

## 考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计

张大鹏<sup>1,2</sup>, 刘观日<sup>3</sup>, 于宝石<sup>1,2\*</sup>, 雷勇军<sup>1,2</sup>, 王志祥<sup>1,2</sup>

(1. 国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073; 2. 空天任务智能规划与仿真湖南省重点实验室, 湖南长沙 410073; 3. 中国运载火箭技术研究院北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

**摘要:**为兼顾加筋壁板在优化设计中的轻量化目标与低误差敏感度要求,开展了考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计。建立了加筋壁板轴压后屈曲失稳有限元模型,分析结构承载特性对桁条扭转度误差与扭转桁条分布位置的敏感度。在此基础上,采用并行序列采样策略,提出基于代理模型的序列近似优化方法,并在考虑桁条扭转度误差影响下进行了加筋壁板轻量化设计。优化结果表明:对比无误差影响的优化设计方案,在均减重32%以上的情况下,考虑桁条扭转度误差的优化方案具有更低的桁条扭转度误差敏感性,有效提升了优化结构的可靠性与工程应用价值。

**关键词:**加筋壁板;桁条扭转度误差;并行序列采样;轻量化设计

**中图分类号:**V214.4; O344.7 **文献标志码:**A

**文章编号:**1001-2486(2025)06-157-11



论  
文  
拓  
展

## Optimized design of stiffened panels considering the twist angle error of stringers

ZHANG Dapeng<sup>1,2</sup>, LIU Guanri<sup>3</sup>, YU Baoshi<sup>1,2\*</sup>, LEI Yongjun<sup>1,2</sup>, WANG Zhixiang<sup>1,2</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Hunan Key Laboratory of Intelligent Planning and Simulation for Aerospace Missions, Changsha 410073, China;

3. Beijing Institute of Aerospace Systems Engineering, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** To meet the requirements of lightweight and low error sensitivity in the optimization design of stiffened panels, the optimization design of stiffened panels was carried out considering the twist angle error of stringers. The finite element model of post-buckling instability of stiffened panels under axial compression was established, and the sensitivity of the load-carrying capacity to the twist angle error on stringers and the distribution position of the torsional stringer was analyzed. On this basis, a sequential approximate optimization method based on surrogate model was proposed by using parallel sequential sampling strategy, and the lightweight design of stiffened panel was carried out under the influence of twist angle error of stringers. The optimized results show that, compared with the optimization design scheme without error influence, the optimization scheme considering the twist angle error of stringers has lower sensitivity to the twist angle error when the weight is reduced by more than 32%, which can effectively improve the reliability and engineering application value of the optimized structure.

**Keywords:** stiffened panels; twist angle error of stringers; parallel sequential sampling; lightweight design

加筋壁板由框桁骨架与蒙皮构成,是主要的承力结构形式之一,因其具有较高的结构承载效率与抗制造缺陷能力,被广泛应用于航空航天领域<sup>[1]</sup>。该类薄壁加筋结构不仅具有较好的结构完整性,在轻量化设计与误差及损伤容忍度等方面也明显优于其他类型结构<sup>[2]</sup>。由于空天飞行

器中的加筋壁板结构主要受轴压载荷,最常见的失效模式为屈曲失稳,因此考虑后屈曲的轴压临界载荷是此类结构的主要考核指标之一<sup>[3-4]</sup>。然而,加筋壁板在制造过程中存在的加工误差或运输过程中产生的意外形变往往会对结构的承载性能产生较大影响,甚至导致结构提前失效或破坏。

收稿日期:2023-11-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11902348);湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ5650);国防科技大学科研计划资助项目(ZK20-27)

第一作者:张大鹏(1989—),男,河南新乡人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:zhangdapeng@nudt.edu.cn

\*通信作者:于宝石(1997—),男,吉林德惠人,博士研究生,E-mail:yubaoshi2020@163.com

引用格式:张大鹏,刘观日,于宝石,等.考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计[J].国防科技大学学报,2025,47(6):157-167.

