

确定混凝土软化曲线的自修正逆推法

米正祥¹, 袁任重², 罗丹旒³, 高小峰⁴, 张洪亮¹(1. 长安大学公路学院, 西安 710064; 2. 湖北交投荆楚建设管理有限公司, 湖北 荆州 434000;
3. 广西大学土木建筑工程学院, 南宁 530004; 4. 浙江工业大学土木工程学院, 杭州 310023)

摘 要: 为基于试验所测荷载-裂缝张开位移曲线确定出混凝土软化关系, 将全局最佳拟合与参数自动修正技术相结合, 提出了自修正逆推法。该方法可以考虑局部特性对软化曲线的影响, 允许自定义拟合参数的搜索边界, 且无需预先假定软化曲线最终形状。通过开展断裂试验, 校验了所提方法的合理性、通用性与稳健性。结果表明: 该方法模拟的荷载与试验结果吻合良好, 逆推所得软化曲线跟拟合参数初始猜测无关, 对不同形式和材料的混凝土试件普遍适用; 不同湿度下的软化曲线形状相似, 但湿度越低, 抗拉强度和临界裂缝宽度越小, 且在后期这种减小更显著。

关键词: 混凝土; 自修正技术; 软化本构; 局部特性; 干-热养护

中图分类号: TU528 文献标志码: A 文章编号: 0454-5648(2024)02-0641-11

网络出版时间: 2023-12-06



随着混凝土的应用越来越广泛, 其面临的工作环境也越来越复杂, 其中不乏极端气候条件, 如新疆炎热沙漠气候、西南干热河谷气候等。大量研究表明: 混凝土断裂特性与养护环境密切相关, 而干-热气候会导致更严重的开裂问题^[1-2]。

拉伸软化关系(简称 σ - w 曲线)作为混凝土最重要的断裂参数之一, 描述了断裂过程区(FPZ)内所传递应力与裂缝宽度间的关系, 它是应用有限元模拟混凝土非线性特性时的关键输入参数。确定软化关系最直接的方法是单轴拉伸试验, 它可直接测得软化曲线、断裂能和抗拉强度。然而, 单轴拉伸试验对荷载偏心和试件边界翘曲非常敏感, 而且由于混凝土固有的不均匀性, 易发生非均匀开裂, 导致所测结果误差较大, 甚至无法使用^[3]。

为了避免上述困难, 常采用三点弯曲、楔入劈拉等试验测试混凝土断裂性能。但弯曲试验由于黏聚力与裂缝张开位移呈不均匀分布, 导致无法直接获得软化曲线^[4]。因而通常基于试验所测荷载-裂缝口张开位移(F - l_{MOD})曲线, 结合数值方法逆推软化曲线。确定软化曲线的数值方法可分为 3 类: J 积分法^[5]、多线段法^[6]和全局优化法^[7]。

Li 等^[5]提出的 J 积分法基于试验数据建立了软

化曲线与 J 积分间关系。它无需数值模拟, 对计算量要求低。但需在 2 组不同初始裂缝长度的试件上进行试验, 所得结果受裂缝长度差异影响较大, 也不可避免地受到材料离散性影响, 而且试验监测比较复杂, 需同时记录荷载、挠度、 l_{MOD} 等数据。

Kitsutaka^[6]提出的多线段法假定软化曲线由一系列分段函数组成, 随着裂纹扩展, 软化曲线逐步形成。该方法已被广泛应用^[8], 并被日本混凝土协会推荐为确定弯曲试件软化曲线的标准方法^[9]。同年, Nanakorn 等^[10]提出了类似方法。多线段法可以为给定数据提供唯一解, 而且无需预假定 σ - w 曲线的形状。然而, 它对任意微小测量误差非常敏感, 分析过程中误差也会累积, 因为 σ - w 曲线上下一个点的计算结果受当前点与所有先前已确定点的影响^[11]; 其次, 它将由裂缝尖端很小区域确定的结果应用于整个韧带, 导致软化曲线存在严重振荡; 此外, 它无法准确确定软化曲线初始部分^[12]。

全局优化法预先假定软化曲线形状后, 调整各变量值, 当模拟与试验值间误差最小时, 可认为该曲线为材料真实软化本构。传统有限元模型^[13]、开裂铰模型^[14]等均属于这类方法。由于全局优化法以 F - l_{MOD} 曲线的整体吻合度为目标函数, 它对沿裂缝

收稿日期: 2023-06-05。 修订日期: 2023-07-22。

基金项目: 国家自然科学基金(52179125); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金资助(300102219305)。

第一作者: 米正祥(1987—), 男, 博士, 讲师。

Received date: 2023-06-05. Revised date: 2023-07-22.

First author: MI Zhengxiang (1987—), male, Ph.D., Lecturer.

E-mail: mizxiang@chd.edu.cn

扩展路径所存在的局部不规则性极不敏感,从而本质上“光滑”了软化曲线。但它需预先假定软化曲线形状,而拟合参数的数量对优化过程影响较大^[15],当拟合变量较多时,算法不易收敛^[16]。此外,该方法无法保证所得结果为全局最优解,因为它采用累积误差作为精度评价的唯一指标,调整参数值,可以使累积误差最小,但在1个或多个点上的预测结果可能很差,从而出现伪解。

鉴于此,首先提出了一种自修正逆推法,它属于全局优化法范畴,但无需预先假定 σ - w 曲线最终形状,通过引入附加精度评价因子考虑了试件局部特性,并通过定义拟合参数搜索边界降低了达到局部最小值的风险。然后,利用试验数据验证了所提方法合理性与通用性。最后,分析了干-热环境下混凝土软化关系随龄期演化规律。

1 自修正逆推法

1.1 裂缝扩展过程模拟

由虚拟裂缝模型可知,裂缝张开位移 w 达到临界值前断裂过程区内混凝土仍能传递应力,该应力与 w 间关系可用多段线性函数(见图1)描述^[17]:

$$\sigma(w) = b_i + k_i w \quad w_{i-1} \leq w \leq w_i, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中: n 为线段数目; k_i 和 b_i 分别为第 i 段线段的斜率和截距; $w_0=0$; σ_0 取抗拉强度 f_t 。

逆推法的目标是利用实测 F - l_{CMOD} 曲线推导出参数 w_i 和 σ_i 的值,进而得到完整的软化关系。对于典型的三点弯曲梁(或楔入劈拉试件),根据叠加原理,裂缝尖端应力强度因子 K_I 为:

$$K_I = K_{IF} - K_{I\sigma} \quad (2)$$

式中: K_{IF} 与 $K_{I\sigma}$ 为外荷载与黏聚力产生的应力强度因子。根据Kumar等^[18]研究, K_{IF} 可表示为:

$$K_{IF} = \int_0^a \sigma_F(x) \cdot g(x, a) dx \quad (3)$$

式中: a 为有效裂缝长度; $\sigma_F(x)$ 为沿裂缝面应力分布,对三点弯曲梁 $\sigma_F(x) = 3FS(1 - 2x/h)/(2Bh^2)$; $g(x, a)$ 为权函数,可表示为:

$$g(x, a) = \frac{2 \left[1 + G_1 \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{2}} + G_2 \left(1 - \frac{x}{a} \right) + G_3 \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right]}{\sqrt{2\pi a \left(1 - \frac{x}{a} \right)}} \quad (4)$$

式中: G_1 、 G_2 和 G_3 为权函数系数,可通过逼近Green函数确定它们的值^[18]。

同理,黏聚力 $\sigma(w)$ 产生的应力强度因子 $K_{I\sigma}$ 为

$$K_{I\sigma} = \int_{a_0}^a \sigma(w(x)) \cdot g(x, a) dx \quad (5)$$

式中: a_0 为初始缝长; $w(x)$ 为裂缝面上任意位置 x 处的裂缝宽度,它可由卡氏第一定理计算^[19]:

$$w(x) = \frac{2}{E} \int_x^a \int_0^\eta \sigma_F(y) \cdot g(y, \eta) dy \cdot g(x, \eta) d\eta - \frac{2}{E} \int_x^a \int_{a_0}^\eta \sigma(w(y)) \cdot g(y, \eta) dy \cdot g(x, \eta) d\eta \quad (6)$$

