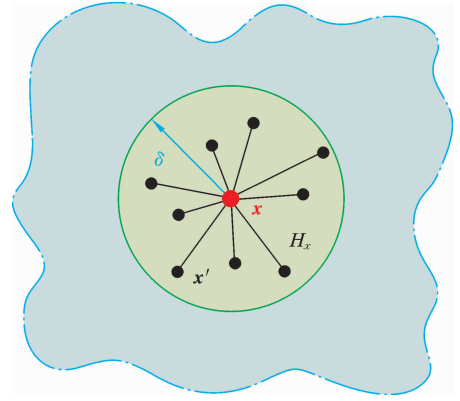


图 1 空间中的物质点  $x$  与其近场域  $H_x$  范围的任意点  $x'$  直接相互作用, 近场域为图中绿色圆形区域<sup>[35]</sup>

Fig. 1 The material point  $x$  interacts directly with any surrounding point  $x'$  in the horizon region  $H_x$  delineated by the green circle<sup>[35]</sup>

$$f(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{\|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}\|} c(\boldsymbol{\xi})s, & \|\boldsymbol{\xi}\| \leq \delta \\ 0, & \|\boldsymbol{\xi}\| > \delta \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$  为两物质点  $x, x'$  在参考构型中的相对位置,  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}(\mathbf{x}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  为相对位移.  $\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}$  为两物质点在当前构型中的相对位置.  $s = \frac{\|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}\| - \|\boldsymbol{\xi}\|}{\|\boldsymbol{\xi}\|}$

为 PD 键的相对伸长率. 弹性系数  $c(\boldsymbol{\xi})$  被称作微模量函数, 可根据所需的近场域尺度设定为不同的形式. 本研究采用定微模函数, 平面应力条件下的形式为:

$$c(\boldsymbol{\xi}) = \frac{9E}{\pi\delta^3} \quad (3)$$

式中  $E$  是杨氏模量.

PD 理论根据 Griffiths 断裂能校准键失效准则, 通过键的破坏模拟裂纹的萌生和扩展. 在 PD 理论的线性损伤模型中, 设定当 PD 键的相对伸长率  $s$  超过临界键应变  $s_0$  时被永久破坏. 在二维情况下,  $s_0$  与材料断裂能  $G_0$  的数值关系为<sup>[36]</sup>:

$$G_0 = 2 \int_0^\delta \int_0^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{r})} \left[ \frac{cs_0^2 r}{2} \right] r d\theta dr dz \quad (4)$$

将微模函数代入该式中可得:

$$s_0 = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (5)$$

PD 中引入损伤因子  $\phi$  描述物质点的局部损伤.  $\phi$  的取值范围为  $0 \sim 1$ , 定义如下:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = 1 - \frac{\int_H \mu(\mathbf{x}, t, \xi) dV}{\int_H dV} \quad (6)$$

其中,  $\mu$  是表征键是否断开的标量函数:

$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1 & (s \leq s_0) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases} \quad (7)$$

在本研究的数值模拟中,还考虑了额外的键失效准则来处理 II 型开裂键;当 PD 键连接的两物质点  $\mathbf{x}, \mathbf{x}'$  的损伤因子  $\phi$  和速度  $v$  同时满足  $\min\{\phi_x, \phi_{x'}\} > \phi_{\min}$  和  $\frac{v_x \cdot v_{x'}}{|v_x| |v_{x'}|} < \cos(\theta_{\min})$  时,该键被判定失效. 在准静态模型中,速度由上一步增加的位移实现. 该失效准则由 Xu 等<sup>[37]</sup> 提出. 他们的研究证明:在 I 型断裂主导的 I-II 混合断裂模式下,采用非线性

性共轭梯度法(Nonlinear conjugate gradient, NCG)进行求解时,若仅依据经典键失效准则(公式(7))计算,可能存在一些穿过裂纹且与局部裂纹方向成小角度的键不发生断裂,这些未断裂键会影响 NCG 算法中的搜索方向,而导致非物理最小化. 引入额外的键失效准则可消除这些穿过裂纹的未断裂键,如图 2 所示. 准则  $\min\{\phi_x, \phi_{x'}\} > \phi_{\min}$  是使键两端节点位于裂纹表面或附近. 由于  $\phi_{\min}$  取更小值时额外断掉的少量键对裂纹路径的影响可忽略,因此设定  $\phi_{\min} = 0.3$ . 准则  $\frac{v_x \cdot v_{x'}}{|v_x| |v_{x'}|} < \cos(\theta_{\min})$  是规定  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}'$  两点运动方向夹角比  $\theta_{\min}$  大. 设定  $\theta_{\min} = 120^\circ$ , 可保证两节点位于裂纹面两侧.

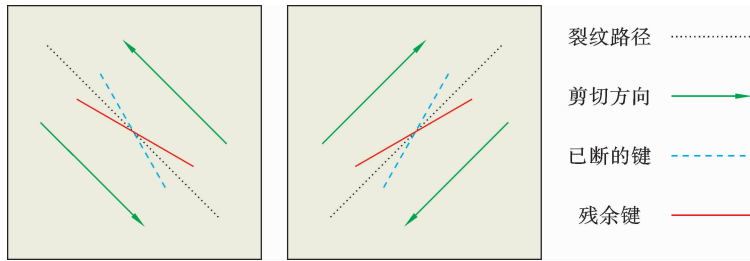


图 2 引入额外的键失效准则破坏掉未断裂的残余键

Fig. 2 Introduce extra bond-failure criterion to break the leftover unbroken bond

## 2 砂岩的半均质化近场动力学模型

砂岩是一种多孔、非均质材料,其力学性能受到孔隙结构的显著影响. 在研究其损伤断裂行为时须考虑其非均质特性. Chen 等人<sup>[29]</sup> 引入 IH-PD 模型,对砂岩三点弯曲断裂试验进行了仿真模拟,验证了该模型模拟这类非均质材料断裂行为的准确性和计算效率.

在砂岩的 IH-PD 模型中,孔隙被视作材料中预先存在的损伤. PD 中物质点的损伤因子  $d = \frac{N_f}{N}$ ,  $N_f$  为断裂键的数量,  $N$  为最初与该点相连的 PD 键总数. 在 IH-PD 模型中,为模拟出孔隙对砂岩力学性能的影响,须在预处理环节在材料内部设置预损伤因子. 预损伤因子  $d_\varphi = \frac{N_\varphi}{N}$ , 与砂岩的孔隙率  $\varphi$  相关,

通过在每个物质节点处随机破坏一些 PD 键来设定,如图 3 所示. 当材料孔隙率  $\varphi$  达到临界孔隙率  $\varphi_c$  时,破坏掉与点相连的全部 PD 键,此时  $N_\varphi = N$ . 当  $\varphi = 0$  时,不破坏任何键. 当  $\varphi$  为其他值时,要破坏的键的数量根据使被孔隙率为 0 的材料所围绕的点的预损伤因子  $d_\varphi = \frac{\varphi}{\varphi_c}$  来校准. 材料预损伤因子设定流程见图 4,具体设定方式如下:

- (1) 对于每个物质点,根据与该点相连的 PD 键总数  $N$ ,生成  $N$  个在  $(0, 1)$  范围内均匀分布的随机数  $r_i$ ;
- (2) 将  $r_i$  分配给与该点相连的第  $i$  个 PD 键,当  $r_i < \frac{\varphi}{\varphi_c}$  时破坏该键;
- (3) 更新每个物质点的损伤因子  $d_\varphi$ .

