

具有减振功能的混凝土超材料的带隙特性

陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 龙广成, 唐 卓

(中南大学土木工程学院, 长沙 410000)

摘 要: 基于局域共振理论, 提出了一种新型减振材料—混凝土超材料的结构模型, 并通过增加基体中谐振骨料的种类, 增加了元胞的带隙数量。利用有限元法, 对比分析了单、双以及三谐振骨料混凝土超材料元胞的能带结构、本征模态和衰减特性, 研究了带隙的产生机理和影响因素, 根据等效质量法推导了带隙计算式。结果表明: 混凝土超材料元胞具有带隙特性, 且随着基体中谐振骨料种类的增加, 带隙数量增多, 但每条带隙的宽度降低, 谐振骨料种类与带隙之间存在一一对应的关系; 带隙的起始频率由对应元胞散射体的平移振动决定, 而截止频率则由对应元胞散射体与其他所有单元之间的反向振动决定; 通过合理配置元胞的材料和几何参数, 可以优化带隙的位置和宽度; 等效质量法的带隙计算值与有限元法吻合良好, 可用于多谐振骨料混凝土超材料元胞的带隙计算。

关键词: 局域共振; 混凝土超材料; 谐振骨料; 带隙; 等效质量法

中图分类号: TU528.41 文献标志码: A 文章编号: 0454-5648(2023)05-1272-11

网络出版时间: 2023-03-07



Band Gap Properties of Metaconcrete with Vibration Reduction Function

CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun, LONG Guangcheng, TANG Zhuo

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410000, China)

Abstract: Based on the local resonance theory, a structural model of a new type of vibration reduction material—metaconcrete was proposed, and the band gap number of the metaconcrete cell was increased by increasing the type of resonant aggregates in the matrix. Firstly, the energy band structure, eigenmodes and attenuation characteristics of single, double, and three resonant aggregate metaconcrete cell were calculated by the finite element method. Secondly, the generation mechanism and the influence law of band gap were studied. Finally, the band gap estimation formula was derived base on the effective mass theory. The results showed that the metaconcrete cell exhibited band gap properties, and with the increase of the types of resonant aggregates in the matrix, the band gap number increases but each band gap width decreases. Moreover, there is a one-to-one correspondence between the types of resonant aggregates and the band gaps. The starting frequency of the band gap was determined by the translational vibration of the corresponding primitive cell scatterers, while the cut-off frequency was determined by the reverse vibration between the corresponding primary cell scatterers and other units. By properly configuring the material and geometric parameters of the primitive cell, the position and width of the corresponding band gap can be optimized. The band gap calculations from the effective mass theory agreed well with the finite element method, and it can be used to obtain the band gap of the multiple resonant aggregates metaconcrete cell.

Keywords: local resonance; metaconcrete; resonant aggregate; band gap; effective mass theory

混凝土是由细骨料、粗骨料和水泥浆等组合而成的复合材料, 被广泛用于建筑、桥梁、铁路和隧道等结构中, 但是其较差的阻尼性能使得减振降噪效果甚微^[1-3]。混凝土超材料是一种新型水泥基材料, 最早是由 Mitchell 等^[4-6]提出的, 灵感来源于声

学超材料, 主要由多个周期排列的谐振单元元胞组成, 每个元胞则是由金属散射体和柔性包裹层组成的谐振骨料以及水泥砂浆基体构成^[7]。当动荷载频率接近元胞的固有频率时, 输入能量将通过谐振骨料的共振被极大消耗, 从而达到减振降噪的目的^[8]。

收稿日期: 2022-09-14。 修订日期: 2022-09-29。

基金项目: 国家自然科学基金项目(52078490, 11790283)。

第一作者: 陈俊豪(1993—), 男, 博士研究生。

通信作者: 曾晓辉(1982—), 男, 博士, 教授。

Received date: 2022-09-14. Revised date: 2022-09-29.

First author: CHEN Junhao (1993—), male, Doctoral candidate.

E-mail: 359622670@qq.com

Correspondent author: ZENG Xiaohui (1982—), male, Ph.D., Professor.

E-mail: zxhzlh@126.com

振动衰减的频率范围被称为带隙。混凝土超材料能够有效衰减弹性波主要归功于元胞的带隙^[9]。Chen 等^[10]研究了散射体形状、尺寸、体积分数和材料特性等参数对带隙范围的影响,发现带隙范围可以通过调整几何和材料参数进行优化^[11]。Miranda 等^[12]研究了散射体的几何形状和旋转角度对带隙的影响,发现正方形和旋转正方形散射体的局域共振带隙比圆形散射体略向高频移动。混凝土超材料的减振效果极大依赖于元胞的带隙范围,以上的研究表明通过改变元胞的几何和材料参数仅能改变带隙的位置和宽度,并不能增加带隙的数量。Liu 等^[13]在原有的谐振骨料基础上,再包裹一层金属散射体和包裹层,使得元胞由单自由度系统变为双自由度系统,将元胞的带隙个数由 1 个拓展为 2 个。但此种方法操作复杂,谐振骨料制作困难,难以实现更多的带隙数量。

为了增加带隙数量,在原有单谐振骨料混凝土超材料元胞的基础上提出一种多谐振骨料混凝土超材料元胞,通过在水泥砂浆基体中加入不同种类的谐振骨料,使基体由单自由度系统变为多自由度系统,从而达到增加带隙数量的目的。结合有限元法对比分析了单、双以及三谐振骨料混凝土超材料元胞的能带结构、本征模态和衰减特性,研究了带隙产生机理和影响因素,根据等效质量法推导了带隙计算式,并与有限元法进行比较。

1 带隙机理

1.1 分析模型

首先,为了研究单谐振骨料混凝土超材料元胞的带隙特征,构建了二维三组元的等效模型元胞 A,元胞 A 的二维分析模型如图 1a 所示,其由外到内

分别是水泥砂浆基体、包裹层 A 和散射体 A,其中散射体 A 为实心圆,等效半径 r_1 为 10 mm,包裹层 A 为空心圆,外径 r_2 为 14 mm,基体为正方形,边长(晶格常数) a 为 40 mm。

其次,为了研究不同种类谐振骨料对混凝土超材料元胞带隙的影响规律,除元胞 A 以外,构建了元胞 B 和元胞 C 2 种单谐振骨料混凝土超材料元胞,3 种单谐振骨料混凝土超材料元胞仅有几何尺寸的不同,其中 r_3 、 r_4 、 r_5 和 r_6 分别为 9、11、5 mm 以及 7 mm,其他参数均相同。双谐振骨料混凝土超材料元胞则是由元胞 A 和元胞 B、元胞 A 和元胞 C 以及元胞 B 和元胞 C 构成,其中元胞 A+元胞 B 的分析模型如图 1c 所示。三谐振骨料混凝土超材料元胞则由元胞 A、元胞 B 以及元胞 C 组成,元胞 A+元胞 B+元胞 C 的分析模型如图 1b 所示。

根据局域共振理论,元胞由一个共振单元和基体组成,共振单元由高密度材料密封于柔软材料之内形成^[7]。因此,散射体材料选用钢,包裹层材料选用硅橡胶,2 种材料参数均参考文献[15]设定,水泥砂浆基体材料参数则参考文献[16]。几何参数设置则是为了保证元胞 A、元胞 B 和元胞 C 的带隙无重叠。各分析模型的材料和几何参数如表 1 所示。