根据断裂韧度准则,当裂缝尖端应力强度因子达到起裂韧度($K_I = K_{Ic}^{\text{ini}}$)时,裂缝开始扩展^[20]。从理论上讲,联立式(1)、式(2)和式(6)可模拟整个裂缝扩展过程,求解出 σ - w 关系。但实际上很难获得这些非线性方程组的解析解,更不可能得到闭合解。因此,通过数值优化算法确定 σ - w 关系。此外,需要注意的是:上述各式中有效裂缝长度 a 为未知数,通过试验很难直接测得 a ,但 l_{CMOD} 的测量非常方便,故可通过令 $w(x)$ 中的 $x=0$ 计算 a 。

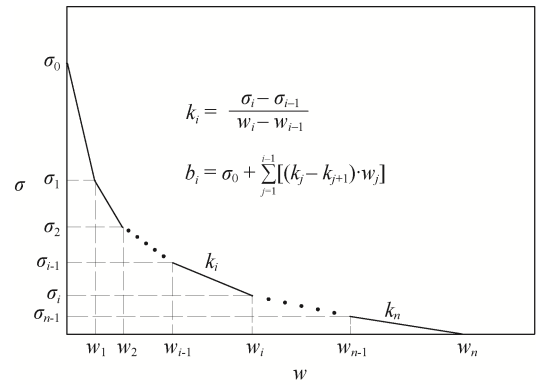


图1 多段线性拉伸软化(σ - w)曲线
Fig. 1 Multi-linear strain softening (σ - w) curve

1.2 自修正优化算法

本工作所提自修正逆推法可看作具有更多附加约束的全局优化法,它包括全局拟合与参数自修正2个模块。第1个模块主要是对 F - l_{CMOD} 曲线进行最佳拟合,使模拟与实测值间累积误差最小。为此,利用MATLAB编写了计算程序。本程序另一优点是允许为每个控制变量定义搜索边界,从而保证了拟合过程的稳健性、降低获得伪最优解概率。

尽管为每个优化参数设置了搜索区域,但初步分析表明,在某些情况下,获得的最优解仍有可能是局部最小值,故还需检验每个离散点上是否满足误差要求。为此,将全局优化与参数自动修正程序相结合。第2个模块的作用是在无法满足荷载准则的情况下,自动修正拟合参数的值或增加 σ - w 曲线的线段数目,之后再次执行全局拟合程序,得到一

组新的优化值。通过该技术,即使在拟合参数初始估值偏离最优解或初始软化模型相对简单的情况下,也可获得准确的全局最优解。需要强调的是,在确定 f_i 、 w_i 等参数前应先确定弹性模量 E ,因为它对 f_i 的影响很大,而且提前确定 E ,还可保证迭代算法的稳健性与收敛性^[21]。

为了使拟合模型准确地重现试验结果,选择合适的误差函数十分重要。为了消除远离 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线整体趋势的离群值的影响,误差函数定义为

$$\text{erf} = \sqrt{1 + (F_{i,\text{exp}} - F_{i,\text{cal}})^2} - 1 \quad (7)$$

式中: $F_{i,\text{exp}}$ 与 $F_{i,\text{cal}}$ 分别为 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线上第 i 个观测点处的实测与计算荷载。当 $|F_{\text{exp}} - F_{\text{cal}}| \rightarrow 0$ 时,它变为常规误差定义式 $\text{erf} = (F_{\text{exp}} - F_{\text{cal}})^2 / 2$; 当 $|F_{\text{exp}} - F_{\text{cal}}|$ 较大时,它退化为 $\text{erf} = |F_{\text{exp}} - F_{\text{cal}}|$ 。总误差 erf_{tol} 定义为各观测点处实测与计算荷载误差之和,其表达式为

$$\text{erf}_{\text{tol}} = \sum_{i=1}^m (\sqrt{1 + (F_{i,\text{exp}} - F_{i,\text{num}})^2} - 1) \quad (8)$$

式中: m 为 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线上离散点的数目。

综上所述,自修正逆推法确定混凝土软化关系的具体步骤如下:

步骤 1: 输入试件尺寸、加载方式、实测 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线、材料 $K_{\text{lc}}^{\text{ini}}$ 等基本信息。指定 $\sigma-w$ 曲线的初始形状,为每个拟合变量分配初始估值和搜索边界,分别储存在变量向量 ($\mathbf{v} = [f_i, w_1, \sigma_1, \dots, w_n]$) 和边界向量 $\mathbf{b}$ 中。搜索区域的计算公式为:

$$\begin{cases} w_{i,\text{lim}} = w_i \pm \eta \cdot \mu_{w,i} \\ \sigma_{i,\text{lim}} = \sigma_i \pm \eta \cdot \mu_{\sigma,i} \end{cases} \quad (9)$$

式中: η 为搜索区域实际尺寸控制参数, $\eta \in [0, 1]$; μ 为到最近边界的距离,对应于可行性搜索区域,可通过简单模型的搜索区域确定 μ 的值。以双线性 $\sigma-w$ 曲线为例,此时自由变量只有 σ_0 、 σ_1 、 w_1 和 w_2 ,则初始边界为 $\mu_{w,1} = \min(w_1 - w_0, w_2 - w_1)$ 、 $\mu_{\sigma,0} = 0.4\sigma_0$ 、 $\mu_{\sigma,1} = 0.4\sigma_1$ 、 $\mu_{w,2} = w_2 - w_1$ 。

步骤 2: 将初始向量 $\mathbf{v}$ 和 $\mathbf{b}$ 提供给全局优化算法,利用所建模型模拟断裂过程,通过使累积误差 erf_{tol} 最小,求出当前边界对应的最优解,判断 erf_{tol} 是否满足累积允许误差 $\text{erf}_{\text{per,tol}}$; 若 $\text{erf}_{\text{tol}} > \text{erf}_{\text{per,tol}}$,将优化结果 σ_i 和 w_i 分配给新的边界向量 $\mathbf{b}'$ (停用以前边界)后,重新进行全局拟合,直到为给定模型和有效搜索区域确定出全局最优值。

步骤 3: 通过使 erf_{tol} 最小,确定出各拟合参数

w_i 和 σ_i 最优值后,利用式(10)计算各离散点处的预测精度,找出荷载预测偏差最大值 $\text{erf}_{\text{max,uni}}$,作为评价预测精度的第 2 指标,判断其是否满足局部允许误差 $\text{erf}_{\text{per,uni}}$ 。如果 $\text{erf}_{\text{max,uni}} \leq \text{erf}_{\text{per,uni}}$,迭代结束,输出结果。相反,如果 $\text{erf}_{\text{max,uni}} > \text{erf}_{\text{per,uni}}$,说明虽然 erf_{tol} 已取得最小值,但在某 1 个(或多个)观测点处的预测精度很差,得到的 $\sigma-w$ 曲线为伪解。需利用式(11)计算向量 $\mathbf{v}$ 中的元素 V_j 在前后 2 次迭代的偏差 $\delta_{j,V}$ 。对任意元素 V_j ,如果 $\delta_{j,V}$ 大于允许公差 $\delta_{\text{per},V}$,则利用当前迭代步的值更新搜索区域后,继续执行全局优化程序,直至向量 $\mathbf{v}$ 中任意元素前后 2 次迭代偏差小于 $\delta_{\text{per},V}$,或试验与预测曲线间达到一个可接受偏差(即 $\text{erf}_{\text{max,uni}} \leq \text{erf}_{\text{per,uni}}$)。

$$\text{erf}_{i,\text{uni}} = \sqrt{(F_{i,\text{exp}} - F_{i,\text{num}})^2 / F_{\text{eq,exp}}} \quad (10)$$

