第 48 卷第 10 期
2020 年 10 月

硅 酸 盐 学 报
JOURNAL OF THE CHINESE CERAMIC SOCIETY

Vol. 48，No. 10
October，2020

http://www.gxyb.cbpt.cnki.net

DOI：10.14062/j.issn.0454-5648.20200238

混杂钢纤维对钢纤维–超高性能混凝土界面黏结性能的影响

朱 平[1,2]，池颜海[1]，易笃韬[1]，张 哲[3]，邵旭东[1]

(1. 湖南大学土木工程学院，风工程与桥梁工程湖南省重点实验室，长沙 410082；
2. 湖南大学，汽车车身先进设计制造国家重点实验室，长沙 410082；
3. 湖南工业大学土木工程学院，湖南 株洲 412007)

摘 要：通过单根钢纤维拉拔试验，研究了 2 种钢纤维(平直型和端钩型钢纤维)在混杂钢纤维超高性能混凝土(UHPC)中的黏结性能。基于实测钢纤维拉拔荷载–位移曲线，分析了钢纤维混杂配比、钢纤维体积掺量对钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能的影响，以及钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能与 UHPC 抗压强度的关系，阐明了钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 中的拔出过程，并建立了平直型和端钩型钢纤维拔出过程的黏结–滑移模型。指出 UHPC 基体内平直型和端钩型钢纤维体积掺量均为 1% (体积分数)时，钢纤维混杂对钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能的增强效果最佳。

关键词：超高性能混凝土；混杂钢纤维；钢纤维拔出行为；界面黏结性能；黏结–滑移模型
中图分类号：TQ175　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：0454–5648(2020)10–1669–13
网络出版时间：2020–07–27



Influence of Hybrid Steel Fibers on Interfacial Bond Performance Between Steel Fiber and Ultrahigh-performance Concrete

ZHU Ping[1,2], *CHI Yanhai*[1], *YI Dutao*[1], *ZHANG Zhe*[3], *SHAO Xudong*[1]

(1. Key Laboratory for Wind and Bridge Engineering of Hunan Province, College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacture for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;
3. College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, Hunan, China)

Abstract: The bonding performance of steel fibers (*i.e.*, straight and hooked-end steel fibers) in hybrid steel fibers reinforced ultrahigh-performance concrete (UHPC) was investigated through single steel fiber pullout tests. Based on the load–displacement curves of steel fibers, the effects of hybrid steel fibers and their volume fraction on the bonding properties between hybrid steel fibers and UHPC were analyzed, and the correlation between the fiber–UHPC interfacial bonding properties and the compressive strength of UHPC was discussed. The pullout processes of steel fibers in hybrid steel fibers reinforced UHPC were clarified, and the pullout load–slip models of the straight and hooked-end steel fibers during the pullout processes were proposed. It is indicated that the hybrid of steel fibers could achieve an optimum interfacial bond performance between steel fibers and UHPC at the volume fraction of both straight and hooked-end steel fibers embedded in the UHPC matrix of 1%.

Keywords: ultrahigh performance concrete; hybrid steel fibers; pullout behavior of steel fibers; bonding performance of the interface; pullout load–slip model

超高性能混凝土(ultrahigh performance concrete，UHPC)是一种具有超高强度(抗压强度超过150 MPa)、高韧性、低孔隙率和高耐久性的水泥基复合材料，由普通硅酸盐水泥和硅灰等活性掺合料，

收稿日期：2020–04–02。　修订日期：2020–05–18。
基金项目：中国博士后科学基金(2016M602411)；国家自然科学基金(51808212)；山东省自然科学基金(ZR2019MA017)。
第一作者：朱 平(1977—)，男，博士，讲师。
通信作者：易笃韬(1975—)，男，硕士，工程师。

Received date: 2020–04–02.　**Revised date:** 2020–05–18.
First author: ZHU Ping (1977–), male, Ph.D., Lecturer.
E-mail: pingzhu@hnu.edu.cn
Correspondent author: YI Dutao (1975–), male, Master, Engineer.
E-mail: yidutao@hnu.edu.cn

以及石英砂、石英粉，并掺入高强钢纤维而组成[1–2]。钢纤维与 UHPC 基体的协同工作，可极大提高材料的强度和韧性，因而钢纤维对实现 UHPC 的超高性能具有至关重要的作用[3]。

钢纤维对 UHPC 的增强作用与钢纤维–基体界面的黏结性能相关。研究表明：UHPC 在荷载作用下的破坏模式大多表现为钢纤维被拔出，而不是钢纤维被拉断[4]，使得钢纤维自身优异的抗拉性能无法得到充分利用，影响了钢纤维对 UHPC 基体的增强效率[5]。因此，探究钢纤维–基体界面黏结性能和黏结机理对 UHPC 力学性能的增强十分重要。

目前，国内外学者针对影响钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能的因素开展了诸多实验研究，主要包括：钢纤维掺量、水灰比、钢纤维形状、钢纤维埋置倾斜角度、试件养护制度、实验加载速率等。Yoo 等[6]通过实验研究发现，当 UHPC 基体中钢纤维体积掺量为 2%时，钢纤维在基体中的黏结性能最强。Beglarigale 等[7]通过改变 UHPC 基体中的水灰比，发现随着水灰比的增加，钢纤维在 UHPC 基体内的黏结强度逐渐减弱。Kim 等[8]对比了不同形状钢纤维拔出实验结果，发现钢纤维–UHPC 基体黏结强度由强至弱依次为扭转型、端钩型和平直型钢纤维。Tai 等[9]对比了不同埋置倾斜角度时钢纤维的拉拔峰值应力，结果表明：平直型和扭转型钢纤维埋置方向与埋置平面夹角为 45°时拉拔峰值应力最大，而端钩型钢纤维埋置倾斜角度为 30°时拉拔峰值应力最大。Yunsheng 等[10]采用不同养护制度发现，蒸压养护条件下，钢纤维与 UHPC 基体间黏结强度最大，蒸汽养护次之，常温养护则最小。Xu 等[11]和 Tai 等[12]在钢纤维拔出实验中采用不同的加载速率，随着拉拔加载速率的增加，钢纤维拉拔峰值应力逐渐增强。Chun 等[13]采用小尺寸的平直型钢纤维代替大尺寸钢纤维(平直型、端钩型和扭转型钢纤维)，探究混杂钢纤维对黏结性能的影响，发现当小尺寸钢纤维代替大尺寸平直型钢纤维时，黏结强度得到提升，而代替大尺寸端钩型和扭转型钢纤维时，黏结强度出现降低的现象。

混杂钢纤维对 UHPC 的抗压和抗拉强度有明显的提升作用，同时也能改善材料的韧性；当 UHPC 基体内混杂掺入不同尺寸的端钩型和平直型钢纤维时，对 UHPC 的增韧效果更加明显[14–15]。目前，钢纤维–UHPC 界面黏结性能的相关研究主要集中在钢纤维与单掺钢纤维 UHPC 间。在钢纤维–混杂钢纤维 UHPC 基体界面黏结性能的研究中，以多根钢纤维同时拉拔的方式研究黏结性能[13]，而单根钢纤维在 UHPC 基体中的黏结性能及荷载作用下钢纤维的受力状态并不明确。鉴于此，本工作在 UHPC 基体中混杂掺入不同比例的端钩型钢纤维和平直型钢纤维，探究纤维混杂配比和体积掺量对钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能的影响及界面黏结性能与 UHPC 抗压强度的相关性，并建立平直型和端钩型钢纤维拔出过程的黏结–滑移模型，旨在为混杂 UHPC 材料力学性能的优化设计提供参考。

1 实验

目前，主要采用钢纤维拔出实验探究钢纤维与 UHPC 基体界面黏结性能，其分为单根纤维拉拔和多根纤维拉拔实验。Yoo 等[16]采用 4 种类型的钢纤维(短直型、中直型、长直型和端钩型)，探索了单根钢纤维拉拔实验性能与梁构件弯曲实验性能之间的相关性。研究表明：短直纤维可有效提高黏结强度，而长直纤维的耗能性能突出；端钩纤维因良好的锚固作用，在黏结强度和耗能性方面均呈现优异的黏接性能。可见，简单易行的单根纤维拉拔实验在表征界面黏结性能方面具有一定的代表性。相比于多根钢纤维拉拔实验，单根钢纤维拉拔的实验方式更加直观、简单[17]，因此本实验采用单根钢纤维拉拔的方法。

1.1 材料

UHPC 基体材料由湖南固力工程新材料有限公司生产的 UHPC 干混料制备，干混料包括水泥、硅灰、粉煤灰、石英砂、石英粉以及高效减水剂[18]。UHPC 配比如表 1 所示，水胶比为 0.18。

采用的纤维包含端钩型钢纤维和平直型钢纤维，其中，端钩型钢纤维的几何尺寸如图 1 所示，钢纤维详细的性能参数如表 2 所示。

1.2 实验方案

对平直型和端钩型钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 中黏结性能影响的研究，主要考虑 UHPC 基体内钢纤维混杂配比的影响因素，基体内钢纤维总体积掺

表 1 UHPC 配合比

Table 1 Mix proportion of ultrahigh performance concrete (UHPC) matrix kg/m^3

Cement	Silica fume	Fly ash	Quartz sand	Quartz powder	Super-plasticizer	Water
771.2	154.2	77.1	848.4	154.2	20.1	180.5

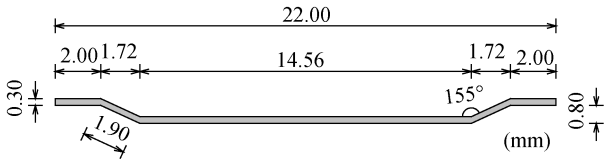


图 1　端钩型钢纤维几何尺寸

Fig. 1　Size and geometry of hooked-end steel fiber

表 2　钢纤维主要几何特征和力学参数

Table 2　Geometric and mechanical parameters of steel fibers

Steel fiber	l_f/mm	d_f/mm	r_f	σ_f/MPa
Hooked-end	22	0.3	73.33	2 850
Straight	13	0.22	59.10	2 850

l_f—Length of steel fiber; d_f—Diameter of steel fiber; r_f—Aspect ratio; σ_f—Tensile strength of steel fiber.