常用的带隙求解方法主要是平面波展开法、时域有限差分法、等效质量法和有限元法等^[14],其中有限元法因其适应性强,收敛快和准确性高等优势被广泛使用。由于二维元胞在 x 和 y 方向上的周期性,根据 Bloch-Floquet 理论,相关计算可在单个元胞内进行,元胞边界上的所有节点均应满足^[15]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{a})} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为所有节点的位移矩阵; $\mathbf{a}$ 为晶格常数; $\mathbf{r}$ 为空间位置矢量; i 为虚数; $\mathbf{K}$ 为单元的刚度矩阵。

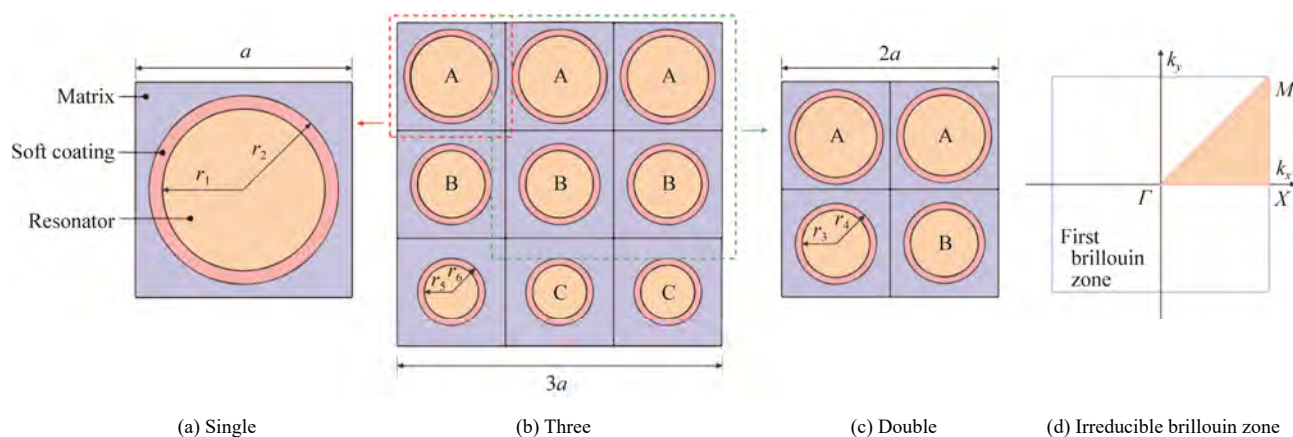


图 1 多谐振骨料混凝土超材料元胞分析模型

Fig. 1 Analysis model of multiple resonant aggregate metaconcrete cells

表 1 材料和几何参数

Table 1 Material and geometric parameters			
Parameter	Elastic modulus/Pa	Density/(kg·m ⁻³)	Poisson's ratio
Resonator	2.10×10 ¹¹	7 780	0.30
Soft coating	1.20×10 ⁵	1 300	0.45
Matrix	3.45×10 ¹⁰	2 000	0.20

单元的特征值方程可写为^[15]:

$$(\mathbf{K}-\omega^2\mathbf{M})\mathbf{u}=0 \tag{2}$$

式中: ω 为本征角频率; $\mathbf{M}$ 为单元的质量矩阵。

图 1d 所示的第一 Brillouin 区(阴影部分为不可约 Brillouin 区), 由于 Brillouin 区的对称性, 只需令波矢 $\mathbf{k}$ 沿如图 1d 所示的不可约 Brillouin 区的边界 $M-\Gamma-X-M$ 进行扫描, 结合边界条件和特征值方程求解波矢与特征频率的关系(能带结构),

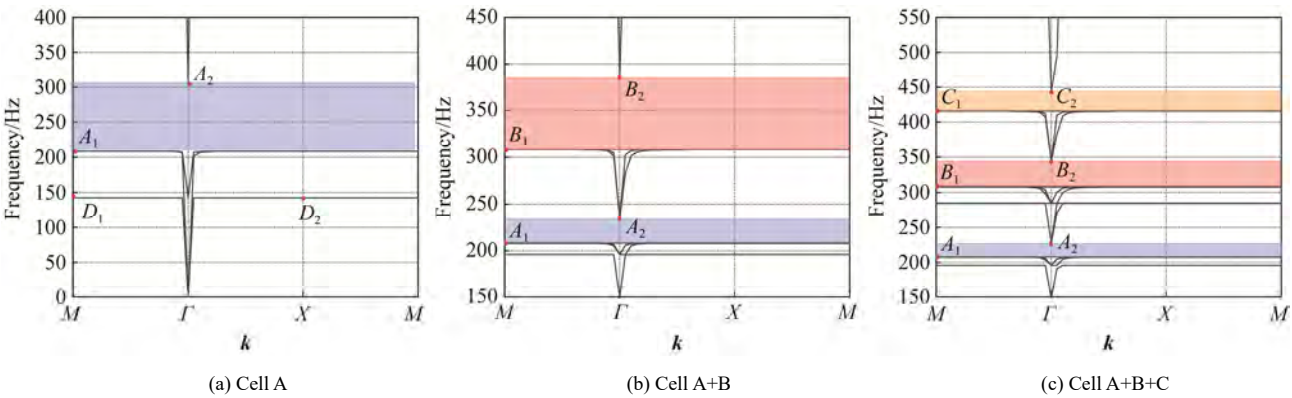


图 2 不同谐振骨料混凝土超材料元胞的能带结构图
Fig. 2 Band structure curves of resonant aggregate metaconcrete cells

将单谐振骨料(元胞 A、元胞 B 和元胞 C)、双谐振骨料(元胞 A+元胞 B、元胞 A+元胞 C 以及元胞 B+元胞 C)和三谐振骨料(元胞 A+元胞 B+元胞 C)混凝土超材料元胞的带隙范围进行统计, 统计结果如表 2 所示。从表 2 可以看出, 元胞 A、元胞 B 和元胞 C 的带隙范围分别是 208~308 Hz、308~416 Hz 和 416~458 Hz, 3 条带隙范围之间无重叠。对于双谐振骨料混凝土超材料元胞来说, 每个元胞对应的带隙起始频率保持不变, 截止频率降低, 从而导致带隙宽度减小, 其中元胞 A+元胞 B 中元胞 A 对应的带隙宽度下降了 74 Hz, 元胞 B+元胞 C 中元胞 B 对应的带隙宽度下降了 69 Hz, 元胞 A+元胞 C 中元胞 C 对应的带隙宽度则下降了 13 Hz。此外, 三谐振骨料混凝土超材料元胞也有相似的规律, 即带隙起始频率保持不变, 截止频率降低, 3 条带隙宽度分别下降了 80、72 Hz 和 17 Hz, 下降幅度大于双谐振骨料混凝土超材料元胞。

能带结构中不存在色散曲线的频率范围就是带隙, 求解过程均在商业软件 COMSOL Multiphysics 中进行。

1.2 带隙计算结果

图 2a~图 2c 分别是单谐振骨料(元胞 A)、双谐振骨料(元胞 A+元胞 B)和三谐振骨料(元胞 A+元胞 B+元胞 C)混凝土超材料元胞的能带结构图, 图 2 中点 A_1 和 A_2 、 B_1 和 B_2 、 C_1 和 C_2 以及 D_1 和 D_2 为对应振动模态的取值点。图 2 中阴影部分为带隙范围, 可以看出, 单、双以及三谐振骨料混凝土超材料元胞分别拥有 1、2 和 3 条带隙, 说明混凝土超材料元胞具有带隙特性, 随着谐振骨料种类的增加, 带隙数量也增加, 且谐振骨料的种类与带隙存在一一对应的关系。