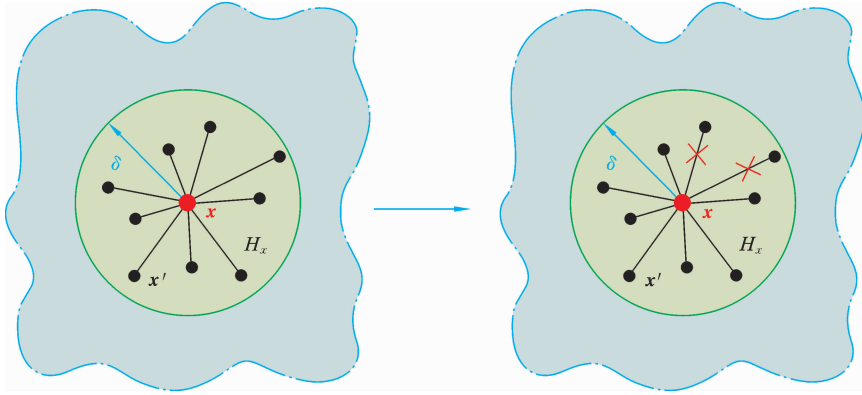


图 3 通过随机破坏一些 PD 键来设定材料孔隙率

Fig. 3 Peridynamic modeling of porosity via random pre-breaking of PD bonds

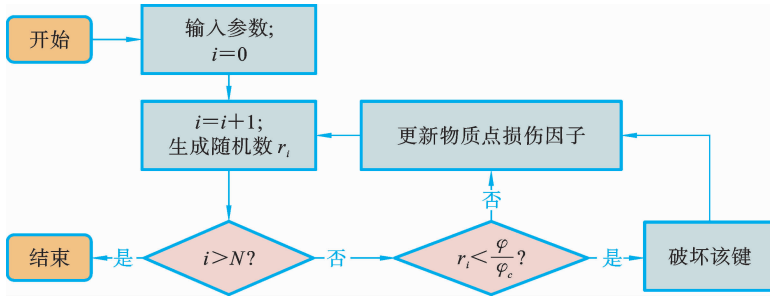


图 4 通过随机破坏一些 PD 键来设定材料孔隙率

Fig. 4 Peridynamic modeling of porosity via random pre-breaking of PD bonds

由于 PD 键两端均与物质点相连,每个 PD 键会经历两次上述步骤(2),则材料中 PD 键不被破坏的概率为  $(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c})^2$ ,那么物质点的预损伤因子收敛至

$$d_\varphi = \frac{N_f}{N} = 1 - \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}\right)^2.$$

在砂岩的 IH-PD 模型中,材料表现弹性模量  $E_\varphi$  与孔隙率为 0 的材料所对应弹性模量  $E$  的数值关系为  $\frac{E_\varphi}{E} = \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}\right)^2$ ,材料表现断裂能  $G_{0,\varphi}$  与孔隙率为 0 的材料所对应断裂能  $G_0$  的数值关系为  $\frac{G_{0,\varphi}}{G_0} = \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}\right)^2$ .

除孔隙率外,IH-PD 模型还可考虑含水量对砂岩等材料力学性能和断裂行为的影响,方法如下:首先通过随机破坏 PD 键在材料中引入非均质损伤,然后通过物质点的损伤因子表示该点的固液相属

性.由损伤因子确定液相点后,在近场动力学运动方程中引入液相点与固相点间的作用力.当前,IH-PD 模型已被用于模拟多孔材料的冻融破坏<sup>[31]</sup>和腐蚀疲劳过程<sup>[38]</sup>.

### 3 砂岩压缩破坏行为模拟

基于 IH-PD 模型,本文模拟了砂岩在不同孔隙率情况下的单轴压缩行为,探究了孔隙对受压砂岩断裂模式的影响.本节首先参照压缩实验设置数值模型和参数,然后将 IH-PD 模拟结果分别与实验和均质 PD 模拟结果进行对比,验证了 IH-PD 模型用于处理压缩断裂问题的可行性和准确性,最后对不同孔隙率下砂岩的断裂结果进行了比较和分析.

#### 3.1 模型及参数设置

Yang 等<sup>[39]</sup>对含椭圆形孔的砂岩试样进行了单轴压缩测试.试样受压后的实验结果见图 5(a),作者

绘出的开裂示意图见图 5(b). 试样长度为 160 mm, 宽度为 80 mm, 厚度为 30 mm. 椭圆孔长、短轴长度分别为 24 mm 和 8 mm(见图 5(c)). 砂岩材料的孔隙率为

$\varphi=6.88\%$ , 表观弹性模量为  $E_{\varphi}=31.33$  GPa, 抗压强度为  $\sigma_c=144.48$  MPa, 压拉比为  $10^{[39, 40]}$ .

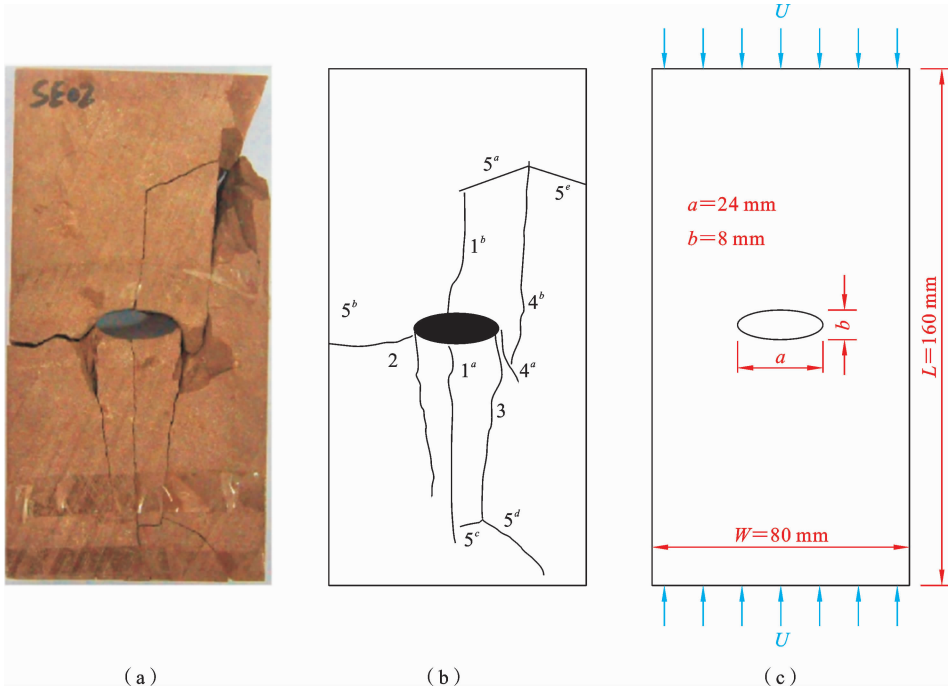


图 5 (a)单轴压缩试验下砂岩的断裂模式;(b) 开裂示意图<sup>[39]</sup>;(c) 试样几何尺寸和加载条件

Fig. 5 (a) Failure mode of sandstone under uniaxial compression test; (b) Cracking mode sketch; (c) Geometry and loading configuration