Citation:ZHANG D P, LIU G R, YU B S, et al. Optimized design of stiffened panels considering the twist angle error of stringers[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(6): 157-167.

因此,尺寸误差、形位误差等不确定因素对结构承载性能的影响分析受到应用单位的广泛关注。

针对薄壁加筋结构的力学特性分析与优化设计,国内外学者通常采用以下两种方式开展研究:一是基于刚度等效思想建立等效分析模型;二是基于代理模型实现设计中复杂映射关系的近似描述。其中,代理模型方法因其近似性高、响应速度快、算法适应性强等优势在复杂结构设计中应用广泛<sup>[5-7]</sup>。Lima等<sup>[6]</sup>基于多保真度 Kriging 模型实现了加筋壁板结构可靠性的高效评估。Zhu等<sup>[8]</sup>将元启发式算法与代理模型结合,对比了6种不同模型与算法组合在薄壁加筋结构中的优化精度与效率。王志祥等<sup>[9]</sup>基于径向基函数(radial basis function, RBF)近似模型与智能算法对蒙皮桁条结构开展了轻量化设计。但需强调的是,忽略误差及缺陷影响而一味强调结构轻质化的优化设计,往往表现为对误差及缺陷响应更高的敏感性,因此考虑误差因素影响下的优化设计具有更高的可靠性与工程应用价值。

郝鹏等<sup>[10]</sup>给出了加筋圆柱壳初始缺陷的表征方法,并针对具有不同双母线形状的加筋壳开展了缺陷敏感性分析。后续,又针对加筋壁板建立了分层不确定性优化框架,实现了更为高效且鲁棒的结构设计<sup>[11]</sup>。王博等<sup>[12]</sup>总结了计及缺陷敏感性的加筋筒壳轻量化设计的理论与方法,通过“多点最不利扰动载荷法”有效提升了缺陷折减因子的估计精度,并将其成功应用于我国新一代大型运载火箭的承力结构研制中<sup>[13-14]</sup>。李建宇等<sup>[15]</sup>针对薄壁圆筒壳的几何缺陷不确定性问题,基于极大熵原理构建了初始缺陷随机模型,并预估了屈曲载荷折减因子,但该模型的建立仍需实验数据支持。王志祥等<sup>[16]</sup>针对大型运载火箭进行了考虑加工误差的薄壁加筋圆柱壳优化设计,获得了误差影响下承载性能可靠性更高的轻质化结构。荣运高等<sup>[17]</sup>通过非均匀加筋的方式降低了加筋圆柱壳结构的缺陷敏感性,给出的优化模型更具工程适用性。针对薄壁加筋结构中桁条受扭的情况,曹景乐等<sup>[18]</sup>基于能量原理,采用 Ritz 法求解了单根桁条受扭、等间距分布下加筋板结构的临界失稳载荷,分析了桁梁扭转对结构承载能力的影响,但并未给出结构的优化设计方案。在实际工程中,桁条扭转度误差(工程上称为“扭拧度误差”)是薄壁加筋结构的主要加工误差形式之一,但目前有关桁条扭转度误差影响分析的研究相对较少。因此,为提高加筋壁板乃至整体结构的可靠性与安全性,亟须发展一套考虑

桁条扭转度误差的高可靠性优化方法。

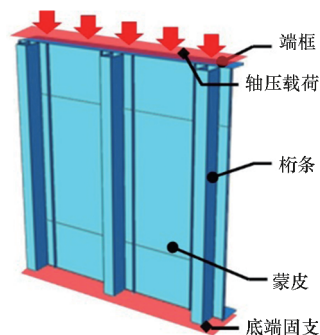
针对上述问题,本文首先探究了轴压载荷下加筋壁板的压溃失效机理,分析总结了结构屈曲失稳模式。同时,为提升桁条扭转度误差下结构的可靠性,开展了结构轴压承载性能对桁条扭转度误差敏感性分析。为指导工程应用,提出了一种兼顾探索与开发策略的并行序列近似优化方法,并基于此方法对加筋壁板分别开展了不考虑/考虑桁条扭转度误差的优化设计,结合最大误差分析法<sup>[19]</sup>,给出了兼顾结构轻质化与误差低敏感性的优化设计方案,显著提升了加筋壁板的可靠性、安全性以及工程应用价值。