表 2 谐振骨料混凝土超材料元胞的带隙
Table 2 Band gap of resonant aggregate metaconcrete cells

Type	Band gap	Frequency/Hz		
		Cell A	Cell B	Cell C
Single	Starting	208	308	416
	Cut-off	308	416	458
	Width	100	108	43
Double A+B	Starting	208	308	
	Cut-off	234	386	
	Width	26	78	
Double A+C	Starting	208		416
	Cut-off	248		446
	Width	36		30
Double B+C	Starting		308	416
	Cut-off		347	452
	Width		39	36
Three A+B+C	Starting	208	308	416
	Cut-off	228	344	442
	Width	20	36	26

1.3 带隙机理

为了说明带隙的形成机理, 图 3~图 5 分别给出了单谐振骨料(元胞 A)、双谐振骨料(元胞 A+元胞 B)和三谐振骨料(元胞 A+元胞 B+元胞 C)混凝土超材料元胞的振动模态, 各个振动模态与能带结构图中的点对应, 图 3~图 5 中位移幅值均进行了均一化处理, 颜色由浅到深表示位移幅值逐渐增大, 箭头方向代表各个组元的位移方向, 为了显示清楚, 箭头大小进行不同程度的放大和缩小。

元胞 A 带隙范围以外的点 D_1 和点 D_2 所对应的振动模态如图 3a 和图 3b 所示。可以看出, 点 D_1 和点 D_2 均表示为散射体元胞 A 绕中心作扭转振动, 而水泥砂浆几乎不振动。扭转振动仅对水泥砂浆基体产生扭矩作用, 并没有沿 x 和 y 方向的合力, 水泥砂浆基体中的长波行波难以与散射体的振动产生耦合作用, 因此该振动模态对局域共振带隙的产生没有影响^[15]。

元胞 A 的带隙起始和截止频率上点 A_1 和点 A_2 所对应的振动模态如图 3c 和图 3d 所示, 可以看出, 点 A_1 对应的是散射体元胞 A 沿 y 方向的平移振动, 包裹层元胞 A 受压缩/拉伸作用, 散射体元胞 A 在 y 方向的平移振动对基体产生合力作用, 与基体中长波行波产生相互耦合作用, 从而导致了带隙的产生^[15]。点 A_2 对应的是散射体元胞 A 与水泥砂浆基体之间反向振动, 包裹层元胞 A 同样受压缩/拉伸作用, 该模态下, 基体中的长波行波与散射体的耦合作用减弱, 所以带隙关闭。

元胞 A+元胞 B 的带隙起始频率上点 A_1 和点 B_1 以及截止频率上点 A_2 和点 B_2 所对应的振动模态如图 4 所示, 从图 4 可以看出, 点 A_1 和 B_1 对应的振动模态与单谐振骨料混凝土超材料元胞的振动模态一致, 均为带隙对应元胞散射体的平移振动, 包裹层受压缩/拉伸作用, 振动能量主要集中在散射体上。点 A_2 对应的振动模态是散射体 A 与其他所有单元之间的反向振动, 点 B_2 对应的振动模态则是散射体 B 与其他所有单元之间的反向振动, 包裹层均受压缩/拉伸作用。

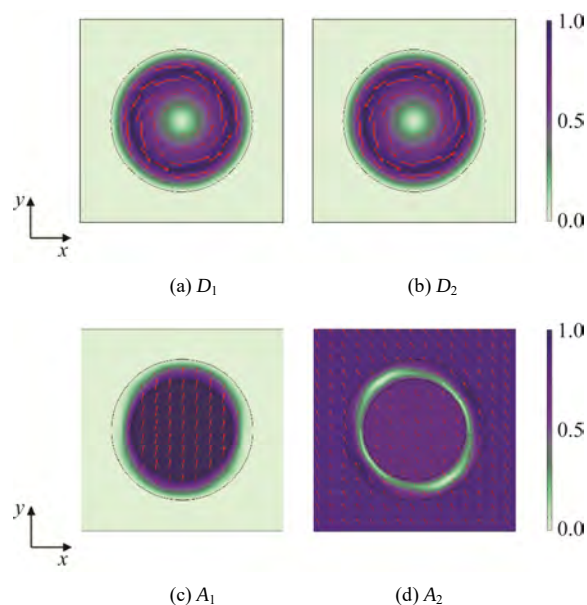


图 3 元胞 A 振动模态图

Fig. 3 Vibration modes of cell A

对于双谐振骨料混凝土超材料元胞来说, 带隙起始频率对应的振动模态与单谐振骨料混凝土超材料元胞相同, 截止频率对应的振动模态则发生变化, 除了自身元胞的水泥砂浆基体外, 其他元胞中的水泥砂浆基体和散射体均参与了反向振动。

元胞 A+元胞 B+元胞 C 的带隙起始频率上点 A_1 、点 B_1 和点 C_1 以及截止频率上点 A_2 、点 B_2 和点 C_2 所对应的振动模态如图 5 所示。可以看出, 与单谐振骨料和双谐振骨料混凝土超材料元胞带隙起始频率的形成机理一致, 三谐振骨料混凝土超材料元胞 3 条带隙的起始频率均为对应元胞散射体的平移振动, 3 条带隙的截止频率则为对应元胞散射体与其他所有单元之间的反向振动。

综上所述, 增加混凝土超材料元胞中谐振骨料的种类并不会改变带隙的起始频率, 但是会降低对应元胞带隙的截止频率, 从而降低带隙宽度, 这主要是由于增加谐振骨料的种类并没有改变起始频率对应的振动模态, 却增加了截止频率对应振动模态的参振质量, 从而降低了截止频率。