式中: $F_{\text{eq,exp}}$ 为等效试验荷载,当 $F_{i,\text{exp}} \geq 0.2F_{\text{max,exp}}$ 时, $F_{\text{eq,exp}}$ 取 $F_{i,\text{exp}}$; 当 $F_{i,\text{exp}} < 0.2F_{\text{max,exp}}$ 时,取 $0.2F_{\text{max,exp}}$ 。

$$\delta_{j,V} = \sqrt{(V_{j,\text{ps}} - V_{j,\text{cs}})^2 / V_{j,\text{ps}}} \quad (11)$$

式中: $V_{j,\text{ps}}$ 和 $V_{j,\text{cs}}$ 分别表示变量 V_j 在循环过程中前一迭代步与当前迭代步的值。

步骤 4: 如果任意变量 V_j 满足 $\delta_{j,V} \leq \delta_{\text{per},V}$,说明在前后 2 步迭代过程中,所有拟合变量的值保持不变,继续迭代无意义,应强制结束拟合过程;但此时荷载准则仍不满足,应该对 $\sigma-w$ 模型进行修正(包括拟合变量的值和数量),并启动参数修正程序。根据实测与计算荷载间相对偏差确定修正因子 λ_j ,再按 $V_{j,\text{mod}} = \lambda_j V_j$ 对参数 V_j 的值进行修正;注意 V_j 修正为 $V_{j,\text{mod}}$ 后,其边界也要作相应修正,工作中 V_j 的上、下限分别取 $1.3V_{j,\text{mod}}$ 和 $0.7V_{j,\text{mod}}$ 。

$$\lambda_j = \sqrt{1 + \frac{F_{j,\text{exp}} - F_{j,\text{cal}}}{F_{\text{max,exp}}}} \quad (12)$$

式中: $F_{\text{max,exp}}$ 为试验荷载最大值; $F_{j,\text{exp}}$ 和 $F_{j,\text{cal}}$ 分别为与 $l_{\text{CMOD},j}$ 对应的试验与计算荷载。注意 $l_{\text{CMOD},j}$ 跟 $\sigma-w$ 曲线上 w_j 相对应。其本质为: 当 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线上第 j 个点处的 $F_{j,\text{cal}}$ 超过允许偏差后,找出 $F_{j,\text{cal}}$ 对应的 $l_{\text{CMOD},j}$,根据 $l_{\text{CMOD},j}$ 在 $\sigma-w$ 曲线上找出对应的 w_j ,然后对跟 w_j 对应的 σ_j 乘以修正系数 λ_j 。

步骤 5: 将修正后的变量向量 $\mathbf{v}'$ 和边界向量 $\mathbf{b}''$ 提供给全局优化算法后,重新进行全局拟合,并重

复步骤 2~4, 直到满足荷载容许误差或达到最大迭代次数。如果达到最大迭代次数后仍无法满足荷载准则, 说明当前模型无法准确模拟断裂全过程, 需要在 σ - w 曲线中引入 1 条新线段后, 利用包含额外变量 σ_{new} 和 w_{new} 的模型继续优化过程。新增加的点位于 σ - w 曲线上相邻两点之间水平距离最大的一段直线段的中点处, 图 2 以双线型模型变为三线型模型为例讲述了额外节点的增加方法。

步骤 6: 将修正后的变量向量 $\mathbf{v}''$ (增加了变量数

目)和边界向量 $\mathbf{b}''$ 提供给全局优化算法后, 利用线段数目为 $n+1$ 的模型重新进行全局拟合, 并重复步骤 2~5, 直到满足荷载容许误差或达到最大线段数目 n_{max} 。需要强调的是: 增加变量数目, 虽然可以提高计算精度, 但也会使算法不易收敛、增加计算时间, 故 n_{max} 应控制在合适范围内。当达到 n_{max} 后, 个别观测点处的计算结果仍无法满足误差要求, 应适当放大允许误差限, 或输出最佳近似值, 并将相应结果作为最佳拟合 σ - w 曲线。

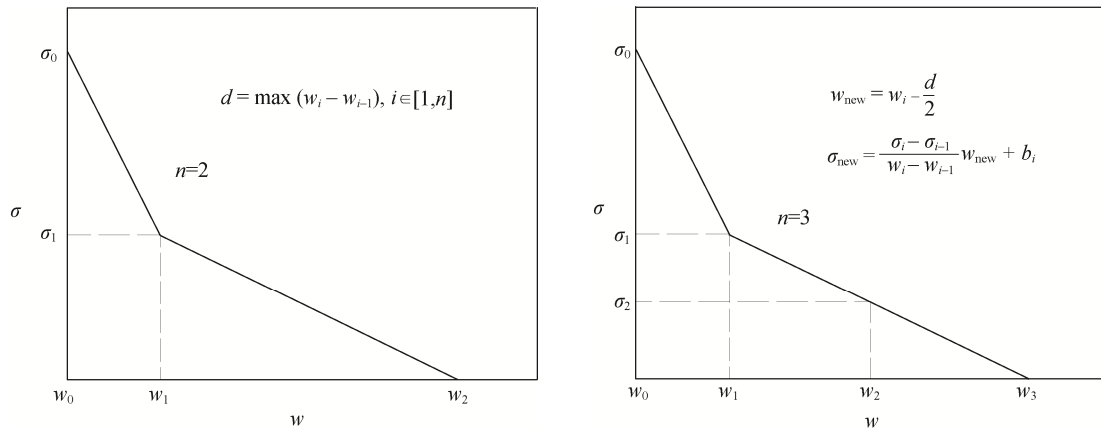


图 2 σ - w 模型中增加节点方法
Fig. 2 Method for adding nodes in the σ - w model

F - l_{CMOD} 曲线上离散点的数量直接影响着计算时间, 试验时每个试件会采集几千个点, 这些点全部用于计算不切实际, 保证准确表征断裂特性的前提下, 应尽量减少点的数量。Zhao 等^[22]建议按位移增量等间距布置数据点, 但当试验曲线的形状非常弯曲时, 等间距法并不准确。此时, 要想提高精度, 需增加离散点数量, 导致算法收敛难度增加、计算成本提高。为解决该问题, 采用分段等间距布置离散点, 即先把 F - l_{CMOD} 曲线分为上升段(12 点)、峰值点至拐点段(15 点)和缓慢卸载段(12 点), 然后在每个区间上按位移增量等间距布置离散点。

2 实验与验证

2.1 制备

按水泥、粉煤灰、水、砂子、石子配合比为 351:117:187:701:1 094 配制混凝土。其中: 水泥采用 42.5 级普通硅酸盐水泥; I 级粉煤灰掺量为 25%; 粗集料采用粒径为 5~20 mm 的人工破碎石灰石; 细集料采用细度模数为 2.52 的天然河沙, 砂率为 39%。标准养护条件下混凝土 28 d 抗压强度和弹性模量分别为 42.69 MPa 和 34.69 GPa。

断裂试验采用含初始缺口的楔入劈拉试件, 其

形状与尺寸如图 3 所示。为测得稳定断裂参数, 试件高度大于规范推荐尺寸^[23], 试件厚度为 120 mm。通过预埋厚度为 2 mm 的钢板生成预制裂缝。试件在钢模具中浇筑成型, 室温下放置 4.5 h 后拔出钢板, 并转入湿度分别为 30%、50%和 70% (3 种湿度分别简记为 30% RH、50% RH、70% RH) 的环境箱中养护, 直至试验龄期, 环境箱温度为 60 °C。针

