

复合材料层合板的气动热弹性分析及颤振边界控制*

陈志洋 刘文光** 成龙 陈红霞

(南昌航空大学航空制造与机械工程学院, 南昌, 330063)

摘要 研究了超声速气流中复合材料层合板的气动热弹性特性, 并使用压电纤维复合材料(MFC)对层合板进行主动颤振边界控制. 采用超声速活塞理论计算气动压力, 并基于假设模态法与 Hamilton 原理建立了系统的运动微分方程. 利用频域方法对结构系统的气动热弹性特性进行了分析. 研究了层合板的纤维铺设角度和几何参数对临界颤振气动压力和临界屈曲温度变化的影响. 采用比例反馈控制设计控制器, 计算了不同增益系数下的颤振边界. 研究表明: 在不同长宽比下, 铺设角度为 $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ 时层合板的气动热弹性稳定性最差; 在纤维铺设角度为大角度时, 长宽比越大, 层合板的气动热弹性稳定性越好; 采用比例反馈控制方法可提高系统颤振边界, 但需要调整增益系数以确保控制系统的稳定性与控制性能.

关键词 超声速, 复合材料层合板, 气动热弹性, 主动颤振边界控制

DOI: 10. 19636/j. cnki. cjasm42-1250/o3. 2024. 036

0 引言

当飞行器在气流中运动至临界颤振速度时, 在非定常空气动力、惯性力和弹性力的相互作用下容易发生颤振^[1]. 颤振可能导致机翼或面板结构发生振动破坏甚至灾难性事故^[2]. 因此, 研究飞行器结构的气动热弹性特性及其颤振控制成为飞行器设计必须重视的问题.

复合材料因其比重小、比强度大, 以及优良的化学稳定性、减摩耐磨性、耐热与耐疲劳性等诸多优点, 广泛应用于飞行器结构设计. 因此, 研究者围绕复合材料结构的气动热弹性颤振进行了广泛深入的研究. 采用三阶活塞理论和 von-Kármán 大挠度理论, Zhao 等^[3]研究了温度变化与声载荷对复合材料层合板颤振特性的影响. 采用非线性有限元方法, Xie 等^[4]建立了复合材料层合板的动力学方程, 讨论了不同几何尺寸、温度梯度和纤维取向对复合材料层合板气动热弹性行为的影响. 利用 Hamilton 原理和有限元方法, Gao 等^[5]建立了曲线纤维变刚度

复合材料壁板的颤振模型, 分析了弯曲纤维角度、温升、气动压力对热屈曲、极限循环振荡和稳定边界的影响. 使用有限元法, Liu 等^[6]在频域和时域中研究了具有不对称叠层的弯曲纤维复合材料层合板的气动热弹性行为. 基于均匀温度场, 屈佑文等^[7]建立了考虑热效应的复合材料薄壁板的非线性有限元模型, 分析了复合材料壁板的非线性气动弹性响应, 探讨了复合材料铺层方向、温度载荷等对壁板颤振特性的影响. 考虑壁板面内热应力和热塑性材料力学性能变化, 高艺航等^[8]建立了热塑性复合材料壁板的热颤振模型, 讨论了温度对热塑性复合壁板颤振频域模态耦合特性、颤振时域极限环振荡特性.

围绕颤振的控制, 研究者对颤振控制开展了一系列研究. 利用经典层合板理论和一阶活塞理论, Tao 等^[9]建立了考虑几何非线性的变刚度复合材料层合板有限元模型, 采用 LQR 控制算法研究了复合材料层合板的主动控制问题. 采用活塞理论和有限元理论, Wang 等^[10]建立了板的有限元模型, 并以压电材料为驱动器设计了 LQR 控制器, 通过提供控制转矩抑制了面板颤振速度. 利用一阶剪切变形

* 国家自然科学基金项目(52365012)和研究生创新专项资金项目(YC2023-009)资助.

2024-08-16 收到修改稿, 2024-08-20 网络首发.

** 通讯作者. E-mail: liuwg14@nchu. edu. cn.

理论和第三阶气动活塞理论, Li 等^[11]建立了非线性功能梯度压电材料(FGPM)板的气动弹性模型, 采用位移反馈控制算法对超声速气流中 FGPM 板的颤振问题进行了主动控制. 利用遗传算法优化颤振主动控制中压电贴片的位置, Song 等^[12]研究了铺层角度对层合板气动弹性性能的影响. 利用 LQR 算法, 陈红霞等^[13]研究了层合板颤振边界主动控制.

分析发现, 在压电主动控制中, 使用的材料大多数为压电陶瓷. 然而, 由于压电陶瓷容易出现脆性断裂, 以及与曲面配合的能力有限等缺点^[14], 一些学者逐渐使用具有良好韧性以及灵活性的压电纤维复合材料(MFC)来代替压电陶瓷. Zhang 等^[15]使用 MFC 作动器对复合材料层合悬臂板的非线性振动响应进行了主动振动控制, 分析了 MFC 作动器的不同位置对主动控制效果的影响. Raza 等^[16]采用 MFC 作动器对悬臂梁的动态振幅进行振动抑制. 李蒙等^[17]基于速度反馈控制方法利用 MFC 作动器研究了复合材料层合悬臂板的主动振动控制. 卢志荣等^[18]以 MFC 驱动的抛物面形反射器为对象, 研究有限时间的动态形面控制算法.

综上所述, 大部分现有研究主要采用压电陶瓷作为驱动器和传感器, 缺乏以 MFC 作为超声速复合材料层合板的主动颤振控制的驱动器和传感器的研究. 此外, 大多数学者研究侧重于复合材料层合板的颤振响应主动控制, 缺乏针对颤振边界主动控制的研究. 因此, 本文从建立含压电纤维复合材料层合板的运动控制方程出发, 研究复合材料层合板的气动热弹性特性, 并基于比例反馈控制策略研究颤振边界的主动控制.

1 复合材料层合板的振动分析

1.1 运动微分方程

考虑如图 1 所示的超声速中含 MFC 的复合材料层合板模型, 粘贴在复合材料层合板上表面和下表面的 MFC 的功能分别为作动器与传感器. 假定层合板的长度、宽度和总厚度分别为 a 、 b 和 h . 层合板每层厚度为 h_l , MFC 作动器和传感器的厚度均为 h_p .