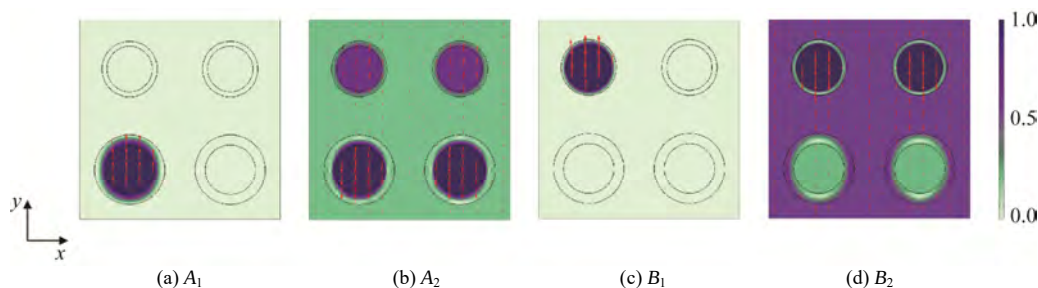


图 4 元胞 A+元胞 B 振动模态图

Fig. 4 Vibration modes of cell A+B

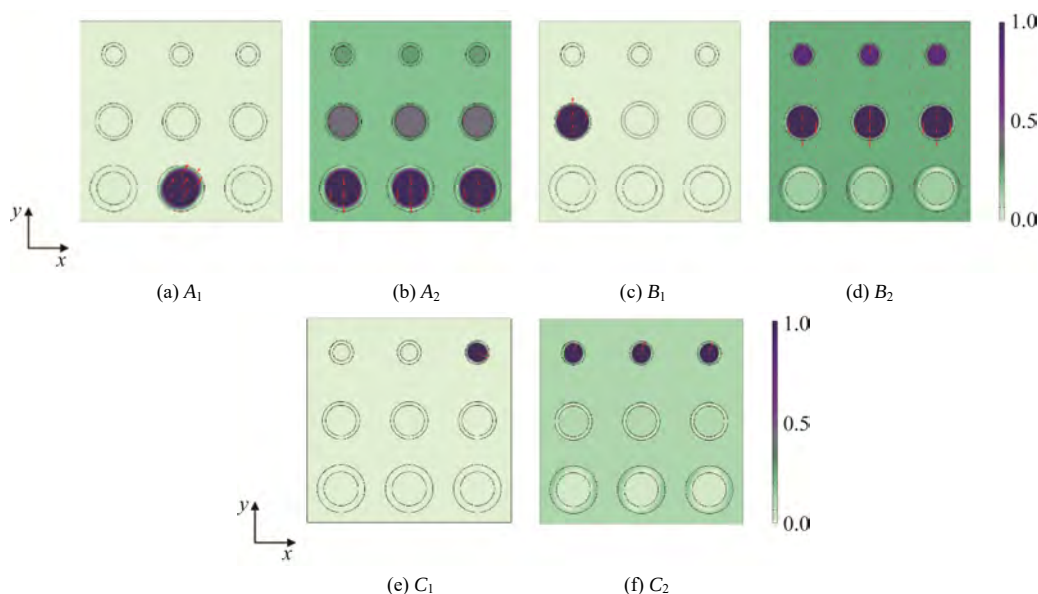


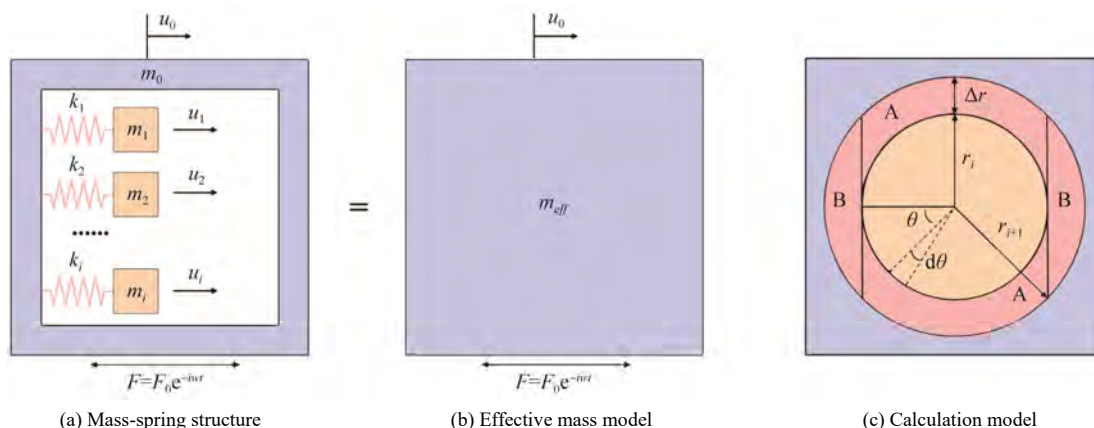
图 5 元胞 A+B+C 振动模态图

Fig. 5 Vibration modes of cell A+B+C

1.4 等效模型

根据上述分析可知,带隙与元胞之间存在一一对应的关系,多谐振骨料混凝土超材料元胞可以根据谐振骨料种类的不同,将每一种元胞等效为单自

由度质量-弹簧系统,并与水泥砂浆基体并联,由此就组成一个多自由度质量-弹簧系统,如图 6a 所示,其中: m_i 为散射体 i 的等效质量, k_i 为包裹层 i 的等效刚度, m_0 为水泥砂浆基体的等效质量。



m_0 —Equivalent mass of cement mortar matrix; m_i —Equivalent mass of resonator i ; k_i —Equivalent stiffness of soft coating i ; u_0 —Displacement of cement mortar matrix; u_i —Displacement of resonator i ; F_0 —Force magnitude; F —External force; t —Time; ω —Angular frequency; m_{eff} —Equivalent mass of the system; Δr —Soft coating thickness; r_i —Radius of resonator i ; r_{i+1} —Outer diameter of soft coating i ; θ —Angle.

图 6 等效模型

Fig. 6 Equivalent model

当外力 $F = F_0 e^{-i\omega t}$ 作用于多自由度质量-弹簧系统时,根据 Newton 第二定理,系统的运动方程可以表示为:

$$\begin{cases} m_i \ddot{u}_i = k_i (u_0 - u_i), i = 1, 2, \dots, n \\ m_0 \ddot{u}_0 = k_1 (u_1 - u_0) + k_2 (u_2 - u_0) + \dots + k_i (u_i - u_0) + F \end{cases} \quad (3)$$

在外力作用下,系统中的位移可以表示为 $u^i = u_0^i e^{-i\omega t}$, 通过对方程组(3)求解,可以得到:

$$\left[F_0 + \omega^2 \cdot u_0^1 \cdot \left(m_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \right) \right] \cdot e^{-i\omega t} = 0 \quad (4)$$

$$\omega_i = \sqrt{k_i / m_i} \quad (5)$$

式中: u_0 为水泥砂浆基体的位移; u_i 为质量块 m_i 的位移; F_0 为力的幅值; ω 为角频率; ω_i 为单自由度质量-弹簧系统 i 的角频率; t 为时间; u_0^1 为水泥砂浆基体的位移幅值, u_0^i 则为质量块 m_i 的位移幅值。

式(4)表明,在外力 F 作用下,多自由度质量-

弹簧系统可以看作是共振频率为 ω_i 的质量块 m_{eff} 的运动, 如图 6b 所示, 其中系统的等效质量 m_{eff} 和静态质量 m_{st} 为:

$$m_{\text{eff}} = m_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \quad (6)$$

$$m_{\text{st}} = \sum_{i=0}^n m_i \quad (7)$$

由式(6)和式(7)可知, 求得系统中散射体 i 的等效质量 m_i , 水泥砂浆基体的等效质量 m_0 以及包裹层 i 的等效刚度 k_i , 便可得到多自由度质量-弹簧系统 $m_{\text{eff}}-m_{\text{st}}$ 和角频率 ω 的关系, 即多谐振骨料混凝土超材料元胞的带隙范围。

元胞 i 的计算模型如图 6c 所示, 由带隙形成机理分析可知, 包裹层 i 中的区域 B 主要随水泥砂浆基体振动, 该部分质量 m_{Bi} 应计入水泥砂浆基体的等效质量 m_0 中, 包裹层 i 中的区域 A 主要是充当弹簧, 该部分质量 m_{Ai} 应该按照弹簧 k 上静点距基体和散射体的位置的比例分配^[15], 系统中散射体 i 的等效质量 m_i 和水泥砂浆基体的等效质量 m_0 可以求得:

$$m_{\text{Bi}} = 2\rho_2 \int_{r_i}^{r_{i+1}} 2\sqrt{r_{i+1}^2 - x^2} dx \quad (8)$$

$$= 2\rho_2 (r_{i+1}^2 \cdot \arccos \frac{r_i}{r_{i+1}} - r_i \sqrt{r_{i+1}^2 - r_i^2}) \quad (9)$$

$$m_{\text{Ai}} = \rho_2 \pi (r_{i+1}^2 - r_i^2) - m_{\text{Bi}} \quad (10)$$

$$m_{\text{si}} = \rho_1 \pi r_i^2 \quad (11)$$

$$m_{\text{m}} = \rho_3 \sum_{i=1}^n \left(a^3 - \frac{4}{3} \pi r_{i+1}^3 \right) \quad (12)$$

$$m_i = m_{\text{si}} + m_{\text{Ai}} \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (13)$$

$$m_0 = m_{\text{m}} + m_{\text{Bi}} + m_{\text{Ai}} \frac{1}{1 + \alpha} \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{m_i}{m_0} \quad (15)$$

