

耦合声学黑洞结构的飞碟型声子晶体宽频带隙机理

陈俊豪^{1,2}, 李侯慧¹, 陈国东¹, 龙广成², 谢友均², 曾晓辉³(1. 内江师范学院建筑工程学院, 四川 内江 641000; 2. 中南大学土木工程学院, 长沙 410000;
3. 海南大学基建处, 海口 570100)

摘 要:为实现宽频带隙的声子晶体设计, 本工作将仿生设计与声学黑洞结构相结合, 基于局域共振理论, 提出了一种飞碟型声子晶体。通过有限元法对该声子晶体的能带结构、振动模式及衰减特性进行计算, 揭示了其带隙产生机理, 并分析了几何参数对带隙的影响规律。结果表明: 飞碟型声子晶体在 0~1000 Hz 产生了 1 条局域共振带隙, 位于 294~944 Hz, 带隙宽度为 650 Hz, 带隙覆盖率为 65%。带隙起始频率主要由散射体的平移振动决定, 而截止频率则是由边缘结构左右两侧的反向振动决定。增加小梯形的高度可以提高带隙的起始频率, 增加矩形的宽度可以调整带隙的截止频率, 调整大梯形的高度则可影响带隙宽度。

关键词: 带隙; 声子晶体; 仿生设计; 声学黑洞; 局域共振

中图分类号: O735; TB535 文献标志码: A 文章编号: 0454-5648(2025)11-3352-10

网络出版时间: 2025-09-30



在减振降噪领域, 声子晶体及其对弹性波传播的调控能力引起了广泛关注^[1-3]。声子晶体由一种或多种材料构成, 具有规则的结构, 其几何形状或物理性质呈现周期性变化。声子晶体的一个关键特性是带隙, 它能够有效地阻止弹性波在特定频率范围内传播, 同时允许其在通带频率范围内自由传播^[4-6]。利用声子晶体的带隙特性, 可以精确控制特定频率范围内的弹性波传播。因此, 声子晶体在相关领域中展现出巨大的潜力, 可能成为未来技术发展的重要方向之一。

根据带隙产生机理的不同, 声子晶体可分为布拉格散射型^[7-8]和局域共振型^[9-10]。当弹性波在周期变化的单元之间多次散射时, 就会产生布拉格带隙, 而局部共振带隙是由局域谐振单元的共振引起的。因此, 在设计布拉格散射型声子晶体时, 晶格常数和不同组分材料的搭配是重要的影响因素; 而因为局域共振理论更依赖单个散射体对波传输的影响, 所以设计局域共振型声子晶体时, 散射体

的共振形式及其在基体中的散射特性则显得尤为重要^[11]。基于此, 许多学者致力于新型声子晶体的设计与优化, 并深入探讨其带隙形成机理。

仿生设计是通过模仿自然界或现有物品的形态、结构及功能, 来创新和优化工程设计。近年来, 仿生设计已成为新型声子晶体开发的重要灵感来源。胡启国等^[12]提出了一种沙漏型声子晶体, 该声子晶体在 0~1000 Hz 频段内具有局域共振带隙。陈新华等^[13]利用蜂窝结构的优良力学特性, 构建了一种具有负泊松比特性的分形凹角蜂窝结构声子晶体。王成强等^[14]参考帽子形状, 设计了一种新型声子晶体, 能够在 183.35~245.14 Hz 频段内产生带隙。Brendel 等^[15]展示了一种纳米尺度的雪花型声子晶体。Li 等^[16]设计了 2 种具有低频带隙的三维花形声子晶体, 在 0~5000 Hz 内的带隙覆盖率达到了 78.2%。Bao 等^[17]提出了一种蜘蛛网状的声子晶体用于减少声能耗散。张茜等^[18]设计了一种陀螺型声子晶体, 该声子晶体在 129~153 Hz 存在带隙, 能够

收稿日期: 2025-01-15。 修订日期: 2025-03-11。

基金项目: 国家重点研发计划(2023YFB2604300); 国家自然科学基金(52078490); 内江市基础研究与应用基础研究项目(2024NJCYJN-JSY014); 内江师范学院大学生创新创业训练计划资助项目(X2024009; X2024072)。

第一作者: 陈俊豪(1993), 男, 博士, 讲师。

通信作者: 曾晓辉(1982), 男, 博士, 教授。

Received date: 2025-01-15. Revised date: 2025-03-11.

First author: CHEN Junhao (1993-), male, Ph.D., Lecturer.

E-mail: 359622670@qq.com

Correspondent author: ZENG Xiaohui (1982-), male, Ph.D., Professor.

E-mail: xzhzlh@126.com

显著降低结构低频噪声。

声学黑洞(ABH)结构是一种利用波动特性来实现声学波能量集中和吸收的工程结构设计,它以仿自然界中的黑洞特性命名。该结构通常具有厚度或几何形状逐渐变化的区域,例如锥形或楔形边缘。ABH 结构因其在减振降噪产品研发中展现的卓越性能,近年来得到了广泛应用,并成为相关领域的研究热点。陈俊豪等^[19]利用 ABH 结构的低频、宽频带和多模态特性,提出了一种耦合 ABH 结构的新型轻质声子晶体。Zhao 等^[20]利用 ABH 结构设计了一种新型声子晶体隔振器,该结构能在 200 Hz 以下产生了 3 条带隙。孟繁童^[21]提出了一种嵌入声学黑洞阵列的声子晶体板,证明了 ABH 结构可对声波进行调控。这些研究表明 ABH 结构可用于优化声子晶体的设计,从而显著提升其带隙特性。

为实现宽频带隙的声子晶体设计,将仿生设计与 ABH 结构相结合,基于局域共振理论提出了一种飞碟型声子晶体。通过有限元法对其能带结构、振动模式及衰减特性进行了系统计算,揭示了其带隙产生机理,并分析了几何参数对带隙的影响规律。

1 分析模型与计算方法

1.1 分析模型

提出的新型声子晶体设计灵感来源于飞碟,其原胞分析模型如图 1 所示,分析模型整体呈扁平对称的圆盘形设计。圆盘顶部中央凸起,形成一个圆顶部分;同时,圆盘边缘逐渐变薄,与主体之间过渡平滑自然。该分析模型由散射体、包裹层和边缘结构 3 部分组成,其中边缘结构由连接短板和 ABH 结构构成。

