第 48 卷第 8 期　　硅　酸　盐　学　报　　Vol. 48，No. 8
2020 年 8 月　　JOURNAL OF THE CHINESE CERAMIC SOCIETY　　August，2020
http://www.gxyb.cbpt.cnki.net　　**DOI**：10.14062/j.issn.0454-5648.20190748

采用 Couette 逆问题的解计算水泥基材料流变参数

黎梦圆，刘　宇，韩建国，阎培渝

(清华大学土木工程系，北京 100084)

摘　要：给出了新拌水泥基材料流变参数的测量制度及测量数据的处理方法，对比分析了直接利用流变仪显示的剪切应力与剪切应变速率、利用一些近似的计算公式以及利用 Couette 逆问题的解等 3 种新拌水泥基材料流变参数计算方法的可行性。结果表明：利用 Couette 逆问题的解计算新拌水泥基材料的流变参数方法合理，给出了相应的计算步骤。在计算新拌水泥基材料的流变参数时，必须考虑柱塞流的影响。舍去存在柱塞流情况下得到的测量数据后计算出的水泥基材料的流变参数的精确度更高。

关键词：新拌水泥基材料；流变参数；Couette 逆问题；柱塞流
中图分类号：TQ178　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：0454–5648(2020)08–1302–08
网络出版时间：2020-07-01



Calculation of Rheological Parameters of Cement-Based Materials Based on Solution to the Couette Inverse Problem

LI Mengyuan, *LIU Yu*, *HAN Jianguo*, *YAN Peiyu*
(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The measurement scheme of rheological parameters of fresh cement-based materials and the processing method of measured data were given. The feasibility of different methods, *i.e.*, using of the shear stress and shear strain rate displayed on rheometer, some approximate equations and solution to the Couette inverse problem was analyzed for calculating the rheological parameters of fresh cement-based materials. The analysis results show that the solution to the Couette inverse problem as a reasonable method can be used to obtain the rheological parameters of fresh cement-based materials. The corresponding calculation procedure was given. The influence of plug flow on the calculation of rheological parameters of fresh cement-based materials could be considered. The calculation of rheological parameters of fresh cement-based materials could be more accurate for the measured data in the absence of plug flow.

Keywords: fresh cement-based materials; rheological parameters; Couette inverse problem; plug flow

利用流变仪测量结果表征水泥基材料的新拌性能已逐渐成为趋势。相比传统的利用坍落度、扩展度、V 漏流过时间、T500 等工作性测量与表征手段，利用流变仪进行水泥基材料新拌性能的测量和表征有诸多优势。测量全过程由流变仪控制，不受人为操作的影响；测量结果由流变仪自动实时采集，测量过程中可实时监控水泥基材料的受力与运动状态；流变仪测量结果的精确度高，重复性好；测量结果可以很好地用于水泥基材料新拌性能的定性分析和定量计算[1–3]。流变仪的测量结果不仅可以定量计算新拌水泥基材料的屈服应力与塑性黏度[4–5]，还可以表征新拌混凝土的剪切增稠与剪切稀化等非线性流变性能[5–6]。

合理利用流变仪的测量结果并正确计算新拌水泥基材料的流变参数并不是一件容易的事情，这涉及到所使用的流变制度的合理性判断、恰当的流变模型和流变参数计算方法的选择、柱塞流存在与否的判断与合理的处理方法等。近年来，计算新拌水

收稿日期：2019–11–13。　修订日期：2020–02–20。
基金项目：国家重点研发计划项目(2017YFB0310101)；中国博士后科学基金(2019TQ0162)；国家自然科学基金项目(51678343)。
第一作者：黎梦圆(1988—)，男，博士，助理研究员。
通信作者：阎培渝(1955—)，男，博士，教授。

Received date: 2019–11–13.　**Revised date:** 2020–02–20.
First author: LI Mengyuan (1988–), male, Ph.D., Assistant Researcher.
E-mail: limengyu15@tsinghua.org.cn
Correspondent author: YAN Peiyu (1955–), male, Ph.D., Professor.
E-mail: yanpy@tsinghua.edu.cn

泥基材料的流变参数所依据的原理有多种[3]。然而即使流变仪测量得到的数据相同，依据不同的计算原理所得到的新拌水泥基材料的流变参数的数值不同，这显然不利于新拌水泥基材料的流变性能研究。为此，对所使用过的新拌水泥基材料流变参数的计算原理进行比较与分析，找出适宜于计算新拌水泥基材料流变参数的方法。

1　新拌水泥基材料流变参数的测量制度

新拌水泥基材料的流变性能可以通过适宜的流变模型来描述，比如 Bingham 模型、Herschel-Bulkley 模型、Casson 模型等[5,7]。这些模型中都包含了用于描述新拌水泥基材料流变性能的参数，比如 Bingham 模型中的屈服应力与塑性黏度。这些模型中的流变参数表征的是新拌水泥基材料在稳定的流动状态下的流变行为[8–9]。