## 1 加筋壁板后屈曲分析及优化问题描述

### 1.1 模型描述及后屈曲分析

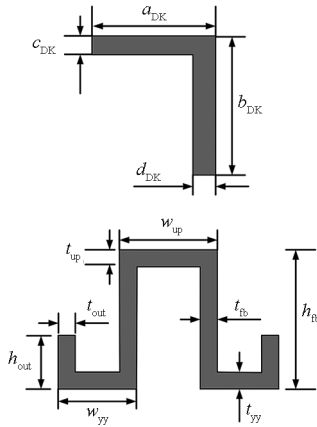
本文研究的加筋壁板结构采用同侧“几”形桁条均布加筋,另一侧“L”形上下端框固定,整体结构高度与宽度均为 600 mm,具体结构、载荷工况以及端框与桁条的横截面几何参数如图 1 所示。其中, $a_{DK}$ 、 $b_{DK}$ 、 $c_{DK}$ 与 $d_{DK}$ 为端框截面的宽度与厚度, $t_{up}$ 、 $t_{out}$ 、 $t_{in}$ 和 $t_{yy}$ 为桁条中腹板及翼缘板等截面厚度, $w_{up}$ 、 $w_{yy}$ 、 $h_{in}$ 和 $h_{out}$ 为桁条中腹板及翼缘板等截面的宽度与高度。

加筋壁板中各部件采用钛合金材料,具体材料参数如表 1 所示。为便于轴向压载施加,建立“L”形弹性边界分别与上下端框对接,下端边界固支约束,上端边界施加轴向载荷压缩。建立加筋壁板的参数化有限元模型,模型采用壳体单位(S4R),通过隐式动力学分析板壳轴压后屈曲过程。模型经结构网格无关性分析和加载速度无关性分析验证<sup>[20]</sup>,确定模型的网格规模为 8 700 个单元、9 212 个节点。在上边界匀速向下施加 10 mm的轴向位移,加载速度为 200 mm/s。根据工程设计经验,该结构的初始设计几何参数及可设计范围如表 2 所示。



(a) 部件与载荷边界

(a) Components and load boundaries



(b) 部件截面尺寸参数  
(b) Section size parameters

图 1 加筋壁板示意图及其端框与桁条截面尺寸参数  
Fig. 1 Diagram of stiffened panel and section size parameters of end frame and stringer

表 1 加筋壁板部件材料参数

Tab. 1 Material parameters of stiffened panel components

材料参数	数值
密度/(kg/mm <sup>3</sup> )	4.45 × 10 <sup>6</sup>
弹性模量/GPa	110
泊松比	0.3
屈服强度/MPa	825
极限强度/MPa	895
延伸率/%	10

表 2 设计变量的初始值与设计范围

Tab. 2 The initial value and design ranges of design variables

变量	初始设计	范围
$t_{mp}/mm$	1.2	1 ~ 2
$w_{yy}/mm$	30	20 ~ 40
$t_{yy}/mm$	5	1 ~ 6
$h_{fb}/mm$	50	40 ~ 100
$t_{fb}/mm$	2	1 ~ 5
$w_{up}/mm$	30	20 ~ 40
$t_{up}/mm$	3	1 ~ 5
$h_{out}/mm$	10	5 ~ 15
$t_{out}/mm$	4	1 ~ 5
$a_{DK}/mm$	60	40 ~ 80
$b_{DK}/mm$	130	100 ~ 150
$c_{DK}/mm$	8	5 ~ 10
$d_{DK}/mm$	7	5 ~ 10
$M/kg$	14.552	
$F_{cr0}/N$	1.132 × 10 <sup>6</sup>	