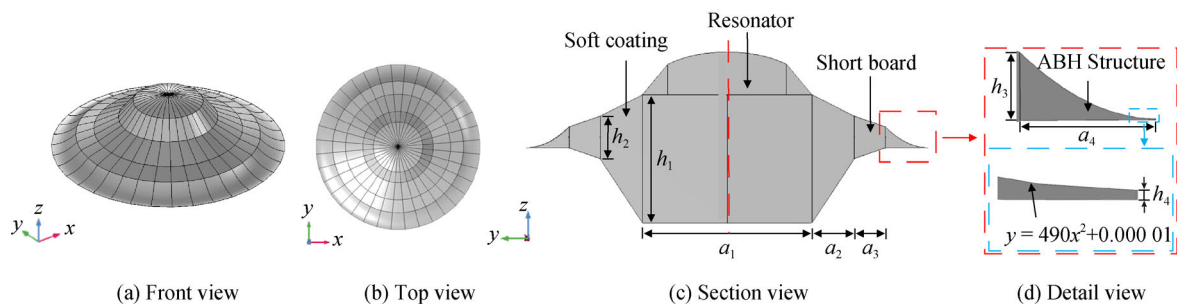


图 1 飞碟型声子晶体原胞分析模型

Fig. 1 Analysis model of the flying saucer shaped phononic crystal

从图 1c 所示的分析模型剖面图可以看出,飞碟型声子晶体原胞分析模型为旋转体,能够通过将二维剖面图绕中心轴旋转半周得到。根据二维剖面图,散射体截面由矩形和部分圆形截面上下组合而成,其中矩形的长度为 a_1 ,宽度为 h_1 ;包裹层截面为大梯形,且大梯形的上底边长为 h_2 ,下底边长为 h_1 ,高度为 a_2 ;边缘结构截面则是由小梯形和 ABH 结构组成,其中小梯形的上底边长为 h_3 ,下底边长为 h_2 ,高度为 a_3 ,ABH 结构的厚度以幂函数 ($y=490x^2+0.000\ 01$) 形式逐渐减小,最大厚度为 h_3 ,最小厚度为 h_4 ,结构长度为 a_4 ;声子晶体的晶格常数取飞碟剖面图中的最大长度 a ,该定义方式与声子晶体领域对非规则单胞的通用处理方法一致。分析模型的几何参数如表 1 所示。

基于局域共振理论,选择钨作为散射体材料,硅橡胶作为包裹层材料,环氧树脂作为边缘结构材料,以实现飞碟型声子晶体的带隙特性。钨具有较高的密度和刚度,能够增强局域共振效应;

表 1 原胞分析模型的几何参数

Table 1 Geometric parameter of the cell analysis model

Parameter	Value/mm
a	9.43
a_1	2
a_2	1
a_3	0.732
a_4	1
h_1	3
h_2	1
h_3	0.5
h_4	0.01

硅橡胶的弹性和柔性有助于局部共振的形成,从而优化带隙效果。环氧树脂作为边缘结构材料,具有适中的密度和刚度,有助于维持声子晶体结构的稳定性。上述材料的参数在理论上合理,能够有效支持局域共振带隙的形成。各材料的参数如表 2 所示。

表 2 原胞分析模型的材料参数

Table 2 Material parameter of the cell analysis model

Parameter	Resonator	Soft coating	Edge structure
Elastic modulus/Pa	3.54×10^{11}	1.175×10^5	4.35×10^9
Density/kg·m ⁻³	19 100	1300	1180
Poisson's ratio	0.35	0.469	0.37

1.2 计算方法

有限元法在计算原胞带隙时具有显著的优越性，得到了广泛的应用^[22]。使用有限元方法求解带隙的主要思想如下：首先，将原胞分析模型离散为有限单元体，每个单元体内的连续场由其节点力和节点位移来表征，如图 3 所示；然后，再根据平衡条件建立有限元方程，并对 Bloch-Floquet 周期边界条件进行设置，得到包含波矢-频率关系的本征方程；最后，求解本征方程即得到等效模型的频散关系。

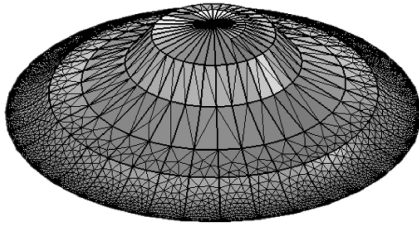


图 2 原胞有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the cell

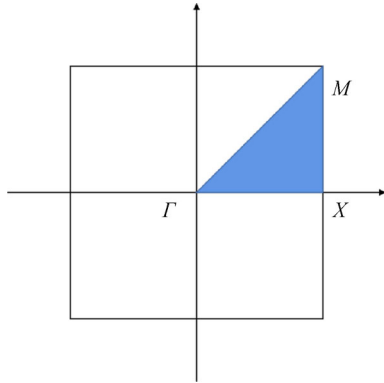


图 3 原胞分析模型的 Brillouin 区

Fig. 3 Irreducible Brillouin zone of the cell analysis model

对于本研究的飞碟型声子晶体，其弹性波动方程为式(1)^[23]。

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}, t) = \rho \mathbf{r} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)) + \mu \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

式中： $\mathbf{u}$ 为位移向量； $\mathbf{r}$ 为位置向量； t 为时间项； ρ 为质量密度； λ 和 μ 为拉梅常数； ∇ 为哈密顿微分算子； $\cdot$ 为点积。

考虑模型的周期性，根据 Bloch-Floquet 定理，计算可被限制在单个原胞内，周期边界条件上的所

有节点位移应该满足以下关系^[24]，

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{a})} \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

式中： $\mathbf{a}$ 为晶格常数； $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ 为波振幅； $\mathbf{k}$ 为波矢； ω 为角频率。

在控制方程中应用周期边界条件，典型局域共振原胞的本征方程为^[25]

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U} = 0 \quad (4)$$

式中： $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵； $\mathbf{M}$ 为质量矩阵； $\mathbf{U}$ 为位移矩阵。

原胞分析模型的 Brillouin 区如图 3 所示，波矢 $\mathbf{k}$ 沿边界 Γ -X-M- Γ 扫描，结合式(2)~式(4)，通过 COMSOL 有限元软件求解特征值，便可获得该声子晶体的能带结构和振动模式。