利用流变仪测量新拌水泥基材料流变参数时首先需设置合理的测量制度。由于流变参数表征的是新拌水泥基材料在稳定流动状态下的流变行为，所以建立的测量制度须创造出待测的新拌水泥基材料能够稳定流动的条件。目前常用的测量新拌水泥基材料流变参数的测量制度如图 1 所示[10–11]。工程上常用的测量新拌混凝土流变参数的 ICAR 流变仪内置了与图 1 相似的测量制度[3,12–13]。图 1 所示的测量制度是通过水平段固定不变的转速来创造新拌水泥基材料稳定流动的条件。

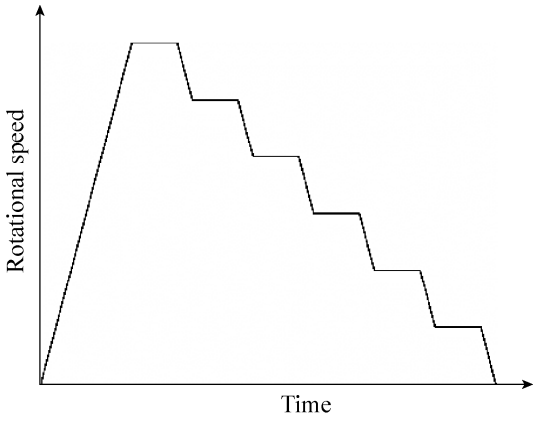


图 1　测量新拌水泥基材料流变参数常用的测量制度

Fig. 1　Commonly used measuring scheme for measurement of rheological parameters of fresh cement-based materials

通过与图 1 类似的测量制度测量新拌水泥基材料的流变参数时，在每一个水平段，流变仪的转速会根据测量制度的设定立即稳定下来，但水平段的扭矩需延迟一段时间后才逐渐趋于稳定(图 2)[14–15]。图 2 中扭矩的不稳定阶段是由于新拌水泥基材料存在触变性。扭矩稳定阶段对应着待测的新拌水泥基材料处于稳定的流动状态。稳定后的转速与扭矩是计算新拌水泥基材料流变参数的有效数据。取每个转速水平段中稳定后的转速与扭矩的平均值作为计算新拌水泥基材料流变参数的有效数据对。测量制度中设置的台阶越多，得到的有效数据对越多。这些有效数据对是相互不连续的离散点，得到“转速-扭矩”散点图(图 3)。

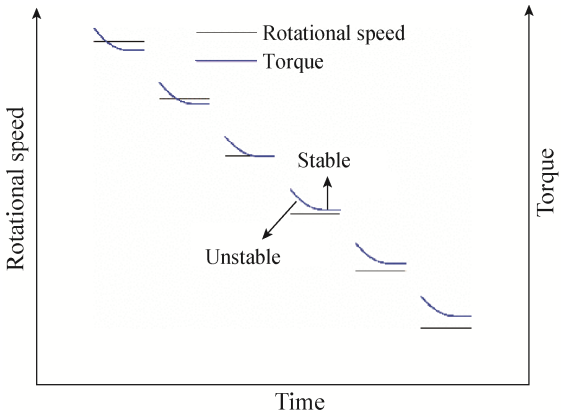


图 2　根据图 1 所示的测量制度得到的各水平段的转速与扭矩的走势变化

Fig. 2　Trend change of rotational speed and torque measured in each horizontal stage of the measuring scheme shown in Fig.1

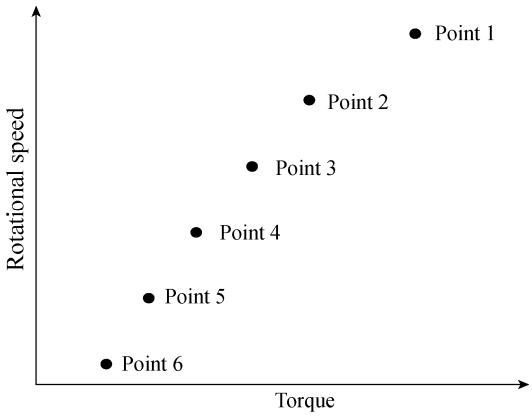


图 3　用于计算新拌水泥基材料流变参数的有效数据对

Fig. 3　Effective data pairs used to calculate rheological parameters of fresh cement-based materials

图 1 所示的测量制度中每个水平段所对应的时间长度与具体测量的新拌水泥基材料的触变性能有关[14]。如果测量的新拌水泥基材料的触变性较大，意味着新拌水泥基材料的扭矩稳定所需要的时间较长，所采用的测量制度中水平段的时间就应长一些，以确保新拌水泥基材料的扭矩能够达到稳定并维持一段时间。

图 1 所示的测量制度中上升段与下降段的转速变化(即图中斜线段的斜率)不宜过大，以防测量的新拌水泥基材料产生显著的离析而造成流变参数的测量误差过大。

2 不同的计算新拌水泥基材料流变参数的思路

近年来，利用流变仪测量结果计算新拌水泥基材料的流变参数大致有 3 种思路。由于同轴双圆柱流变仪是形状最简单的流变仪，在理论分析时也最具代表性，因此将基于同轴双圆柱流变仪来分析新拌水泥基材料流变参数计算的思路。