注: $t_{mp}$ 为蒙皮厚度, $M$ 、 $F_{cr0}$ 分别表示初始设计结构质量和极限载荷。

在加筋壁板结构中,沿载荷方向排布的桁条承载了大部分轴压载荷,蒙皮与上下端框在支撑桁条的同时维持了结构几何形状。因此,在加筋壁板轴压屈曲过程中,虽然蒙皮出现局部失稳甚至产生塑性形变,但结构整体承载力并未下降,结构的极限承载能力由后屈曲失稳状态决定。

图 2 所示为加筋壁板轴压失效过程及其加载位移-载荷曲线。易可知,随着轴压载荷加载,结构先后进入线性前屈曲阶段、非线性后屈曲阶段及压溃失效阶段。在加载伊始(图中 A 点),框桁格间内蒙皮出现垂直蒙皮方向的局部半失稳波形;随着载荷继续增大,蒙皮失稳波形扩展,形成了 5 个对称分布的半失稳波形,此时结构进入非线性后屈曲状态(图中 B 点);继续增加轴压载荷(图中 C 点),蒙皮上进一步扩大的对称半失稳波带动相邻桁条的缘板甚至腹板出现翘曲变形,但此时桁条仍可以继续承载;随着轴压载荷继续施加,蒙皮的失稳波变大并沿着两侧桁条扩展,进一步加剧桁条发生弯扭耦合翘曲失稳,当桁条翘曲变形到一定程度时,加筋壁板随即丧失轴压承载能力,进入压溃失效阶段(图中 D 点)。

根据上述分析可知,在轴压作用下加筋壁板框桁格间内的蒙皮先出现局部失稳波,并随着载荷增加而逐步扩展,当蒙皮中幅值相近、方向相反的失稳波扩展区域过大,将诱发与其相邻的桁条发生弯扭耦合翘曲失稳,使其丧失轴压承载能力,最终导致结构整体压溃失效,这是轴压下加筋板整体失稳发生压溃失效的主要机理。因此,提高桁条的抗弯扭耦合失稳能力是提升大轴压载荷作用下加筋壁板承载性能的主要因素。桁条的扭转度误差将直接影响桁条的抗弯扭耦合失稳性能,进而影响结构整体的轴压承载性能。基于此,本文将对考虑桁条扭转度误差的加筋壁板结构进行分析并开展优化设计。

### 1.2 桁条扭转度误差敏感度分析

为进一步探究桁条扭转度误差对结构承载性能的影响,基于本文所建立的加筋壁板模型,分别将三根“几”形桁条设置一定的扭转角  $\theta$ , 并取  $\theta \in [0, 15^\circ]$ 。扭转桁条网格划分与正常桁条保持一致,具体如图 3 所示,其中桁条的翼缘板水平方向与腹板高度方向均划分至少两层单元,模拟桁条局部截面的平动与转动。

改变受扭转桁条在加筋壁板中的分布位置,桁条扭转方向均为在俯视图中逆时针方向,“扭入”表示受扭桁条在扭向框桁格间一侧分布,“中间”表示受扭桁条分布在加筋壁板中间,“扭出”