在层合板的中面建立如图 1 所示的直角坐标系

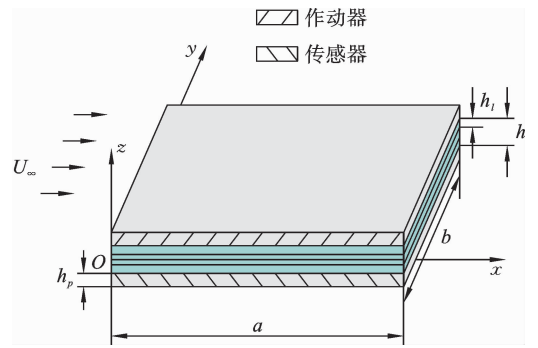


图 1 超声速气流中含 MFC 的复合材料层合板模型
Fig. 1 Composite laminated panel model with MFC in supersonic airflow

$Oxyz$. 假设 u_0 、 v_0 和 w_0 分别表示中面上任意一点的位移分量, 基于经典层合板理论可以推出层合板上任意一点沿 x 、 y 和 z 方向上的位移 u 、 v 和 w 分别为

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x}, \quad v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y}, \quad w = w_0 \quad (1)$$

在线弹性振动范围内, 层合板内任意一点的应变-位移关系可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa} \quad (2)$$

式中: ε_x 、 ε_y 和 γ_{xy} 分别表示平面应变分量和剪切应变分量; $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ 为膜应变向量, $\boldsymbol{\kappa}$ 为弯曲曲率向量, 分别为

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_0 &= \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial x}, \frac{\partial v_0}{\partial y}, \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right\}^T \\ \boldsymbol{\kappa} &= \left\{ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right\}^T \end{aligned} \right. \quad (3)$$

复合材料层合板第 k 层的本构方程为

$$\boldsymbol{\sigma}_k = \boldsymbol{Q}_k (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha} \Delta T) \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_k$ 为应力向量, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变向量, ΔT 为温度变化量, \boldsymbol{Q}_k 为缩减刚度系数矩阵, $\boldsymbol{\alpha}$ 为热膨胀系数向量, \boldsymbol{Q}_k 和 $\boldsymbol{\alpha}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{Q}_k = \boldsymbol{T}_k^{-1} \boldsymbol{Q} [\boldsymbol{T}_k^{-1}]^T, \quad \boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1, \alpha_2, 0\}^T \quad (5)$$

式中: α_1 和 α_2 为层合板的热膨胀系数, \boldsymbol{T}_k 为坐标转换矩阵, \boldsymbol{Q} 为刚度矩阵, 可以表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{T}_k &= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{Q} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

式中: θ 为复合材料纤维方向与主方向的夹角, Q_{11} 、

Q_{12} 、 Q_{22} 和 Q_{66} 为刚度系数, 可以表示为

$$\begin{cases} Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{12} = \frac{E_2\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{E_1\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{66} = G_{12} \end{cases} \quad (7)$$

式中: E_1 、 E_2 和 G_{12} 分别为弹性模量和剪切模量, ν_{12} 和 ν_{21} 为泊松比。

复合材料层合板单位长度的合力 \mathbf{N}_0 及合力矩 \mathbf{M}_0 可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{N}_0 = \sum_{k=1}^{n_k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \boldsymbol{\sigma}_k dz = \mathbf{A}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \mathbf{B}_0 \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{N}_{\Delta T} \\ \mathbf{M}_0 = \sum_{k=1}^{n_k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \boldsymbol{\sigma}_k z dz = \mathbf{B}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \mathbf{D}_0 \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{M}_{\Delta T} \end{cases} \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} (\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{D}_0) = \sum_{k=1}^{n_k} \mathbf{Q}_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} (1, z, z^2) dz \\ \mathbf{N}_{\Delta T} = \sum_{k=1}^{n_k} \mathbf{Q}_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} \boldsymbol{\alpha} \Delta T dz \\ \mathbf{M}_{\Delta T} = \sum_{k=1}^{n_k} \mathbf{Q}_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \boldsymbol{\alpha} \Delta T dz \end{cases} \quad (9)$$

式中: n_k 是层合板的层数, z_{k-1} 和 z_k 为第 k 层结构上下表面的横向坐标, \mathbf{A}_0 、 \mathbf{B}_0 和 \mathbf{D}_0 分别为复合材料的拉伸刚度、耦合刚度和弯曲刚度, $\mathbf{N}_{\Delta T}$ 和 $\mathbf{M}_{\Delta T}$ 为温度内力和温度内力矩。

压电纤维复合材料的本构方程为^[1]

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{C}_p (\boldsymbol{\varepsilon}_p - \boldsymbol{\alpha}_p \Delta T) - \mathbf{e}_p^T \mathbf{E} \\ \mathbf{D}_p = \mathbf{e}_p \boldsymbol{\varepsilon}_p + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{E} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_p$ 为压电纤维复合材料的应力向量, \mathbf{C}_p 为刚度系数矩阵, $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ 为应变向量, $\boldsymbol{\alpha}_p$ 为热膨胀系数向量, \mathbf{e}_p 为压电应力常数矩阵, \mathbf{E} 为电场强度向量, \mathbf{D}_p 为电位移向量, $\boldsymbol{\Pi}$ 为介电常数矩阵, 其表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{C}_p = \mathbf{T}_p^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{T}_p^{-1}]^T, & \boldsymbol{\alpha}_p = \{\alpha_{p1}, \alpha_{p2}, 0\}^T \\ \mathbf{e}_p = \mathbf{e} \mathbf{T}_p^{-1}, & \mathbf{E} = \{0, 0, V_0(t)/h_p\}^T \\ \mathbf{D}_p = \{0, 0, D_z\}^T, & \boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_{33} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

式中: α_{p1} 和 α_{p2} 为压电材料的热膨胀系数, $V_0(t)$ 为沿 z 方向的外加电压, Π_{33} 为介电常数, \mathbf{T}_p 为压电纤维复合材料的坐标转换矩阵, \mathbf{C} 为刚度系数矩阵, \mathbf{e} 为压电应力常数矩阵, 其表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & 2\sin\varphi\cos\varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & -2\sin\varphi\cos\varphi \\ -\sin\varphi\cos\varphi & \sin\varphi\cos\varphi & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}, & \mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (12)$$