量为 0%~2.5%，通过改变 2 种钢纤维在基体内的体积掺量配比，共设计制作 32 组边长为 100 mm 的立方体拔出试件，设计参数如表 3 所示，待拔钢纤维埋置深度为 6.5 mm。由于 UHPC 试件内部存在许多微孔洞，如图 2 所示，易导致实验结果不稳定，故需在每组设置多个试件进行实验。本实验在每组设置 6 个试件，实验前进行试件外观检测以降低实验结果的偶然变异性。拉拔实验结果以拉拔峰值荷载为依据，剔除与平均值偏差大于或等于 15%的试件，对有效试件的荷载–位移曲线进行均值化处理，以均值曲线作为代表，用于实验结果分析，且取同组有效试件的平均值作为该组试件各力学性能指标的代表值。

1.3　试件制作及实验方法

先将称量好的 UHPC 干混料放入搅拌机内，干拌 5 min；随后加入水和减水剂的混合液，继续搅拌 10 min。此时，UHPC 浆体具有较好的流动性。然后，用钢丝网筛入钢纤维，使钢纤维在 UHPC 浆体中均匀分布，继续搅拌 10 min 后浇筑试件。

浇筑完成后的 UHPC 拌合物在静置的过程中不可避免会出现表面泌水的现象，泌水层对钢纤维与 UHPC 基体的黏结会产生一定的影响。为减小拔出实验结果的离散性，需将待拔钢纤维埋置于泌水层以下[19]。在 UHPC 拌合物凝固前，需将待拔钢纤维固定在设计位置，以保证钢纤维竖向埋置以及实际埋深与设计埋深一致。制备试件中，采用聚丙烯(PP)薄板固定钢纤维，并在两块 PP 板之间放置橡皮泥预先固定钢纤维，如图 3 所示。

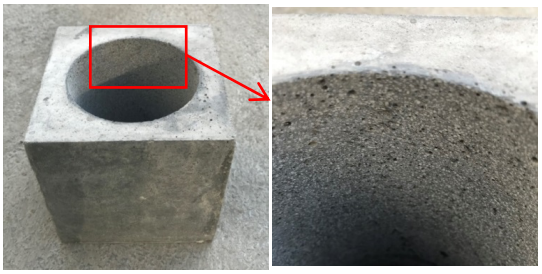
将埋置好钢纤维的 UHPC 试件静置于自然环境中，48 h 后拆除模具以及钢纤维固定装置，并小心清理待拔钢纤维周围的橡皮泥。成型后的试件如图 4 所示，然后在温度为 90 ℃和相对湿度为 95%的蒸汽环境下养护 48 h。

表 3　试件设计表

Table 3　Types of pullout test samples

Sample	Steel fiber under pullout	φ_h/%	φ_s/%	φ_t/%
S-H00S00	Straight	0	0	0
S-H00S05	Straight	0	0.5	0.5
S-H00S10	Straight	0	1.0	1.0
S-H00S15	Straight	0	1.5	1.5
S-H00S20	Straight	0	2.0	2.0
S-H00S25	Straight	0	2.5	2.5
S-H05S05	Straight	0.5	0.5	1.0
S-H05S10	Straight	0.5	1.0	1.5
S-H05S15	Straight	0.5	1.5	2.0
S-H05S20	Straight	0.5	2.0	2.5
S-H10S05	Straight	1.0	0.5	1.5
S-H10S10	Straight	1.0	1.0	2.0
S-H10S15	Straight	1.0	1.5	2.5
S-H15S05	Straight	1.5	0.5	2.0
S-H15S10	Straight	1.5	1.0	2.5
S-H20S05	Straight	2.0	0.5	2.5
H-H00S00	Hooked-end	0	0	0
H-H05S00	Hooked-end	0.5	0	0.5
H-H10S00	Hooked-end	1.0	0	1.0
H-H15S00	Hooked-end	1.5	0	1.5
H-H20S00	Hooked-end	2.0	0	2.0
H-H25S00	Hooked-end	2.5	0	2.5
H-H05S05	Hooked-end	0.5	0.5	1.0
H-H10S05	Hooked-end	1.0	0.5	1.5
H-H15S05	Hooked-end	1.5	0.5	2.0
H-H20S05	Hooked-end	2.0	0.5	2.5
H-H05S10	Hooked-end	0.5	1.0	1.5
H-H10S10	Hooked-end	1.0	1.0	2.0
H-H15S10	Hooked-end	1.5	1.0	2.5
H-H05S15	Hooked-end	0.5	1.5	2.0
H-H10S15	Hooked-end	1.0	1.5	2.5
H-H05S20	Hooked-end	0.5	2.0	2.5

φ_h, φ_s—Volume fractions of hooked-end and straight steel fiber; φ_t—Total volume fraction of steel fibers. The designation of S-H05S10 represents a sample with a single hooked-end steel fiber embedded in a UHPC cubic specimen reinforced by hybrid fibers, 0.5% of straight fibers and 1.0% of hooked-end fibers for pullout tests.



(a) Specimen of UHPC　　(b) Detail drawing

图 2　UHPC 试件内部形貌

Fig. 2　Internal morphology of UHPC specimen

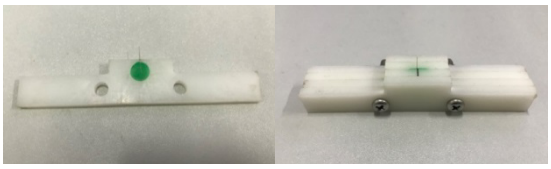


图 3 钢纤维固定装置
Fig. 3 Fixing setup for steel fiber

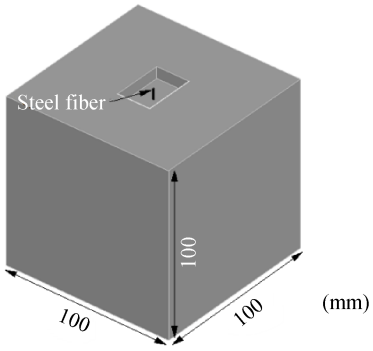


图 4 钢纤维拔出试件
Fig. 4 Schematic description of steel fiber pullout test sample

埋置钢纤维的 UHPC 试件表面会留有一个矩形的槽口，通过对比有槽口和无槽口的素 UHPC 试件(基体内无钢纤维)的抗压强度发现，槽口的存在对试件的抗压强度基本没有影响，因而可将 UHPC 拉拔试件的抗压强度作为实际抗压强度，2 种素 UHPC 试件的抗压强度见表 4。

表 4 UHPC 试件抗压强度
Table 4 Compressive strength of UHPC cubic specimens

Type of UHPC specimen	φ_h/%	φ_s/%	φ_t/%	σ_{cu}/MPa
With a slotted	0	0	0	112.7
Intact	0	0	0	113.1

σ_{cu}—Compressive strength of UHPC cubic specimens.