式中: ρ_1 、 ρ_2 和 ρ_3 分别为散射体、包裹层和水泥砂浆基体的密度; r_i 为散射体 i 的半径; r_{i+1} 为包裹层 i 的外径; a 为基体边长; m_{si} 和 m_{m} 为散射体 i 和水泥砂浆基体的质量; α 为质量 m_i 和 m_0 的比值。

此外, 考虑包裹层的拉压刚度和剪切刚度, 包裹层 i 的等效刚度可以由下式求得^[16]:

$$k_i = \frac{\pi(r_i C_{11} + r_{i+1} C_{44})}{r_{i+1} - r_i} \quad (16)$$

$$C_{11} = \lambda_{\text{E}} + 2\mu_{\text{E}} \quad (17)$$

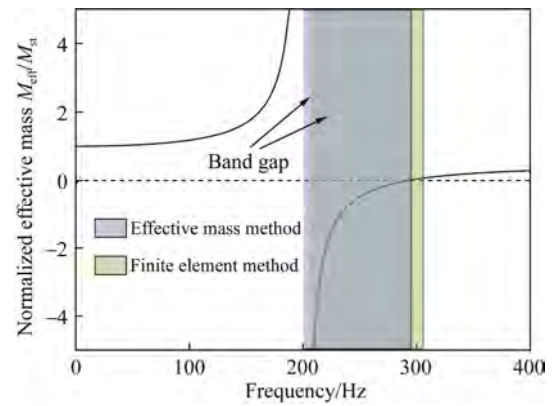
$$C_{44} = \mu_{\text{E}} \quad (18)$$

式中: C_{11} 和 C_{44} 为弹性系数; λ_{E} 和 μ_{E} 为 Lamé 常数。

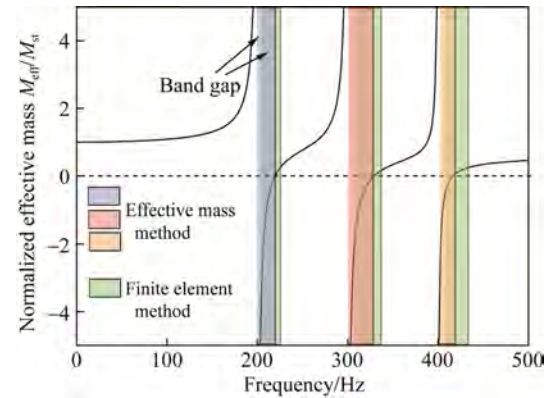
综上所述, 系统中散射体 i 的等效质量 m_i 和

泥砂浆基体的等效质量 m_0 可由式(8)~式(14)求得, 包裹层 i 的等效刚度 k_i 可由式(15)~式(17)求得, 将质量参数 m_i 、 m_0 、刚度参数 k_i 带入式(6)和式(7)中便可以求得多自由度质量-弹簧系统 $m_{\text{eff}}-m_{\text{st}}$ 和角频率 ω 的关系。

取 i 等于 1 和 3, 计算单自由度和三自由度质量-弹簧系统 $m_{\text{eff}}-m_{\text{st}}$ 和角频率 ω 的关系, 计算结果如图 7 所示。从图 7 可以看出, 当频率为 0 时, 等效质量 m_{eff} 等于静态质量 m_{st} , 随着频率的增加, 等效质量先增加后减小到负值。图 7 标注的等效负质量区间即为带隙范围。基于等效质量法的等效负质量区间与有限元的计算结果较为吻合, 略有偏差, 其误差主要来源于参振质量的取值以及有限元计算精度。



(a) Single resonant aggregate model



(b) Three resonant aggregate model

图 7 计算结果对比

Fig. 7 Comparison of calculation results

2 影响因素分析

2.1 谐振频率原理模型

由上述分析可知, 混凝土超材料元胞带隙的起始频率主要由对应元胞散射体平移振动决定, 截止频率由对应元胞散射体与其他所有单元之间的反向振动决定, 将 2 种振动模式简化为质量-弹簧系统, 求解其谐振频率估计式, 如图 8 所示。

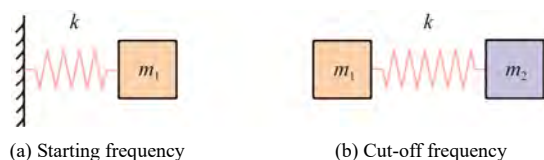


图 8 原理模型
Fig. 8 Principle model

其中, 起始频率对应的原理模型运动方程为:

$$m_1 \ddot{u}_1 + k u_1 = 0 \quad (18)$$

式中: m_1 为散射体的等效质量; u_1 为散射体的位移; k 为包裹层的等效刚度, $\ddot{u}_1$ 为散射体的加速度。截止频率对应的原理模型运动方程为:

$$m_1 \ddot{u}_1 + k(u_1 - u_2) = 0 \quad (19)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + k(u_2 - u_1) = 0 \quad (20)$$

式中: m_2 为基体的等效质量; u_1 为基体的位移; $\ddot{u}_2$ 为基体的加速度。由此可知, 多谐振骨料混凝土超材料元胞带隙起始频率 f_1 和截止频率 f_2 的估计式如下所示:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad (21)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \quad (22)$$

根据式(21)和式(22)可知, 散射体和水泥砂浆基体的等效质量以及包裹层的等效刚度变化, 均会影响带隙。为了拓宽混凝土超材料元胞的带隙范围, 有必要研究材料和几何参数对其带隙的变化规律。

由于篇幅有限, 仅研究三谐振骨料混凝土超材料元胞中元胞 A 的设计参数变化对带隙的影响规律, 单谐振骨料、双谐振骨料以及三谐振骨料混凝土超材料元胞中其他元胞的设计参数对带隙的影响规律可参照本研究结果。在本节中, 选取如表 3 所示的 12 个因素, 分别设置 4 个水平进行研究, 每个因素在不同水平变化时, 其他因素的取值与表 1 相同。材料参数包括: 散射体 A 的弹性模量(E_r)、密度(ρ_r)、Poisson 比(ν_r), 包裹层 A 的弹性模量(E_s)、密度(ρ_s)、Poisson 比(ν_s), 水泥砂浆基体的弹性模量(E_c)、密度(ρ_c)、Poisson 比(ν_c); 几何参数为散射体 A 的半径(r_1)、包裹层 A 的外径(r_2)、水泥砂浆基体的边长(a)。

2.2 散射体

散射体 A 的材料参数对带隙的影响规律如图 9 所示。从图 9 可以看出, 散射体 A 材料参数的变化仅对其对应的带隙有影响, 其中散射体 A 的弹性模

表 3 带隙影响因素及其水平

Table 3 Band gap influence factors and levels

Parameter	Influencing factors		Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
Material parameter	Resonator A	Elastic modulus E_r /Pa	1.1×10^{11}	1.6×10^{11}	2.1×10^{11}	2.6×10^{11}
		Density ρ_r /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	6 780	7 280	7 780	8 280
		Poisson's ratio ν_r	0.20	0.25	0.30	0.35
	Soft coating A	Elastic modulus E_s /Pa	0.2×10^5	0.7×10^5	1.2×10^5	1.7×10^5
		Density ρ_s /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	300	800	1 300	1 800
		Poisson's ratio ν_s	0.41	0.43	0.45	0.47
	Cement mortar	Elastic modulus E_c /Pa	2.45×10^{10}	2.95×10^{10}	3.45×10^{10}	3.95×10^{10}
		Density ρ_c /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	1 000	1 500	2 000	2 500
		Poisson's ratio ν_c	0.10	0.15	0.2	0.25
Geometric parameter	Resonator	Radius r_1 /mm	8	9	10	11
	Soft coating	Outer diameter r_2 /mm	12	13	14	15
	Cement mortar	Side length a /mm	30	35	40	45