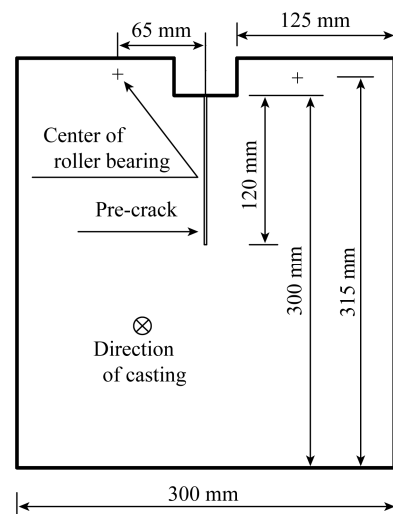


图 3 楔入劈拉试件形状与几何尺寸
Fig. 3 Geometry and dimensions of wedge splitting specimen

对每种湿度, 各设计 5 种试验龄期(3、7、14、28、60 d)。断裂试验在 Instron 8506 试验机上进行, 加载过程中 l_{CMOD} 由精度为 $\pm 0.2 \mu\text{m}$ 的夹式引伸计测量, 试验在 l_{CMOD} 控制下进行。试件制作、试验装置、测试方法及其它更详细信息见文献[24]。

2.2 混凝土 σ - w 曲线

基于试验所测 F - l_{CMOD} 曲线, 利用所提自修正优化算法确定了干-热环境下各龄期混凝土的 σ - w 曲线, 计算结果如图 4 所示。由图 4 可见, 不同湿度下的 σ - w 曲线形状相似, 由快速下降段、缓慢下降段和尾部组成。其中, σ - w 曲线第 1 分支对应于微裂纹的形成与扩展, 在该分支内随着 w 增大 σ 快速减小, 而且湿度越高, σ 下降速率越快。随着裂缝扩展, 骨料的桥连作用变强, σ 的下降速度明显减缓, 该段直线斜率仅为第 1 分支的 1/4。此外, 在同一湿度下, 龄期越大, $d\sigma/dw$ 的绝对值越大, 说

明随着龄期的增长裂缝间黏聚力增加。

为了更直观地了解养护条件对混凝土软化特性的影响, 图 5 为不同湿度下 σ - w 曲线各参数随龄期的演化规律。

由图 5a 可见, 随着混凝土龄期的增长, 抗拉强度 f_t 逐渐增大, 但增长速率逐渐减小, 它最终将趋向于稳定值。 f_t 增长的主要原因是: 随着水化时间延长, 界面过渡区内孔隙被更多水化产物填充, 界面强度提高。从图 5a 还可见, 同一龄期下, 养护湿度越小, f_t 也越小, 而且随着龄期增长, f_t 降幅越来越显著。例如水化 7 d 后, 70% RH 下的 f_t 为 1.80 MPa, 它比 50% RH 和 30% RH 下的 f_t 分别高了 4.6% 和 7.1%; 当龄期延长到 60 d 后, 差异扩大到了 7.2% 和 11.7%。这主要是孔隙内缺乏足够的水分发生水化反应、骨料与砂浆间的不均匀干缩变形以及 C-S-H 局部结构变紊乱导致的^[25]。

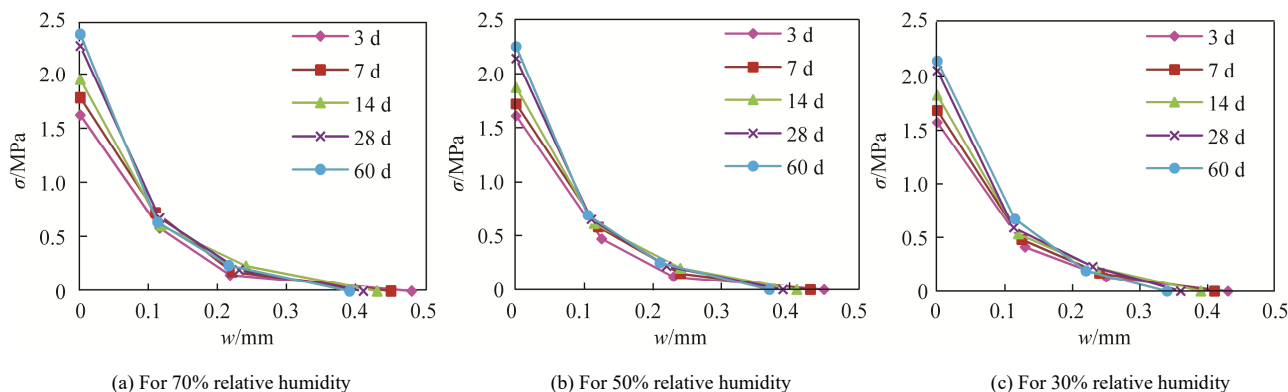


图 4 不同养护湿度下混凝土的软化曲线
Fig. 4 Softening curves of concrete under different humidity

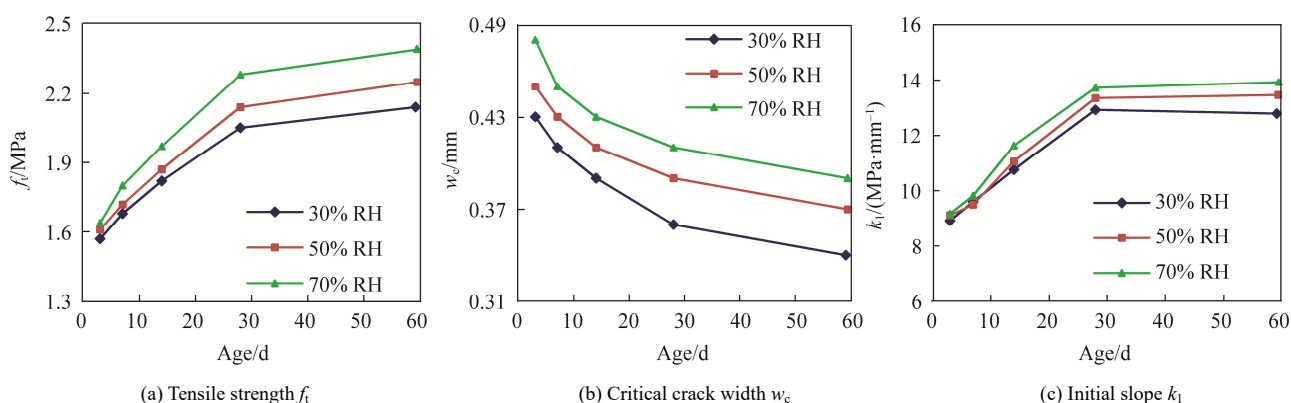


图 5 软化曲线各参数随龄期演化规律
Fig. 5 Variation of parameters of softening curves with age

临界裂缝宽度 w_c 是指初始裂缝尖端处拉应力为零时的裂缝宽度。由图 5b 可见, w_c 跟龄期与环境湿度密切相关。同一湿度下, w_c 是龄期的单调递减函数, 但 w_c 减小速率逐渐变慢。以 30% RH 下的

混凝土为例, 3 d 时的 w_c 为 0.43 mm, 60 d 时 w_c 减小为 0.34 mm, 减小量高达 20.9%。图 5b 还表明, 在相同龄期下, 湿度减小, w_c 也显著减小, 且这种趋势在后期更加明显。例如 28 d 时, 30% RH 下混

混凝土的 w_c 为 0.36 mm, 它比 50% RH 和 70% RH 下的 w_c 分别减小了 7.7% 和 13.8%。 w_c 的变化规律表明, 随着养护湿度的减小, 混凝土逐渐变脆。这与 Mi 等^[25] 的试验结果相一致。

由图 5c 可见, 不同养护环境下, k_1 (第一段直线斜率绝对值) 随龄期的增长呈相似的变化趋势。随着龄期的增大, k_1 快速增大, 28 d 后趋于稳定。由图 5c 还可见, 在早期, k_1 跟湿度无关, 特别是 7 d 前, 不同湿度下的 k_1 值大致相等; 7 d 后, 随着湿度的降低, k_1 值略有减小, 但减小幅度并不显著;