第一种计算流变参数的思路是直接利用流变仪显示的剪切应力与剪切应变速率来计算流变参数，或者直接采用流变仪计算出的流变参数。实际上，流变仪只能测量出新拌水泥基材料在一定转速时的扭矩，不能直接测量出剪切应力与剪切应变速率，更不可能直接测量出流变参数[3]。流变仪所反馈的剪切应力与剪切应变速率，以及流变参数，都是根据转化公式计算得到的。比如，一些流变仪是以标准(ISO 3219)[16]的附录 A 中的测量与计算原理为基础来求解流变参数的。其主要计算公式如式(1)和式(2)所示。标准(ISO 3219)规定了液态塑料、聚合物、树脂的黏度的计算方法，这并不适用于新拌水泥基材料流变参数的计算。因为液态塑料、聚合物、树脂都没有屈服应力，而新拌水泥基材料一般都具有屈服应力。标准(ISO 3219)不适用于有屈服应力的流体的流变参数的计算。目前尚没有针对新拌水泥基材料流变参数计算的标准，且绝大多数流变仪内置的计算程序并不是针对新拌水泥基材料的性能特点而设计的。即使是专门用于测量混凝土流变参数的 ICAR 流变仪也仅能计算基于 Bingham 模型的流变参数，且 ICAR 流变仪内置的参数计算程序并没有考虑柱塞流对计算结果的影响。因此，直接利用流变仪测量后显示的剪切应力与剪切应变速率的数据来计算流变参数，或者直接采用流变仪计算出的流变参数的做法都难于得到真实的结果。

$$\tau_{\mathrm{rep}}=\frac{1+\delta^2}{2\delta^2}\times\frac{T}{2\pi hR_1^2C_{\mathrm{h}}} \tag{1}$$

$$\dot{\gamma}_{\mathrm{rep}}=\Omega\times\frac{1+\delta^2}{\delta^2-1} \tag{2}$$

式中：δ 为同轴双圆柱流变仪的外圆筒半径与内圆筒半径的比值；τ_{rep} 为与 δ 有关的位置处的剪切应力(Pa)；T 为扭矩(N·m)；h 为同轴双圆柱流变仪的内圆筒在测量过程中的有效高度(m)；R_1 为同轴双圆柱流变仪的内圆筒半径(m)；C_{h} 为边界效应矫正因子；$\dot{\gamma}_{\mathrm{rep}}$ 为与 δ 有关的位置处的剪切应变速率(s^{-1})；Ω 为同轴双圆柱流变仪的转速(内圆筒静止时外圆筒的转速或外圆筒静止时内圆筒的转速)(rad/s)。

第二种计算流变参数的思路是利用一些近似的计算公式，根据流变仪测量的转速和扭矩来计算相应的剪切应力和剪切应变速率，进而计算流变参数。实际上，对于同轴双圆柱流变仪，剪切应力与剪切应变速率都有明确的计算公式，如式(3)和式(4)所示[17–18]。式(3)表明通过流变仪测量得到的扭矩可以计算出剪切应力，但式(4)表明无法通过流变仪测量得到的转速计算出剪切应变速率，这是因为用于计算新拌水泥基材料流变参数的有效数据对(图 3)是相互不连续的离散点，离散的数据点不存在导数和微分。因此根据测量的转速来计算剪切应变速率只能采用一些近似的计算公式。

$$\tau=\frac{T}{2\pi hr^2} \tag{3}$$

$$\dot{\gamma}=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}r} \tag{4}$$

式中：τ 为剪切应力(Pa)；r 为径向坐标(m)；$\dot{\gamma}$ 为剪切应变速率(s^{-1})；ω 为径向坐标为 r 处的角速度(rad/s)。

有些文献给出了一些计算剪切应变速率的近似公式。比如，在同轴双圆柱流变仪中，如果内外圆筒的半径比在 0.99~1.00 之间，则剪切应变速率可利用式(5)近似计算；如果内外圆筒的半径比小于 0.99，剪切应变速率可利用式(6)与式(7)近似计算[3,19]。运用这些公式近似计算新拌水泥基材料的流变参数时需注意这些公式的适用条件和适用对象。比如式(5)只有在测量的新拌水泥基材料的屈服应力与塑性黏度的比值较小的情况下才能使用。另外，由于式(5)只能在流变仪内外圆筒的半径比在 0.99~1.00 的范围内使用，故式(5)只能计算新拌净浆的流变参数，而不能计算新拌砂浆和新拌混凝土的流变参数。由于新拌水泥基材料大多具有屈服应力，所以利用式(6)和式(7)计算参数 n 时需格外留意柱塞流对参数 n 计算结果的影响[3]。式(7)在严格意义上不能用于参数 n 的计算，这同样是因为离散的转速与扭矩数据点无法计算其导数和微分。

$$\dot{\gamma}_1=\frac{2\Omega R_2^2}{R_2^2-R_1^2} \tag{5}$$

$$\dot{\gamma}_1 = \frac{2\Omega}{n\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/n}\right]} \tag{6}$$

$$n = \frac{\mathrm{d}\ln T}{\mathrm{d}\ln \Omega} \tag{7}$$

式中：$\dot{\gamma}_1$ 为径向坐标为 R_1 时的剪切应变速率(s^{-1})；R_2 为同轴双圆柱流变仪的外圆筒半径(m)；n 为测量的扭矩与转速在对数坐标系中的直线斜率。