2 带隙机理与分析

2.1 能带结构

能带结构图中的每条频散曲线上的点对应原胞的某一振动模式。在带隙区间内，未出现任何频散曲线，表明该频段内不存在振动产生，即该频率范围内的振动被有效屏蔽和抑制。利用 COMSOL 有限元软件对分析模型的带隙进行了计算，得到飞碟型声子晶体的能带结构，如图 4 所示。从图 4 可以看出，所提出的飞碟型声子晶体具有带隙特性，在 0~1000 Hz 频段内产生了 1 条局域共振带隙，位于 294~944 Hz，带隙宽度为 650 Hz，带隙覆盖率为 65%。

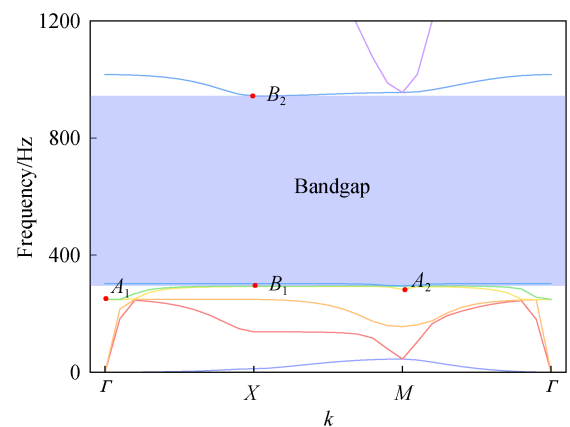


图 4 飞碟型声子晶体的能带结构

Fig. 4 Band structure of the flying saucer shaped phononic crystal

将该飞碟型声子晶体通过周期性阵列排布制成

复合吸声板, 可充分发挥其宽达 650 Hz (294~944 Hz) 的低频局域共振带隙特性, 为多领域振动与噪声控制提供创新解决方案。在汽车工程领域, 该吸声板可嵌入汽车车门、车顶或底盘夹层中, 通过抑制 200~500 Hz 频段的路面胎噪及发动机共振谐波; 在轨道交通领域, 将该吸声板集成于列车车厢壁板、转向架或轨道基垫中, 可同步衰减轮轨摩擦噪声 (500~800 Hz) 和车体结构振动 (300~600 Hz)。这一创新设计为工程噪声与振动控制提供了兼具机理创新性与工程可行性的解决方案, 展现出较强的实用化潜力。

2.2 带隙形成机理

为了阐明飞碟型声子晶体带隙的形成机理, 选取图 4 中的 4 个特征点 (A_1 、 A_2 、 B_1 和 B_2) 进行振动模式分析。具体而言, 特征点 A_1 和 A_2 位于通带范围, 特征点 B_1 位于带隙起始频率处, 特征点 B_2 则位于带隙截止频率处。图 5 和图 6 中箭头的方向表示结构的振动方向。为了清晰展示, 箭头的大小被适当放大或缩小。

飞碟型声子晶体在特征点 A_1 和 A_2 处的振动模式如图 5 所示。从图 5 可以看出, 声子晶体在特征点 A_1 处的振动模式表现为散射体绕中心轴的扭转振动, 包裹层也随散射体绕中心轴进行扭转振动, 而边缘结构几乎不发生振动。在特征点 A_1 处, 位移主要集中在散射体中, 位移场呈现沿 $R1$ 方向的旋转趋势; 在特征点 A_2 处, 振动模式与 A_1 处类似, 但不同之处在于边缘结构也表现出沿 $R2$ 方向的旋

转趋势。在这 2 种振动模式中, 由于扭转振动不会在 x 、 y 或 z 方向上产生合力, 因此散射体和边缘结构与弹性波之间不存在耦合作用, 能带结构图上表现为频散曲线穿越整个不可约布里渊区, 而不产生新的局域共振带隙。

飞碟型声子晶体在特征点 B_1 和 B_2 处的振动模式如图 6 所示。从图 6 可以看出, 声子晶体在特征点 B_1 处的振动模式为散射体的平移振动, 包裹层随散射体一起振动, 而边缘结构不发生振动。在特征点 B_2 处, 振动模式则表现为左侧和右侧边缘结构的反向平移振动, 包裹层随边缘结构振动。在特征点 B_1 处, 位移主要集中在散射体中, 边缘结构几乎无位移。在该振动模式下, 散射体带动包裹层沿 $R3$ 方向平移振动, 一侧的包裹层受到挤压, 另一侧则受到拉伸, 边缘结构趋于静止, 声子晶体整体处于动态平衡状态。散射体沿 $R3$ 方向产生合力, 并与弹性波相耦合, 从而打开局域共振带隙。在特征点 B_2 处, 位移主要集中在边缘结构的左右两侧。此时, 左侧边缘结构沿 $R4$ 方向平移振动, 右侧边缘结构则沿相反的 $R5$ 方向平移, 两者呈现反向振动, 散射体和边缘结构与弹性波的耦合作用减弱, 导致局域共振带隙的闭合。

总体而言, 飞碟型声子晶体带隙的形成机理主要是声子晶体中散射体和边缘结构的平移振动模式产生的合力与弹性波的强烈耦合作用导致了局域共振带隙的产生, 该耦合作用的强弱控制带隙的打开与关闭。