式中: φ 为压电纤维复合材料的铺设角度, e_{31} 和 e_{32} 为压电应力常数, C_{11} 、 C_{12} 、 C_{22} 和 C_{66} 为压电材料的刚度系数, 可以表示为

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{E_{p1}}{1 - \nu_{p12}\nu_{p21}}, & C_{12} = \frac{E_{p2}\nu_{p12}}{1 - \nu_{p12}\nu_{p21}} = \frac{E_{p1}\nu_{p21}}{1 - \nu_{p12}\nu_{p21}} \\ C_{22} = \frac{E_{p2}}{1 - \nu_{p12}\nu_{p21}}, & C_{66} = G_{p12} \end{cases} \quad (13)$$

式中: E_{p1} 、 E_{p2} 和 G_{p12} 分别为压电材料的弹性模量和剪切模量, ν_{p12} 和 ν_{p21} 为压电材料的泊松比。

基于 Hamilton 原理建立系统的运动方程, 其数学表达式为

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta K + \delta W) dt = 0 \quad (14)$$

式中: T 、 K 和 W 分别为结构的动能、势能和外力所做功。

含压电材料结构系统的动能表达式为

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV + \frac{1}{2} \int_{V_a + V_s} \rho_p (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV \quad (15)$$

式中: V 、 V_a 和 V_s 分别表示复合材料层合板、压电作动器和压电传感器的体积, ρ 和 ρ_p 为复合材料和压电材料的密度。

结构系统的势能表达式为

$$K = \frac{1}{2} \int_A (\boldsymbol{\varepsilon}_0^T \mathbf{N}_0 + \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{M}_0) dA + \frac{1}{2} \int_{V_a + V_s} (\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}_p) dV - \frac{1}{2} \int_{V_a} (\mathbf{D}_p^T \mathbf{E}) dV \quad (16)$$

式中: A 为层合板的表面积。

在超声速气流中, 层合板所受的外力包括气动载荷和热载荷。气动载荷所做功 $W_{\Delta p}$ 可以表示为

$$W_{\Delta p} = \int_A \Delta p w dA \quad (17)$$

式中: Δp 为非定常气动压力。

假定超声速气流的密度、速度和马赫数分别为 ρ_∞ 、 U_∞ 和 M_∞ ，根据超声速活理论，平板结构的非定常气动压力可以表示为^[19]

$$\Delta p = -\frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{U_\infty} \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (18)$$

定义无量纲气动压力 λ 为

$$\lambda = \frac{\rho_\infty U_\infty^2 a^3}{\sqrt{M_\infty^2 - 1} D} \quad (19)$$

式中： D 为弯曲刚度，其表达式为

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \quad (20)$$

当 $M_\infty \gg 1$ 的情况下，可以假设

$$\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{\mu}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \rightarrow \frac{\mu}{M_\infty} \quad (21)$$

式中： $\mu = \rho_\infty a / \rho h$ 。

热载荷所做功 $W_{\Delta T}$ 可以表示为^[19]

$$W_{\Delta T} = -\frac{1}{2} \left(\int_A F_{Tx} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy + \int_A F_{Ty} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dx dy + 2 \int_A F_{Txy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \right) \quad (22)$$

式中：面内温度载荷 F_{Tx} 、 F_{Ty} 和 F_{Txy} 可以表示为

$$\{F_{Tx}, F_{Ty}, F_{Txy}\}^T = \mathbf{N}_{\Delta T} + \mathbf{N}_{\Delta T}^p \quad (23)$$

式中： $\mathbf{N}_{\Delta T}^p$ 为压电材料的温度载荷向量，表达式为

$$\mathbf{N}_{\Delta T}^p = 2h_p \mathbf{C}_p \boldsymbol{\alpha}_p \Delta T \quad (24)$$

在假设模态法中，层合板的位移场可以表示为模态函数和广义坐标的乘积：

$$\begin{cases} u_0(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \zeta_{ij}(x, y) U_{ij}(t) = \boldsymbol{\zeta}^T(x, y) \mathbf{U}(t) \\ v_0(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(x, y) V_{ij}(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(x, y) \mathbf{V}(t) \\ w_0(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \psi_{ij}(x, y) W_{ij}(t) = \boldsymbol{\psi}^T(x, y) \mathbf{W}(t) \end{cases} \quad (25)$$

式中： m 和 n 分别表示 x 方向和 y 方向截取的模态数量， $\boldsymbol{\zeta}$ 、 $\boldsymbol{\varphi}$ 和 $\boldsymbol{\psi}$ 分别为模态列向量， \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 和 \mathbf{W} 分别表示广义坐标列向量。

对于四边简支平板，其模态函数表达式为^[13]：

$$\begin{cases} \zeta_{ij}(x, y) = \cos\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \varphi_{ij}(x, y) = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \psi_{ij}(x, y) = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \end{cases} \quad (26)$$

将式(1)、(2)、(8)、(10)、(18)和(25)代入式(15-17)和(22)中，即可求得结构的动能、势能及外力做功，再将其代入式(14)中，便可推出气动弹性热耦合系统的运动微分方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}_{\Delta p}\dot{\mathbf{X}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\Delta p} + \mathbf{K}_{\Delta T})\mathbf{X}(t) + \mathbf{K}_a \mathbf{V}_0(t) = 0 \quad (27)$$

式中： \mathbf{M} 为模态质量矩阵， $\mathbf{C}_{\Delta p}$ 为气动阻尼矩阵， \mathbf{K} 为模态刚度矩阵， $\mathbf{K}_{\Delta p}$ 为气动刚度矩阵， $\mathbf{K}_{\Delta T}$ 为热刚度矩阵， \mathbf{K}_a 为机电耦合向量， \mathbf{V}_0 为外加电压， $\mathbf{X}(t)$ 为广义坐标向量。

1.2 求解方法

引入状态变量

$$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{X}(t) \quad \dot{\mathbf{X}}(t)] \quad (28)$$

可推出运动方程的状态空间方程

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (29)$$

式中： \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别为系统状态矩阵和电压控制矩阵， \mathbf{U} 为输入电压，具体表达式为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\Delta p} + \mathbf{K}_{\Delta T}) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_{\Delta p} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}(t) = \mathbf{V}_0(t) \quad (30)$$