第 3 种计算流变参数的思路是利用 Couette 逆问题的解和曲线拟合来确定待测的新拌水泥基材料适宜的流变模型，并在此模型基础上计算其流变参数。Couette 逆问题是指将描述新拌水泥基材料流变性能的流变模型中的剪切应力与剪切应变速率之间的关系转化为带有流变仪形状参数的转速与扭矩之间的关系[3,17–18,20]。比如，如果待测的新拌水泥基材料可用 Bingham 模型来描述其流变性能，则可利用基于 Bingham 模型的 Couette 逆问题的解[即 Reiner-Riwlin 方程[3,17–18,20–21]，式(8)]来求解其流变参数。如果待测的新拌水泥基材料不适合使用 Bingham 模型来描述其流变参数，或者不清楚待测的新拌水泥基材料最适宜的流变模型，则可借助非线性流变模型的 Couette 逆问题的解来解决问题。文献[17]给出了求解 Couette 逆问题的通用方法，且在表 1 中给出了基于常见的流变模型的 Couette 逆问题的解，以供求解新拌水泥基材料流变参数时查询。

$$\Omega = \frac{1}{4\pi h\eta}\left(\frac{1}{R_1^2}-\frac{1}{R_2^2}\right)\cdot T - \frac{\tau_0}{\eta}\ln\frac{R_2}{R_1} \tag{8}$$

式中：η 为 Bingham 模型中的塑性黏度(Pa·s)；τ_0 为
屈服应力(Pa)。

第 3 种计算流变参数的思路最适合求解新拌水泥基材料流变参数，解决了离散的数据点无法求解导数和微分的理论问题，而且没有对所使用的流变仪形状有过多限制。其计算原理不仅适用于新拌净浆流变参数的测量与计算，也适用于新拌砂浆和新拌混凝土流变参数的测量与计算，计算流变参数时，需要首先判断测量的新拌水泥基材料最适宜的流变模型，这是计算流变参数的前提，是计算流变参数过程中不应被忽略的重要步骤。

3　水泥基材料流变参数测量与计算的合理步骤

利用 Couette 逆问题的解来求解新拌水泥基材料的流变参数，可分为以下步骤进行。

1) 收集常用的新拌水泥基材料的流变模型，并将这些流变模型所描述的流体的剪切应力与剪切应变速率之间的关系转化为转速与扭矩之间的关系，或者也可查询文献[17]中的结果。这一步的主要工作是求解 Couette 逆问题。

2) 将基于常用的流变模型的 Couette 逆问题的解与流变仪测量新拌水泥基材料得到的有效转速与扭矩的数据对(图 3)进行比较，通过数据拟合曲线的相关系数的大小来初步确定所测量的新拌水泥基材料适宜的流变模型。

3) 根据拟合的曲线方程、已确定的适宜的流变模型及其 Couette 逆问题的解进行新拌水泥基材料流变参数的计算。此时需留意流变测量过程中柱塞流存在与否，并合理地处理柱塞流存在的情况下测量得到的转速与扭矩的数据。

4) 通过最终拟合曲线的相关系数验证选用的流变模型是否适宜。

从以上的计算步骤可知，Couette 逆问题是新拌水泥基材料流变参数测量与计算的核心问题，Couette 逆问题的解是确定测量的新拌水泥基材料最适宜流变模型的基础，是连接流变模型理论与实际参数测量计算的桥梁。

4　柱塞流的判断与数据处理方法

新拌水泥基材料大多具有屈服应力。利用流变仪测量新拌水泥基材料的流变参数时，如果某区域中新拌水泥基材料受到的剪切应力小于屈服应力，则该区域的剪切应变速率为零。这意味着该区域内新拌水泥基材料相互之间不存在相对运动，即该区域的新拌水泥基材料将以柱塞的形式整体运动，这种现象称为柱塞流。柱塞流的有无可利用式(9)进行判定[3,20]。

$$\begin{cases}\tau_{\min} \geqslant \tau_0 & \text{无柱塞流}\\ \tau_{\min} < \tau_0 & \text{存在柱塞流}\end{cases} \tag{9}$$