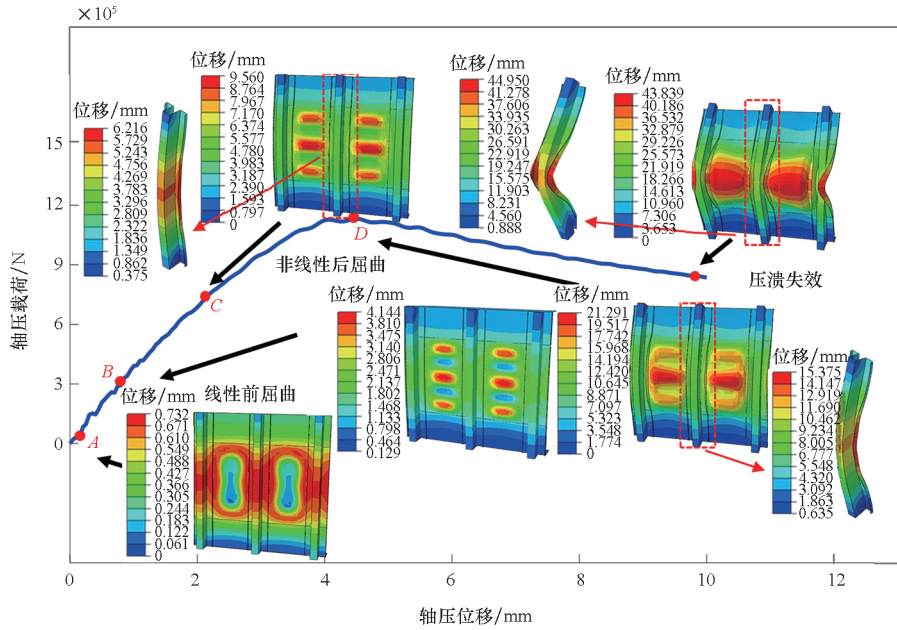


图 2 加筋壁板轴压位移-载荷曲线及屈曲失效过程(5 倍放大系数)

Fig. 2 Axial displacement - load curve and buckling failure process of stiffened panel (magnification factor of 5 times)

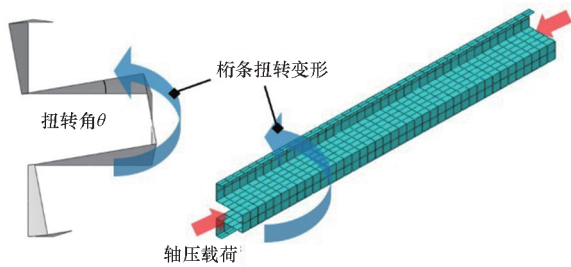


图 3 桁条扭转角度及其网格划分

Fig. 3 Twist angle of stringer and its meshing

表示受扭桁条在扭出框桁隔间一侧分布。扭转桁条在分布位置上结构整体轴压极限载荷随扭转角度的变化如图 4 所示。由图可知,结构承载能力呈现随扭转角度增加而逐步减弱的趋势,其中结构的承载能力用不同扭转角度下的极限载荷  $F_{cr}$  与桁条无扭转时的极限载荷  $F_{cr0}$  的比值表示。为表征误差敏感性,引入大于 0 小于 1 的参数——折减因子  $\lambda$ ,表示考虑误差的分析模型预测值与完美模型预测值的比值,即  $\lambda = 1 - F_{cr}/F_{cr0}$ 。当  $\theta \leq 10^\circ$  时,  $\lambda$  基本维持在 1% 之内,受扭桁条分布在“中间”位置与“扭出”位置的折减因子  $\lambda$  最大值分别为 0.42% 与 0.35%,结构的承载能力并未大幅衰减;当  $\theta > 10^\circ$  时,扭转桁条分布在“中间”位置与“扭入”位置的结构极限载荷明显下降,而扭转桁条分布在“扭出”位置的加筋板表现为对扭转角更低的敏感度。结合对应极限载荷下结构失稳变形云图,当受扭桁条分布在扭出框桁格间一侧时,桁条间蒙皮的失稳波形基本为对称分布;而扭转桁条分布于中间及扭向框桁格间内一侧时,

框桁间蒙皮失稳波明显不对称,这样不对称的失稳波形会诱发相邻桁条的弯扭耦合翘曲失稳,导致结构承载能力明显减弱。这一分析也进一步验证了 1.1 节关于加筋板压溃失效主要机理的相关结论。

桁条腹板及翼缘板的截面尺寸参数会影响桁条对扭转度误差的敏感度,进而影响其抗弯扭耦合失稳能力。为进一步探究扭转度误差影响下桁条关键尺寸参数对壁板整体承载性能的影响规律,基于表 2 中的结构尺寸参数,控制桁条腹板与翼缘板的横截面积不变(即  $h_{fb} \cdot t_{fb}$  与  $w_{yy} \cdot t_{yy}$  不变),分析考虑扭转度误差的桁条翼缘板宽厚比、腹板高厚比对结构整体极限承载性能及桁条失稳模式的影响。其中,桁条翼缘板宽厚比与腹板高厚比可定义为

$$\begin{cases} \alpha_{yy} = w_{yy}/t_{yy} \\ \alpha_{fb} = h_{fb}/t_{fb} \end{cases} \quad (1)$$