28 d 时, 30% RH 下混凝土的 k_1 值为 12.9, 它仅比 50% RH 和 70% RH 时的值小 3.2% 和 5.8%。

2.3 计算结果可靠性验证

为了校验计算结果的准确性, 图 6 对按上述 $\sigma-w$ 关系计算得到的 $F-l_{CMOD}$ 曲线与试验结果进行了对比。由图 6 可见, 对任意试件, $F-l_{CMOD}$ 曲线各个区段计算与试验结果吻合良好, 两者最大相对误差不超过 5%。这说明所提方法可以准确模拟混凝土峰值前的非线性特性和峰值后的软化行为, 也证明了自修正优化算法所确定 $\sigma-w$ 曲线的准确性。

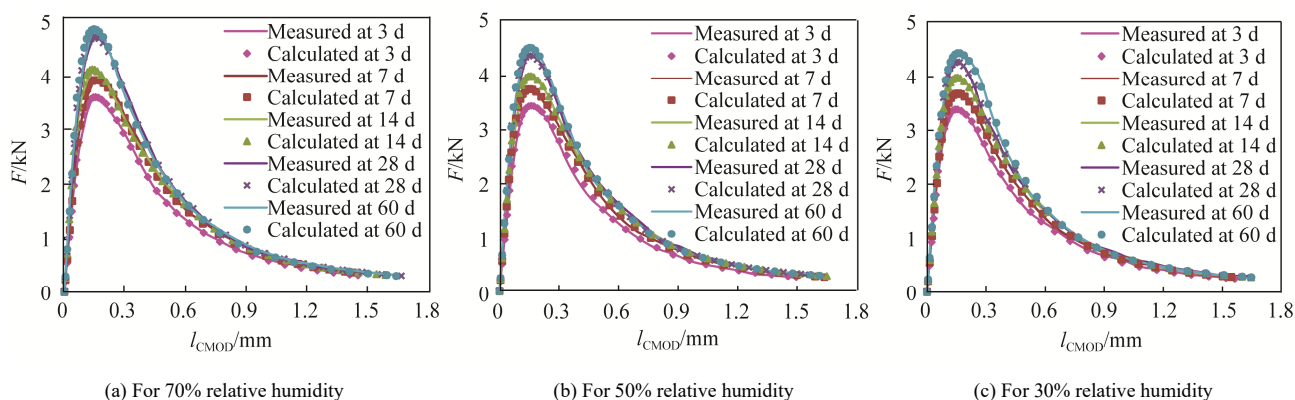


图 6 荷载-裂缝口张开位移($F-l_{CMOD}$)曲线实测与计算结果比较

Fig. 6 Comparison of the experimental and calculated load-crack opening displacement ($F-l_{CMOD}$) curves

断裂能 G_F 表征产生单位面积裂纹所消耗能量。对于楔入劈拉试件, G_F 等于 $F-l_{CMOD}$ 曲线所围面积除以韧带面积。根据虚拟裂缝模型, G_F 等于 $\sigma-w$ 曲线下所围面积。大量研究表明^[26], 2 种方法确定的 G_F 相等。因此, 通过将 $F-l_{CMOD}$ 曲线确定的 G_F (记为实测值) 与 $\sigma-w$ 曲线确定的 G_F (记为计算值) 对比, 进一步验证所提方法准确性。图 7 为 2 种方法所确定 G_F 的比较。由图可知, $F-l_{CMOD}$ 曲线与 $\sigma-w$ 曲线确定的 G_F 间存在很好的一致性, 试验值与计算值间

相对偏差不超过 2%, 进一步证实了所推导 $\sigma-w$ 曲线的准确性以及所提逆推法的合理性。

3 通用性分析

采用以往文献中不同试件形式和不同混凝土种类的实测 $F-l_{CMOD}$ 曲线逆推其 $\sigma-w$ 曲线, 进一步验证所提自修正逆推法的通用性。

Cifuentes 等^[27] 研究了自密实混凝土(SCC)断裂性能, 本算例求解 SCC 的软化关系, 计算结果如图 8 所示。由图 8a 可见, 计算的 $F-l_{CMOD}$ 曲线与试验结果有很好的-致性, 说明所提方法可以准确模拟 SCC 的断裂过程。初始缝高比 α 为 0.2、0.3、0.4 和 0.5 时, 对应的 f_t 分别为 3.81、3.73、3.94 MPa 和 3.79 MPa, 表明 α 对 f_t 和 $\sigma-w$ 曲线初始陡峭段的影响并不显著。然而, 由于边界效应的作用, $\sigma-w$ 曲线尾部受 α 影响较大。随着 α 增加, w_c 显著减小。此外, 跟断裂能相近的普通混凝土相比, SCC 的 w_c 偏小, 意味着 SCC 具有更低的延性, 主要原因是 SCC 含有较少的粗骨料, 降低了骨料的桥连作用, 导致 $F-l_{CMOD}$ 曲线的尾部更短^[27]。

工程中常会遇到混凝土界面(如新老混凝土界

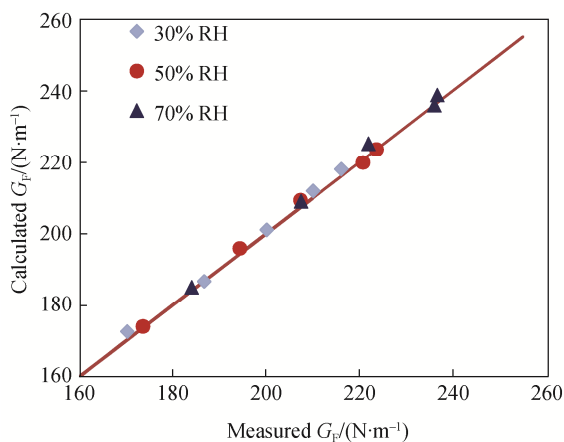


图 7 不同方法确定的断裂能(G_F)比较

Fig. 7 Comparison of fracture energy (G_F) determined by different methods

面、修复界面等), 由于应力集中等原因, 界面通常是最薄弱部位。本算例利用 Shah 等^[28]报道的三点弯曲梁所测 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线推导界面的 $\sigma-w$ 曲线, 计算结果如图 9 所示。图 9 中, AI 表示无界面完整试件, AA、AB、AC 分别表示混凝土 A 与 A、A 与 B、A 与 C 间形成界面, A、B、C 的抗压强度分别为 34、45、54 MPa。由图 9a 可见, $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线所有区段计算与试验结果吻合良好, 所提算法能准确地再现界面峰值前的非线性特性和峰值后软化行为,

所提算法适用于混凝土-混凝土复合材料。由图 9b 可见, 3 种组合下, 界面的最优 $\sigma-w$ 曲线均由 3 线段组成。界面 f_t 明显小于完整试件的 f_t , 而且形成界面的混凝土间强度差异越大, 其 f_t 越小, 跟 AI 相比, AA、AB 与 AC 的 f_t 分别减小了 24.1%、28.9%、35.7%。此外, 在整个裂缝张开过程中, AI 始终具有比界面更高的黏聚力, 其主要原因是完整混凝土有发育充分的断裂过程区, 但对于界面而言, 由于缺乏骨料桥连作用, 导致其抗裂应力偏低。