式中：$\tau_{\min}$ 为最小剪切应力(Pa)。

利用同轴双圆柱流变仪测量流变参数时，新拌水泥基材料的剪切应力与扭矩的关系可用式(3)表示。式(3)表明，靠近流变仪外圆筒处的剪切应力小于靠近内圆筒处的剪切应力，因此柱塞流最有可能出现在外圆筒附近。从流变仪转轴中心到柱塞流表面的距离称为柱塞流半径，柱塞流半径可用式(10)计算。

$$R_{\mathrm{P}}=\sqrt{\frac{T}{2\pi h\tau_0}} \tag{10}$$

式中：R_{P}为柱塞流半径(m)。

根据文献[17]可知，用于求解 Couette 逆问题的积分方法适用于没有柱塞流的情况，文献[17]中所给出的也是没有柱塞流情况下的 Couette 逆问题的解。以 Bingham 模型为例，如果不存在柱塞流，则 Couette 逆问题的解可用式(8)表示；如果存在部分的柱塞流，则在柱塞流存在情况下的 Couette 逆问题的解应该用式(11)表示。

$$\Omega=\frac{1}{4\pi h\eta}\left(\frac{1}{R_1^2}-\frac{1}{R_{\mathrm{P}}^2}\right)\cdot T-\frac{\tau_0}{\eta}\ln\frac{R_{\mathrm{P}}}{R_1} \tag{11}$$

从数学计算的角度看，如果待测的新拌水泥基材料可以用 Bingham 模型描述其流变性能，且测量得到了如图 3 所示的有效数据对，为了求解 Bingham 模型中屈服应力和塑性黏度 2 个参数，其实只需要图 3 所示的 2 个有效数据对即可。使用多对有效数据对进行线性拟合来求解流变参数是为了提高流变参数的计算精度，降低流变试验过程中的测量误差。式(10)表明柱塞流半径是跟测量的扭矩有关的 1 个变量，如果流变测量过程中存在柱塞流，则需利用式(11)进行流变参数的计算。但式(11)表明，每增加 1 个存在柱塞流情况下的有效数据对，就会增加 1 个柱塞流半径的未知量。因此，利用的存在柱塞流情况下的有效数据对越多，柱塞流半径的未知量的个数就越多，这无助于提高流变参数的计算精度，违背了使用多对有效数据对进行流变参数计算的初衷。

以上仅是针对 Bingham 模型的情况，如果是非线性流变模型，则情况会更复杂。根据文献[17]，分离变量积分是求解 Couette 逆问题的积分方法的关键步骤，如式(12)所示。如果存在柱塞流，应该将式(12)修改为式(13)。这一小小的变动表明式(13)右侧的积分上限是 1 个变量，这就大大增加了求解 Couette 逆问题的解的难度。对于一些常见的非线性流变模型，柱塞流存在情况下的 Couette 逆问题是否还存在解析解都尚不可知，求解其流变参数的难度便可想而知。即使能够求解出柱塞流存在情况下的库爱特逆问题的解析解，此解也不同于无柱塞流情况下的 Couette 逆问题的解析解。利用柱塞流存在情况下测得的数据来计算流变参数将面临分段函数的非线性拟合问题，这无疑会使得流变参数的求解更为困难。

$$\int_0^{\Omega}\mathrm{d}\omega=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}f^{-1}\left(\frac{T}{2\pi hr^2}\right)\mathrm{d}r \tag{12}$$

$$\int_0^{\Omega}\mathrm{d}\omega=\int_{R_1}^{R_{\mathrm{P}}}\frac{1}{r}f^{-1}\left(\frac{T}{2\pi hr^2}\right)\mathrm{d}r \tag{13}$$

式中：f为流变模型所描述的剪切应力与剪切应变速率之间的函数关系。

从流变学角度分析，也不建议使用柱塞流情况下测得的数据来计算流变参数。一般地，柱塞流现象出现在剪切速率较低时，此时测量的转速和扭矩不仅仅与柱塞流现象相关，还可能与其他一些流变学现象密切相关。比如在低剪切速率情况下的粘滑现象，该现象可能与 Coussot 提出的剪切带理论密切相关[22–23]。水泥基材料在低剪切速率作用下，材料中会逐渐形成许多局部薄弱区(local weak regions)，这时测量的转速与扭矩不能反映出水泥基材料的流变性能。再如有研究表明流变仪在低转速下测量的平衡流动状态的扭矩随转速的增加而减小[23]，虽然目前无法对此现象做出解释，但较为肯定的是低剪切速率下测量得到的数据不一定仅与水泥基材料在稳定流动状态下的流变参数相关，还需要进一步的研究。

由此可见，利用存在柱塞流情况下的有效数据对来计算其流变参数，不仅无助于增加流变参数的计算精度，反而大大增加了求解 Couette 逆问题的解的难度，这都不利于准确计算新拌水泥基材料流变参数。因此，建议求解流变参数时，可先根据式(9)判断图 3 中每个有效数据点是否在柱塞流存在的情况下测量得到。如果存在柱塞流，则舍去这一有效数据点，然后用其余的有效数据点进行流变参数计算即可。如果经过取舍后，图 3 中的有效数据点数量不够多，可根据柱塞流的计算结果对流变制度进行调整后重新测量，比如适当提高水平段的最小转速值以减小试验中出现柱塞流的概率、根据具体情况适当增加流变制度中水平段的个数等。