参照上述分析,将扭转桁条装配到加筋板中间位置,桁条扭转角设置为  $10^\circ$ 。图 5 所示为结构承载能力随桁条特征几何参数的变化曲线及对应极限载荷下桁条失稳模式。由图可知,针对带有初始扭转度误差的“几”形桁条,随着桁条腹板高厚比增加,加筋壁板的承载能力缓慢下降,对比极限载荷下桁条的失稳模式,低腹板高厚比桁条的横向弯曲刚度较小,轴压作用下表现为桁条整体横向弯曲失稳;当腹板高厚比增大,桁条整体横向弯曲刚度增大,但腹板抗面外变形的刚度降低,在桁条整体失稳前将发生腹板上的局部失稳,进而导致了整体结构承载能力的损失。

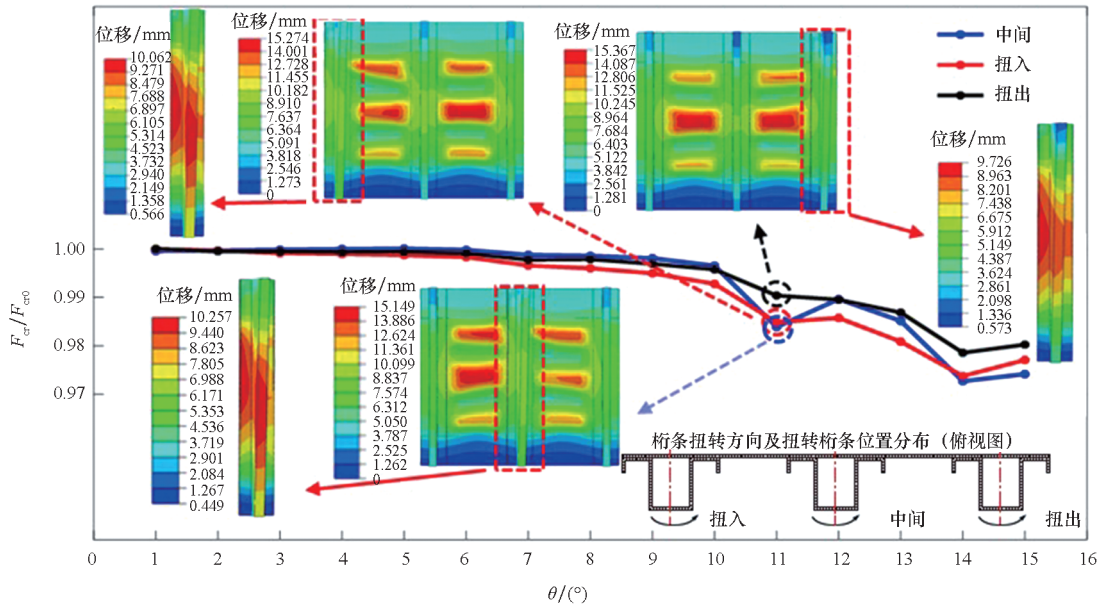


图 4 结构承载力随桁条扭转角度变化曲线(不同分布位置)

Fig. 4 Curve of structural load-carrying capacity with stringer twist angle (at different distribution positions)