式中： \mathbf{I} 为单位矩阵。

求解系统状态矩阵 \mathbf{A} ，可得到复特征值 $\Omega = \Omega_R + i\omega$ ， Ω_R 是特征值实部， $\omega = 2\pi f$ 是结构系统的圆频率， f 是固有频率。随着气动压力 λ 的增大，当结构的 Ω_R 由负变为正或两相邻的固有频率重合，结构发生颤振，此时对应的气动压力 λ 称为临界颤振气动压力 λ_{cr} 。

随着温度变化 ΔT 的升高，结构的固有频率将减小，当频率减小到零时，结构发生了屈曲，对应的温度变化 ΔT 称为临界屈曲温度变化 ΔT_{cr} 。为了计算结构临界屈曲温度变化 ΔT_{cr} ，略去式(27)中所有和气动压力及时间导数相关的项，可得到

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\Delta T})\mathbf{X}(t) = 0 \quad (31)$$

令刚度行列式等于零，可获得结构的临界屈曲温度变化 ΔT_{cr} 。

2 主动控制器的设计

当复合材料层合板振动时，压电传感器将产生

电荷,电荷量可以表示为^[20]:

$$Q_s(t) = \int_{A_s(z=z_p)} D_z dA = \mathbf{K}_{sp} \mathbf{X}(t) \quad (32)$$

式中: A_s 为压电传感器的表面积, z_p 为压电传感器的中性面的横坐标, \mathbf{K}_{sp} 为系数向量。

压电传感器电压可以表示为

$$V_s = \frac{Q_s h_p}{\Pi_{33} A_s} = \mathbf{K}_s \mathbf{X}(t) \quad (33)$$

式中: \mathbf{K}_s 为系数向量,表达式为

$$\mathbf{K}_s = \frac{h_p}{\Pi_{33} A_s} \mathbf{K}_{sp} \quad (34)$$

利用比例反馈控制方法,施加在压电作动器上的控制电压可以表示为

$$V_0(t) = G_p V_s(t) = G_p \mathbf{K}_s \mathbf{X}(t) \quad (35)$$

式中: G_p 是比例反馈控制增益。

将控制电压代入方程(27)中,可以得到基于比例反馈方法的控制运动方程

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}_{\Delta p} \dot{\mathbf{X}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\Delta p} + \mathbf{K}_{\Delta T} + G_p \mathbf{K}_a \mathbf{K}_s) \mathbf{X}(t) = 0 \quad (36)$$

比例反馈控制方法示意图如图 2 所示,将传感器输出信号按比例形式反馈到作动器。

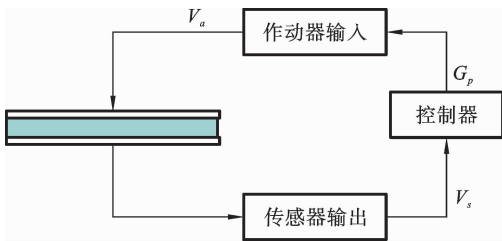


图 2 比例反馈控制方法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of proportional feedback control method

3 模型验证

假设复合材料层合板的几何尺寸和材料参数分别为: $a=b=10 \text{ m}$ 、 $h=0.06 \text{ m}$ 、 $\rho=8000 \text{ kg/m}^3$ 、 $E_1=2.45E_2$ 、 $G_{12}=0.48E_2$ 、 $\nu_{12}=0.2300$ 、 $\nu_{21}=0.0939$ 。为便于比较,定义无量纲固有频率

$$\omega^* = \omega a^2 (\rho h / D)^{1/2} \quad (37)$$

表 1 为四边简支层合板无量纲固有频率计算结果。结果验证了公式推导和计算编程的准确性。

图 3 为四边简支各向同性薄板的颤振边界。研

表 1 四边简支层合板的无量纲固有频率

Table 1 Nondimensional natural frequencies of the simply supported laminated panels

模态阶数	1	2	3	4	5	6
[0°/0°/0°]						
Leissa ^[21]	15.19	33.30	44.42	60.77	64.53	90.29
本文结果	15.17	33.25	44.38	60.68	64.45	90.13
[30°/-30°/30°]						
Leissa ^[21]	15.90	35.86	42.62	61.45	71.71	85.72
本文结果	16.00	35.99	42.81	61.91	72.29	86.60
[15°/-15°/-15°/15°]						
Chow ^[22]	15.40	34.15	43.84	61.23	66.48	91.47
本文结果	15.48	34.21	43.92	61.31	66.60	91.66
[45°/-45°/-45°/45°]						
Chow ^[22]	16.17	37.62	41.52	63.15	77.33	79.40
本文结果	16.38	37.81	41.80	63.70	78.42	79.94

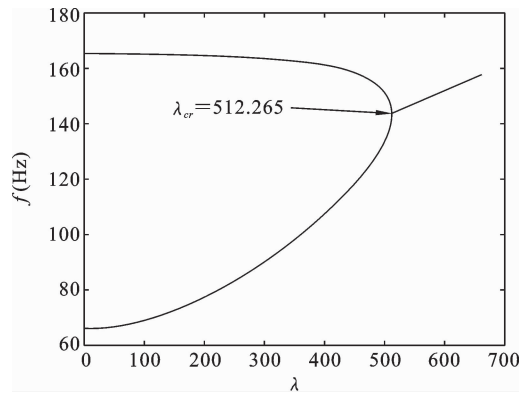


图 3 四边简支各向同性薄板的颤振边界

Fig. 3 Flutter bound of the simply supported isotropic panel

究发现,四边简支各向同性薄板的临界颤振气动压力为 $\lambda_{cr} = 512.265$,和文献[23]中计算得到的临界颤振气动压力 $\lambda_{cr} = 512$ 相近,验证了对超声速气流中结构颤振分析的准确性。

和文献[24]比较发现,本文计算得到的四边简支各向同性薄板临界屈曲温度变化 $\Delta T_{cr} = 1.7574 \text{ }^\circ\text{F}$,和文献得到的临界屈曲温度变化 $\Delta T_{cr} = 1.7665 \text{ }^\circ\text{F}$ 相近。

图 4 为不同温度下复合材料层合板的颤振边界。结果表明, $\Delta T=0, 0.8\Delta T_{cr}, 1.2\Delta T_{cr}$ 时对应的临

界颤振气动压力分别为 $\lambda_{cr} = 512.265, 376.002, 311.776$, 与文献[24]的 $\lambda_{cr} = 512, 371.093, 309.117$ 相近, 验证了考虑热效应的分析的准确性.