采用日本岛津 AG-Xplus 型万能实验机进行钢纤维拉拔实验，加载装置如图 5 所示。加载前，固定 UHPC 试件并使试件保持水平，保证钢纤维被竖向拔出。采用位移控制的方式进行拟静态加载，加载速率为 0.025 mm/s。

2 结果与讨论

2.1 钢纤维混杂配比对界面黏结性能的影响

2.1.1 钢纤维混杂配比对拉拔峰值荷载的影响

图 6 和图 7 以钢纤维混杂配比为依据，绘制了平直型和端钩型钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 试件中的拉拔荷载–位移曲线。表 5 汇总了所有试件的拉拔峰值荷载和拉拔能。

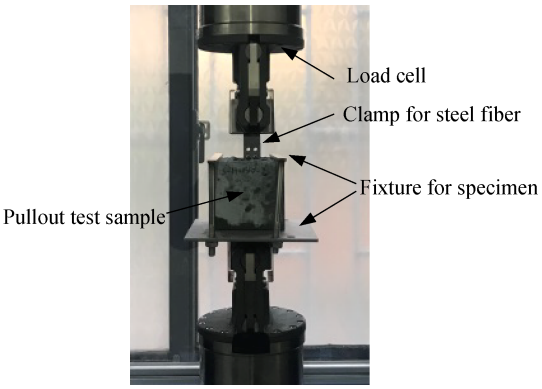
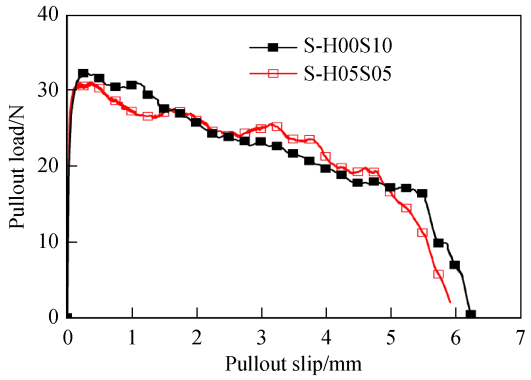


图 5 实验加载装置
Fig. 5 Setup for pullout test

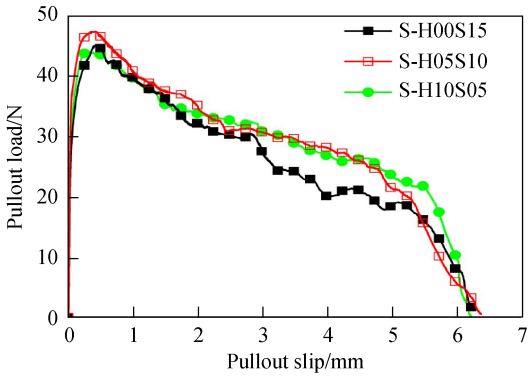
由图 6 和图 7 可见，当钢纤维体积总掺量较低时($\varphi_t \leqslant 1.5\%$)，混杂钢纤维对拉拔峰值荷载并没有增强作用，甚至出现混杂钢纤维 UHPC 中的拉拔峰值荷载低于单掺钢纤维 UHPC 的现象。这可能是由于基体内钢纤维体积掺量较低时，钢纤维拉拔黏结强度与相邻 UHPC 基体内钢纤维数量呈正比。对于平直型钢纤维拉拔试件，单位体积的单掺钢纤维 UHPC 中钢纤维数量多于混杂钢纤维 UHPC，使得平直型钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 中的黏结强度低于单掺钢纤维 UHPC；对于端钩型钢纤维拉拔试件，钢纤维的拔出对相邻 UHPC 基体造成的破坏较严重，相比于平直型钢纤维，基体内端钩型钢纤维对 UHPC 中微裂纹的产生和扩展有更好的阻碍作用[20]，而单掺钢纤维 UHPC 中端钩型钢纤维数量明显高于混杂钢纤维 UHPC，使得端钩型钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 中的黏结强度低于单掺钢纤维 UHPC。

当 UHPC 基体内钢纤维体积总掺量超过 1.5%时，存在混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔峰值荷载高于单掺钢纤维 UHPC 试件，其中，基体内平直型钢纤维体积掺量为 1.0%时，混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔峰值荷载均高于单掺钢纤维 UHPC 试件。由表 5 可见，平直型和端钩型钢纤维在 H10S10 型混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔峰值荷载最大，分别为 56.5 N 和 173.19 N，相比于同体积掺量的单掺钢纤维 UHPC 试件，拉拔峰值荷载分别提高 23.7%和 9.6%。

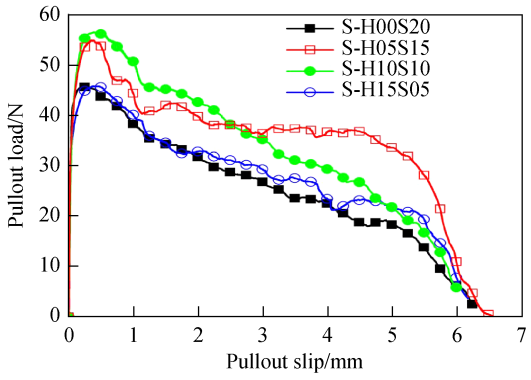
2.1.2 钢纤维混杂配比对拉拔韧性的影响 拉拔韧性是指钢纤维在拔出过程中吸收能量的能力，通过拉拔能 W_p(拉拔荷载–位移曲线与横坐标轴包围的面积)表示。由图 8a 可见，平直型钢纤维在混杂钢纤维 UHPC 中的拉拔能基本均高于单掺钢纤维 UHPC，表明混杂钢纤维对平直型钢纤维的拉拔韧



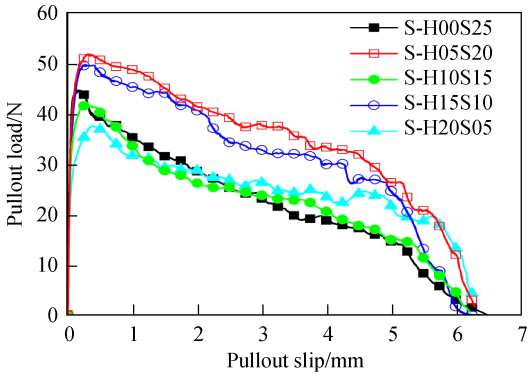
(a) φ_t=1.0%



(b) φ_t=1.5%



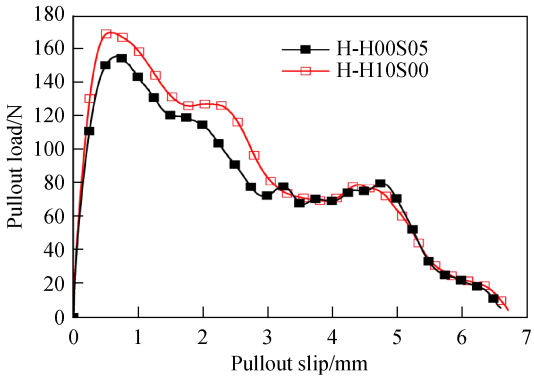
(c) φ_t=2.0%



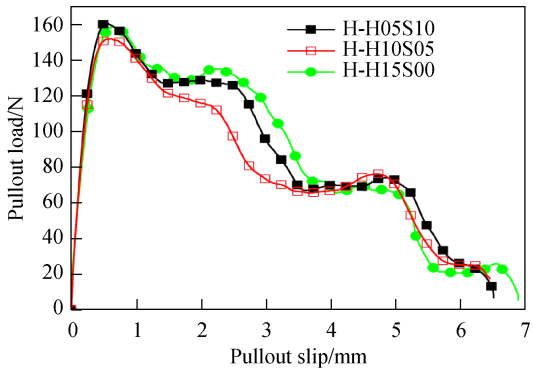
(d) φ_t=2.5%

图 6　不同配比的钢纤维混杂对平直型钢纤维拉拔荷载–位移曲线的影响

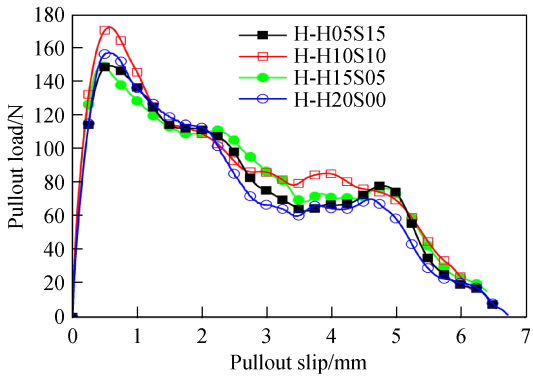
Fig. 6　Effects of different hybrid proportions of steel fibers on the load–slip curves for the straight steel fibers



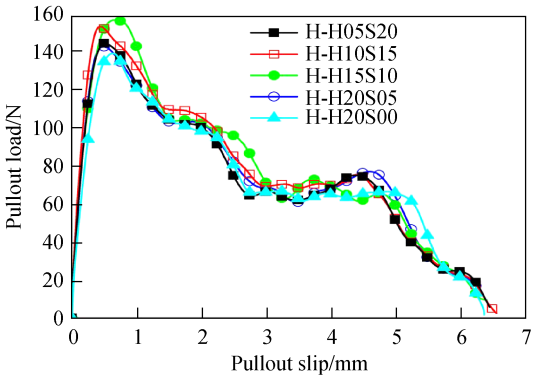
(a) φ_t=1.0%



(b) φ_t=1.5%



(c) φ_t=2.0%



(d) φ_t=2.5%

图 7　不同配比的钢纤维混杂对端钩型钢纤维拉拔荷载–位移曲线的影响

Fig. 7　Effects of different hybrid proportions of steel fibers on the load–slip curves for the hooked-end steel fibers