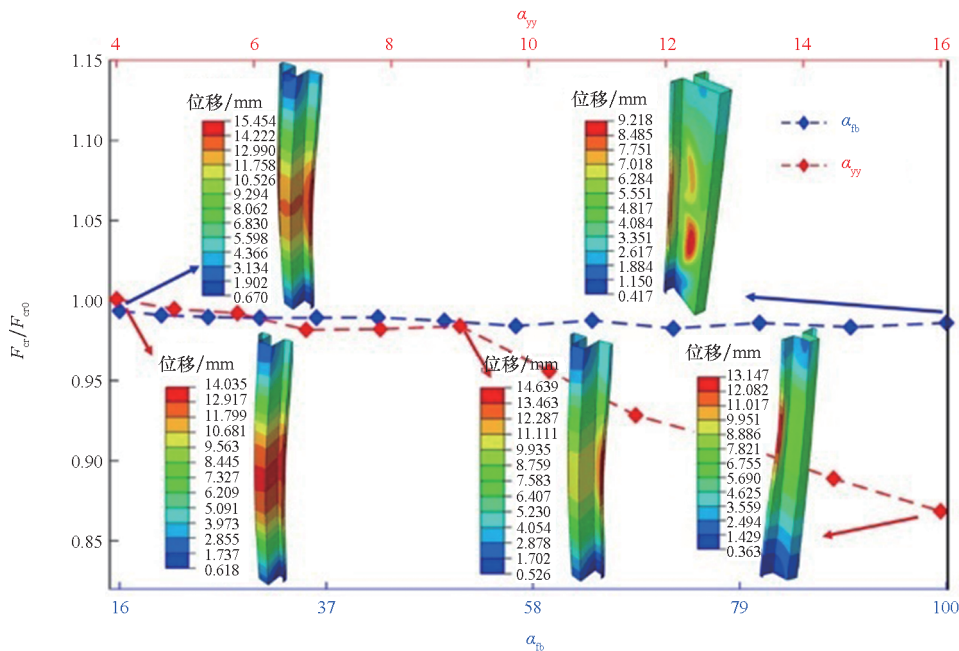


图 5 考虑扭转度误差下桁条特征几何参数对结构承载能力的影响曲线

Fig. 5 Curve of structural load-carrying capacity with characteristic geometric parameters of stringer considering the twist angle error

根据图 5 中结构承载力随桁条翼缘板宽厚比的变化曲线,基于本模型可设计范围,当  $4 \leq \alpha_{yy} \leq 9$  时,结构承载力缓慢折减;当  $9 \leq \alpha_{yy} \leq 16$  时,结构极限载荷开始大幅下降。分析原因为:当桁条翼缘板宽厚比增加时,其宽度增大而厚度减小,绕腹板交线的扭转刚度逐步降低,在轴压极限载荷下桁条将出现弯扭耦合翘曲失稳,对应的失效模式会由整体横向弯曲失稳向翼缘板局部失稳转变,图中桁条失稳模式也验证了这一分析。

综上分析可总结如下:①基于本文加筋壁板模型,控制单根桁条扭转度误差在  $10^\circ$  之内时,结构保持了对扭转度误差较低的敏感度,承载性能折减因子维持在 1% 之内;②合理安排扭转桁条的分布位置,避免中间桁条两侧蒙皮出现失稳波不对称,可以使结构承载性能的削弱相对较小,为复杂多筋模型的桁条扭转度误差分析提供参考;③考虑桁条扭转度误差影响下,减小桁条的翼缘板宽厚比及腹板高厚比有利于降低结构对桁条扭

转度误差的敏感度。

### 1.3 优化问题描述

根据上述分析,无论加筋壁板中是否存在桁条扭转变形,框桁截面尺寸都是影响结构整体在轴压下屈曲变形及承载性能的关键因素。基于此,本文对加筋壁板框桁截面尺寸与蒙皮厚度进行优化设计,以结构轻量化为目标函数,以壁板整体承载性能作为约束函数。针对本结构的优化问题,其数学模型可表示为

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{x} \\ \text{min } M(\mathbf{x}) \\ \text{s. t. } F_{cr}(\mathbf{x}) \geq F_{cr}^* \\ \mathbf{x}_{\min} < \mathbf{x} < \mathbf{x}_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}$ 表示结构设计参数,具体为表2中13个结构几何参数; $M(\mathbf{x})$ 及 $F_{cr}(\mathbf{x})$ 为结构参数取值 $\mathbf{x}$ 时对应的结构质量和极限载荷; $F_{cr}^*$ 为目标极限载荷,设定为 $1.13 \times 10^6$  N。考虑到加筋壁板后屈曲轻质优化的多峰值、高耗时等特性,本文基于径向基函数近似模型,提出了一种兼顾探索和开发策略的并行序列近似优化方法以求解该优化问题。