本研究根据实验提供的信息设置 PD 模型和材料参数. 由于实验中试样的厚度小于其长度和宽度, 且该实验仅关注试样沿长宽方向的断裂模式, 为降低计算量, 本研究将该实验简化为二维平面应力问题进行求解. 考虑如图 5(c)所示的含椭圆孔砂岩试样, 对试样上下边界层区域施加沿竖直方向的位移边界条件, 设置应变率为  $\dot{\epsilon} = \frac{\dot{U}}{L} = 2 \times 10^{-5} / s$ , 边界

层厚度为近场域半径  $\delta$ . 在 PD 模型中, 近场域因子  $m = \frac{\delta}{\Delta}$ , 其中  $\Delta$  为节点间距. Chen 等<sup>[29]</sup>的结果证明, 当近场域尺寸  $\delta$  为定值时, 材料的半均质化 PD 数值解随着  $m$  的增大而收敛到全均质模型解. 另外,  $m$  比较小且计算采用均匀网格时, 近场键被固定为少数几个方向, 这样 PD 计算得到的裂纹演化将具有明显的网格依赖性. 而当  $m$  比较大时, PD 的

计算量将急剧增大. 在 IH-PD 模型相关文献<sup>[31-33]</sup>中, 近场域因子固定为 4, 参考这些文献, 本研究也设定近场域因子为  $m=4$ . 由于 IH-PD 模型中材料的预损伤随机分布, 本研究的 IH-PD 模拟采用均匀网格. 采用单点高斯积分法进行数值离散, 并通过 Bobaru<sup>[41]</sup>提出的部分体积校准算法提高积分精度. 对于离散的非线性 PD 运动方程组求解, 基于能量最小化方法, 采用 NCG 法<sup>[37, 42]</sup>结合 Shewchuk<sup>[43]</sup>所提出的搜索停止准则进行求解. 相对容限误差设定为  $10^{-5}$ .

参考 Chen 等<sup>[29]</sup>的研究工作, 设置临界孔隙率为  $\varphi_c=40\%$ . 根据  $\frac{E_{\varphi}}{E} = \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}\right)^2$ , 得到  $\varphi=6.88\%$  情况下 IH-PD 模型中输入的砂岩弹性模量参数  $E=45.70$  GPa. 由压拉比设定材料的抗拉强度  $\sigma_t=14.45$  MPa. 根据岩石抗拉强度与断裂韧性  $K_{Ic}$  数值关系的经验公式  $\sigma_t=9.35K_{Ic}-2.53^{[44]}$ , 得到  $K_{Ic} =$

1.82. 平面应力状态下材料的表观断裂能  $G_{0,\varphi} = \frac{K_{Ic}^2}{E_\varphi}$ , 得到  $G_{0,\varphi} = 105.73 \text{ J/m}^2$ . 由  $\frac{G_{0,\varphi}}{G_0} = \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}\right)^2$  得到材料断裂能  $G_0 = 154.22 \text{ J/m}^2$ .

### 3.2 模型验证

基于上文所述的砂岩 IH-PD 模型, 开展孔隙率为  $\varphi = 6.88\%$  砂岩试样的单轴压缩断裂行为研究, 将 PD 模拟结果与图 5 中的实验结果进行对比验证. 由 Zhao 等<sup>[7]</sup>的研究可知, 砂岩的粒径大小分布于  $0.008 \text{ mm} \sim 0.4 \text{ mm}$  之间, 且平均粒径超过  $0.3 \text{ mm}$ . 根据该粒径尺寸数据, 本研究在固定  $m = 4$  的情况下, 分别选取近场域半径  $\delta = 3.2, 2.5, 2.0, 1.6 \text{ mm}$  进行数值模拟.

首先获取不同  $\delta$  条件下试样中裂纹的萌生和扩展情况. 不同  $\delta$  时, 砂岩在单轴压缩加载下最终的断裂模式如图 6 所示. 为便于观察, 图中显示的是仅由位移加载引起的损伤裂纹(不含初始设定的预损伤). 由于 IH-PD 模型中的预损伤是通过引入随机数来实现, 每次运行模拟程序得到的随机数不同, 因此同一程序每次运行后的结果都不同且唯一. 为比较不同  $\delta$  条件下裂纹扩展模式的随机性, 对每组  $\delta$  都重复运行七次程序, 将得到的结果展示在图 6 中. 对图示结果分别进行横向和纵向比较可知: 每组  $\delta$  下, 受压砂岩中裂纹的萌生位置、扩展路径均因模型随机性的影响而不同, 表明颗粒与孔隙分布情况对砂岩断裂模式产生影响; 不同近场域半径对应的断裂模式存在差异, 说明粒径、孔径大小对单轴压缩加载下砂岩的断裂模式也具有一定影响.

将 IH-PD 模型模拟出的砂岩压缩断裂结果与图 5(a) 所示的实验结果相比较, 可以得知, 虽然 IH-PD 模拟出的裂纹路径与实验结果不完全一致, 但裂纹的萌生位置、开裂顺序等与实验相符. IH-PD 模拟的裂纹最初在椭圆孔外围上下位置处开始萌生并沿纵向扩展(与图 5(b) 中 1 号裂纹相符), 然后在椭圆孔两侧处萌生(见图 5(b) 中 2、3 号裂纹). 数值模拟中 2、3 号裂纹角度与实验结果有区别, 该误差可能由模拟采用二维而非三维模型计算所导致. 此外, 图 6 所示结果表明, 采用 IH-PD 模型能够模拟出受压砂岩中产生的横向裂纹, 即图 5(b) 所示的 5 号裂纹. 由结果也可以看出, 当近场域半径取更小值

$\delta = 2.0, 1.6 \text{ mm}$  时, 模拟结果与实验结果更加接近.

为进一步验证砂岩的 IH-PD 模型, 获取  $\delta = 1.6 \text{ mm}$  情况下的七组应力-应变曲线, 将这些曲线结果与 Yang 等<sup>[39]</sup> 分别通过实验和离散元(Discrete element method, DEM) 模拟方法获得的结果进行对比. 将 IH-PD 曲线和 DEM 曲线同时平移到实验曲线的线性位置处, 如图 7 所示. 图中红色曲线为实验测出的结果, 蓝色为 DEM 结果, 其余曲线为 IH-PD 结果. 由该结果可知, 单轴压缩下砂岩的 IH-PD 模拟曲线与实验曲线吻合较好. 并且, 相比于 DEM 模拟, IH-PD 模拟得到的应力应变关系、峰值强度、极限压缩应变等与实验结果更加接近.