了不同纤维铺设角度下复合材料层合板的颤振边界.

表 2 复合材料层合板的几何尺寸和材料参数

Table 2 The geometrical sizes and material parameters of the composite laminated panel

参数	
长度(m)	$a=0.2$
宽度(m)	$b=0.2$
厚度(m)	$h=0.0006$
杨氏模量(GPa)	$E_1=150, E_2=9$
剪切模量(GPa)	$G_{12}=7.1$
密度(kg/m^3)	$\rho=1600$
泊松比	$\nu_{12}=0.300, \nu_{21}=0.018$
热膨胀系数($1/^\circ\text{C}$)	$\alpha_1=-0.07 \times 10^{-6}, \alpha_2=30.1 \times 10^{-6}$

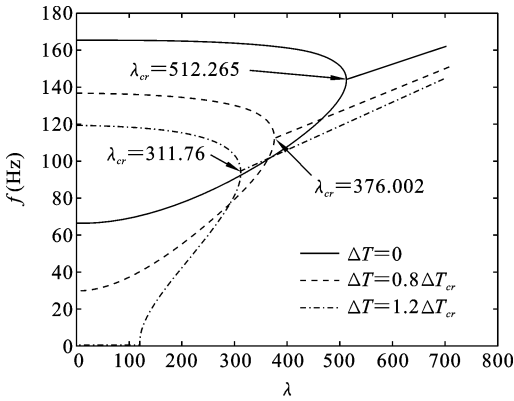


图 4 不同温度变化下四边简支各向同性薄板的颤振边界
Fig.4 Flutter bounds of the simply supported isotropic panel under different temperature changes

图 5 为不同增益下四边简支层合板的颤振边界, 从图中可以看出, 当 $G_p = 3$ 时, 临界颤振气动压力 $\lambda_{cr} = 556.117$, 与文献[12]的 $\lambda_{cr} = 571$ 相近, 验证了施加控制的准确性.

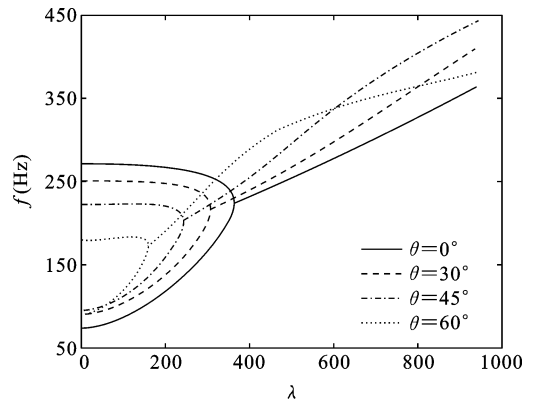


图 6 不同铺设角度下层合板的颤振边界
Fig.6 Flutter bounds of the laminated panel under different ply angles

结果表明, 纤维铺设角度不同, 临界颤振气动压力也不同, 且随着铺设角度的增大, 临界颤振气动压力在逐渐减小. 对于 $a=0.2\text{ m}$ 和 $b=0.2\text{ m}$ 的复合材料层合板, 当纤维铺设角度为 $[0^\circ/-0^\circ/0^\circ]$ 时, 层合板表现出较好的气动颤振稳定性.

图 7 计算了复合材料层合板在不同长宽比下临界颤振气动压力随纤维铺设角度的变化. 结果表明, 当层合板的长宽比 $a/b=0.5$ 和 $a/b=1$ 时, 临界颤振气动压力随纤维铺设角度的增大而减小, 复合材料层合板在纤维铺设角度为 $[0^\circ/-0^\circ/0^\circ]$ 时, 临界颤

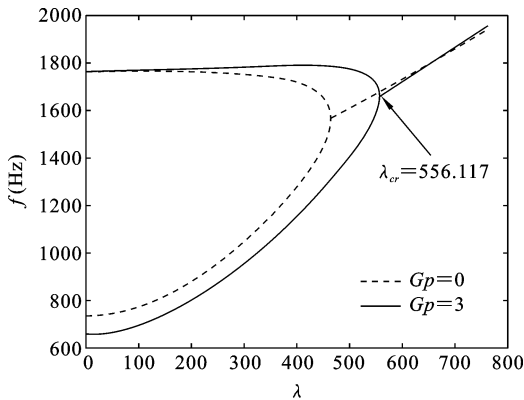


图 5 不同控制增益下层合板的颤振边界
Fig.5 Flutter bounds of the laminated panel under different control gains

4 气动热弹性分析

假设复合材料的铺层方式为 $[\theta^\circ/-\theta^\circ/\theta^\circ]$, 层合板的几何尺寸和材料参数[1]如表 2 所示. 图 6 计算

振气动压力最大. 当层合板的长宽比 $a/b=1.5$ 、 $a/b=2$ 和 $a/b=2.5$ 时, 临界颤振气动压力随纤维铺设角度的增大先增大后减小. 对于长宽比 $a/b=1.5$ 的层合板, 纤维铺设角度为 $[35^\circ/-35^\circ/35^\circ]$ 时, 表现出较好的气动颤振稳定性. 对于长宽比 $a/b=2$ 和 $a/b=2.5$ 的层合板, 纤维铺设角度为 $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$ 时, 表现出较好的气动颤振稳定性. 当纤维铺设角度为 $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ 时, 对于不同长宽比下的层合板的临界颤振气动压力是最小的. 从图中还可以看出, 当纤维铺设角度相同时, 层合板的临界颤振气动压力随长宽比的增大而增大. 出现这种现象的原因可能是气流沿 x 方向流动, 增加 x 方向的维度可以有效提高结构的刚度, 从而提高结构的气动弹性特性.