表 5 钢纤维拉拔实验结果

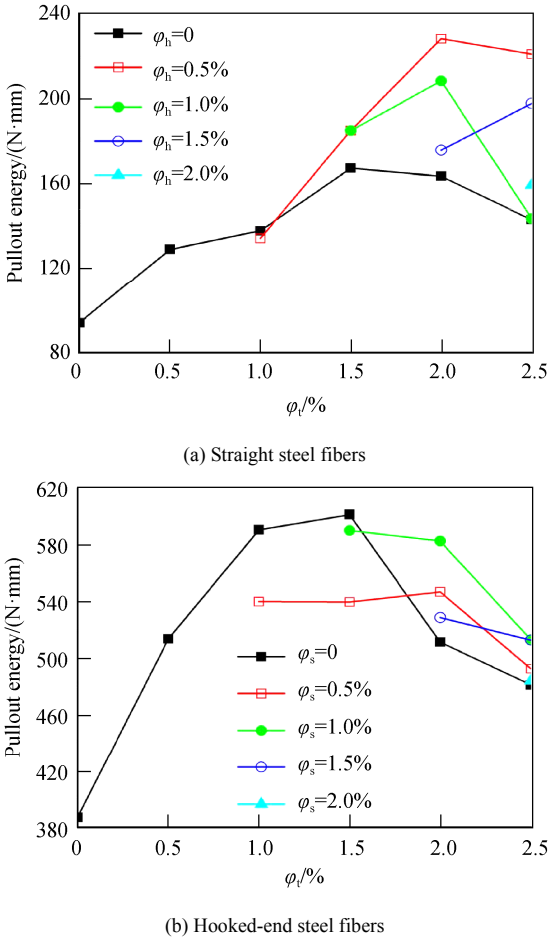
Table 5 Steel fiber pullout test results

Sample	s_{max}/mm	F_{max}/N	W_p/(N·mm)
S-H00S00	0.05	24.31	93.86
S-H00S05	0.27	28.71	128.84
S-H00S10	0.29	32.49	137.64
S-H00S15	0.45	45.34	167.21
S-H00S20	0.28	45.69	163.40
S-H00S25	0.17	44.72	142.85
S-H05S05	0.20	30.78	134.04
S-H05S10	0.42	47.85	185.01
S-H05S15	0.35	54.89	228.56
S-H05S20	0.32	51.92	221.17
S-H10S05	0.30	44.10	184.99
S-H10S10	0.39	56.50	208.41
S-H10S15	0.32	41.70	143.42
S-H15S05	0.38	45.82	175.71
S-H15S10	0.27	49.82	197.88
S-H20S05	0.38	37.65	159.16
H-H00S00	0.48	131.91	386.65
H-H05S00	0.55	145.93	513.29
H-H10S00	0.56	170.15	590.50
H-H15S00	0.65	159.20	601.35
H-H20S00	0.57	158.07	510.98
H-H25S00	0.63	140.39	480.74
H-H05S05	0.68	156.17	539.63
H-H05S10	0.56	161.11	590.07
H-H05S15	0.55	150.30	528.49
H-H05S20	0.51	145.73	483.58
H-H10S05	0.62	152.48	539.46
H-H10S10	0.60	173.19	582.53
H-H10S15	0.44	154.41	512.41
H-H15S05	0.46	150.49	546.63
H-H15S10	0.67	158.03	512.86
H-H20S05	0.50	143.96	492.22

s_{max} is the displacement corresponding to the peak pullout load F_{max}; W_p is the fiber pullout energy.

性有较好的增强效果，其中，基体内端钩型钢纤维体积掺量为 0.5%时，对拉拔韧性的增强效果最佳。由表 5 可见，相比于单掺钢纤维 UHPC 试件，H05S15 型混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔能提高 39.9%，同时，H10S10 型混杂钢纤维 UHPC 试件也具有较高的拉拔韧性。

由图 8b 可见，当基体内钢纤维总掺量较高时(φ_t≥2.0%)，混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔能均大于单掺钢纤维 UHPC 试件，其中，基体内平直型钢纤维体积掺量为 1.0%时，对拉拔韧性的增强效果最佳。由表 5 可见，相比于单掺钢纤维 UHPC 试件，H10S10 型混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔能提高 14.0%；当基体内钢纤维总掺量较低时(φ_t≤1.5%)，混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔能小于单掺钢纤维 UHPC 试件，表明混杂钢纤维对端钩型钢纤维拉拔韧性具有增强作用，但仅限于钢纤维体积掺量较高的 UHPC 试件(φ_t≥2.0%)。



(a) Straight steel fibers

(b) Hooked-end steel fibers

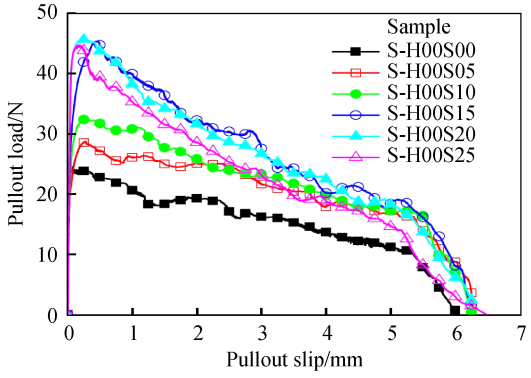
图 8 不同配比的钢纤维混杂对钢纤维拉拔能的影响

Fig. 8 Effects of different hybrid proportions of steel fibers on the steel fiber pullout energy

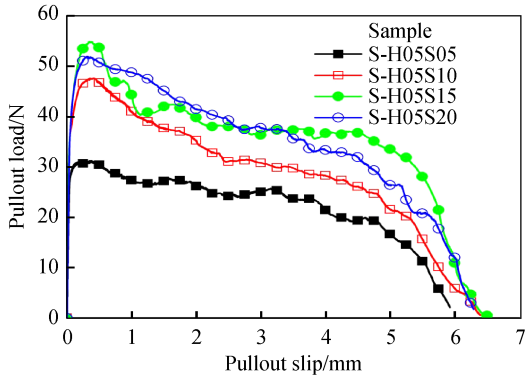
2.2 钢纤维体积掺量对界面黏结性能的影响

2.2.1 钢纤维体积掺量对拉拔峰值荷载的影响

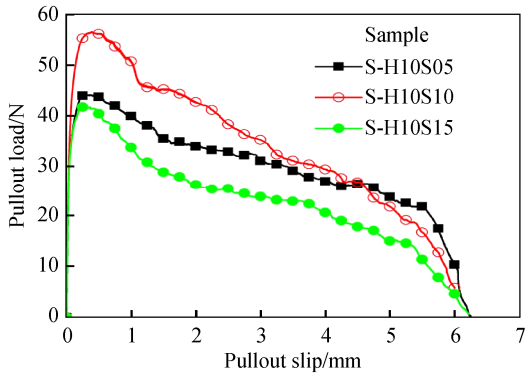
由图 9a 可见，基体内不掺端钩型钢纤维时(φ_h=0)，随着钢纤维体积掺量的增加，拉拔峰值荷载先增大、后基本不变，其中钢纤维体积掺量为 2.0%的 UHPC 试件拉拔峰值荷载达到最大，由表 5 可见，相比于素 UHPC 试件，拉拔峰值荷载提高 87.9%。对比图 9b 和图 9c 可见，钢纤维拉拔峰值荷载随着钢纤维体积掺量的增加呈现先增大后减小的趋势，钢纤维体积掺量为 2.0%时，拉拔峰值荷载最大，相比于钢纤维体积掺量较低的 UHPC 试件(样品 H05S05 和样品 H10S05)，拉拔峰值荷载分别提高 78.3%和 28.1%。基体内端钩型钢纤维体积掺量为 1.5%时，如图 9d 所示，钢纤维体积掺量对拉拔峰值荷载的影响较小。



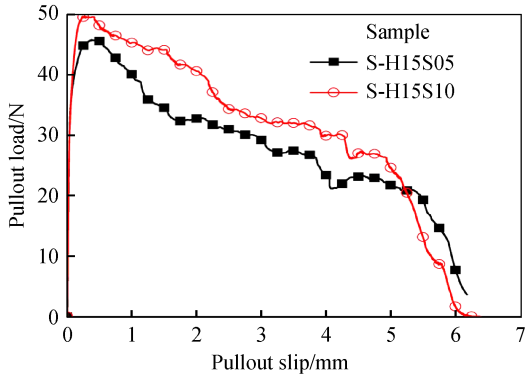
(a) φ_h=0



(b) φ_h=0.5%



(c) φ_h=1.0%



(d) φ_h=1.5%

图 9　钢纤维体积掺量对平直型钢纤维拉拔荷载–位移曲线的影响

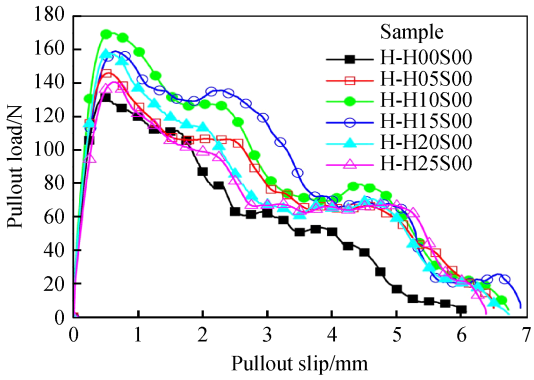
Fig 9　Effects of volume fraction of steel fiber on the load–slip curves of straight steel fibers