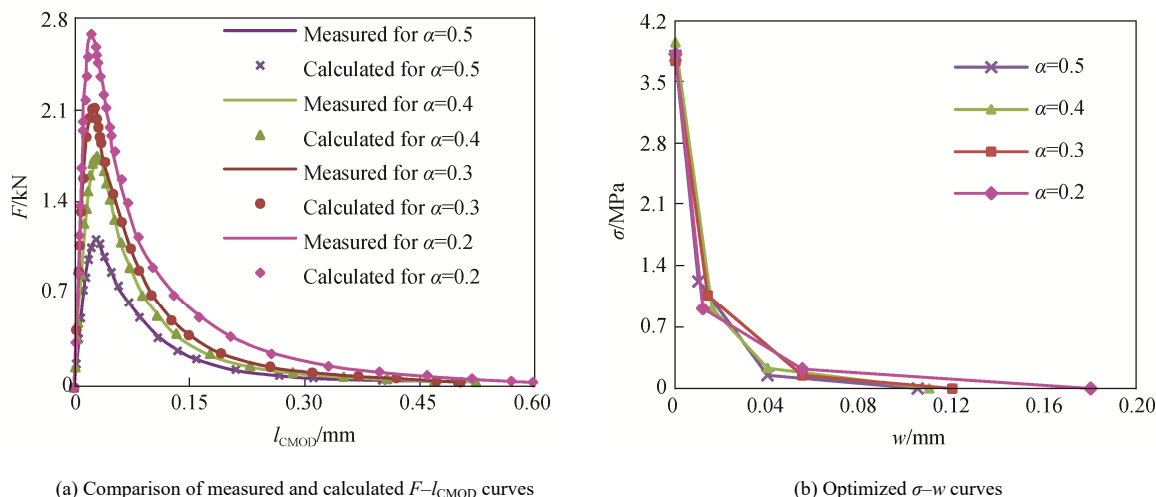
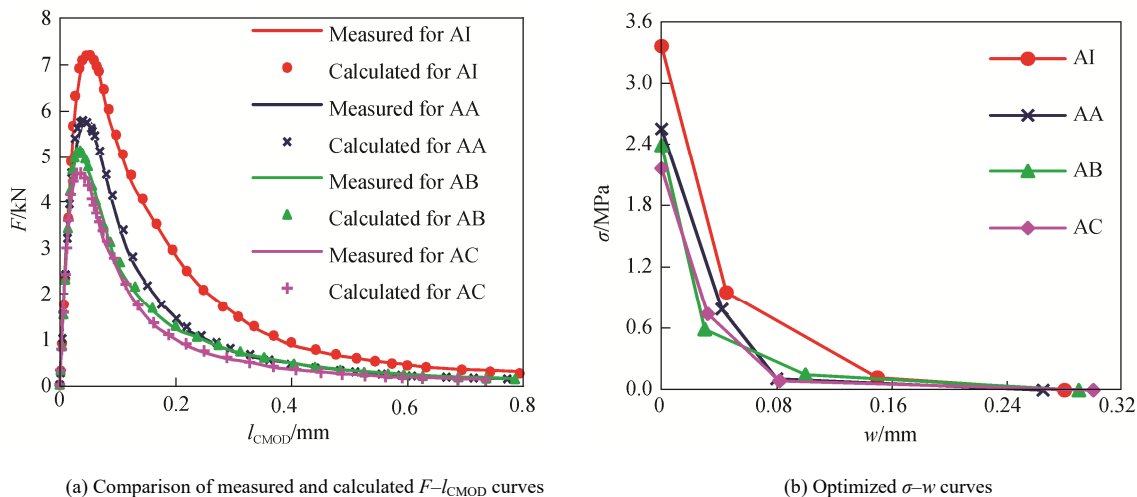


图 8 自密实混凝土计算结果
Fig. 8 Calculated results for self-compacting concrete



AI is complete specimen without interface; AA is interface formed by A and A; AB is interface formed by A and B; AC is interface formed by A and C.

图 9 混凝土-混凝土界面计算结果
Fig. 9 Calculated results for concrete-concrete interface

4 敏感性分析

4.1 拟合变量初始估值的影响

当拟合参数初始估值与最优解相差很大时, 全局优化法容易获得伪解。所提优化算法可以根据预测误差对拟合参数和对应边界进行自动修正, 本节

通过改变拟合参数的初始估值, 进一步校验所提算法的稳健性。利用 4 组完全不同的初始估值重新计算 70% RH 下 28 d 的 $\sigma-w$ 曲线。估值 1 与估值 2 中 f_t 与 w_c 保持不变, 调整 $\sigma-w$ 曲线的初始形状, 即估值 1 按等间距布置点, 估值 2 按 $\Delta\sigma_{i+1}/\Delta\sigma_i = 0.5$ 、 $\Delta w_{i+1}/\Delta w_i = 2$ 布点; 估值 3 与估值 4 调整 f_t 与 w_c

的值, σ - w 曲线计算结果如图 10 所示。

由图 10b 可见, 不同初始估值下存在多个“最优”解, 但最优 σ - w 曲线非常窄, 说明优化算法收敛于相近解, 初始估值对计算结果的影响并不显著。由图 10c 可见, 不同初始估值下, 计算所得的 F - l_{CMOD} 曲线与试验结果吻合良好。虽然在峰值附近曲线较粗, 但普遍在工程精度可接受范围内。可见本优化算法是稳健的, 得到的 σ - w 曲线不受拟和变量初始估值的影响。

4.2 初始软化模型的影响

自修正逆推法对 σ - w 曲线的最终形状没有作假定, 为了简便, 可以将其初始形状假定为线性或双线性模型后开始计算。为讨论 σ - w 曲线初始线段数目的影响, 利用 3 种模型($n=1$ 、2、3)再次计算 70%RH 下 28 d 龄期的 σ - w 曲线, 本算例中局部允许误差设置为

8%, 最大线段数目设置为 3, 计算结果如图 11 所示。

由图 11b 可见, 3 种不同初始模型下, 最终 σ - w 曲线均由 3 条线段组成, 最优 σ - w 曲线整体上非常相似, 仅在 σ - w 曲线尾部存在一些差异, 且差异并不显著。例如 $n=1$ 的黏聚应力偏大, 该模型对应的 w_c 也最大, w_c 的值为 0.43 mm, 它比 $n=3$ 时的 w_c 大 4.8%, 该偏差在工程实践可接受的范围内。从图 11c 可见, 3 种初始模型计算所得的 F - l_{CMOD} 曲线与实测结果整体吻合良好, 在 l_{CMOD} 大于 0.6 mm 的区域内, 初始线性模型预测的荷载偏大, 而初始双线性模型预测的荷载偏小, 但在任意观测点处, 计算荷载与实测结果间的偏差都不超过允许误差。因此, σ - w 曲线的初始线段数目对计算结果的影响并不显著, 即使采用简单的线性初始模型, 也能获得可靠的计算结果。