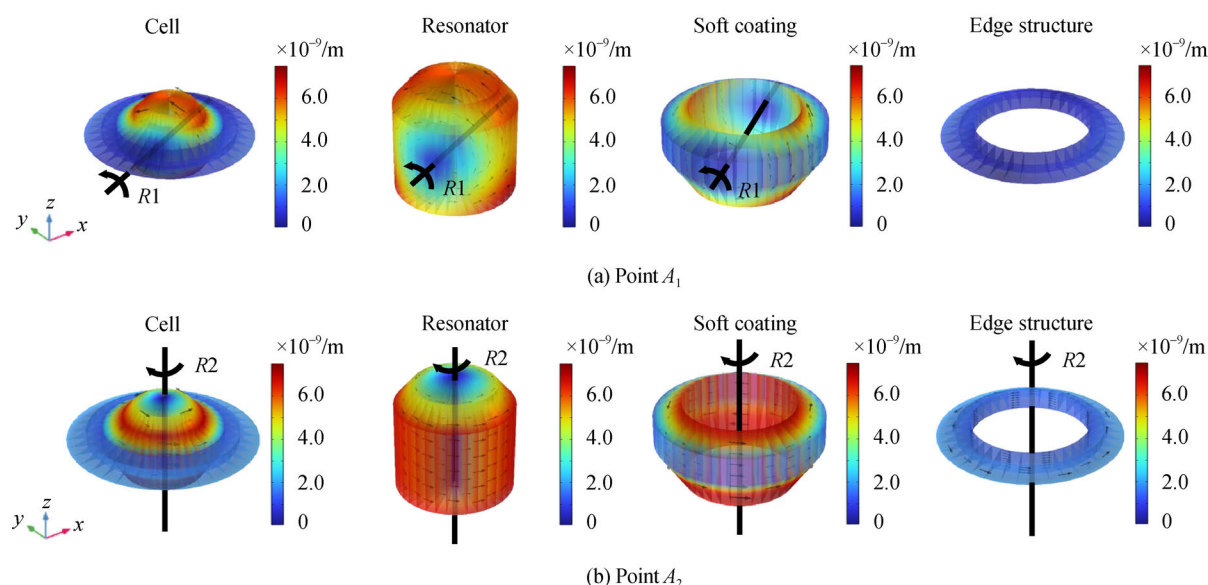
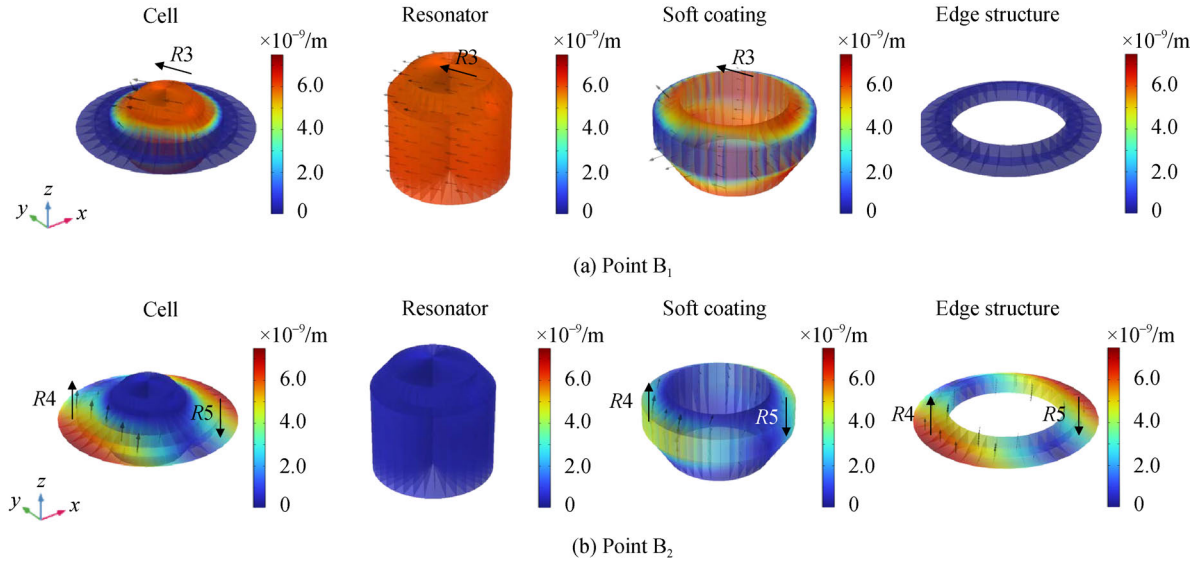


图 5 飞碟型声子晶体在特征点 A_1 和 A_2 处的振动模式

Fig. 5 Vibration modes of the flying saucer shaped phononic crystal at feature points A_1 and A_2

图6 飞碟型声子晶体在特征点 B_1 和 B_2 处的振动模式Fig. 6 Vibration modes of the flying saucer shaped phononic crystal at feature points B_1 and B_2

2.3 衰减特性

利用衰减特性验证飞碟型声子晶体的带隙特性，主要是通过其在特定频率范围内对弹性波传播产生显著抑制作用的现象，从而表征声子晶体的带隙特性。飞碟型声子晶体的衰减特性计算模型如图7所示，该模型由8个飞碟型声子晶体沿 x 轴阵列形成。在该计算模型的输入端施加振动加速度，并在输出端提取振动加速度，通过这一过程可以分析声子晶体的衰减特性。为了确保计算结果的准确性与稳定性，激励频率范围设置为 $0 \sim 1200$ Hz，且以 1.0 Hz 的频率步长进行线性扫描。该频率范围覆盖了飞碟型声子晶体的带隙范围，从而能够全面捕捉到不同频率下的振动特性。频响函数是描述一个线性时不变系统对不同频率输入信号的响应特性的一种数学表达式，反映了系统输出与输入信号的关系，其定义如下^[25]：

$$T = 20 \lg \left(\frac{a_{\text{out}}}{a_{\text{in}}} \right) \quad (5)$$



图7 衰减特性计算模型

Fig. 7 Calculation model of attenuation characteristics

式中： T 是频响函数； a_{in} 是模型输入端的振动加速度； a_{out} 是模型输出端提取的振动加速度。

计算得到的飞碟型声子晶体的频响函数曲线如图8所示。从图8可以看出，阴影部分表示频响函数小于零的区域，这对应于振动衰减区间，具体范围为 $294 \sim 944$ Hz。该频段与飞碟型声子晶体的带隙范围一致，进一步验证了其局域共振带隙的准确性。

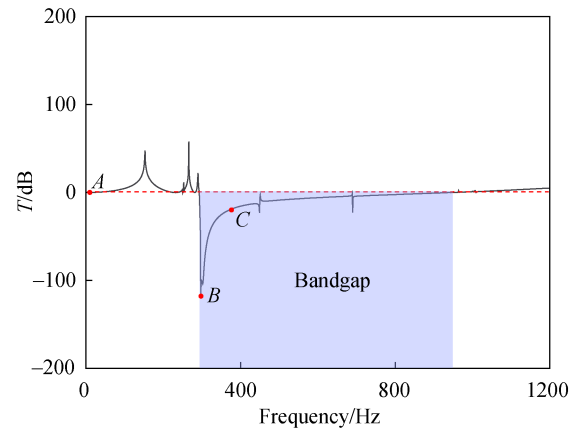


图8 飞碟型声子晶体的频响函数曲线

Fig. 8 Frequency response function curve of the flying saucer shaped phononic crystal