综合来看，随着钢纤维体积掺量的增加，平直型钢纤维拉拔峰值荷载基本呈现先增大后减小的趋势，其中，钢纤维体积掺量为 2.0%时，拉拔峰值荷载最大。

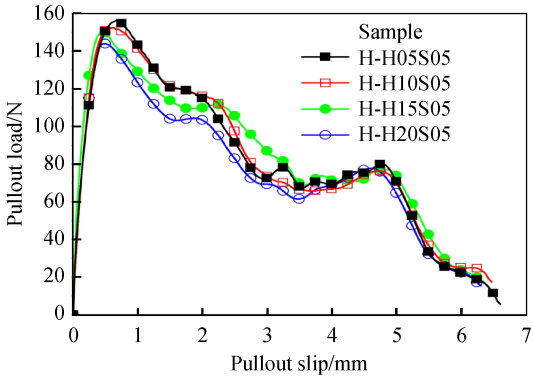
钢纤维体积掺量对端钩型钢纤维拉拔荷载–位移曲线的影响如图 10 所示。对比图 10a~图 10d 可见，随着钢纤维体积掺量的增加，拉拔峰值荷载基本出现先增大后减小的现象。主要是由于钢纤维在拔出的过程中与相邻 UHPC 基体间会产生相对滑移，导致相邻基体损伤。当 UHPC 基体内钢纤维在最优掺量范围内，基体内钢纤维可在一定程度上阻滞被拔出钢纤维周围 UHPC 基体的破坏，使得钢纤维–UHPC 界面黏结强度随基体钢纤维掺量增加而增大。但 UHPC 的塑性收缩随着钢纤维体积掺量的增加而减小，降低了基体对钢纤维产生的围压，使得钢纤维抗拔力减弱。因而，UHPC 基体的性能会受到掺入钢纤维的影响，除了改变 UHPC 的抗压强度，亦会改变 UHPC 基体的微观结构，从而影响钢纤维–UHPC 界面黏结性能。研究发现：基体内钢纤维体积掺量的不同，钢纤维拔出后表面黏结物质的数量和分布也不同，当基体内钢纤维体积掺量超过一定阈值，钢纤维表面黏结物质的数量和分布明显减少，表明钢纤维与基体间的黏结强度被削弱[21]。当黏结强度削弱的部分大于增强的部分，使得拉拔峰值荷载先增后减。与平直型钢纤维相比，端钩型钢纤维拉拔峰值荷载的变化幅度较小，这是因为端钩型钢纤维与 UHPC 基体的黏结强度主要由端钩处的锚固力提供，而锚固力主要与钢纤维的几何形状有关。

2.2.2　钢纤维体积掺量对拉拔韧性的影响　由图 8a 可见，平直型钢纤维拉拔能基本随着基体内钢纤维体积掺量的增加呈现先增后减的趋势。对于单掺钢纤维 UHPC 试件(φ_h=0)，基体内钢纤维体积掺量为 1.5%时，拉拔能达到最大，由表 5 可见，相比于素 UHPC 试件，拉拔能提高 78.1%。对于混杂钢纤维 UHPC 试件，基体内钢纤维体积掺量为 2.0%时，拉拔能达到最大，相比于样品 H05S05，拉拔能提高 70.5%。

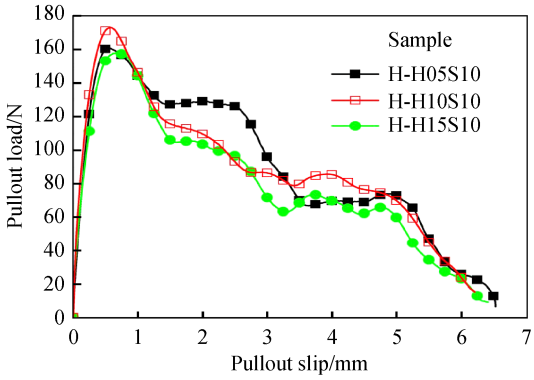
由图 8b 可见，端钩型钢纤维拉拔能基本随着基体内钢纤维体积掺量的增加先增大、后减小，其中，单掺钢纤维 UHPC 试件(φ_s=0)的拉拔能在钢纤维体积掺量为 1.5%时最大，由表 5 可见，相比于素 UHPC 试件，拉拔能提高 55.5%；而混杂钢纤维 UHPC 试件的拉拔能在钢纤维体积掺量为 2.0%时最大，但钢纤维体积掺量的变化对拉拔能的影响较小。



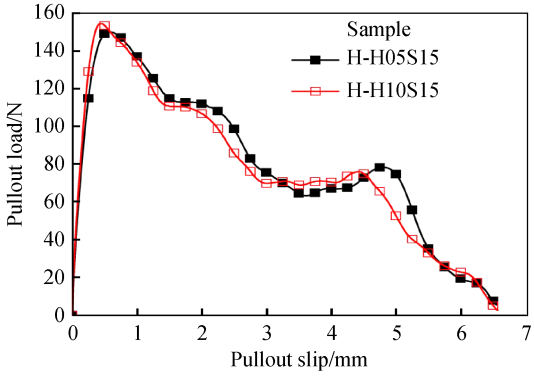
(a) φ_s=0



(b) φ_s=0.5%



(c) φ_s=1.0%



(d) φ_s=1.5%

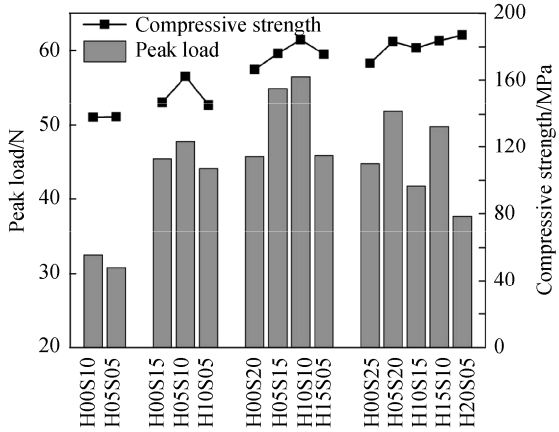
图 10 钢纤维体积掺量对端钩型钢纤维拉拔荷载–位移曲线的影响

Fig 10 Effects of volume fraction of steel fiber on the load–slip curves of hooked-end steel fibers

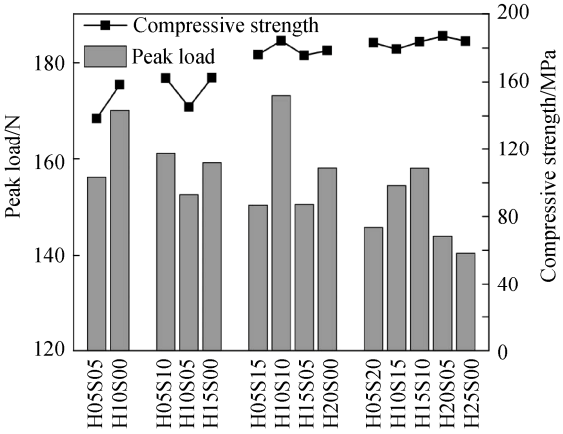
上述实验结果表明：适当增加基体内钢纤维体积掺量可以增强钢纤维的拉拔韧性。单掺钢纤维 UHPC 试件的拉拔韧性在钢纤维体积掺量为 1.5%时最大，而混杂钢纤维 UHPC 试件拉拔韧性达到最大时对应的钢纤维体积掺量为 2.0%。

2.3 界面黏结性能对 UHPC 抗压强度的影响

研究表明：UHPC 抗压强度随着基体内钢纤维体积掺量的增加而提高[4,22]，本工作得到了相同的结论。从图 11 可见，无论是单掺钢纤维还是混杂钢纤维 UHPC，随着基体内钢纤维体积掺量的增加，UHPC 抗压强度基本呈现增大的趋势。



(a) Straight steel fiber



(b) Hooked-end steel fiber

图 11 钢纤维拉拔峰值荷载对 UHPC 抗压强度的影响

Fig 11 Effects of steel fiber peak load on the compressive strength of UHPC

上述研究表明：随着基体内钢纤维体积掺量的增加，钢纤维拉拔峰值荷载先增大后减小，而 UHPC 抗压强度是逐渐增大的。因此，对钢纤维–UHPC 基体界面黏结性能与 UHPC 抗压强度相互关系的探究，主要体现在钢纤维总体积掺量相同的 UHPC 试件之间。由图 11 可见，UHPC 基体内钢纤维总体积

掺量一定时，不同类型的 UHPC 试件拉拔峰值荷载以及抗压强度呈现出差异化的结果。而对比拉拔峰值荷载和抗压强度的变化形式可以发现：UHPC 试件的拉拔峰值荷载较高时，对应的抗压强度也较大，两者表现出基本相同的变化趋势，尤其当基体内钢纤维体积掺量为 1.5%和 2.0%时，平直型和端钩型钢纤维拉拔荷载与抗压强度变化趋势一致，表明提高钢纤维在 UHPC 基体中的黏结性能，有利于增强 UHPC 的抗压性能。