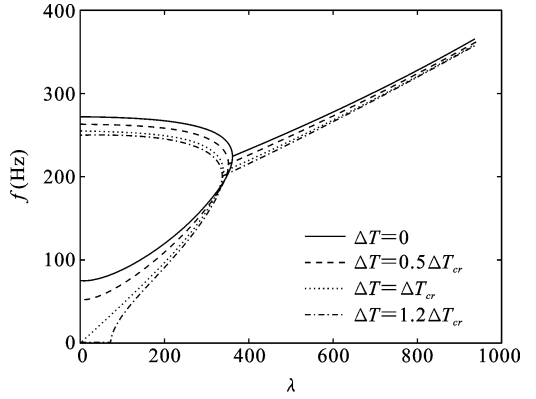


图 8 不同温度变化下层合板的颤振边界

Fig. 8 Flutter bounds of the laminated panel under different temperature changes

图 9 计算了层合板在不同长宽比下临界屈曲温度变化随纤维铺设角度的变化. 结果表明, 当层合板的长宽比 $a/b=0.5$ 、 $a/b=1$ 和 $a/b=1.5$ 时, 临界屈曲温度变化随纤维铺设角度的增大而减小, 在纤维铺设角度为 $[0^\circ/-0^\circ/0^\circ]$ 时, 临界屈曲温度变化最大, 具有更好的热屈曲特性. 当层合板的长宽比 $a/b=2$ 和 $a/b=2.5$ 时, 临界屈曲温度变化随纤维铺设角度的增大先增大后减小, 且最佳纤维铺设角度随长宽比的增大而增大. 当纤维铺设角度为大角度时, 复合材料层合板的临界屈曲温度变化随长宽比的增大而增大. 当纤维铺设角度为 $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ 时, 对于不同长宽比下的复合材料层合板的临界屈曲温

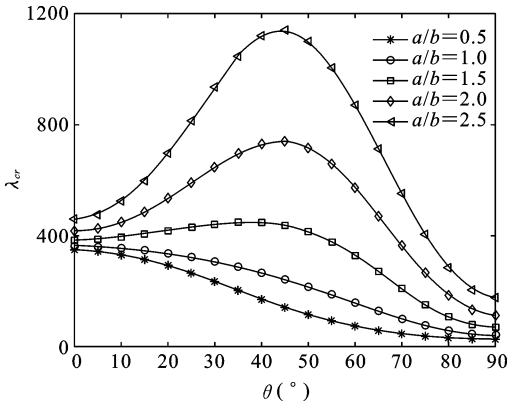


图 7 不同长宽比下临界颤振气动压力随纤维铺设角度的变化

Fig. 7 Variations of critical flutter aerodynamic pressures with the ply angle under different aspect ratios

图 8 为不同温度变化下层合板的颤振边界, 纤维铺设角度为 $[0^\circ/-0^\circ/0^\circ]$. 结果表明, 层合板的临界颤振气动压力随温度变化的增加而减少. 当温度变化 ΔT 达到临界热屈曲温度变化 ΔT_{cr} 时, 层合板在气动压力 $\lambda=0$ 时, 固有频率 $f=0$ Hz, 表明此时层合板发生热屈曲. 当温度变化 $\Delta T=1.2\Delta T_{cr}$ 时, 在低气动压力下, 层合板的固有频率 $f=0$ Hz, 这表明层合板此时处于热屈曲状态. 然而, 在高气动压力下, 层合板的固有频率 $f>0$ Hz, 这表明此时层合板的热屈曲现象消失. 也就是说, 气动压力可以消除层合板结构的热屈曲.

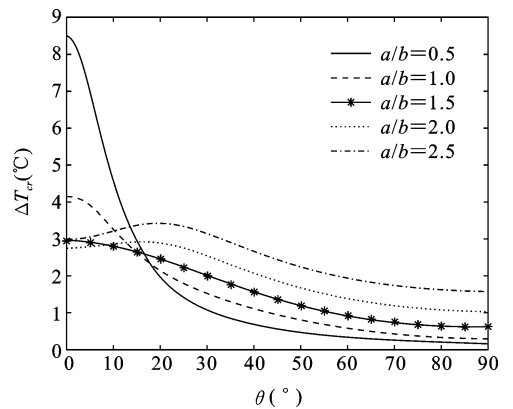


图 9 不同长宽比下临界屈曲温度变化随纤维铺设角度的变化

Fig. 9 Variations of critical buckling temperature changes with the ply angle under different aspect ratios

度变化是最小的。

5 颤振边界主动控制

假设层合板几何尺寸和材料参数如表 2 所示, MFC 的几何尺寸和材料参数[25]如表 3 所示. 复合材料层合板的纤维铺设角度为 $[0^\circ/-0^\circ/0^\circ]$.

表 3 MFC 的几何尺寸和材料参数

Table 3 The geometrical sizes and material parameters of MFC

参数	
长度(m)	$a_p=0.2$
宽度(m)	$b_p=0.2$
厚度(m)	$h_p=0.0001$
杨氏模量(GPa)	$E_{p1}=30.34, E_{p2}=15.86$
剪切模量(GPa)	$G_{p12}=6.31$
密度(kg/m ³)	$\rho_p=5116$
泊松比	$\nu_{p12}=0.31, \nu_{p21}=0.16$
压电应变常数(m/V)	$d_{31}=4.6 \times 10^{-10}, d_{32}=2.1 \times 10^{-10}$
介电常数(F/m)	$\Pi_{33}=1.43 \times 10^{-8}$
热膨胀系数(1/°C)	$\alpha_{p1}=4.77 \times 10^{-6}, \alpha_{p2}=15.55 \times 10^{-6}$

图 10 为比例反馈控制增益 $G_p=0$ 时, 含 MFC 的层合板的颤振边界随 MFC 的纤维铺设角度的变化. 结果表明, 层合板的临界颤振气动压力随 MFC 的纤维铺设角度的增大而减小, 当 MFC 的纤维铺设角度

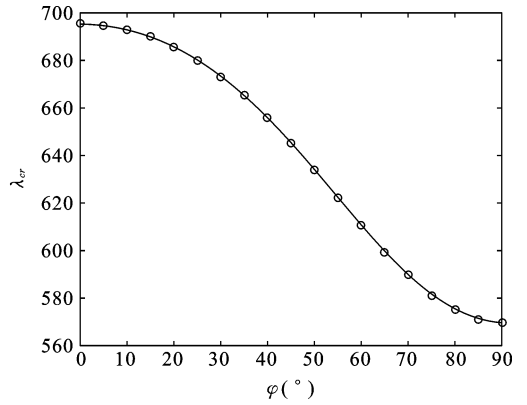


图 10 颤振边界随 MFC 的纤维铺设角度的变化
Fig. 10 Variations of flutter bounds with the fiber angle of MFC

为 0° 时, 层合板的临界颤振气动压力最大. 因此, 下面分析 MFC 的纤维铺设角度为 0° 时的情况.