5 计算范例

目前，新拌水泥基材料最常用的线性流变模型为 Bingham 模型，最常提及的非线性流变模型为修正的 Bingham 模型和 Herschel-Bulkley 模型。文献[17]指出，非线性流变模型所描述的剪切应力与剪切应变速率之间的关系形式与流变仪中测量的转速与扭矩之间的关系形式不一致，这与之前绝大多数研究者的认识不同。文献[17]指出，基于修正的 Bingham

模型的 Couette 逆问题的解十分复杂，基于 Herschel-Bulkley 模型的 Couette 逆问题在实数范围内无解。以符合 Bingham 模型的水泥净浆为例，展示利用 Couette 逆问题的解求解新拌水泥基材料流变参数的计算步骤和柱塞流的判断与数据处理方法。

5.1　原材料、配合比、试验设备与流变制度

流变试验所用胶凝材料为基准水泥、粉煤灰微珠、S95 级粒化高炉矿渣与半加密硅灰。水泥净浆的配合比如表 1 所示，采用固体含量为 40%的聚羧酸减水剂调整其流动度在 170 mm 到 180 mm 之间。

表 1　水泥净浆的配合比

Table 1　Mix proportion of cement paste

Mass fraction *w*/ %				Water-binder ratio
Cement	Fly ash microsphere	GGBS	Silica fume	
62.35	19.75	11.73	6.17	0.17

GGBS is ground granulated blast furnace slag.

流变试验采用 RST-SST 型同轴双圆柱流变仪，外圆筒的直径为 60 mm，内圆柱的直径为 20 mm，内圆柱的有效测量深度为 40 mm。RST-SST 型流变仪测量过程中，内圆柱旋转，外圆筒静止。内圆柱表面带竖向肋条，用于防止测量过程中浆体与圆柱之间出现打滑现象。试验采用图 1 所示的流变制度，最高转速 60 r/min，最低转速 10 r/min，均匀分为 11 个阶梯。

5.2　流变参数的计算与柱塞流情况下的数据处理

测量得到的用于计算水泥净浆的流变参数的有效数据对如图 4 所示。根据最小二乘法的线性拟合结果如图 5 所示。

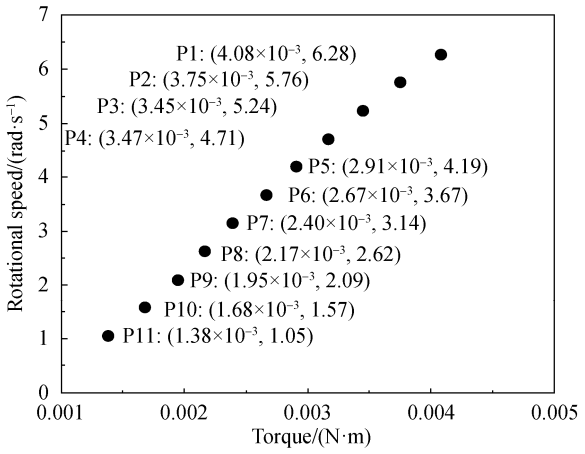


图 4　用于计算水泥净浆流变参数的有效数据对

Fig. 4　Effective data pairs used to calculate rheological parameters of cement paste

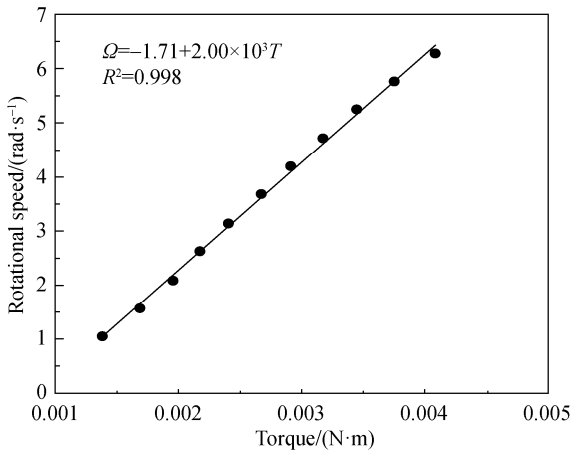


图 5　水泥净浆流变测量数据的线性拟合

Fig. 5　Linear fitting of the rheological data of cement paste

根据 Reiner-Riwlin 方程(式(8))与图 5 中拟合直线的斜率与截距，得到以下的计算式。

$$\frac{1}{4\pi h\eta}\left(\frac{1}{R_1^2}-\frac{1}{R_2^2}\right)=2.00\times10^3 \tag{14}$$

$$-\frac{\tau_0}{\eta}\ln\frac{R_2}{R_1}=-1.71 \tag{15}$$

将流变仪的形状参数代入式(14)与式(15)中，计算得到的新拌净浆的流变参数结果如表 2 所示。

表 2　水泥净浆流变参数的计算结果

Table 2　Calculation result of rheological parameters of cement paste

Yield stress/Pa	Plastic viscosity/(Pa·s)	Correlation coefficient
13.8	8.85	0.998

表 2 显示的结果是没有排除柱塞流情况下的流变参数的计算结果。由于 Reiner-Riwlin 方程描述的是无柱塞流情况下的转速与扭矩的关系，利用 Reiner-Riwlin 方程计算浆体的流变参数必须判断柱塞流是否存在。根据式(9)可知，柱塞流的判断需计算最小剪切应力，并将最小剪切应力与屈服应力进行比较。最小剪切应力的计算公式如式(16)所示。