在同一实验条件下, 本研究还采用全均质化近场动力学(Fully homogenized peridynamic, FH-PD) 模型模拟了砂岩的单轴压缩断裂行为. PD 参数与 IH-PD 模型相同, 设置  $m = 4.0, \delta = 1.6 \text{ mm}$ . FH-PD 模型中的材料参数采用实验测出的数值: 表观弹性模量  $E_\varphi = 31.33 \text{ GPa}$ 、表观断裂能  $G_{0,\varphi} = 105.73 \text{ J/m}^2$ . 为模拟实际砂岩试样中颗粒的随机分布, 在 FH-PD 模型中采用七组随机网格(物质点均匀随机分布) 进行模拟. FH-PD 模拟出的断裂模式如图 8(a) 所示, 将该结果与图 8(b) 展示的 IH-PD 模拟结果以及图 8(c) 中实验结果进行对比. 结果表明, 采用 FH-PD 模型模拟出的裂纹更为光滑, 且呈现对称性. 而 IH-PD 模型模拟出的裂纹路径更加曲折, 断裂模式非对称, 与实验观测结果更为相符. 两种模拟结果具有明显差别的原因如下: FH-PD 模型将多孔的砂岩材料考虑成均质材料, 加载条件和边界条件对称, 所以 FH-PD 的结果整体上是对称的. 只是计算中, FH-PD 的网格位置具有一定随机性, 所以中间的竖向裂纹(图 8(a)) 有一定程度的不对称, 且应力-应变曲线(见图 9(a)) 也有一定的分散性. IH-PD 将砂岩的孔考虑成材料的随机初始损伤, 所以该模型中, 砂岩是不均匀, 这就导致 IH-PD 计算的裂纹演化结果不对称. FH-PD 模型在不同随机网格情况下得到的结果基本相同, 难以体现出颗粒分布对裂纹路径的影响. 而 IH-PD 模拟能够反映出试样中颗粒和孔隙分布变化引起的实际裂纹路径的差异, 表明了采用 IH-PD 模型模拟砂岩压缩断裂

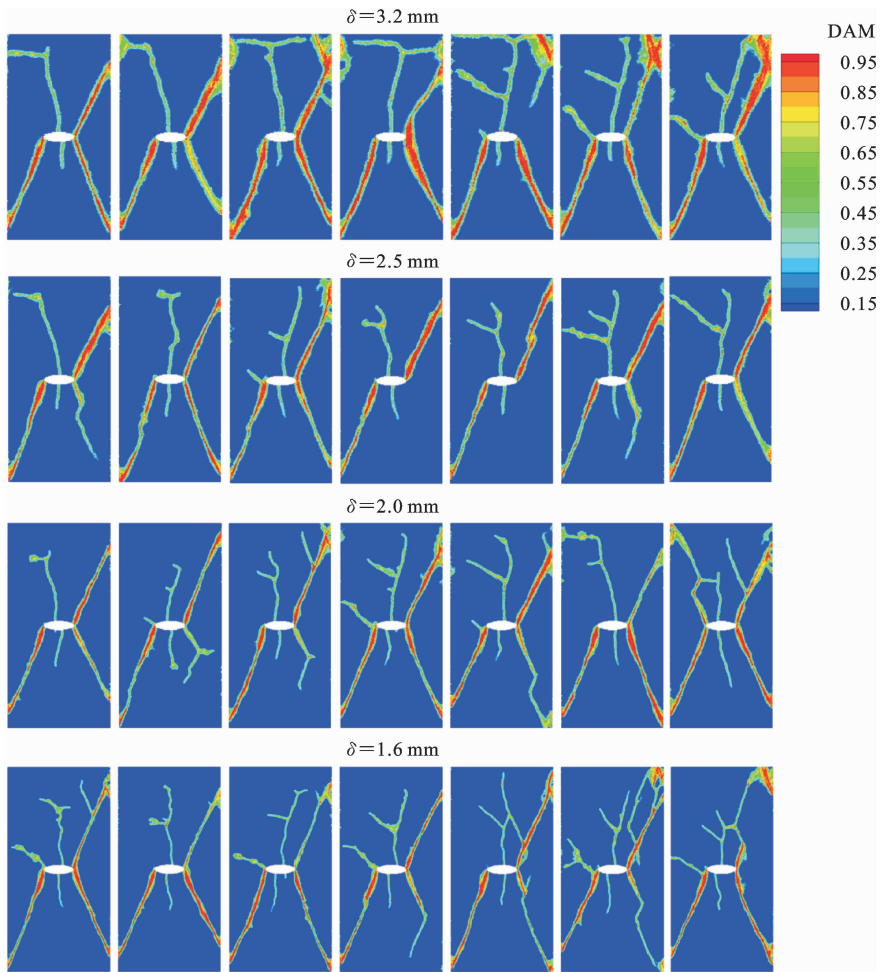


图 6  $\delta$  分别为 3.2、2.5、2.0、1.6 mm 时,单轴压缩加载下砂岩的断裂模式(仅显示由位移加载引起的损伤裂纹)

Fig. 6 Ultimate failure mode of sandstone under uniaxial compression for  $\delta= 3.2, 2.5, 2.0, 1.6$  mm (Damage and cracks due only to displacement loading)

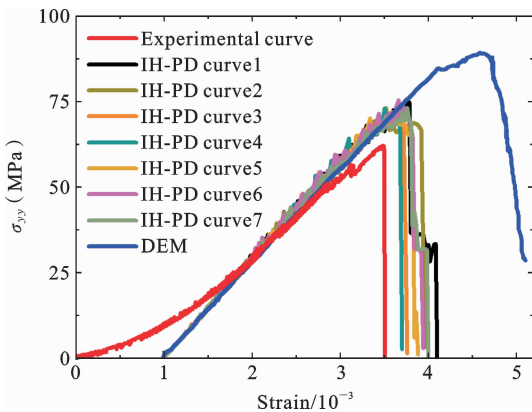


图 7 IH-PD 模拟与实验、DEM 模拟<sup>[39]</sup>得到的应力应变曲线对比

Fig. 7 Comparison of stress-strain curves from IH-PD simulation, experimental measurement and DEM simulation<sup>[39]</sup>

问题的必要性. 此外,可以观察到,相比于 FH-PD 模拟,IH-PD 模拟能够捕捉到横向裂纹. 该裂纹为远场裂纹,通常不是从椭圆孔表面萌生. 形成该裂纹的原因在于试样中存在孔隙. IH-PD 模型中含随机分布的初始孔隙(即预损伤),而 FH-PD 模型不含孔隙. 随着压缩应变的增大,相比于不含预损伤的 FH-PD 模型,含不均匀预损伤的 IH-PD 模型中易发生局部断裂,导致了 IH-PD 模拟结果中的远场裂纹及裂纹结果的非对称性,而 FH-PD 结果中仅出现从椭圆孔表面萌生的裂纹.