图 11 为不同比例反馈控制增益下含 MFC 的层合板的颤振边界. 结果表明, 当采用比例反馈控制方法后, 层合板的临界颤振气动压力增大, 这表明比例反馈控制方法对提高复合材料层合板的颤振边界是有效的. 随着比例反馈控制增益的增大, 层合板的颤振边界先增大后减小, 并且颤振边界处的耦合模态从模态 1 和模态 2 变为模态 2 和模态 3. 当比例反馈控制增益 $G_p=20$ 和 $G_p=25$ 时, 在低气动压力下, 层合板的固有频率 $f=0$ Hz, 这表明层合板处于屈曲状态. 也就是说, 比例反馈控制增益 G_p 不能太大也不能太小. 如果 G_p 太小, 控制效果不太明显;

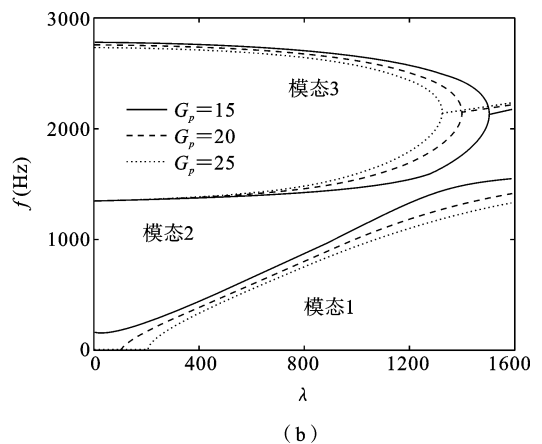
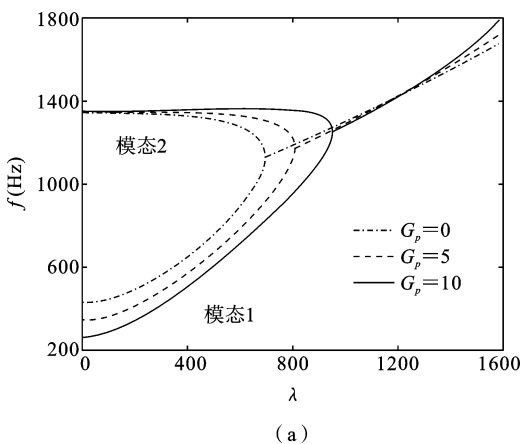


图 11 不同控制增益下层合板的颤振边界

Fig. 11 Flutter bounds of the laminated panel under different control gains

如果 G_p 太大,会使结构发生屈曲现象,使结构不稳定.因此有必要探究比例反馈控制增益 G_p 的最优值.

图 12 为颤振边界随比例反馈控制增益的变化.从图 12 可以看出,比例反馈控制增益 $G_p = 14.5$ 时,结构的临界颤振气动压力最大,且此控制增益下,结构不发生屈曲现象.因此最优比例反馈控制增益值为 $G_p = 14.5$.

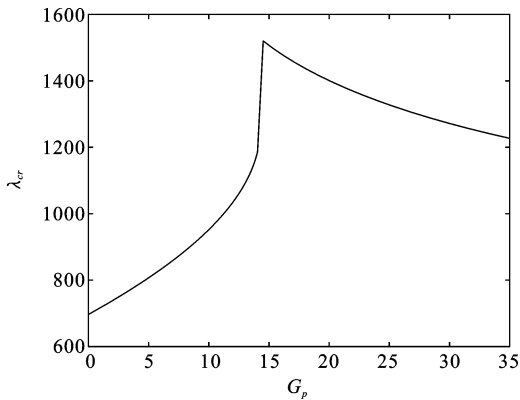


图 12 颤振边界随比例反馈控制增益的变化

Fig. 12 Variation of flutter bounds with the proportional feedback control gain

6 结论

本文建立了复合材料层合板的动力学模型,设计了比例反馈控制器,分析了复合材料层合板的气动热弹性特性,研究了层合板的颤振边界控制.主要结论如下:

(1) 不同长宽比下,当复合材料纤维铺设角度为 $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ 时层合板临界颤振气动压力最小;当纤维铺设角度相同时,层合板的临界颤振气动压力随长宽比的增大而增大.

(2) 不同长宽比下,当复合材料纤维铺设角度为 $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ 时层合板的临界屈曲温度变化最小;当纤维铺设角度为大角度时,层合板的临界屈曲温度变化随长宽比的增大而增大.

(3) MFC 的纤维铺设角度对复合材料层合板的颤振边界有影响,通过调节 MFC 的纤维铺设角度可有效改变层合板的临界颤振气动压力.

(4) 采用比例反馈控制方法能够有效提高高层合板的颤振边界,但是比例反馈控制增益需要在合理范围内.如果增益太小,控制性能效果不佳,反之控制系统就会发生屈曲现象.

参考文献

- [1] Chai Y Y, Li F M, Song Z G, Zhang C Z. Aerothermoelastic flutter analysis and active vibration suppression of nonlinear composite laminated panels with time-dependent boundary conditions in supersonic airflow[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2018, 29(4): 653-668.
- [2] Chai Y Y, Gao W, Ankaý B, Li F M, Zhang C Z. Aeroelastic analysis and flutter control of wings and panels: a review[J]. *International Journal of Mechanical System Dynamics*, 2021, 1(1): 5-34.
- [3] Zhao H, Cao D Q. Supersonic flutter of laminated composite panel in coupled multi-fields[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 47: 75-85.
- [4] Xie F T, Qu Y G, Zhang W M, Peng Z K, Meng G. Nonlinear aerothermoelastic analysis of composite laminated panels using a general higher-order shear deformation zig-zag theory[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, 150: 226-237.
- [5] Gao Y H, Duan J B, Lei Y J, Xu B Q. Aerothermoelastic analysis of curvilinear fiber variable stiffness laminated panels in supersonic flow[J]. *Acta Mechanica*, 2022, 233(11): 4327-4345.
- [6] Liu Y T, Duan J B, Gao Y H, Xu B Q. Nonlinear supersonic aerothermoelastic analysis of asymmetrically curved-fiber composite panels with nonuniform temperature distributions[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2023, 37(3): 1325-1337.
- [7] 屈佑文, 安效民, 邓斌, 闫浩, 周悦. 热环境下复合材料壁板的非线性颤振特性分析[J]. *航空兵器*, 2022, 29(4): 91-99. (Qu Y W, An X M, Deng B, Yan H, Zhou Y. Nonlinear flutter analysis of composite panels in thermal environment[J]. *Aero Weaponry*, 2022, 29(4): 91-99. (in Chinese))
- [8] 高艺航, 段静波, 雷勇军. 超音速气流中热塑性复合材料壁板的非线性热颤振特性[J]. *国防科技大学学报*, 2022, 44(2): 16-23. (Gao Y H, Duan J B, Lei Y