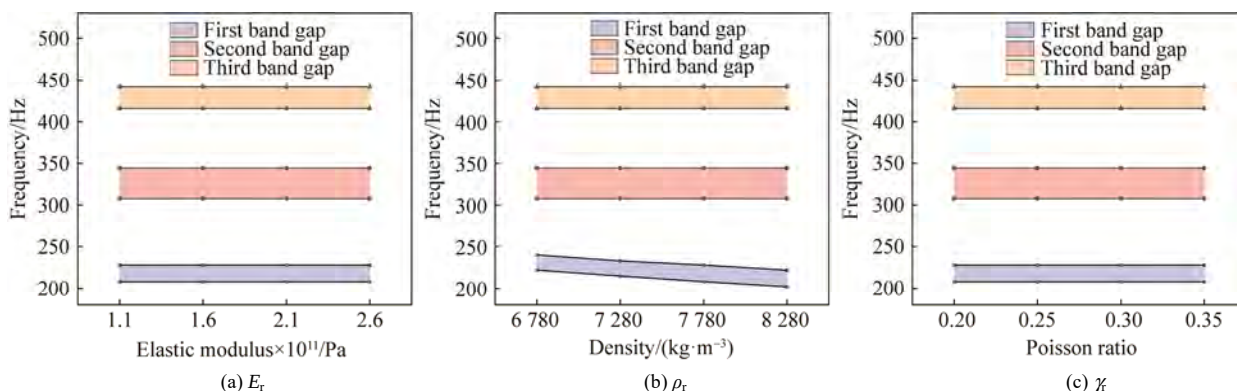


图 9 散射体 A 的材料参数对带隙的影响

Fig. 9 Influence of the material parameters of the resonator A on the band gap

量和泊松比变化对带隙无影响, 而密度的增加却降低了第一条带隙的起始频率和截止频率。根据估计式(21)和式(22)可知, 增大散射体密度相当于增大了散射体的等效质量 m_1 , 从而降低了起始频率 f_1 和截止频率 f_2 , 这与文献[16]所得结论一致。

2.3 包裹层

包裹层 A 的材料参数对带隙的影响规律如图 10 所示, 从图 10 可以看出, 包裹层 A 的密度对第一条带隙的影响较小, 这与包裹层质量相对较小有关, 此外, 第一条带隙的起始和截止频率均随弹性模量和泊松比的增大而增大。包裹层的弹性模量和 Poisson

决定了 Lamé 常数 λ_E 和 μ_E , 而估计式(21)和式(22)中的等效刚度 k 主要与 2 个 Lamé 常数相关^[15], 增大弹性模量和泊松比相当于增大了等效刚度 k , 从而增大了起始频率 f_1 和截止频率 f_2 。

2.4 基体

水泥砂浆基体的材料参数对带隙的影响规律如图 11 所示。从图 11 可以看出, 基体的弹性模量和 Poisson 比对带隙几乎无影响, 而 3 条带隙的截止频率均随着基体密度的增加而降低, 导致带隙宽度减小。根据估计式(21)和式(22)可知, 增大基体密度相当于增加了基体的等效质量 m_2 , 从而降低了截止频率 f_2 ^[15]。

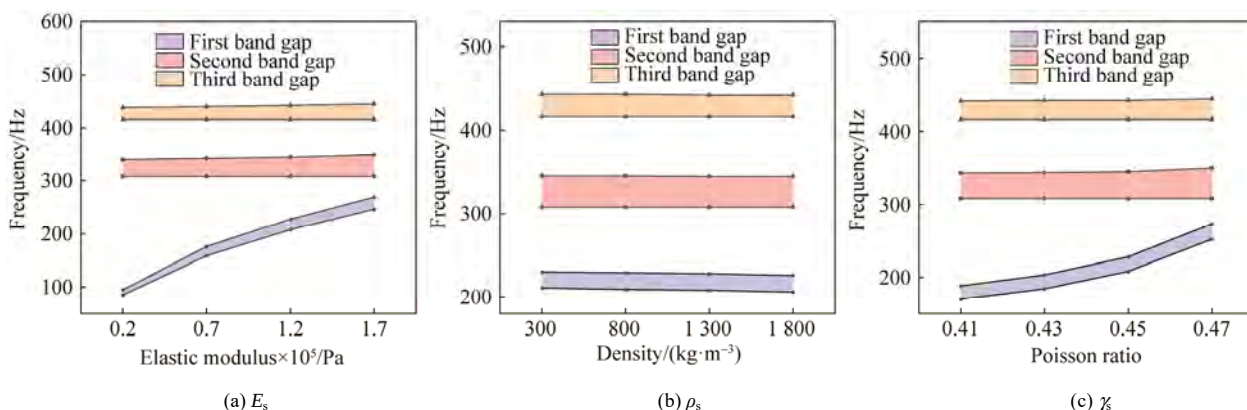


图 10 包裹层 A 的材料参数对带隙的影响

Fig. 10 Influence of the material parameters of the soft coating A on the band gap

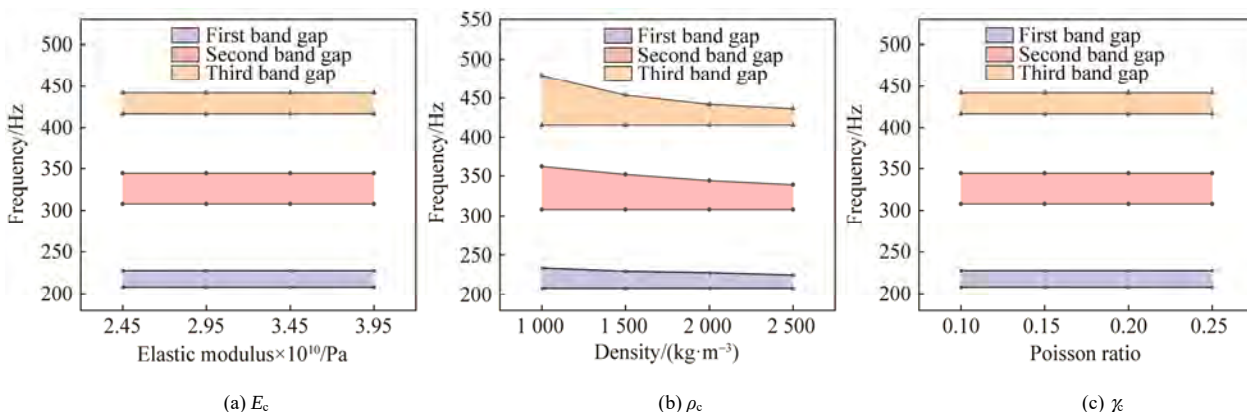


图 11 基体的材料参数对带隙的影响

Fig. 11 Influence of the material parameters of the matrix on the band gap

2.5 几何参数

元胞 A 的几何参数对带隙的影响规律如图 12 所示。散射体 A 半径增大的同时包裹层 A 的厚度也随之降低。从图 12a 可以看出, 在散射体 A 的等效质量增大和包裹层 A 的等效刚度降低的综合作用下, 第一条带隙的起始和截止频率均随半径的增大而增大, 带隙宽度也随之增大。