为了进一步分析带隙对计算模型振动衰减的影响，从频响函数曲线中选择了3个关键特征点进行分析。具体而言，选取了通带范围的特征点 A ，带隙范围的特征点 B 和 C 。提取3个特征点对应的计算模型加速度场如图9所示，从图9可以看出，在

特征点 A 处, 由于频率处于通带范围内, 声子晶体中的加速度值几乎相同, 表明振动能量可以平稳地通过整个计算模型, 且未受到明显的衰减。此时, 声子晶体作为一个完整的振动系统, 能够有效传递外部激励的振动能量, 系统整体表现出较强的响应能力。而在特征点 B 和 C 的加速度场中, 由于频率处于带隙范围内, 振动能量无法有效传播, 导致大

部分的加速度被局域在前几个声子晶体中。这种现象表明, 在带隙区域, 振动能量的传递受到了极大的抑制, 绝大多数的振动能量被局限在声子晶体的内部, 只有少部分的能量能够穿越至输出端。这一分析结果进一步证明了带隙的存在能够显著抑制弹性波的传播, 使得振动能量无法顺利通过结构, 从而有效地实现了能量的隔离和衰减。

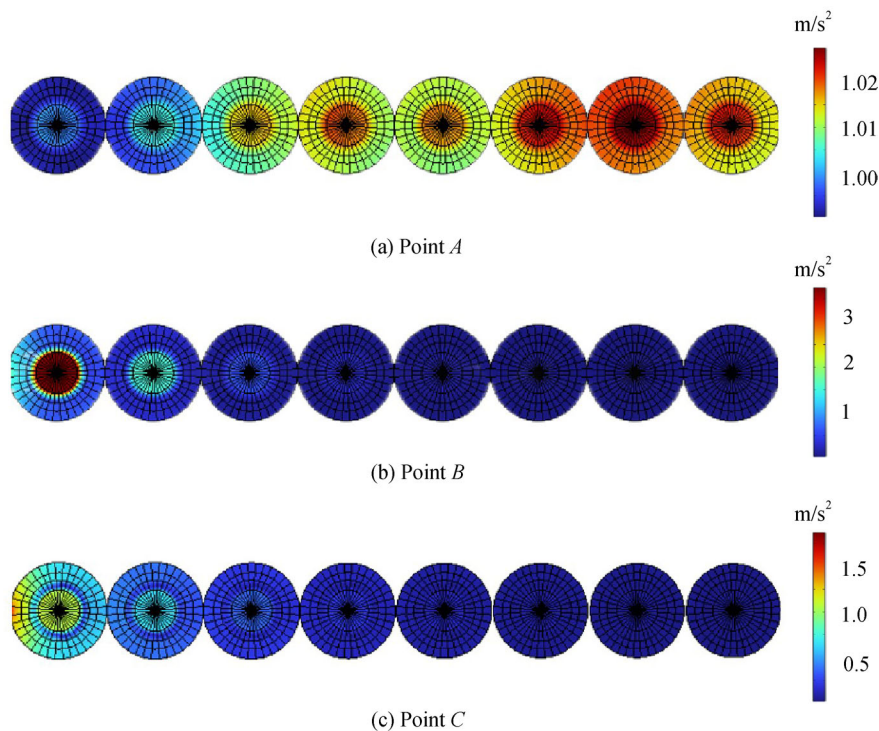


图 9 计算模型的加速度场分布
Fig. 9 Acceleration field distribution of the calculation model

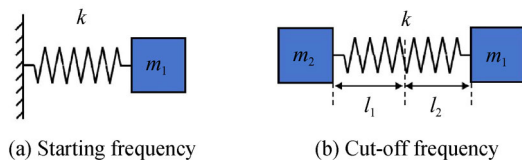
3 带隙的影响因素分析

3.1 影响因素及水平

局域共振带隙产生原因是散射体自身的共振特性和入射弹性波之间的相互耦合作用。等效模型法求解原胞带隙的主要步骤为: 1) 分析带隙起始频率及截止频率对应的原胞振动模式; 2) 将原胞的振动模式简化为“弹簧-质量”或“质量-弹簧-质量”模型, 确定其中的质量及刚度参数, 最后, 结合原胞振动模式判断简化模型的共振形式, 计算共振频率得到对应的带隙估计式。

根据 2.2 节的研究可知, 飞碟型声子晶体的带隙起始频率对应的振动模式为散射体沿某方向的平移振动, 包裹层主要受拉伸和压缩变形, 因此, 将包裹层等效为弹簧, 散射体等效为质量块, 组成“弹簧-质量”模型, 如图 10a 所示。带隙截止频率对应

的振动模式为左侧边缘结构与右侧边缘结构之间的反向振动, 包裹层同样受拉伸和压缩变形, 如图 10b 所示的“质量-弹簧-质量”的弹簧双振子模型的共振频率决定了带隙的截止频率。



k is spring rate; m_1 is the mass of block m_1 ; m_2 is the mass of block m_2 .

图 10 带隙对应的质量-弹簧简化模型

Fig. 10 Simplified mass-spring model corresponding to the bandgap

在带隙起始频率处, 散射体在弹簧作用下发生平移振动, 而在截止频率处, 左侧边缘结构与右侧边缘结构在弹簧作用下发生反向振动, 图中虚线位

置即为其力学平衡的静点。简化模型的运动方程为式(7)~式(8)。

$$m_1 \ddot{u}_1 + k u_1 = 0 \quad (6)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + k(u_2 - u_3) = 0 \quad (7)$$

$$m_3 \ddot{u}_3 + k(u_3 - u_2) = 0 \quad (8)$$

式中： m_1 是散射体的等效质量； m_2 是左侧边缘结构等效质量； m_3 是右侧边缘结构等效质量； u_1 是散射体位移； u_2 是左侧边缘结构位移； u_3 是右侧边缘结构位移； k 是包裹层等效刚度。

根据运动方程得到简化模型的共振频率分别为式(9)和式(10)。

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad (9)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k(m_2 + m_3)}{m_2 m_3}} \quad (10)$$