将 FH-PD 和 IH-PD 模拟的应力应变曲线进行对比. 图 9(a)显示的是通过 FH-PD 模型计算得到的七组曲线及实验测出的曲线,图 9(b)显示的是 IH-PD 模型计算的七组曲线及实验曲线. 由结果可以看出,通过 FH-PD 模型得到的峰值强度和极限

压缩应变值均高于实验测量值和 IH-PD 模型的值, IH-PD 模拟得到的应力应变关系更加准确. 值得一提的是, FH-PD 和 IH-PD 模拟得到的应力应变曲

线普遍都比 DEM 模拟曲线(见图 7)更接近实验结果.

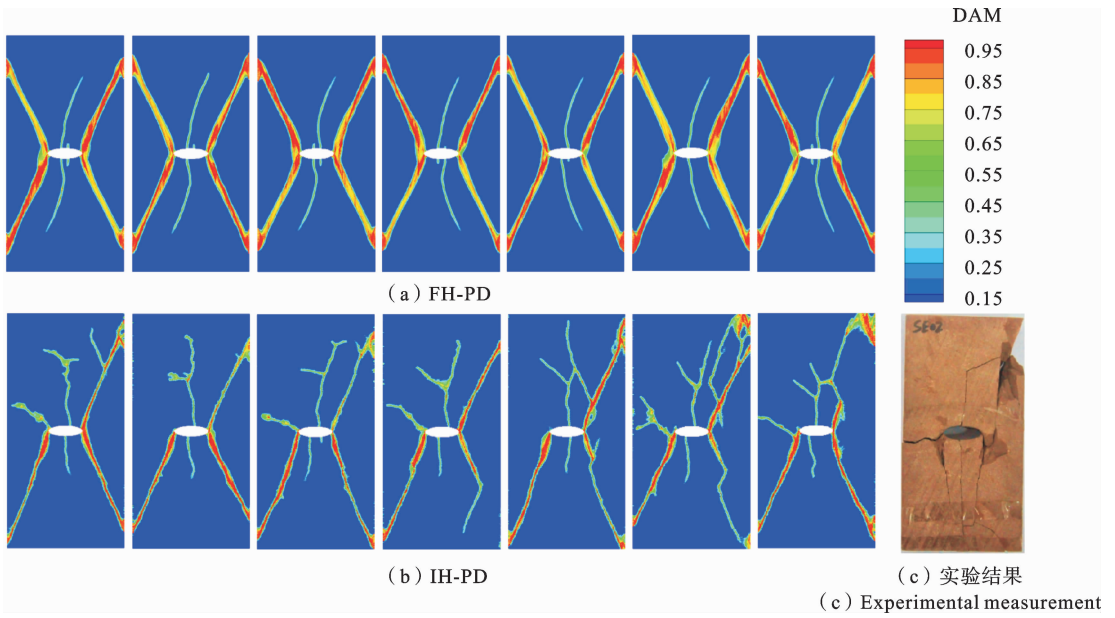


图 8 单轴压缩加载下砂岩的断裂模式

Fig. 8 Ultimate failure mode of sandstone under uniaxial compression

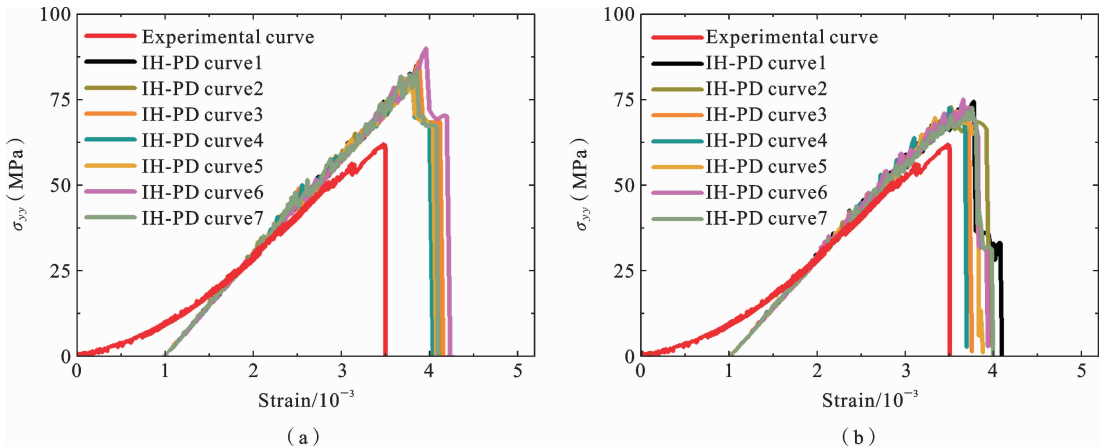


图 9 (a)FH-PD 模拟与(b)IH-PD 模拟结果得到的应力应变曲线对比

Fig. 9 Comparison of stress-strain curves from (a) FH-PD simulation and (b) IH-PD simulation

### 3.3 孔隙对受压砂岩断裂模式的影响

基于砂岩的 IH-PD 模型,在不同孔隙率条件下开展材料的单轴压缩模拟,研究孔隙率对砂岩断裂模式的影响. 假设孔径和本体材料属性不变( $m=4.0, \delta=1.6 \text{ mm}, E=45.70 \text{ GPa}, G_0=154.22 \text{ J/m}^2$ ),参考文献[7]中对孔隙率  $\varphi$  取值,将孔隙率  $\varphi$  分别设置

为 5%、10%、15%、20%进行计算.

所有孔隙率下的砂岩断裂模式如图 10 所示. 为便于观察,同时在图 11 中显示砂岩中仅由位移加载引起的损伤裂纹(未显示初始设定的预损伤). 结果表明,单轴压缩加载下,孔隙率会对砂岩中裂纹的路径、粗糙度、曲折度等产生明显影响. 孔隙率越小时,