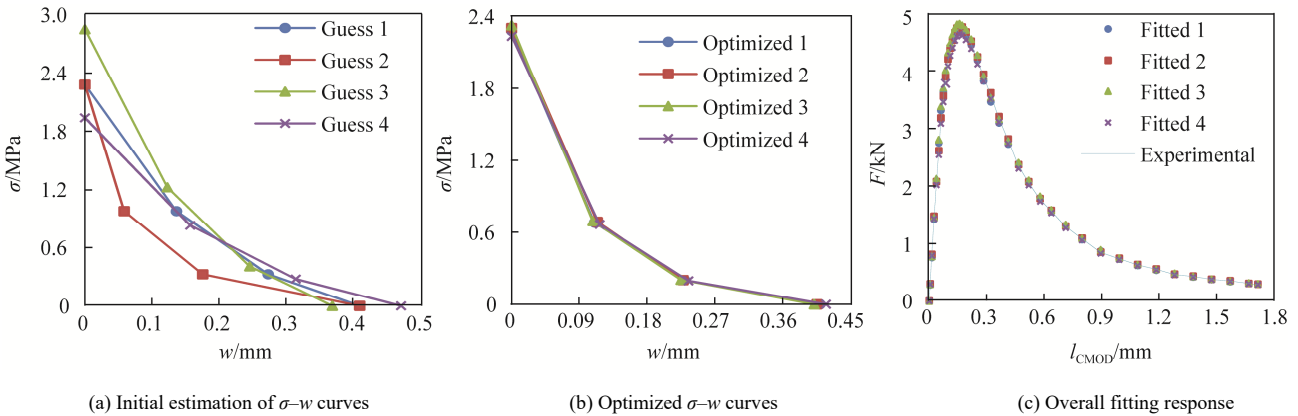


图 10 初始估值对计算结果的影响
Fig. 10 Effect of initial guess on the calculation results

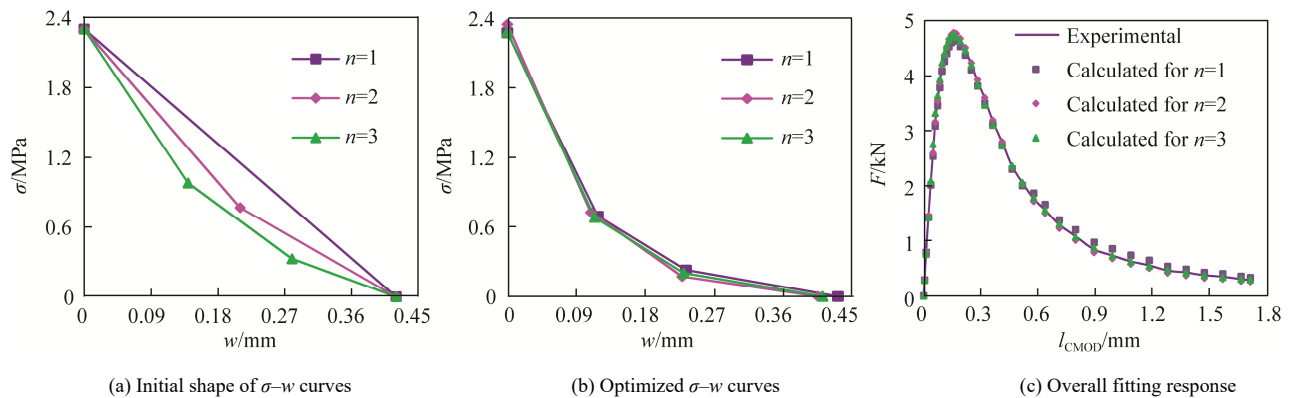


图 11 软化模型初始形状对计算结果影响
Fig. 11 Effect of initial shape of softening model on the calculation results

5 结论

提出了一种基于 F - l_{CMOD} 曲线确定混凝土软化关系的自修正逆推法, 开展了干-热养护条件下混凝

土的断裂试验, 利用试验数据验证了所提方法的准确性、通用性与稳健性, 分析了环境湿度对软化关系的影响, 讨论了拟合变量初始估值与初始软化模型对计算结果的影响, 得到了如下结论:

1) 自修正逆推法结合了全局最佳拟合与参数自修正技术, 该方法对软化曲线最终形状未作任何假定, 而且引入了附加的精度评价因子、允许定义拟合参数的边界, 不仅使得所提方法可以考虑局部特性对软化曲线的影响, 而且提高了预测精度、降低了获得“伪最优解”的概率、弱化了预测结果对初始猜测的依赖性。

2) 本方法可以准确反映混凝土峰前非线性特性和峰值后的软化行为, $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线各个区段计算与试验结果吻合良好, $\sigma-w$ 曲线与 $F-l_{\text{CMOD}}$ 曲线确定的断裂能相一致, 两者间偏差不超过 2%。

3) 自修正逆推法具有很好的稳健性与通用性。它可以准确地确定不同试件形式、不同类型混凝土的软化关系, 并且计算结果独立于拟合变量初始估值与 $\sigma-w$ 曲线初始形状。

4) 不同湿度下混凝土的 $\sigma-w$ 曲线均由快速下降段、缓慢下降段和尾部组成。随着龄期增大, f_t 和 k_1 逐渐增大, 而 w_c 逐渐减小, 最终三者都趋于稳定值; 养护湿度越低, f_t 和 w_c 越小, 且在后期这种减小趋势更显著。在早期, k_1 的值与湿度无关; 但 7 d 后, k_1 的值随湿度降低略有减小。

参考文献:

- 牛旭婧, 朋改非, 尚亚杰, 等. 热水-干热组合养护对超高性能混凝土力学性能的影响[J]. 硅酸盐学报, 2018, 46(8): 1141-1148.
NIU Xujing, PENG Gaifei, SHANG Yajie, et al. J Chin Ceram Soc, 2018, 46(8): 1141-1148.
- 高鹏, 陈阳, 黄浩良, 等. 干燥环境下混凝土内部损伤的量化[J]. 硅酸盐学报, 2021, 49(2): 312-322.
GAO Peng, CHEN Yang, HUANG Haoliang, et al. J Chin Ceram Soc, 2021, 49(2): 312-322.
- WENDNER R, VOREL J, SMITH J, et al. Characterization of concrete failure behavior: A comprehensive experimental database for the calibration and validation of concrete models[J]. Mater Struct, 2015, 48(11): 3603-3626.
- 罗孙一鸣, 张君, 王家赫. 基于裂纹长度测定求解混凝土拉伸软化关系[J]. 材料研究学报, 2014, 28(11): 801-808.
LUO Sunyiming, ZHANG Jun, WANG Jiahe. Chin J Mater Res, 2014, 28(11): 801-808.
- LI V C, CHAN C M, LEUNG C K Y. Experimental determination of the tension-softening relations for cementitious composites[J]. Cem Concr Res, 1987, 17(3): 441-452.
- KITSUTAKA Y. Fracture parameters by polylinear tension-softening analysis[J]. J Eng Mech, 1997, 123(5): 444-450.
- DE OLIVEIRA E SOUSA J L A, GETTU R. Determining the tensile stress-crack opening curve of concrete by inverse analysis[J]. J Eng Mech, 2006, 132(2): 141-148.
- CZERNUSCHKA L M, WAN-WENDNER R, VOREL J. Investigation of fracture based on sequentially linear analysis[J]. Eng Fract Mech, 2018, 202: 75-86.
- Japan concrete institute standard. Method of test for fracture energy of concrete by use of notched beam: JCI-S-001—2003[S]. Japan: Japan Concrete Institute Standard, 2003: 1.
- NANAKORN P, HORII H. Back analysis of tension-softening relationship of concrete[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1996, 1996(544): 265-275.
- SLOWIK V, VILLMANN B, BRETSCHEIDER N, et al. Computational aspects of inverse analyses for determining softening curves of concrete[J]. Comput Methods Appl Mech Eng, 2006, 195(52): 7223-7236.
- VOREL J, KABELE P. Inverse analysis of traction-separation relationship based on sequentially linear approach[J]. Comput Struct, 2019, 212: 125-136.
- 陈蒙哥, 武亮, 张建铭. 基于 ABAQUS 的混凝土软化曲线逆推分析开发应用[J]. 水利水电技术, 2018, 49(7): 204-209.
CHEN Mengge, WU Liang, ZHANG Jianming. Water Resour Hydropower Eng, 2018, 49(7): 204-209.
- BHOGONE M V, SUBRAMANIAM K V L. Early-age tensile constitutive relationships for steel and polypropylene fiber reinforced concrete[J]. Eng Fract Mech, 2021, 244: 107556.
- JEPSEN M S, DAMKILDE L, LÖVGREN I. A fully general and adaptive inverse analysis method for cementitious materials[J]. Mater Struct, 2016, 49(10): 4335-4348.
- SKOČEK J, STANG H. Inverse analysis of the wedge-splitting test[J]. Eng Fract Mech, 2008, 75(10): 3173-3188.
- ZHANG J, JU X C. Investigation on stress-crack opening relationship of engineered cementitious composites using inverse approach[J]. Cem Concr Res, 2011, 41(8): 903-912.
- KUMAR S, BARAI fracture parameters for three-point bending S V. Determining the double-K notched concrete beams using weight function[J]. Fatigue Fract Eng Mater Struct, 2010, 33(10): 645-660.
- MI Z X, LI Q B, HU Y, et al. An analytical solution for evaluating the effect of steel bars in cracked concrete[J]. Eng Fract Mech, 2016, 163: 381-395.
- DONG W, ZHOU X M, WU Z M. On fracture process zone and crack extension resistance of concrete based on initial fracture toughness[J]. Constr Build Mater, 2013, 49: 352-363.
- MATOS L M P, BARROS J A O, VENTURA-GOUVEIA A, et al. A new inverse analysis approach for predicting the fracture mode I parameters of fibre reinforced concrete[J]. Eng Fract Mech, 2021, 246: 107613.
- ZHAO Z F, KWON S H, SHAH S P. Effect of specimen size on fracture energy and softening curve of concrete: Part I. Experiments and fracture energy[J]. Cem Concr Res, 2008, 38(8/9): 1049-1060.
- 中华人民共和国电力行业标准. 水工混凝土断裂试验规程: DL/T 5332—2005[S]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
- MI Z X, HU Y, LI Q B, et al. Maturity model for fracture properties of concrete considering coupling effect of curing temperature and humidity[J]. Constr Build Mater, 2019, 196: 1-13.
- MI Z X, HU Y, LI Q B, et al. Effect of curing humidity on the fracture properties of concrete[J]. Constr Build Mater, 2018, 169: 403-413.
- CHEN H H, SU R K L. Tension softening curves of plain concrete[J]. Constr Build Mater, 2013, 44: 440-451.
- CIFUENTES H, KARIHALOO B L. Determination of size-independent specific fracture energy of normal- and high-strength self-compacting concrete from wedge splitting tests[J]. Constr Build Mater, 2013, 48: 548-553.
- SHAH S G, CHANDRA KISHEN J M. Nonlinear fracture properties of concrete-concrete interfaces[J]. Mech Mater, 2010, 42(10): 916-931.