式中： f_1 是“弹簧-质量”模型的共振频率，对应于带隙起始频率； f_2 是“质量-弹簧-质量”模型的共振频率，对应于带隙截止频率。

由式(9)和式(10)可知，飞碟型声子晶体的带隙主要与散射体等效质量、边缘结构等效质量和包裹层等效刚度有关。因此，为了调控声子晶体的带隙位置和范围，研究几何参数对声子晶体带隙特性的影响规律显得尤为重要。在本节中，基于控制变量法，以 1.1 节中声子晶体的几何参数为基准，选取了 3 个与散射体等效质量、边缘结构等效质量和包裹层等效刚度相关的几何参数，分别是矩形的宽度 h_1 、大梯形的高度 a_2 、小梯形的高度 a_3 ，其中每个参数设计 5 个水平，如表 3 所示。

表 3 声子晶体的几何参数及水平

Table 3 Geometric parameter and level of the phononic crystal

Geometric parameter	Level 1	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5
a_2	0.6	0.8	1	1.2	1.4
a_3	0.3	0.5	0.732	1.0	1.2
h_1	2	2.5	3	3.5	4

a_2 is height of the large trapezoid; a_3 is height of small trapezoid; h_1 is width of the rectangle.

3.2 矩形宽度对带隙的影响

矩形宽度对飞碟型声子晶体带隙的影响规律如图 11 所示。从图 11 可以看出，随着矩形宽度 h_1 从 2 mm 增大至 4 mm，声子晶体的带隙起始频率由 352 Hz 降低至 280 Hz，截止频率由 845 Hz 增

大至 961 Hz，带隙宽度由 493 Hz 增大至 681 Hz。矩形宽度 h_1 的增大不仅会增加散射体的等效质量 m_1 ，也会使附着在其表面的包裹层体积增大，从而降低其等效刚度 k ，在等效质量 m_1 和等效刚度 k 的综合作用下，飞碟型声子晶体带隙的起始频率显著降低。

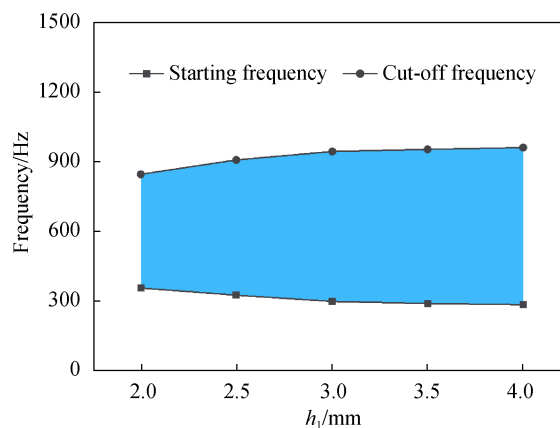


图 11 矩形宽度对带隙的影响

Fig. 11 Influence of rectangle width on bandgap

3.3 大梯形的高度对带隙的影响

大梯形的高度对声子晶体带隙的影响规律如图 12 所示。从图 12 可以看出，随着大梯形的高度 a_2 由 0.6 mm 增大至 1.4 mm，声子晶体的带隙由 402~1312 Hz 降低至 248~734 Hz，带隙宽度由 910 Hz 降低至 486 Hz。这主要是因为随着大梯形的高度 a_2 增大，包裹层的几何形状发生变化，其等效刚度 k 相应减小，而散射体的等效质量 m_1 以及边缘结构的等效质量 m_2 和 m_3 均保持不变，依据式(9)和式(10)可知，等效刚度 k 的减小直接导致了带隙的起始频率 f_1 和截止频率 f_2 的降低。

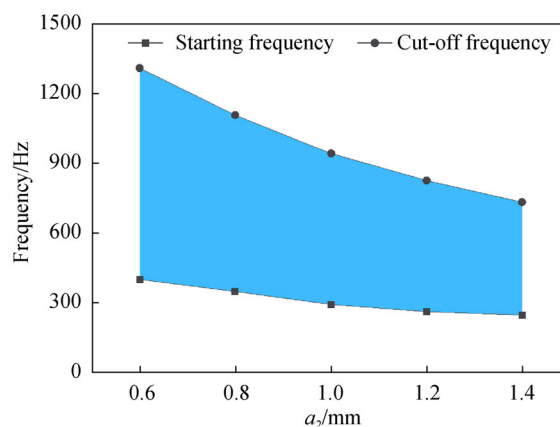


图 12 大梯形的高度对带隙的影响

Fig. 12 Influence of the height of large trapezoid on bandgap

3.4 小梯形的高度对带隙的影响

小梯形的高度对声子晶体带隙的影响规律如图 13 所示。从图 13 可以看出, 随着小梯形的高度 a_3 由 0.3 mm 增大至 1.2 mm, 声子晶体的带隙起始频率由 288 Hz 增大至 326 Hz, 截止频率由 1170 Hz 降低至 780 Hz, 带隙宽度由 882 Hz 降低至 454 Hz。这主要是因为小梯形的高度 a_3 增大, 引起了边缘结构的等效质量 m_2 和 m_3 均增大, 而包裹层的等效刚度 k 保持不变, 从而导致带隙的截止频率降低, 并最终使得带隙宽度缩小。

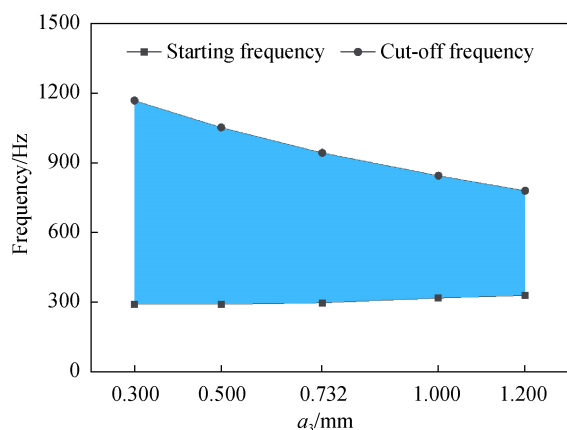


图 13 小梯形的高度对带隙的影响

Fig. 13 Influence of the height of small trapezoid on bandgap

4 结论

1) 提出的飞碟型声子晶体具有带隙特性, 在 0~1000 Hz 频段内产生了一条局域共振带隙, 位于 294~944 Hz, 带隙宽度为 650 Hz, 带隙覆盖率为 65%。将该声子晶体通过阵列形式制成吸声板, 有望为汽车、轨道列车、船舶及航空航天等领域提供有效的振动与噪声抑制解决方案。