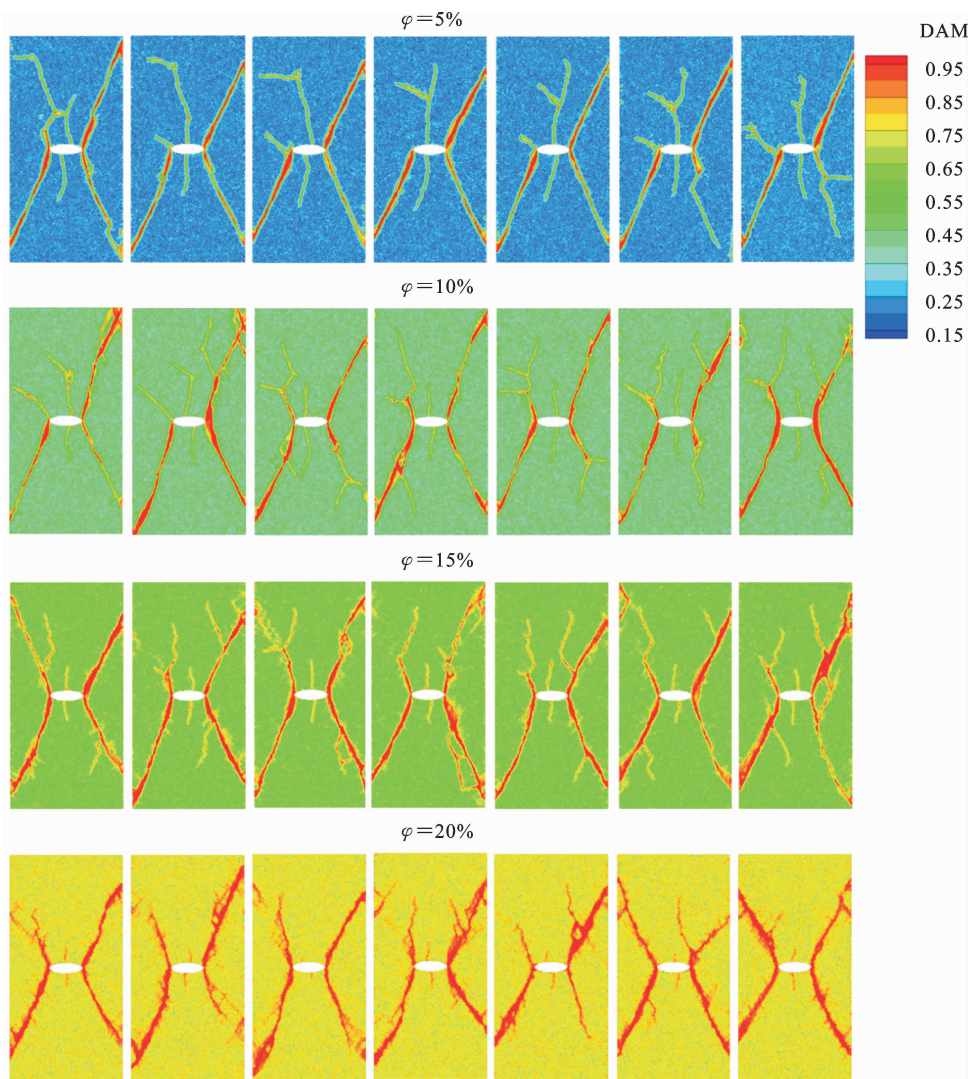


图 10 孔隙率  $\varphi$  分别为 5%、10%、15%、20% 时,砂岩的断裂模式(包含预损伤在内的所有损伤)

Fig. 10 Ultimate failure mode of sandstone with different porosities:  $\varphi=5\%$ ,  $10\%$ ,  $15\%$ ,  $20\%$  (Damage maps with pre-damage included)

裂纹相对来说更加光滑,砂岩试样中心的纵向裂纹长度越长.而孔隙率越大时:试样中的裂纹更加曲折,对称性越低;椭圆孔两侧的裂纹更加粗糙,分叉更明显;在试样的边界处更容易出现损伤裂纹.此外,将图 11 中的结果进行横向对比也可以得知,在本研究所考虑的孔隙率范围内,砂岩的断裂模式均受到孔隙分布情况的影响,同一孔隙率情况下,孔隙分布变化会引起裂纹路径差异.

以上结果说明,孔隙对受压砂岩的断裂模式有着显著影响,在研究砂岩的压缩断裂行为时须考虑孔隙率大小、孔隙分布情况等影响因素.

另外值得注意的是,本文所采用的 IH-PD 模型

基于键基近场动力学理论,在二维平面应力情况下的泊松比为固定值  $1/3$ .实验中的砂岩材料泊松比为  $0.2\sim 0.25$ <sup>[45]</sup>.虽然泊松比对本文研究的砂岩压缩断裂行为的影响较小,但实际中的砂岩损伤断裂行为仍存在泊松比效应.后续我们将采用基于态基近场动力学理论的半均质 PD 模型进一步探究泊松比对砂岩损伤断裂行为的影响.

#### 4 总结

本文将半均质化近场动力学(IH-PD)模型应用于砂岩的单轴压缩模拟,通过将模拟结果与实验结

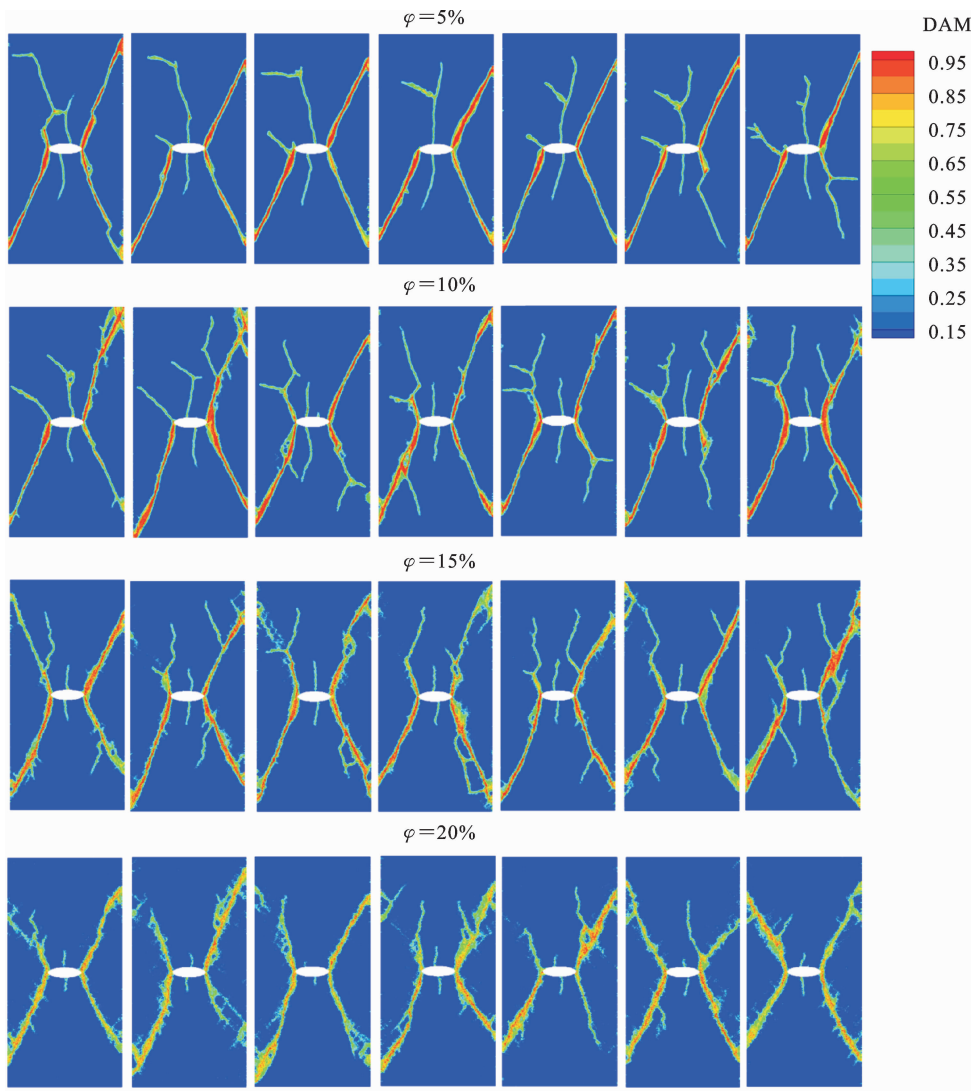


图 11 孔隙率  $\varphi$  分别为 5%、10%、15%、20% 时,砂岩的断裂模式(图示为仅由位移加载引起的损伤裂纹)  
 Fig. 11 Ultimate failure mode of sandstone with different porosities:  $\varphi=5\%$ ,  $10\%$ ,  $15\%$ ,  $20\%$  (Damage and cracks due only to displacement loading)