包裹层 A 外径增大的同时基体的等效质量随之

降低, 其带隙变化如图 12b 所示。随着外径的增大, 第 1 带隙起始和截止频率均呈下降趋势, 而第 2 和第 3 带隙的截止频率均略微降低。截止频率 f_2 的降低主要与基体质量减小有关, 第一条带隙的起始频率 f_1 的降低则是由于等效刚度 k 的减小^[16]。

基体边长对带隙的影响规律如图 12c 所示。随着边长的增大, 3 条带隙的截止频率均下降, 而起始频率保持不变, 导致带隙宽度减小。与增大基体

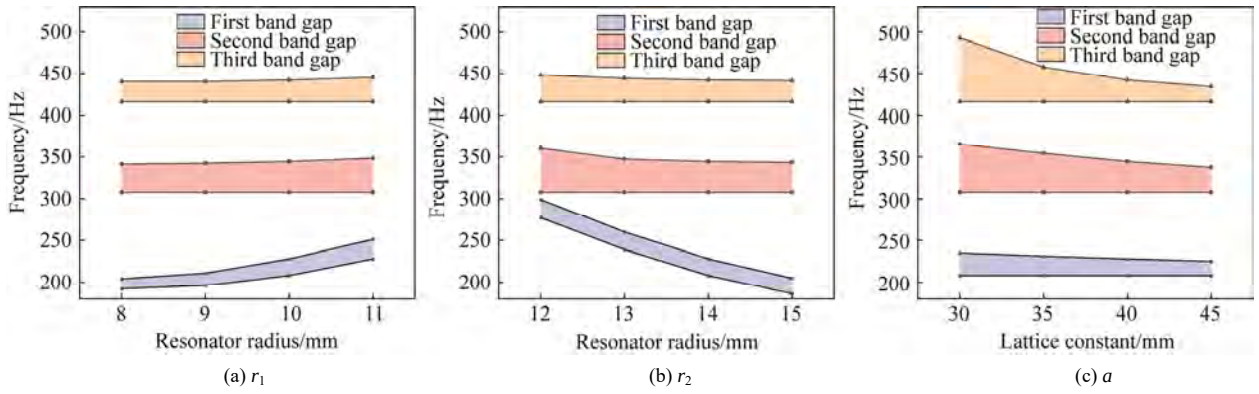


图 12 几何参数对带隙的影响

Fig. 12 Influence of the physical parameters of geometric parameters on the band gap

密度类似, 增大基体边长使得基体等效质量 m_2 增加, 从而降低了截止频率 f_2 ^[15]。

综上所述, 多谐振骨料混凝土超材料元胞的带隙与谐振骨料的种类存在一一对应的关系, 通过合理配置元胞的材料和几何参数, 可以优化带隙的位置和宽度。

3 衰减特性分析

3.1 衰减特性计算模型

采用衰减特性验证混凝土超材料元胞能带结构

的计算结果^[17], 由于篇幅有限, 本工作选用三谐振骨料混凝土超材料元胞进行研究, 计算模型由 5 个三谐振骨料混凝土超材料元胞排列组合而成, 计算模型如图 13 所示。在模型的左端面施加加速度激励, 拾取模型右端面的平均加速度响应, 根据式(23)得到计算模型的加速度传递损失 T ^[17]:

$$T = 20 \lg \left(\frac{a_{\text{out}}}{a_{\text{in}}} \right) \quad (23)$$

式中: a_{in} 为输入端的加速度值; a_{out} 为输出端的加速度值。

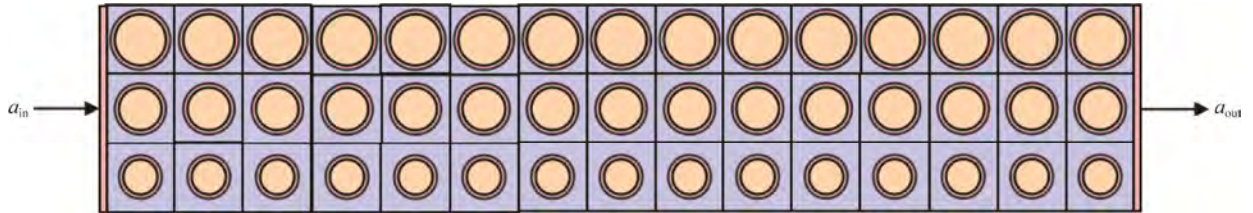


图 13 衰减特性计算模型

Fig. 13 Calculation model of attenuation characteristics

3.2 计算结果分析

当加速度传递损失 T 小于 0 dB 时, 说明振动加速度被抑制, 由此可以确定 T 小于 0 dB 时的频率范围即为振动加速度抑制频率范围。计算模型加速度传输损失 T 的计算结果如图 14 所示。从图 14 可以看出, 在 150~550 Hz 范围内存在 3 个振动加速度抑制频率范围, 且与图中阴影部分的带隙范围一一对应, 这也证实了混凝土超材料元胞能带结构计算结果的准确性。

为了进一步分析带隙对计算模型振动衰减的影响, 传输损失谱上不同频率的点 E 、点 F 、点 G 和点 H 对应的计算模型位移场如图 15 所示。从图 15 可以看出, 在点 E 的位移场中, 由于该频率处于第

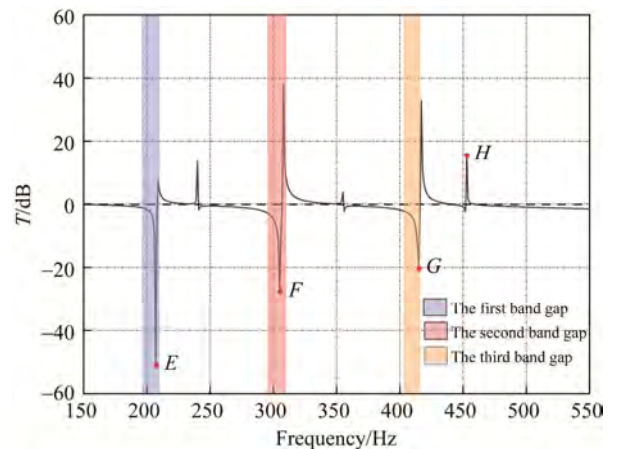


图 14 传递损失谱

Fig. 14 Transmission loss spectrum

一带隙范围内, 振动位移大部分集中在元胞 A 的散射体, 少部分集中在包裹层。这也说明了该频段内的振动能量被基体中的谐振骨料所吸收, 点 F 和点 G 的位移场中, 振动位移则大部分集中在元胞 B 和元胞 C 的散射体中, 与点 E 的规律一致。从

图 14 可以看出, 点 H 处于传递损失 T 的最大值, 而从计算模型的位移场可以看出, 虽然散射体吸收了部分能量, 但是仍然由大量的振动能量通过水泥砂浆基体向右边传播, 而这部分能量并没有被吸收。