2) 飞碟型声子晶体的带隙特性由其组成结构的振动模式决定, 具体来说, 带隙起始频率主要由散射体的平移振动决定, 而截止频率则是由边缘结构左右两侧的反向振动决定。

3) 当激励频率处于带隙范围内时, 飞碟型声子晶体能够有效地局域振动能量。大部分振动能量被局域在声子晶体的内部结构中, 尤其是在散射体和边缘结构处, 仅有少量的振动能量被传递到输出端。这个过程实现了对振动的强烈抑制, 从而达到减振和噪声抑制的目的。

4) 飞碟型声子晶体的带隙特性, 特别是带隙的位置和宽度, 主要受到散射体的等效质量、边缘结构的等效质量以及包裹层的等效刚度的影响。通过

对几何参数的优化配置, 可以调控飞碟型声子晶体的带隙特性: 增加小梯形的高度可以提高带隙的起始频率; 增加矩形的宽度以调整带隙的截止频率; 调整大梯形的高度则可影响带隙宽度。

参考文献:

- [1] WANG Y F, WANG Y S. Multiple wide complete bandgaps of two-dimensional phononic crystal slabs with cross-like holes[J]. J Sound Vib, 2013, 332(8): 2019–2037.
- [2] HUANG J K, LIU X W, CHEN X H, et al. Multiple flexural-wave attenuation zones of periodic slabs with cross-like holes on an arbitrary oblique lattice: Numerical and experimental investigation[J]. J Sound Vib, 2018, 437: 135–149.
- [3] ZAFAR L R, HUANG J, KHAN M A. Quality enhancement and insertion loss reduction of a rectangular resonator by employing an ultra-wide band gap diamond phononic crystal[J]. Chin J Phys, 2020, 65: 481–490.
- [4] GAO F C, WU Z J, LI F M, et al. Numerical and experimental analysis of the vibration and band-gap properties of elastic beams with periodically variable cross sections[J]. Waves Random Complex Medium, 2019, 29(2): 299–316.
- [5] 陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 等. 具有减振功能的混凝土超材料的带隙特性[J]. 硅酸盐学报, 2023, 51(5): 1272–1282.
- [6] CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun, et al. J Chin Ceram Soc, 2023, 51(5): 1272–1282.
- [7] WANG Y F, YANG L, WANG T T, et al. Guided Lamb waves in reconfigurable phononic crystal waveguides[J]. APL Mater, 2021, 9(8): 081110.
- [8] KUSHWAHA M S, HALEVI P, DOBRZYNSKI L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites[J]. Phys Rev Lett, 1993, 71(13): 2022–2025.
- [9] LAMAS P B, NICOLETTI R. The spatial Fourier summation of corrugated beams and their band gap formation[J]. Mech Syst Signal Process, 2024, 215: 111396.
- [10] LIU Z, ZHANG X, MAO Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734–1736.
- [11] HO K M, CHENG C K, YANG Z, et al. Broadband locally resonant sonic shields[J]. Appl Phys Lett, 2003, 83(26): 5566–5568.
- [12] 刘威, 何泽银, 范爱军, 等. 双侧空心不对称散射体声子晶体带隙机理[J]. 硅酸盐学报, 2022, 50(3): 775–781.
- [13] LIU Wei, HE Zeyin, FAN Aijun, et al. J Chin Ceram Soc, 2022, 50(3): 775–781.
- [14] 胡启国, 魏晨, 刘瀛. 沙漏型声子晶体的中低频隔声减振性能研究[J]. 陕西科技大学学报, 2024, 42(1): 131–137.
- [15] HU Qiguo, WEI Chen, LIU Ying. J Shaanxi Univ Sci Technol, 2024, 42(1): 131–137.
- [16] 陈新华, 张晨, 陈猛, 等. 分形凹角蜂窝结构声子晶体振动带隙特性[J]. 人工晶体学报, 2022, 51(8): 1343–1352.
- [17] CHEN Xinhua, ZHANG Chen, CHEN Meng, et al. J Synth Cryst, 2022, 51(8): 1343–1352.
- [18] 王成强, 张茜, 邹连龙, 等. 高速列车“帽型”声子晶体内饰板低频声振特性研究[J]. 华东交通大学学报, 2022, 39(3): 118–125.
- [19] WANG Chengqiang, ZHANG Xi, ZOU Lianlong, et al. J East China Jiaotong Univ, 2022, 39(3): 118–125.

- [15] BRENDDEL C, PEANO V, PAINTER O, et al. Snowflake phononic topological insulator at the nanoscale[J]. *Phys Rev B*, 2018, 97(2): 020102.
- [16] LI X D, CHENG S L, LI J Y, et al. Analysis of vibration and noise reduction performance of 3D flower-shaped resonance structure with low-frequency bandgap[J]. *Phys B Condens Matter*, 2024, 680: 415806.
- [17] BAO F H, WU X Q, ZHOU X, et al. Spider web-like phononic crystals for piezoelectric MEMS resonators to reduce acoustic energy dissipation[J]. *Micromachines*, 2019, 10(9): 626.
- [18] 张茜, 刘卓昊, 李承诚, 等. 带陀螺型声子晶体的高速列车型材结构低频隔声性能探究[J]. *噪声与振动控制*, 2022, 42(1): 220–226.
- ZHANG Xi, LIU Zhuohao, LI Chengcheng, et al. Noise Vib Control, 2022, 42(1): 220–226.
- [19] 陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 等. 耦合声学黑洞结构的轻质声子晶体低频带隙机理[J]. *硅酸盐学报*, 2023, 51(1): 226–234.
- CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun et al. *J Chin Ceram Soc*, 2023, 51(1): 226–234.
- [20] ZHAO C Y, ZHENG J Y, SANG T, et al. Computational analysis of phononic crystal vibration isolators via FEM coupled with the acoustic black hole effect to attenuate railway-induced vibration[J]. *Constr Build Mater*, 2021, 283: 122802.
- [21] 孟繁童. 基于声学黑洞的声子晶体声波操控特性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2019.
- MENG Fantong. Research on wave manipulation characteristic on phononic crystal based on acoustic black hole[D]. Chongqing: Chongqing University, 2019.
- [22] XU Y L, TIAN X G, CHEN C Q. Band structures of two dimensional solid/air hierarchical phononic crystals[J]. *Phys B Condens Matter*, 2012, 407(12): 1995–2001.
- [23] ERINGEN A S E. *Elastodynamics, Volume II: Linear Theory*[M]. New York: Academic Press, 1975.
- [24] GAZALET J, DUPONT S, KASTELIK J C. et al. A tutorial survey on waves propagating in periodic media: Electronic, photonic and phononic crystals. Perception of the Bloch theorem in both real and Fourier domains[J]. *Wave Motion*, 2013, 50(3): 619–654.
- [25] LEI L J, MIAO L C, ZHENG H Z, et al. Band gap extending of locally resonant phononic crystal with outward hierarchical structure[J]. *Appl Phys A*, 2022, 128(6): 05566.