Self-Modifying Inverse Analysis for Determining Softening Constitutive of Concrete

MI Zhengxiang¹, YUAN Renzhong², LUO Danni³, GAO Xiaofeng⁴, ZHANG hongliang¹

(1. School of highway, Changan University, Xi'an 710064, China; 2. Hubei communications investment Jingchu Construction Management Co. LTD, Jingzhou 434000, Hubei, China; 3. College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China; 4. College of Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Extended Abstract

Introduction Tensile softening (σ - w) curve is a critical parameter necessary to model the non-linear fracture behavior of concrete structures by the finite element method. The uniaxial tensile test is the most direct approach to determine the softening curve, but it is a challenge due to its insufficient stiffness of the loading machine, eccentricity, asymmetric fracture modes, and multiple cracking. Alternatively, a softening curve can be derived *via* minimizing the deviation between the predicted and experimental results based on the load-crack mouth open displacement (F - l_{CMOD}) curve measured by the bending or wedge-splitting tests. Inverse analysis methods are commonly used to derive σ - w curve include the J-integral, poly-linear, and global optimization. Although the J-integral method is computationally least demanding, it requires conducting the tests on two specimens with different notch sizes for deriving each σ - w curve, yielding a lower precision and a higher dispersion. For the given test data, the poly-linear method can produce a unique solution without any pre-assumptions regarding the softening curve's shape. However, it is sensitive to arbitrarily small measurement errors, yielding a softening curve with severe oscillation, and accumulating all previous errors in the current analysis step. The global optimization technique is not easy to converge when there are many fitting variables, and it needs to pre-assume the shape of the softening curve. There is no guarantee that the outputs of this technique will be globally optimal. Therefore, this paper proposed a self-modifying inverse analysis method to determine the softening curve of concrete after combining global best-fitting with an automatic correction technique.

Methods The self-modifying inverse analysis method belongs to the global optimization technique with more additional constraints. This method consists of two modules, *i.e.*, global best fitting and parameter self-modifying. The former mainly focuses on the optimum fitting of the F - l_{CMOD} curve to minimize the cumulative deviation between the simulated and measured values. For this purpose, a computational program was developed a software named MATLAB. In this program, the ability to define search boundaries for each control variable increases the robustness of the fitting algorithm and lessens the likelihood of finding a pseudo-optimal solution. Despite, the optimal solution may be still the local minimum in some situations, so it is also necessary to check whether the local error requirement is satisfied at each discrete point and to find out the maximum load deviation as the second criterion for evaluating the prediction accuracy. Thus, the role of the second module is to automatically modify the optimal value of the fitting parameter when the second criterion is not met. After providing the corrected parameter values (including the boundaries) to the first module, the global optimization procedure is executed again until the load tolerance error is satisfied. The current model cannot accurately simulate the crack propagation process if the load condition cannot be satisfied after the maximum number of iterations. It is required to add a new line segment to the current softening model and conduct the global fitting procedure again with the model containing additional variables until the load criterion is satisfied or the maximum number of line segments is reached. In this algorithm, it is possible to output a precise global optimal solution even when the initial estimate of fitting parameters differs from the ideal solution or the initial softening model is relatively simple.

Results and discussion For the sample, in all regions of the F - l_{CMOD} curve, the simulated responses match well with the experimental results, and the maximum relative error between the calculated and measured loads is less than 5%. This indicates that the developed method can accurately simulate the crack propagation process of concrete, and this method is highly versatile, applying to different specimen forms and various concrete materials. The fracture energy determined by the F - l_{CMOD} curve is in a reasonable agreement with that by the σ - w curve, and their deviation does not exceed 2%, further confirming the rationality of the recommended technique. Concrete exposed at different humidities exhibits a similar shape to the softening curve, consisting of a fast descending, a slow descending, and a tail. The tensile strength (f_t) increases with decreasing age while critical crack width (w_c), finally tending to their stabilizing values. For a given age, f_t and w_c decrease with reducing ambient humidity, and this decrease is more significant in the later stages, which is due to the lack of sufficient water in the pores for hydration reaction, the non-uniform shrinkage deformation between aggregate and mortar, and the disturbance of local structure of C-S-H.

Although there are multiple “optimal” solutions at different initial fitting parameters, the ideal σ - w curve is rather narrow, implying that the algorithm converges to the similar solutions. The determined softening curve is independent of the initial estimate, and the algorithm is robust. In the case of different initial models, the optimal σ - w curve is similar with only some minor differences in the tails. This demonstrates that the softening model's initial form has little effect on the optimization outputs, and trustworthy optimal solutions can be obtained even by a simple beginning model.

Conclusions The self-modifying inverse analysis method could consider the effect of local response on the softening curve, allow the definition of searching boundaries of the fitting parameters, and eliminate the need to predefine the final shape of the

softening curve, reducing the probability of obtaining a "pseudo-optimal solution" and weakening the dependence of the optimization output on the initial guesses. In all the region of the $F-l_{\text{CMOD}}$ curve, the calculated load was correlated well with the experimental result, and the fracture energy determined by the $F-l_{\text{CMOD}}$ curve differed by no more than 2% one by the $\sigma-w$ curve. The proposed method was highly robust and versatile. It could accurately determine the $\sigma-w$ curve of various concrete materials with different specimen configurations, and the resultant optimal solution was independent of the initial estimate of fitting parameters and the initial shape of the softening model. Concrete exposed at different humidities exhibits a similar shape to the softening curve. The f_t increased with decreasing age while critical crack width w_c , finally tending to their stabilizing values. f_t and w_c decreased as the ambient humidity decreased, and this reduction was more pronounced in the later age.

Keywords concrete; self-modifying technique; softening constitutive; dry-hot curing; local response