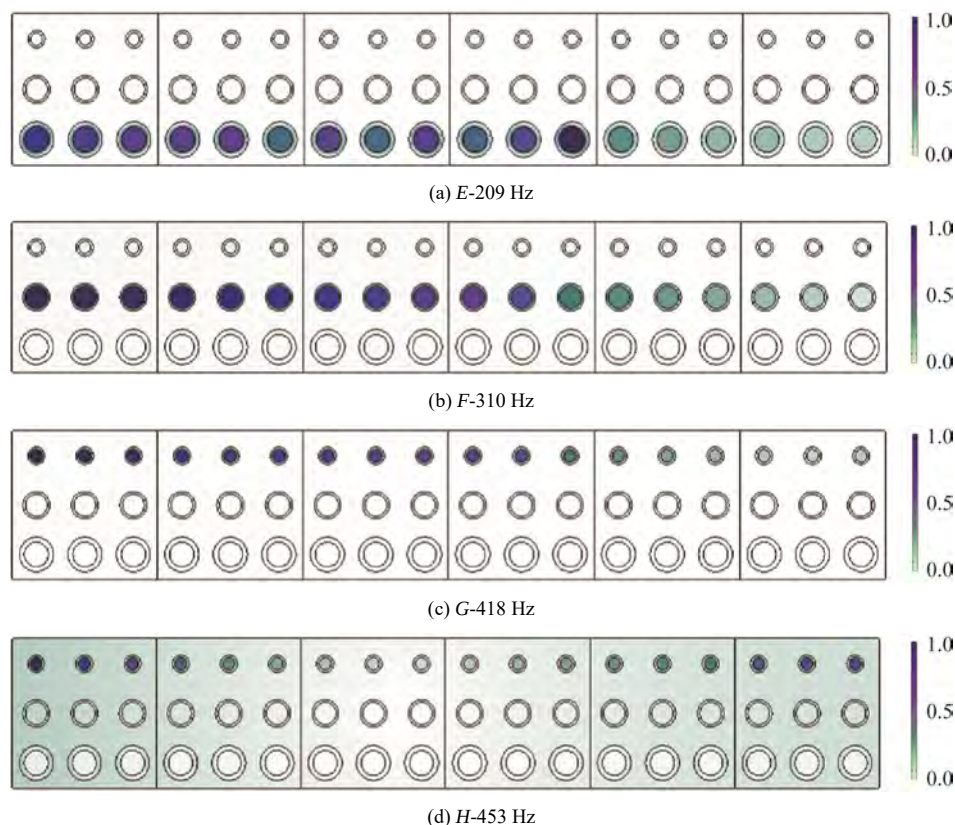


图 15 位移场分布

Fig. 15 Displacement field distribution

4 结论

1) 以硅橡胶包裹钢散射体, 水泥砂浆作为基体的混凝土超材料元胞具有带隙特性。随着混凝土超材料元胞中谐振骨料种类的增加, 带隙数量也增加, 且谐振骨料的种类与带隙存在一一对应的关系, 此外, 带隙的截止频率随着谐振骨料种类的增加而降低, 起始频率保持不变, 导致带隙宽度减小。

2) 混凝土超材料元胞的带隙起始频率由对应元胞散射体的平移振动决定, 截止频率则是由对应元胞的散射体与其他所有单元之间的反向振动决定。

3) 基于等效质量法计算的等效负质量频率范围与有限元法计算的带隙结果较为吻合, 仅略有偏差, 其误差主要来源于参振质量的取值以及有限元法的计算精度。

4) 混凝土超材料元胞的带隙主要由散射体和水泥砂浆基体的等效质量以及包裹层的等效刚度共同决定, 通过合理配置元胞的材料和几何参数, 可以优化带隙的位置和宽度。

5) 带隙范围内的振动能量大部分被谐振骨料所吸收, 而带隙范围外的振动能量只有少部分被吸收, 大部分振动能量依然通过水泥砂浆基体传播。

参考文献:

- [1] 陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 等. 橡胶自密实混凝土填充层结构减振性能研究[J/OL]. 建筑材料学报, 1-13. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1764.TU.20220613.1744.020.html>.
CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun, et al. J Build Mater (in Chinese), 1-13. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1764.TU.20220613.1744.020.html>.
- [2] 龙广成, 李宁, 谢友均, 等. 板式轨道充填层自密实混凝土的动态力学特性[J]. 铁道科学与工程学报, 2018, 15(6): 1364-1372.
LONG Guangcheng, LI Ning, XIE Youjun, et al. J Railway Sci Eng (in

- Chinese), 2018, 15(6): 1364–1372.
- [3] 龙广成, 李宁, 薛逸骅, 等. 冲击荷载作用下掺橡胶颗粒自密实混凝土的力学性能[J]. 硅酸盐学报, 2016, 44(8): 1081–1090.
LONG Guangcheng, LI Ning, XUE Yihua, et al. J Chin Ceram Soc, 2016, 44(8): 1081–1090.
- [4] MITCHELL S J, PANDOLFI A, ORTIZ M. Investigation of elastic wave transmission in a metaconcrete slab[J]. Mech Mater, 2015, 91(1): 295–303.
- [5] MITCHELL S J, PANDOLFI A, ORTIZ M. Metaconcrete: Designed aggregates to enhance dynamic performance[J]. J Mech Phys Solids, 2014, 65(4): 69–81.
- [6] MITCHELL S, PANDOLFI A, ORTIZ M. Effect of brittle fracture in a metaconcrete slab under shock loading[J]. J Eng Mech, 2015, Accepted(4): 1–28.
- [7] BRICCOLA D, PANDOLFI A. Analysis on the dynamic wave attenuation properties of metaconcrete considering a quasi-random arrangement of inclusions[J]. Front Mater, 2021(7): 615189.
- [8] BRICCOLA D, ORTIZ M, PANDOLFI A, et al. Experimental Validation of Metaconcrete Blast Mitigation Properties[J]. J App Mech: Transact ASME, 2017, 3(84): 031001.
- [9] BRICCOLA D, CUNI M, JULI A D, et al. Experimental validation of the attenuation properties in the sonic range of metaconcrete containing two types of resonant inclusions[J]. Exp Mech, 2021, 61: 515–532: 1–18.
- [10] XU C, CHEN W, HAO H. The influence of design parameters of engineered aggregate in metaconcrete on bandgap region[J]. J Mech Phys Solids, 2020, 139(6): 103929.
- [11] XU C, CHEN W, HAO H, et al. Damping properties and dynamic responses of metaconcrete beam structures subjected to transverse loading[J]. Constr Build Mater, 2021, 311: 125273.
- [12] MIRANDA E J P, ANGELIN A F, SILVA F M, et al. Passive vibration control using a metaconcrete thin plate[J]. Ceramica, 2019, 65(Suppl): 127–33.
- [13] YANG L A, XAB C, HC A, et al. Vibration attenuation of finite-size metaconcrete: mechanism, prediction and verification[J]. Composites Part A, 2021, 143: 106294.
- [14] XU Y L, TIAN X G, CHEN C Q. Band structures of two dimensional solid/air hierarchical phononic crystals[J]. Physica B, 2012, 407(12): 1995–2001.
- [15] 王刚. 声子晶体局域共振带隙机理及减振特性研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
WANG Gang. Research on the Mechanism and the Vibration Attenuation Characteristic of Locally Resonant Band Gap in Phononic Crystals[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.
- [16] 尤伦. 轻质混凝土材料性能及减振特性研究[D]. 南京: 东南大学, 2019.
YOU Quan. Study on the Material Performance and Vibration Attenuation Characteristics of Lightweight Concrete[D]. Nanjing: Southeast University, 2019.
- [17] 朱龙翔, 王悦民, 宗侣, 等. 基于模态分析方法的管道导波频散曲线计算[J]. 海军工程大学学报, 2014, 26(6): 64–68.
ZHU Longxiang, WANG Yuemin, ZONG Lv, et al. J Naval Univ Eng (in Chinese), 2014, 26(6): 64–68.