2.4　钢纤维拉拔荷载–位移曲线分析

根据图 9，平直型钢纤维从 UHPC 基体拔出的典型荷载–位移曲线可大致由图 12 表示。钢纤维从 UHPC 基体中拔出过程可分为 4 个阶段：完全黏结段(*OA*)、部分脱黏段(*AB*)、完全脱黏段(*BC*)以及摩擦滑移段(*CE*)。

完全黏结段(*OA*)中荷载随位移呈线性增长，钢纤维与基体间不存在相对滑动，抗拔力主要由界面化学黏结力和静摩擦力承担。化学黏结力的产生主要是由于基体内的硅粉与水泥水化作用产生的 $Ca(OH)_2$ 发生二次水化反应，生成了结构致密的 C-S-H 胶凝体，它能吸附在钢纤维表面并形成较强的化学黏结力[21]。拉拔荷载在该阶段的增长速率最快，对比图 9a~图 9d 可见，钢纤维体积掺量对拉拔荷载的增长速率基本没有影响。

随着荷载的增大，曲线进入部分脱黏段(*AB*)，钢纤维与 UHPC 基体逐渐脱黏，脱黏部分钢纤维与基体间的化学黏结力被破坏，该部分抗拔力主要由机械咬合力提供。随着钢纤维脱黏部分的增加，拉拔荷载的增长速率减缓。该阶段脱黏区域中的机械咬合力和未脱黏区域中的化学黏结力及静摩擦力共同作用形成抗拔力，荷载呈非线性增长。由表 5 可见，钢纤维在素 UHPC 试件中的拉拔位移为 0.05 mm 时，荷载达到最大值，即曲线的 *B* 点，而基体内掺有钢纤维时，拉拔峰值荷载对应的拉拔位移为 0.2~0.4 mm。

随着位移进一步增大，完全脱黏区域中钢纤维与基体之间相互嵌合部分的 UHPC 逐渐被“剪断”，拉拔荷载进入下降段。钢纤维与 UHPC 基体脱黏部分的增加，导致化学黏结力逐渐减小，至到曲线的 *C* 点，钢纤维与 UHPC 基体完全脱黏。

摩擦滑移段(*CE*)中抗拔力完全由钢纤维与 UHPC 基体间的滑动摩擦力提供。与 *CD* 段的拉拔荷载相比，*DE* 段拉拔荷载下降速率较快，这是由于钢纤维的拔出会造成滑移孔道中 UHPC 基体破损，致使滑移孔道被拓宽，从而减弱了滑动摩擦力。由图 9a 可见，素 UHPC 试件的拉拔荷载在拉拔位移为 6 mm 左右时就减小为零，主要是由于钢纤维滑移至 *DE* 段时对 UHPC 孔道的破坏较严重，致使钢纤维未完全拔出时就不再与 UHPC 孔道发生接触。

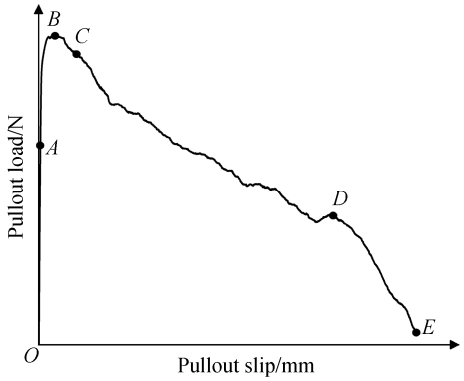


图 12　平直型钢纤维拉拔荷载–位移曲线

Fig 12　Load–displacement curve of straight steel fiber

由图 10 可见，端钩型钢纤维从 UHPC 基体拔出的典型荷载–位移曲线可大致由图 13 表示。钢纤维从 UHPC 基体中拔出过程一般分为 4 个阶段：完全黏结段(*OA*)、部分脱黏段(*AB*)、塑性变形段(*BG*)、摩擦滑移段(*GH*)，图 14 为端钩型钢纤维在各阶段时的相应拔出状态。

端钩型钢纤维与平直型钢纤维的完全黏结段(*OA*)较为相似，抗拔力都是由化学黏结力和界面静摩擦力承担，荷载–位移曲线呈线性增长，对比图 10a~图 10d 可见，钢纤维体积掺量同样对拉拔荷载的增长速率基本没有影响。

部分脱黏段(*AB*)中钢纤维与 UHPC 基体的脱黏从加载端开始，荷载增长速率较快，相对于平直型钢纤维，端钩型钢纤维拉拔荷载值较大，主要是因为钢纤维端钩部分脱黏后会产生较大的机械形变，使得荷载大幅增加。曲线到达 *B* 点时，钢纤维与 UHPC 基体完全脱黏。该阶段抗拔力主要由未脱黏区域中的化学黏结力及静摩擦力和脱黏区域中的锚固力组成。钢纤维端钩处受力分析如图 15 所示，其中：F_{ph} 为钢纤维弯折点处产生的锚固力；F_{r1}、F_{r2} 为孔道弯折点处 UHPC 基体对钢纤维产生的反作用力；F_1、F_2 为摩擦力，F_{t1}、F_{t2} 为拉拔力。

塑性变形段(*BG*)中，随着钢纤维滑移量的增加，钢纤维端钩部分产生更大的机械形变，荷载也随之变大，最终达到最大值，即曲线的 *C* 点。由表 5 可见，

拉拔峰值荷载对应的拉拔位移基本为 0.5~0.7 mm。随着钢纤维被拔出部分的增多，钢纤维与 UHPC 基体相互作用的部分逐渐减少，曲线出现下降段。当钢纤维自由端接近图 14 所示的孔道第 1 个弯折点时，拉拔位移在 1.5 mm 左右，拉拔荷载停止下降，并在之后保持不变，甚至增大，如图 13 的 *DE* 段所示。这是由于钢纤维自由端在接近孔道弯折点时会发生弯曲变形，产生额外的锚固力。当钢纤维自由端接近孔道第 2 个弯折点时，拉拔位移在 3.5 mm 左右，拉拔荷载同样会出现上述的现象，即曲线的 *FG* 段。该阶段抗拔力主要由锚固力和滑动摩擦力提供。

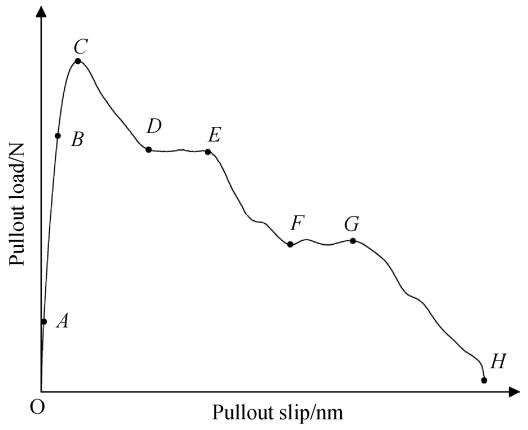


图 13 端钩型钢纤维拉拔荷载–位移曲线

Fig 13 Load–displacement curve of hooked-end steel fiber

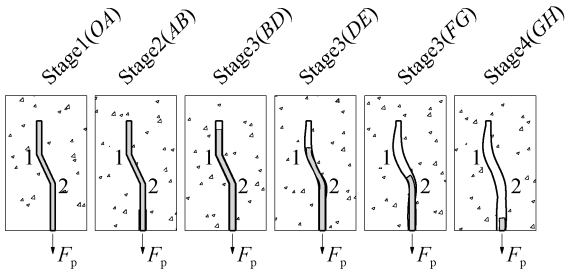


图 14 端钩型钢纤维拔出状态示意图

Fig. 14 Diagram of hooked-end fiber pullout state

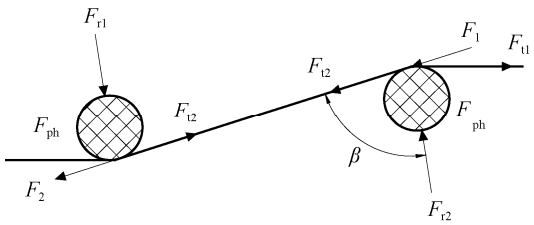


图 15 钢纤维端钩处受力分析[23]

Fig. 15 Line sketch of the frictional pulley model of hooked-end fibers[23]

钢纤维全部滑移至 UHPC 基体孔道的直线部分时，曲线进入摩擦滑移段。该阶段抗拔力主要由滑动摩擦力提供，随着钢纤维被逐渐拔出，滑动摩擦力不断衰减，直到拉拔荷载减小到零。由图 10a 可见，素 UHPC 试件的拉拔荷载同样在拉拔位移为 6 mm 左右时就减小为零。