- J. Nonlinear thermal flutter characteristics of thermoplastic composite panels in supersonic flow[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2022, 44(2): 16-23. (in Chinese))
- [9] Tao J X, Yi S H, Deng Y J, He X Q. Suppression of thermal postbuckling and nonlinear panel flutter motions of variable stiffness composite laminates using piezoelectric actuators[J]. *Journal of Central South University*, 2021, 28(12): 3757-3777.
- [10] Wang Z X, Chen H, Wang G, Zhang Y M, Zheng C. Prediction and active suppression of flutter in composite panel based on eigenvector orientation method[J]. *Composite Structures*, 2021, 262: 113422.
- [11] Li P Q, Yang Z C, Tian W. Nonlinear aeroelastic analysis and active flutter control of functionally graded piezoelectric material plate[J]. *Thin-Walled Structures*, 2023, 183: 110323.
- [12] Song Z G, Li F M. Optimal locations of piezoelectric actuators and sensors for supersonic flutter control of composite laminated panels[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(14): 2118-2132.
- [13] 陈红霞, 刘文光, 高铭阳, 冯逸亭. 复合材料层合板的颤振特性及振动抑制研究[J]. *固体力学学报*, 2022, 43(6): 763-772. (Chen H X, Liu W G, Gao M Y, Feng Y T. Study on flutter characteristics and vibration suppression of a composite laminated plate [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2022, 43(6): 763-772. (in Chinese))
- [14] Williams R B, Grimsley B W, Inman D J, Wilkie W K. Manufacturing and mechanics-based characterization of macro fiber composite actuators[C]. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2002, 36258: 79-89.
- [15] Zhang H, Sun W, Luo H T, Zhang R F. Modeling and active control of geometrically nonlinear vibration of composite laminates with macro fiber composite [J]. *Composite Structures*, 2023, 321: 117292.
- [16] Raza A, Mahato S, Rimasauskienė R. Actuation performance of Macro Fiber Composite (MFC) as actuator in vibration reduction of cantilever beams[J]. *Mechanics*, 2023, 29(1): 42-50.
- [17] 李蒙, 李凤明. 采用 MFC 压电作动器对复合材料悬臂板振动主动控制[J]. *动力学与控制学报*, 2017, 15(4): 342-349. (Li M, Li F M. Active vibration control of a cantilevered laminated plate using MFC actuators [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(4): 342-349. (in Chinese))
- [18] 卢志荣, 王晓明, 周文雅. MFC 驱动主动反射器形面的有限时间动态变形控制[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(4): 325-332. (Lu Z R, Wang X M, Zhou W Y. Finite-time dynamic shape control of an active reflector surface actuated by MFC[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(4): 325-332. (in Chinese))
- [19] 柴玉阳. 复杂边界层合结构超声速颤振及控制研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2019. (Chai Y Y. *Supersonic Flutter and Control of Laminated Structures with Complex Boundary Conditions*[D]. Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese))
- [20] Reddy J N. On laminated composite plates with integrated sensors and actuators[J]. *Engineering Structures*, 1999, 21(7): 568-593.
- [21] Leissa A W, Narita Y. Vibration studies for simply supported symmetrically laminated rectangular plates [J]. *Composite Structures*, 1989, 12(2): 113-132.
- [22] Chow S T, Liew K M, Lam K Y. Transverse vibration of symmetrically laminated rectangular composite plates [J]. *Composite Structures*, 1992, 20(4): 213-226.
- [23] Guo X H, Mei C. Application of aeroelastic modes on nonlinear supersonic panel flutter at elevated temperatures[J]. *Computers & Structures*, 2006, 84(24-25): 1619-1628.
- [24] Xue D Y, Mei C. Finite element nonlinear panel flutter with arbitrary temperatures in supersonic flow [J]. *AIAA Journal*, 1993, 31(1): 154-162.
- [25] Park J S, Kim J H. Suppression of aero-thermal large deflections and snap-through behaviors of composite panels using macro fiber composite actuators[J]. *Smart Materials and Structures*, 2004, 13(6): 1448-1459.

Aerothermoelastic Analysis and Flutter-Boundary Control of Composite Laminated Panels

Zhiyang Chen Wenguang Liu Long Cheng Hongxia Chen

(School of Aeronautical Manufacturing and Mechanical Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang, 330063)

Abstract This study focuses on the aerothermoelastic characteristics of composite laminated panels with fully simply-supported boundaries in supersonic airflow, implementing macro fiber composites (MFCs) for active flutter-boundary control. In modeling the equation of motion, the influence of in-plane thermal load on transverse bending deflection is considered, and the aerodynamic pressure in supersonic airflow is calculated on the basis of supersonic piston theory. Motion differential equations of the structural system are derived from classical laminated plate theory and Hamilton's principle with the assumed mode method, then transformed into state space equations. By solving the state matrix eigenvalues, natural frequencies of the structural system are obtained. Aerothermoelastic characteristics of the laminated panel are analyzed via the frequency domain method, assessing the effects of ply angle and geometric parameters of the laminated panel on critical flutter aerodynamic pressure and critical buckling temperature. The proportional feedback control method is used to design the controller, and flutter boundaries of the laminated panel are computed under different control gain coefficients. Results demonstrate that the laminated panel with a ply angle of $[90^\circ/-90^\circ/90^\circ]$ exhibits the lowest aerothermoelastic stability across various aspect ratios. For larger ply angles, an increase in aspect ratio enhances the aerothermoelastic stability of the laminated panel. Adjusting MFC ply angles effectively increases critical flutter aerodynamic pressure. Moreover, the proportional feedback control method can significantly enhance flutter boundaries, but the control gain coefficient requires to be adjusted to ensure stability and performance of the control system. A control gain coefficient that is too small results in weak control, while one that is too large can destabilize the structural system.

Key words supersonic, composite laminated panels, aerothermoelastic, active flutter-boundary control