$$\tau_{\min}=\frac{T_{\min}}{2\pi hR_2^2} \tag{16}$$

式中：$T_{\min}$ 为最小扭矩，N·m。

根据式(16)计算得到的最小剪切应力为 6.10 Pa，这个数值小于表 2 中的屈服应力 13.8 Pa，说明至少图 5 中的点 P11 是存在柱塞流情况下测量的结果，因此表 2 中的流变参数的计算结果不正确。为此，应舍去图 5 中的点 P11，利用剩下的点 P1~P10 来计算水泥净浆的流变参数。通过重复以上的流变参数计算过程和柱塞流的判断过程来计算水泥净浆的流变参数，表 3 汇总了这些计算结果。

表 3 水泥净浆流变参数计算过程中对柱塞流的判定

Table 3 Determination of plug flow in calculation process of rheological parameters of cement paste

Points used to calculate	The minimum shear stress/Pa	Yield stress/Pa	Remarks
P1~P11	6.10	13.80	Plug flow
P1~P10	7.43	13.80	Plug flow
P1~P9	8.62	13.40	Plug flow
P1~P8	9.59	12.30	Plug flow
P1~P7	10.60	11.40	Plug flow
P1~P6	11.80	10.40	No plug flow

表 3 的计算结果显示，当利用点 P1~P6 计算水泥净浆的流变参数时，流变试验结果不受柱塞流的影响。需指出的是，表 3 中显示的屈服应力是根据图 4 中显示的有效数据对计算得到的，这些有效数据对没有任何规律，因此表 3 中显示的屈服应力的变化也没有固定的规律可循，所以计算流变参数时需对这些有效数据对从小到大逐点判断取舍并重复计算过程，直至流变参数的计算结果显示无柱塞流影响为止。

点 P1~P6 的线性拟合结果如图 6 所示。无“柱塞流”情况下的新拌净浆流变参数的计算结果如表 4 所示，这是浆体流变参数的最终计算结果。

表 4 无“柱塞流”情况下的水泥净浆流变参数的计算结果

Table 4 Calculation result of rheological parameters of cement paste based on the condition of “no plug flow”

Yield stress/Pa	Plastic viscosity/(Pa·s)	Correlation coefficient
10.4	9.56	0.996

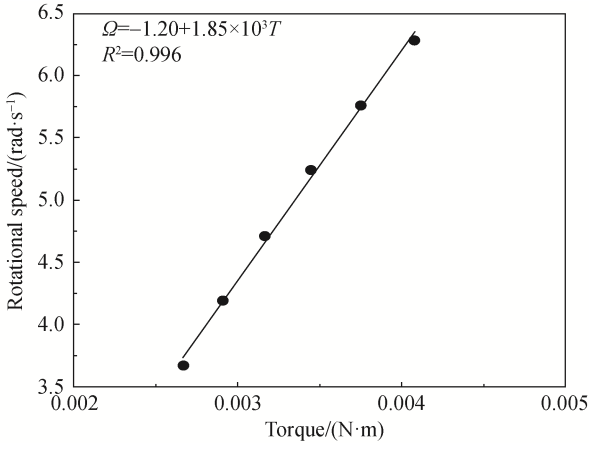


图 6 无“柱塞流”情况下的水泥净浆流变测量数据的线性拟合

Fig. 6 Linear fitting of the rheological data of cement paste based on the condition of “no plug flow”

表 2 中不排除柱塞流的情况下得到的屈服应力(13.8 Pa)比表 4 中排除柱塞流的情况下得到的屈服应力(10.4 Pa)高出 30%左右，所以流变参数的计算必须考虑柱塞流的影响。

图 6 显示线性拟合的相关系数高达 0.996，说明测量的水泥净浆的流变性能是符合 Bingham 模型的。如果线性拟合的相关系数不接近 1，就说明测量的水泥净浆的流变性能不适合用 Bingham 模型来描述，这时应该考虑一些非线性流变模型，比如 Casson 模型等，具体的计算过程与该计算实例类似。

6 结论

1) 最适宜用于新拌水泥基材料流变参数的计算方法是利用基于常见的新拌水泥基材料的流变模型的 Couette 逆问题的解。

2) 计算新拌水泥基材料流变参数前需先判断并选择测量的新拌水泥基材料适宜的流变模型。

3) 在计算新拌水泥基材料的流变参数时，必须排除柱塞流的影响。排除柱塞流后才能准确地计算流变参数。

4) 展示了流变参数计算的详细步骤，选择适宜的流变制度和流变模型并正确处理柱塞流存在情况下的测量数据是正确计算水泥基材料流变参数的重要保障。

参考文献:

[1] 元强, 李白云, 史才军, 等. 混凝土泵送性能的流变学表征及预测综述[J]. 材料导报 A, 2018, 32(9): 2976–2985.
YUAN Qiang, LI Baiyun, SHI Caijun, et al. Mater Rev A (in Chinese), 2018, 32(9): 2976–2985.