2.5 钢纤维拉拔黏黏结–滑移模型

针对平直型和端钩型钢纤维拉拔黏结–滑移的全过程，许多国内外学者进行了理论研究[23–27]。Zhan 等[26]对钢纤维的拔出过程进行受力分析，通过研究钢纤维在拔出过程中各阶段的受力特点进行理论公式推导。袁敬[27]根据钢纤维拉拔荷载–位移曲线的形状，将钢纤维拔出过程的各阶段简化成线性模型。相比于公式推导的理论模型，线性模型更为简单，且与本工作结果相吻合，因而采用线性模型对钢纤维拉拔黏结–滑移过程进行理论分析。

对于平直型钢纤维，根据拉拔荷载–位移曲线的形状特点，将其简化为“四线性模型”，如图 16 所示。钢纤维拉拔由完全黏结段进入部分脱黏段时，曲线出现明显的转折点，将该点的荷载设为 F_{p1} (对应的位移为 s_1)，曲线峰值荷载设为 F'_{pmax} (对应的位移为 s'_{max})，钢纤维拉拔处于摩擦滑移段时，曲线同样存在明显的转折点，将该点的荷载设为 F_{p2} (对应的位移为 s_2)，最后曲线的终点设为 F_{p3} (对应的位移为 s_3)，其他各点采用线性插值。

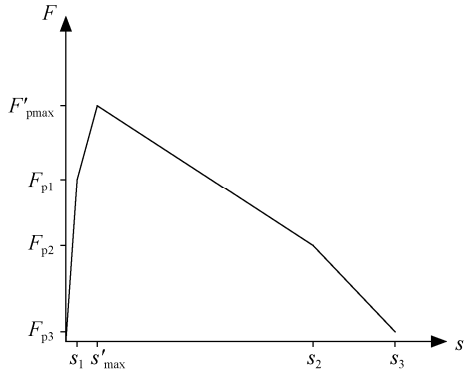


图 16 平直型钢纤维简化黏结–滑移模型

Fig. 16 Simplified bonding–slip model for straight steel fibers

研究表明：钢纤维拔出过程中的界面黏结应力不是均匀分布的，而在钢纤维加载端到自由端呈现先减小后增大的分布[25]，使得对钢纤维拉拔全过程界面黏结应力的分析尤为复杂，需对其非均匀性进行简化处理，假设界面黏结应力均匀分布，即黏结应力采用平均黏结应力，平直型钢纤维在 UHPC 基

体中完全脱黏前后界面黏结应力随纤维拉拔位移变化的表达式为：

$$\tau=\begin{cases}\dfrac{F(s)}{\pi d l_{\mathrm{e}}} & s<s'_{\max}\\ \dfrac{F(s)}{\pi d(l_{\mathrm{e}}-s+s'_{\max})} & s>s'_{\max}\end{cases} \tag{1}$$

式中：d 为钢纤维直径；l_{e} 为钢纤维埋置深度。

端钩型钢纤维拉拔荷载–位移曲线同样简化成线性模型，但由于端钩型钢纤维自由端在接近图 14 中两处孔道弯折点时，拉拔荷载在一定滑移范围内基本保持不变，因而将其简化为“七线性模型”，如图 17 所示。简化模型中，各转折点取值和平直型钢纤维简化模型类似。端钩型钢纤维界面黏结应力随拉拔位移的变化可表示为：

$$\tau=\begin{cases}\dfrac{F(s)}{\pi d l_{\mathrm{e}}} & s<s_1\\ \dfrac{F(s)}{\pi d(l_{\mathrm{e}}-s+s_1)} & s>s_1\end{cases} \tag{2}$$

基于钢纤维拉拔黏结–滑移理论模型，以样品 H05S10 和样品 H10S10 为例，对其荷载–位移曲线进行拟合，拟合拉拔荷载–位移关系与实测曲线对比如图 18 所示。由表 6 可见，理论模型和实测曲线的拉拔峰值荷载及拉拔能相差较小，表明两者符合较好。

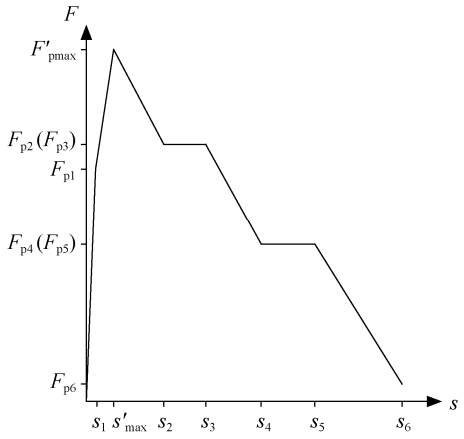


图 17　端钩型钢纤维简化黏结–滑移模型

Fig. 17　Simplified bonding–slip model for hooked-end steel fibers

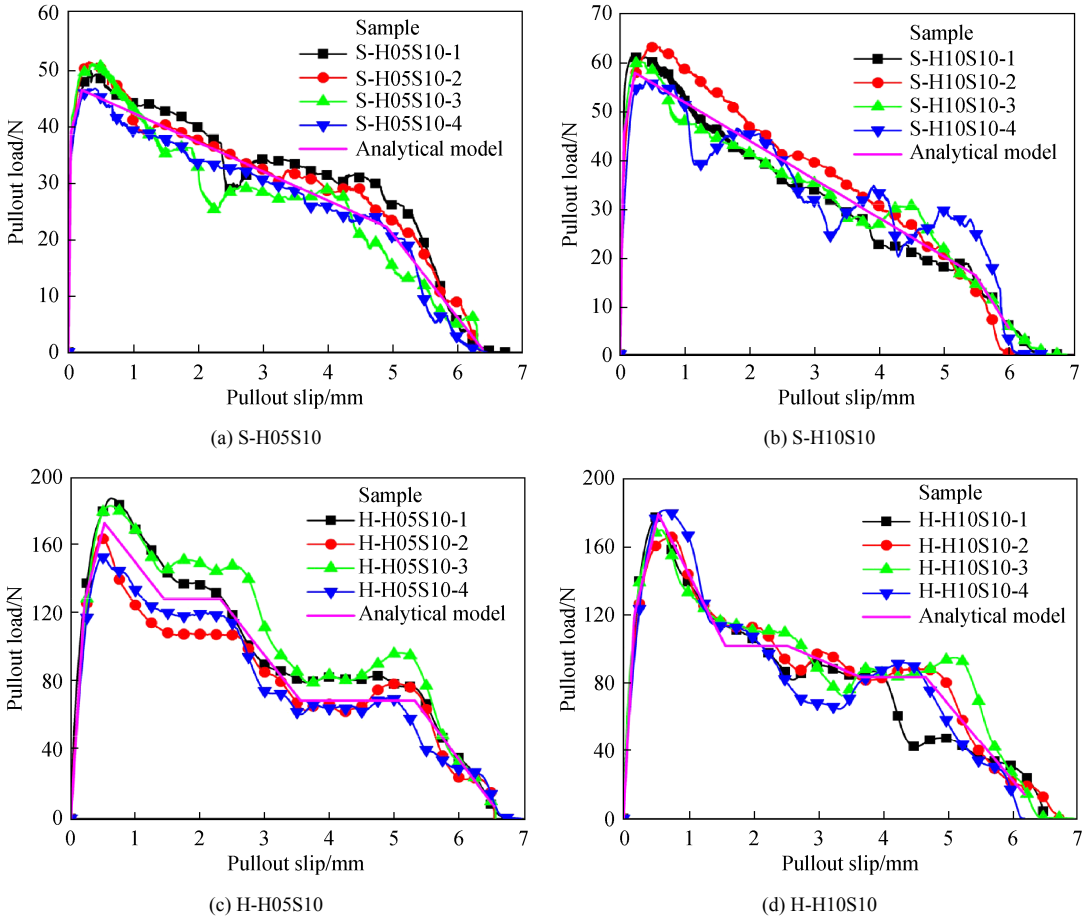


图 18　拟合拉拔荷载–位移关系与实测曲线对比

Fig. 18　Comparison of fitted pullout load–displacement relationship with measured curves

表 6 拟合参数取值及拟合误差

Table 6 Fitting parameters and fitting errors

Sample	s_1/ mm	F_{p1}/ N	s'_{max}/ mm	F'_{pmax}/ N	s_2/ mm	F_{p2}/ N	s_3/ mm	F_{p3}/ N	s_4/ mm	F_{p4}/ N	s_5/ mm	F_{p5}/ N	s_6/ mm	F_{p6}/ N	W'_p/ (N·mm)	ε_1	ε_2
S-H05S10	0.04	38.91	0.21	46.29	4.92	22.08	6.40	0.53							185.77	3.3%	0.4%
S-H10S10	0.06	45.31	0.23	58.00	5.49	16.27	6.00	5.41							211.00	2.7%	1.2%
H-H05S10	0.21	127.43	0.52	173.79	1.44	129.18	2.31	129.18	3.55	69.52	5.32	69.52	6.55	7.14	605.21	7.9%	2.6%
H-H10S10	0.17	120.22	0.54	179.80	1.58	102.09	2.54	102.09	3.67	83.79	4.68	83.79	6.21	13.91	574.79	3.8%	1.3%

W'_p—Pullout energy obtained by fitting; ε_1—Fitting error of pullout peak load; ε_2—Fitting error of pullout energy.