果进行对比,验证了 IH-PD 模型研究砂岩压缩断裂问题的可行性和准确性. 通过将 IH-PD 模拟结果与全均质化近场动力学模型的模拟结果对比,说明了 IH-PD 模型模拟研究含孔隙材料断裂问题的优越性,结果表明: IH-PD 模型能够捕捉到压缩试样中的横向裂纹;通过 IH-PD 模型获得的裂纹路径、应力应变曲线与实验观测结果更为相符; IH-PD 模拟能够反映出试样中孔隙分布变化引起的裂纹路径差异.

通过模拟不同孔隙率砂岩的压缩断裂行为,研究了孔隙对受压砂岩断裂模式的影响,结果表明:单

轴压缩加载下,孔隙率对砂岩中裂纹的路径、粗糙度、曲折度均产生明显影响;在保持粒径和孔径不变的条件,孔隙率越大时,试样中的裂纹更加曲折,对称性越低.

### 参考文献

[1] Zhang S, Wu S, Zhang G. Strength and deformability of a low-porosity sandstone under true triaxial compression conditions[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, 127: 104204.  
 [2] Zhou Z, Cai X, Li X, Cao W, Du X. Dynamic re-

- response and energy evolution of sandstone under coupled static-dynamic compression: insights from experimental study into deep rock engineering applications[J]. *Rock mechanics and Rock engineering*, 2020, 53: 1305-1331.
- [3] Payton R L, Chiarella D, Kingdon A. The influence of grain shape and size on the relationship between porosity and permeability in sandstone: A digital approach[J]. *Scientific Reports*, 2022, 12(1): 7531.
- [4] Jin P, Hu Y, Shao J, Liu Z, Feng G, Song S. Influence of temperature on the structure of pore-fracture of sandstone[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020, 53: 1-12.
- [5] Liu S L, Chen H R, Yuan S S, Zhu Q Z. Experimental investigation and micromechanical modeling of the brittle-ductile transition behaviors in low-porosity sandstone[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 179: 105654.
- [6] Qi Y, Ju Y, Yu K, Meng S, Qiao P. The effect of grain size, porosity and mineralogy on the compressive strength of tight sandstones: A case study from the eastern Ordos Basin, China[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, 208: 109461.
- [7] Zhao Y, Qin W, Jin A, Wu H, Chen Z. Research and analysis of the impact of the pore structure on the mechanical properties and fracture mechanism of sandstone[J]. *Materials Today Communications*, 2024, 38: 107753.
- [8] Wu H, Zhao J, Guo N. Multiscale modeling of compaction bands in saturated high-porosity sandstones[J]. *Engineering Geology*, 2019, 261: 105282.
- [9] Eremin M. Influence of the porosity on the uniaxial compressive strength of sandstone samples[J]. *Procedia Structural Integrity*, 2020, 25: 465-469.
- [10] Song R, Zheng L, Wang Y, Liu J. Effects of pore structure on sandstone mechanical properties based on micro-CT reconstruction model[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2020, 2020(1): 9085045.
- [11] Shen W Q, Zhu L P, Liu Z B, Shao J F. Investigation of compressive and tensile behaviors for porous sandstone by a microstructure-based constitutive model[J]. *Acta Geotechnica*, 2023, 18(5): 2309-2319.
- [12] Eremin M. Three-dimensional finite-difference analysis of deformation and failure of weak porous sandstones subjected to uniaxial compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, 133: 104412.
- [13] Zhang C, Tu S, Bai Q. Evaluation of pore size and distribution impacts on uniaxial compressive strength of lithophysal rock[J]. *Arabian Journal for Science Engineering Fracture Mechanics*, 2018, 43: 1235-1246.
- [14] Wu H, Guo N, Zhao J. Multiscale modeling and analysis of compaction bands in high-porosity sandstones[J]. *Acta Geotechnica*, 2018, 13: 575-599.
- [15] Leng D, Shi W, Liang F, Li H, Xiang X, Yan L. Numerical analysis of the influence of dissolution pore structure on mechanical behavior of rock mass[J]. *Computational Particle Mechanics*, 2024, 11(4): 1695-1714.
- [16] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(1): 175-209.
- [17] Bobaru F, Foster J T, Geubelle P H, Silling S A. *Handbook of Peridynamic Modeling*[M]. CRC press, 2016.
- [18] Pan Y, Wu P, Fan S, Peng X, Chen Z. Peridynamic simulation of fatigue crack growth in porous materials[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2024, 300: 109984.
- [19] Zhang Z, Chen Z. A peridynamic model for structural fatigue crack propagation analysis under spectrum loadings[J]. *International Journal of Fatigue*, 2024, 181: 108129.
- [20] 李星, 顾鑫, 夏晓舟, 陈爱玖, 章青. 考虑相变的近场动力学热-力耦合模型及多孔介质冻结破坏模拟[J]. *力学学报*, 2022, 54(12): 3310-3318. (Li X, Gu X, Xia X Z, Chen A J, Zhang Q. Peridynamic thermomechanical coupling model with phase change and simulation of freezing failure of porous media[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(12): 3310-3318. (in Chinese))
- [21] Peng X, Chen Z, Bobaru F. Accurate predictions of dynamic fracture in perforated plates[J]. *International Journal of Fracture*, 2023, 244(1): 61-84.
- [22] Tian C, Fan S, Du J, Zhou Z, Chen Z, Bobaru F. A peridynamic model for advection-reaction-diffusion problems[J]. *Computer Methods in Applied Mechan-*