[2] FLATT RJ, LAROSA D, ROUSSEL N. Linking yield stress measurements: Spread test versus Viscometer[J]. Cem Concr Res, 2006, 36: 99–109.

[3] WALLEVIK O H, FEYS D, WALLEVIK J E, et al. Avoiding inaccurate interpretations of rheological measurements for cement-based materials[J]. Cem Concr Res, 2015, 78: 100–109.

[4] 刘娟红，张璇，韩方晖，等. 含不同形态硅灰的复合胶凝材料浆体的流变学特性[J]. 硅酸盐学报, 2017, 45(2): 220–226.
LIU Juanhong, ZHANG Xuan, HAN Fanghui, et al. J Chin Ceram Soc, 2017, 45(2): 220–226.

[5] 刘豫, 史才军, 焦登武, 等. 新拌水泥基材料的流变特性、模型和测试研究进展[J]. 硅酸盐学报, 2017, 45(5): 708–716.
LIU Yu, SHI Caijun, JIAO Dengwu, et al. J Chin Ceram Soc, 2017, 45(5): 708–716.

[6] YAHIA A. Shear-thickening behavior of high-performance cement grouts-Influence mix-design parameters[J]. Cem Concr Res, 2011, 41: 230–235.

[7] 王衍伟, 冉千平, 刘加平. 赫巴流体在圆管内层流流动理论及混凝土泵送应用实例[J]. 混凝土与水泥制品, 2018, 1(1): 22–26.
WANG Yanwei, RAN Qianping, LIU Jiaping, et al. China Concr Cem Prod (in Chinese), 2018, 1(1): 22–26.

[8] ROUSSEL N. Steady and transient flow behavior of fresh cement

pastes[J]. Cem Concr Res, 2005, 35: 1656–1664.

[9] ROUSSEL N, LEMAITRE A, FLATT R J, et al. Steady state flow of cement suspensions: A micromechanical state of the art[J]. Cem Concr Res, 2010, 40: 77–84.

[10] WALLEVIK J E. Rheology of particle suspensions, fresh concrete, mortar and cement paste with various types of lignosulfonates [D]. NTNU Trondheim, 2003.

[11] LIU Y, HAN J, LI M, et al. Effect of a nanoscale viscosity modifier on rheological properties of cement pastes and mechanical properties of mortars[J]. Constr Build Mater, 2018, 190: 255–264.

[12] 邓榕. 搅拌车中混凝土流变性研究及应用[D]. 湖南: 湘潭大学土工工程与力学学院, 2016.
DENG Rong. Study on the Rheology of Fresh Concrete in Truck Mixer and Its Application (in Chinese, dissertation). Hunan: Xiangtan University, 2016.

[13] FEYS D, KHAYAT K H, PEREZ-SCHELL A, et al. Prediction of pumping pressure by means of new tribometer for highly-workable concrete[J]. Cem Concr Compos, 2015, 57: 102–115.

[14] WALLEVIK J E. Rheological properties of cement paste: Thixotropic behavior and structural breakdown[J]. Cem Concr Res, 2009, 39: 14–29.

[15] TATTERSALL G H. Structural Breakdown of cement pastes at constant shear rate[J]. Nature, 1955, 175: 166.

[16] ISO 3219, Plastics – Polymers/resins in the liquid state or as emulsions or dispersions – Determination of viscosity using a rotational viscometer with defined shear rate[S]. 1993.

[17] LI M, HAN J, LIU Y, et al. Integration approach to solve the Couette inverse problem based on nonlinear rheological models in a coaxial cylinder rheometer[J]. J Rheol, 2019, 63: 55–62.

[18] HEIRMAN G, VANDEWALLE L, VAN GEMERT D, et al. Integration approach of the Couette inverse problem of powder type self-compacting concrete in a wide-gap concentric cylinder rheometer[J]. J Non-Newton Fluid Mech, 2008, 150: 93–103.

[19] MACOSKO C W. Rheology Principles, Measurement and Applications [M]. New York: Wiley-VCH, 1994.

[20] FEYS D, WALLEVIK J E, YAHIA A, et al. Extension of the Reiner-Riwlin equation to determine modified Bingham parameters measured in coaxial cylinders rheometers[J]. Mater Struct, 2013, 46: 289–311.

[21] ABDELRAZIK A T, KHAYAT K H. Effect of fiber characteristics on fresh properties of fiber-reinforced concrete with adapted rheology[J]. Constr Build Mater, 2020, 230: 116852.

[22] COUSSOT P, TOCQUER L, LANOS C, et al. Macroscopic *vs*. local rheology of yield stress fluids[J]. J Newt Fluid Mech, 2009, 158: 85–90.

[23] QIAN Y, KAWASHIMA S. Distinguishing dynamic and static yield stress of fresh cement mortars through thixotropy[J]. Cem Concr Compos, 2018, 86: 288–296.