3 结论

1) UHPC 基体内钢纤维体积掺量 $\varphi_t \geqslant 2.0\%$时，混杂钢纤维对拉拔峰值荷载具有增强作用，其中平直型钢纤维体积掺量为 1.0%时，混杂钢纤维 UHPC 中钢纤维拉拔峰值荷载均高于单掺钢纤维 UHPC；混杂钢纤维亦能增强拉拔韧性，端钩型钢纤维体积掺量为 0.5%时，平直型钢纤维拉拔韧性的增强效果最佳，而对端钩型钢纤维拉拔韧性的增强仅限于钢纤维体积掺量高于 2.0%的 UHPC 试件。

2) UHPC 基体内平直型和端钩型钢纤维体积掺量均为 1.0%时，混杂钢纤维对钢纤维–UHPC 界面黏结性能(拉拔峰值荷载和拉拔韧性)的增强效果最佳。

3) 随着 UHPC 基体内钢纤维体积掺量的增加，钢纤维拉拔峰值荷载基本呈现先增大后减小的趋势。相比于平直型钢纤维，钢纤维体积掺量对端钩型钢纤维拉拔峰值荷载的影响较小；同样，适当增加钢纤维体积掺量亦可提高钢纤维的拉拔韧性，其中单掺钢纤维 UHPC 试件在钢纤维体积掺量为 1.5%时拉拔韧性最大，而混杂钢纤维 UHPC 最大拉拔韧性对应的钢纤维体积掺量为 2.0%。

4) UHPC 抗压强度随着基体内钢纤维体积掺量的增加而增强；提高钢纤维在 UHPC 基体中的黏结性能，有利于增强 UHPC 的抗压强度。

5) 平直型钢纤维和端钩型钢纤维的拔出过程均可分为 4 个阶段；相对于平直型钢纤维，端钩型钢纤维在拔出过程中会产生较大的塑性变形。基于钢纤维拉拔全过程采用多段线性模型拟合，拟合曲线与实验结果符合较好。

参考文献:

[1] WILLE K, NAAMAN A E, PARRA-MONTESINOS G J. Ultra-high performance concrete with compressive strength exceeding 150 MPa (22 ksi): A simpler way[J]. ACI Mater J, 2011, 108(1): 46–54.

[2] RICHARD P, CHEYREZY M. Composition of reactive powder concretes[J]. Cement Concrete Res, 1995, 25(7): 1501–1511.

[3] 舒刚, 张清华, 黄云, 等. 超高性能混凝土中钢纤维锈蚀的细观力学分析[J]. 西南交通大学学报, 2019, 54(6): 1268–1276.
SHU Gang, ZHANG Qinhua, HUANG Yun, et al. J Southwest Jiaotong Univ (in Chinese), 2019, 54(6): 1268–1276.

[4] 陈从春, 冯毅, 陈晓冬. 钢纤维体积掺量对超高性能混凝土力学性能的影响[J]. 新型建筑材料, 2016, 43(5): 54–56.
CHEN Congchun, FENG Yi, CHEN Xiaodong. New Building Mater (in Chinese), 2016, 43(5): 54–56.

[5] 陈宝春, 季韬, 黄卿维, 等. 超高性能混凝土研究综述[J]. 建筑科学与工程学报, 2014, 31(3): 1–24.
CHEN Baochun, JI Tao, HUANG Qingwei, et al. J Archit Civil Eng (in Chinese), 2014, 31(3): 1–24.

[6] YOO D Y, LEE J H, YOON Y S. Effect of fiber content on mechanical and fracture properties of ultra high performance fiber reinforced cementitious composites[J]. Compos Struct, 2013, 106: 742–753.

[7] BEGLARIGALE A, YAZICI H. Pull-out behavior of steel fiber embedded in flowable RPC and ordinary mortar[J]. Constr Build Mater, 2015, 75: 255–265.

[8] KIM J J, YOO D Y. Effects of fiber shape and distance on the pullout behavior of steel fibers embedded in ultra-high-performance concrete[J]. Cement Concr Compos, 2019, 103: 213–223.

[9] TAI Y S, EL-TAWIL S. High loading-rate pullout behavior of inclined deformed steel fibers embedded in ultra-high performance concrete[J]. Constr Build Mater, 2017, 148: 204–218.

[10] YUNSHENG Z, WEI S, SIFENG L, et al. Preparation of C200 green reactive powder concrete and its static–dynamic behaviors[J]. Cement Concr Compos, 2008, 30(9): 831–838.

[11] XU M, HALLINAN B, WILLE K. Effect of loading rates on pullout behavior of high strength steel fibers embedded in ultra-high performance concrete[J]. Cement Concr Compos, 2016, 70: 98–109.

[12] TAI Y S, EL-TAWIL S, CHUNG T H. Performance of deformed steel fibers embedded in ultra-high performance concrete subjected to various pullout rates[J]. Cement Concr Res, 2016, 89: 1–13.

[13] CHUN B, YOO D Y. Hybrid effect of macro and micro steel fibers on the pullout and tensile behaviors of ultra-high-performance concrete[J]. Compos B: Eng, 2019, 162: 344–360.

[14] 张秀芝, 孙伟, 张倩倩, 等. 混杂钢纤维增强超高性能水泥基材料力学性能分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2008, 38(1): 156–161.
ZHANG Xiuzhi, SUN Wei, ZHANG Qianqian, et al. J Southwest Jiaotong Univ (in Chinese), 2008, 38(1): 156–161.

[15] 赵怡琳. 混杂纤维对超高性能混凝土增强增韧影响的研究[D]. 北京交通大学, 2017.
ZHAO Yilin. Study on the effects of hybrid fibers on strengthening and toughening of ultra-high performance concrete (in Chinese,

dissertation). Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.

[16] YOO D-Y, PARK J-J, KIM S-W. Fiber pullout behavior of HPFRCC: Effects of matrix strength and fiber type[J]. Compos Struct, 2017, 174: 263–276.

[17] 程俊, 刘加平, 张丽辉. 超高性能混凝土纤维–基体粘结性能测试与机理分析[J]. 混凝土与水泥制品, 2016, 5: 62–66.
CHENG Jun, LIU Jiaping, ZHANG Lihui. Chin Concr Cement Prod (in Chinese), 2016, 5: 62–66.

[18] 廖肇乾. UHPC-NC界面粘结强度试验研究[D]. 湖南大学, 2018.
LIAO Zhaoqian. Experimental research on bond strength of UHPC-NC interface (in Chinese, dissertation). Changsha: Hunan University, 2018.

[19] 王力, 徐礼华, 邓方茜, 等. 波纹型钢纤维–混杂纤维混凝土界面粘结性能[J]. 建筑材料学报, http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1764.TU.20190716.1323. 009.html.
WANG Li, XU Lihua, DENG Fangqian, et al. J Build Mater (in Chinese), http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1764.TU.20190716.1323.009.html.

[20] 吕进. 钢纤维在混凝土中的应用[J]. 金属制品, 2012, 38(1): 68–70.
LV Jin. Metal Prod (in Chinese), 2012, 38(1): 68–70.

[21] 鞠杨, 贾玉丹, 刘红彬, 等. 活性粉末混凝土钢纤维增强增韧的细观机理[J]. 中国科学(E辑:技术科学), 2007, 37(11): 1404.
JU Yang, JIA Yudan, LIU Hongbin, et al. Sci China (in Chinese), 2007, 37(11): 1404.

[22] 樊俊江, 於林锋, 韩建军. 配比参数对UHPC流动性及抗压强度的影响试验研究[J]. 新型建筑材料, 2019, 46(4): 5–8.
FANG Junjiang, YU Linfeng, HAN Jianjun. Experimental study on influence of ratio parameters on UHPC fluidity and compressive strength[J]. New Build Mater (in Chinese), 2019, 46(4): 5–8.

[23] ABDALLAH S, FAN M, REES D W. Analysis and modelling of mechanical anchorage of 4D/5D hooked end steel fibres[J]. Mater Des, 2016, 112: 539–552.

[24] CUNHA V M C F, BARROS J, SENA-CRUZ J. Bond-slip mechanisms of hooked-end steel fibers in self-compacting concrete[J]. Mater Sci Forum, 2008, 587–588: 877–881.

[25] NAAMAN A E, NAMUR G G, ALWAN J M, et al. Fiber pullout and bond slip. I: Analytical study[J]. J Struct Eng, 1991, 117(9): 2769–2790.

[26] ZHAN Y, MESCHKE G. Analytical model for the pullout behavior of straight and hooked-end steel fibers[J]. J Eng Mech, 2014, 140(12): 04014091.

[27] 袁敬. 钢纤维混凝土界面粘结机理及细观力学有限元分析[D]. 天津: 河北工业大学, 2007.
YUAN Jing. Bonding mechanism and analysis on micro-mechanics FEM of SFRC interface (in Chinese, dissertation). Tianjin: Hebei University of Technolology, 2007.