- ics and Engineering, 2023, 415: 116206.
- [23] 张佳铭, 楚锡华, 余敏. 近场动力学水-热-力耦合模型与混凝土冻结破坏模拟[J]. 工程力学, 2024, 41: 1. (Zhang J M, Chu X H, Yu M. Coupled hydro-thermo-mechanical peridynamic model for concrete freezing failure [J]. Engineering Mechanics, 2024, 41: 1. (in Chinese))
- [24] Tian C, Du J, Fan S, Chen Z. A general electrochemical peridynamic model for corrosion and electro-deposition[J]. Journal of Electroanalytical Chemistry, 2024: 118512.
- [25] Ha Y D, Lee J, Hong J W. Fracturing patterns of rock-like materials in compression captured with peridynamics[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2015, 144: 176-193.
- [26] 朱其志, 倪涛, 赵伦洋, 袁双双. 岩石类材料裂纹扩展贯通的近场动力学方法模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(A02): 3507-3515. (Zhu Q Z, Ni T, Zhao L Y, Yuan S S. Simulations of crack propagation in rock-like materials using peridynamic method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(A02): 3507-3515. (in Chinese))
- [27] Wang Y, Zhou X, Shou Y. The modeling of crack propagation and coalescence in rocks under uniaxial compression using the novel conjugated bond-based peridynamics[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128: 614-643.
- [28] Zhou Z, Li Z, Gao C, Zhang D, Wang M, Wei C, Bai S. Peridynamic micro-elastoplastic constitutive model and its application in the failure analysis of rock masses[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 132: 104037.
- [29] Chen Z, Niazi S, Bobaru F. A peridynamic model for brittle damage and fracture in porous materials[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, 122: 104059.
- [30] 吴攀, 周志昆, 陈子光. 混凝土梁三点弯曲断裂模式转变的近场动力学模拟[J]. 固体力学学报, 2022, 43(05): 614-624. (Wu P, Zhou Z K, Chen Z G. Fracture mode transition in three-point bending of concrete beams: A peridynamic investigation [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2022, 43(05): 614-624. (in Chinese))
- [31] Wu P, Liu Y, Peng X, Chen Z. Peridynamic modeling of freeze-thaw damage in concrete structures[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2023, 30(14): 2826-2837.
- [32] Wu P, Chen Z. Peridynamic electromechanical modeling of damaging and cracking in conductive composites: A stochastically homogenized approach[J]. Composite Structures, 2023, 305: 116528.
- [33] Wu P, Yang F, Chen Z, Bobaru F. Stochastically homogenized peridynamic model for dynamic fracture analysis of concrete[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 253: 107863.
- [34] Bobaru F, Hu W. The meaning, selection, and use of the peridynamic horizon and its relation to crack branching in brittle materials[J]. International Journal of Fracture, 2012, 176(2): 215-222.
- [35] 董文博, 陈子光. 单晶 I 型弹塑性开裂取向效应的高散位错动力学-近场动力学研究[J]. 固体力学学报, 2023, 44(5): 565-577. (Dong W B, Chen Z G. Discrete dislocation dynamics modeling of the effect of lattice orientation on mode I elastoplastic fracture in single crystals[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2023, 44(5): 565-577. (in Chinese))
- [36] Ha Y D, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics[J]. International Journal of Fracture, 2010, 162(1-2): 229-244.
- [37] Xu Z, Zhang G, Chen Z, Bobaru F. Elastic vortices and thermally-driven cracks in brittle materials with peridynamics[J]. International Journal of Fracture, 2018, 209(1): 203-222.
- [38] 潘雨崧, 彭旭龙, 陈子光. 金属材料腐蚀疲劳的近场动力学模拟[J]. 固体力学学报, 2024, 45(3): 326-340. (Pan Y S, Peng X L, Chen Z G. Peridynamic modeling of corrosion fatigue in metallic materials [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2024, 45(3): 326-340. (in Chinese))
- [39] Yang S Q, Tian W L, Huang Y H, Ma Z G, Fan L F, Wu Z J. Experimental and discrete element modeling on cracking behavior of sandstone containing a single oval flaw under uniaxial compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 194: 154-174.
- [40] Yang S Q. Experimental study on deformation, peak strength and crack damage behavior of hollow sand-

- stone under conventional triaxial compression [J]. *Engineering Geology*, 2016, 213: 11-24.
- [41] Henke S F, Shanbhag S. Mesh sensitivity in peridynamic simulations[J]. *Computer Physics Communications*, 2014, 185(1): 181-193.
- [42] Zhang G, Bobaru F. Modeling the evolution of fatigue failure with peridynamics [J]. *The Romanian Journal of Technical Sciences Applied Mechanics*, 2016, 61(1): 22-40.
- [43] Shewchuk J R. An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain[Z]. Carnegie-Mellon University. Department of Computer Science. 1994.
- [44] Whittaker B N, Singh R N, Sun G. *Rock Fracture Mechanics. Principles, Design and Applications*[M]. 1992.
- [45] Yang S Q, Tian W L, Ranjith P, Liu X R, Chen M, Cai W. Three-dimensional failure behavior and cracking mechanism of rectangular solid sandstone containing a single fissure under triaxial compression[J]. *Rock Mechanics Bulletin*, 2022, 1(1): 100008.

# Intermediately Homogenized Peridynamic Simulation of Sandstone Fracture Behavior under Compression

Wenbo Dong<sup>1</sup>      Ziguang Chen<sup>2, 3</sup>

*(<sup>1</sup> School of Intelligent Manufacturing, Jiangnan University, Wuhan, 430056)*

*(<sup>2</sup> Department of Engineering Mechanics, School of Aerospace Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074)*

*(<sup>3</sup> Hubei Key Laboratory of Engineering Structural Analysis and Safety Assessment, 1037 Luoyu Road, Wuhan, 430074)*

**Abstract** Sandstone is a typical discontinuous and heterogeneous material characterized by a significant presence of pores. Porosity is a crucial factor that influences the complex characteristics of sandstone, notably affecting its compressive strength and deformation parameters. It is of considerable theoretical significance and engineering value to investigate the impact of porosity on the fracture behavior of sandstone under compressive loading. In this paper, we apply both the Intermediately-Homogenized PeriDynamic (IH-PD) model and the Fully-Homogenized PeriDynamic (FH-PD) model to examine the fracture behavior of sandstone containing a single oval flaw subjected to uniaxial compression. The IH-PD model incorporates porosity as pre-existing PD damages, wherein mechanical bonds connected to PD nodes are randomly pre-broken to achieve the desired porosity. The IH-PD model considers the heterogeneous characteristics of sandstone without detailing the explicit geometry of the actual pores. Simulation results from the IH-PD model indicate that both pore size and particle size influence the fracture mode of sandstone under uniaxial compression. A comparative analysis of fracture modes and stress-strain curves from IH-PD simulations, FH-PD simulations, and experimental measurements confirms the accuracy and superiority of the IH-PD model in simulating compressive fracture behavior. The results indicate that only the IH-PD model, which accounts for the inherent heterogeneities of sandstone, can adequately reflect the variations in crack paths caused by changes in pore distribution. Moreover, the IH-PD model successfully reproduces tortuous crack paths, captures transverse cracks in sandstone under compression, and exhibits asymmetric fracture modes, which markedly differ from the FH-PD simulation outcomes. This work employs the IH-PD model to investigate the fracture behavior of sandstone containing a single oval flaw with varying porosity levels under uniaxial compression, elucidating the influence of porosity on the failure modes of sandstone. The findings underscore the significant impact of porosity on the paths, roughness, and tortuosity of cracks. As porosity increases, the cracks exhibit greater tortuosity and roughness, and the symmetry of fracture modes becomes more easily disrupted.

**Key words** peridynamics, intermediately homogenized, sandstone, porosity, compression failure