Broadband Bandgap Mechanism of Flying Saucer Shaped Phononic Crystals Coupled to Acoustic Black Hole Structure

CHEN Junhao^{1,2}, LI Yuhui¹, CHEN Guodong¹, LONG Guangcheng², XIE Youjun², ZENG Xiaohui³

(1. School of Architectural Engineering, Neijiang Normal University, Neijiang 641000, Sichuan, China; 2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410000, China; 3. Infrastructure Department, Hainan University, Haikou 570100, China)

Extended Abstract

Introduction In the field of vibration and noise reduction, phononic crystals and their ability to regulate elastic wave propagation have attracted significant attention. Leveraging the bandgap characteristics of phononic crystals, researchers can precisely control elastic wave transmission within specific frequency ranges. To this end, numerous scholars have dedicated efforts to designing and optimizing novel phononic crystals while investigating their bandgap formation mechanisms. Biomimetic design, which innovates engineering solutions by emulating forms, structures, and functions from nature or existing systems, has emerged as a vital source of inspiration for developing advanced phononic crystals in recent years. Furthermore, the acoustic black hole (ABH) structure, an engineered design that leverages wave manipulation characteristics to achieve energy focusing and absorption of acoustic waves, has been demonstrated to effectively optimize phononic crystal configurations, thereby significantly enhancing their bandgap properties. Aiming to achieve broad bandgap implementation in phononic crystal design, this study integrates biomimetic concepts with the ABH structures and proposes a flying saucer shaped phononic crystal configuration based on local resonance theory.

Methods Currently, the bandgaps of phononic crystals are primarily determined through plane wave expansion (PWE), finite-difference time-domain (FDTD), lumped mass methods, and finite element method (FEM). The FEM demonstrates distinct advantages in calculating unit cell bandgaps and has been widely adopted. The fundamental principle of bandgap computation using FEM involves three key stages: First, the unit cell analytical model is discretized into finite elements, where the continuous field within each element is characterized by nodal forces and displacements. Subsequently, finite element equations are established based on equilibrium conditions, incorporating Bloch-Floquet periodic boundary conditions to derive an eigenvalue equation containing wavevector–frequency relationships. Ultimately, solving this eigenvalue equation yields the dispersion relations of the equivalent model. This study employs the COMSOL Multiphysics finite element analysis platform to solve the eigenvalue problem, thereby obtaining the band structure of the phononic crystal while simultaneously acquiring its vibration modes.

Results and discussion The flying saucer shaped phononic crystal proposed in this study exhibits pronounced bandgap characteristics, generating a local resonance bandgap within the 0–1000 Hz frequency range. Specifically, the bandgap spans from 294 Hz to 944 Hz with a width of 650 Hz, exhibiting a relative coverage ratio of 65% over the target frequency spectrum.

The parametric analysis reveals significant geometric sensitivity of bandgap characteristics: 1) With the rectangular width h_1 increasing from 2 mm to 4 mm, the bandgap starting frequency decreases from 352 Hz to 280 Hz while the cut-off frequency elevates

from 845 Hz to 961 Hz, resulting in a 38.1% bandwidth enhancement from 493 Hz to 681 Hz; 2) As the large trapezoidal height a_2 grows from 0.6 mm to 1.4 mm, the bandgap shifts downward from 402–1312 Hz to 248–734 Hz, accompanied by a 46.6% bandwidth reduction from 910 Hz to 486 Hz. 3) When the small trapezoidal height a_3 escalates from 0.3 mm to 1.2 mm, the initial frequency increases by 13.2% (288 Hz to 326 Hz) whereas the cut-off frequency drops by 33.3% (1170 Hz to 780 Hz), collectively causing a 48.5% bandwidth decrease from 882 Hz to 454 Hz.

Conclusions The bandgap characteristics of the flying saucer shaped phononic crystal are determined by the vibration modes of its constituent structures. Specifically, the bandgap starting frequency is primarily governed by the translational vibration of the resonator, while the cut-off frequency results from the reverse-phase vibrations on both sides of the edge structure.

When the excitation frequency falls within the bandgap range, the flying saucer shaped phononic crystal effectively localizes vibrational energy. Most energy is confined within the internal structure, particularly at the resonator and edge regions, with minimal energy transmitted to the output terminal. This process achieves strong vibration suppression, thereby fulfilling the objectives of vibration reduction and noise control.

The bandgap characteristics of the flying saucer shaped phononic crystal, especially the bandgap position and width, are predominantly influenced by the equivalent mass of the resonator, the equivalent mass of the edge structure, and the equivalent stiffness of the soft coating. Geometric parameter optimization enables precise bandgap tuning: increasing the small trapezoidal height elevates the bandgap starting frequency; enlarging the rectangular width adjusts the cutoff frequency; and modifying the height of the large trapezoid alters the bandgap width.

The flying saucer shaped phononic crystal proposed in this study exhibits bandgap characteristics. By configuring the flying saucer shaped phononic crystal into composite acoustic absorption panels through periodic array arrangements, this design fully exploits its low-frequency local resonance bandgap characteristics spanning 650 Hz, providing innovative solutions for multi-domain vibration and noise control. In automotive engineering, the panels can be embedded within door cavities, roof structures, or chassis interlayers to suppress road-induced tire noise (200–500 Hz) and engine resonance harmonics. For rail transit applications, integrating the panels into carriage wallboards, bogie systems, or track underlayments enables simultaneous attenuation of wheel-rail friction noise (500–800 Hz) and carbody structural vibrations (300–600 Hz). This innovative approach offers a mechanism-driven yet engineering-feasible solution for industrial noise and vibration mitigation, demonstrating significant practical potential.

Keywords bandgap; phononic crystal; bionic design; acoustic black hole; local resonance