## 2 序列近似优化方法

### 2.1 RBF 近似模型

RBF模型<sup>[21]</sup>利用已知样本点 $\mathbf{x}_i$ 的响应 $y(\mathbf{x}_i)$ ,通过线性组合基函数计算待预测样本点 $\mathbf{x}$ 的响应 $\hat{y}(\mathbf{x})$ ,具有较强的非线性逼近能力,其基本形式可表示为

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \omega_i \phi_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) \quad (3)$$

式中, $\phi_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)$ 为基函数, $\omega_i$ 为对应的基函数权重系数, $N$ 为样本点个数。RBF模型的近似精度严重依赖于基函数的选取<sup>[22-23]</sup>,其中,Gauss分布函数具有较强的全局近似能力,其表达式为

$$\phi_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2}{c_i^2}\right) \quad (4)$$

式中, $c_i$ 为对应基函数的核宽度。通过设定 $c_i$ 的值及训练样本集,可计算得到当前样本空间对应的基函数权重系数矩阵 $\omega$ :

$$\omega = \Phi^{-1} \mathbf{y} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{y}$ 表示为训练样本集中响应值 $y(\mathbf{x}_i)$ 的矩阵, $\Phi$ 为基函数 $\phi_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)$ 的矩阵。

完成模型构造后,可通过式(3)实现任意样本 $\mathbf{x}$ 的响应预测。

### 2.2 序列采样策略

序列采样策略根据当前有限规模样本信息获

取下一个(组)样本点。因此在近似模型中应用序列采样,所需的初始样本集规模不必太高,优化迭代次数更少,大幅度缩减了优化成本。基于此,本文开发一种动态序列采样方法:基于Voronoi法动态识别全局低精度区域进行采样;基于近似模型组合启发式算法动态开发局部最优点,实现模型全局和局部近似精度的提升。

#### 2.2.1 基于Voronoi法的探索采样

Voronoi法在全局空间规划设计与最优路径搜索等方面应用广泛。本文将Voronoi法用于全空间探索采样,旨在通过现有样本点预测全局精度最低的区域,并向该区域添加样本点,提高样本空间的均布性及填充性与模型的全局近似精度。其具体步骤归纳如下:

1)设计空间多边形分割。依据当前样本集规模 $n$ ,划分 $m$ 维设计空间 $\mathbf{R}^m$ 为 $n$ 个Voronoi单元( $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ),其中,每个单元 $c_i$ 代表环绕对应样本点 $\mathbf{x}_i$ 的邻域多边形,具体定义为

$$D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|\} \quad (6)$$

$$c_i = \bigcap_{\mathbf{x}_j \in X \setminus \mathbf{x}_i} D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (7)$$

其中: $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 表示由样本点 $\mathbf{x}_i$ 与 $\mathbf{x}_j$ 之间连线的中垂线分割形成的封闭区域; $X$ 为当前样本点集合; $\mathbf{x}_i$ 为单元 $c_i$ 的中心, $c_i$ 中任意一点与其中心 $\mathbf{x}_i$ 的距离均小于距其他样本点的距离。

2)识别全局精度最低单元 $c_s$ 。高维空间中Voronoi单元的边界往往不规则,可采用Delaunay三角剖分、扫描线算法等方法构造。本文通过Monte Carlo法生成样本空间中的Voronoi单元,即在设计空间 $\mathbf{R}^m$ 内随机撒点,生成随机点数量 $N_{RP}$ 取值为

$$N_{RP} = m \cdot n \cdot \omega \quad (8)$$

其中: $m$ 为设计空间维度; $n$ 为当前样本点数量; $\omega$ 为影响系数,由研究<sup>[24]</sup>表明, $\omega$ 值可设置为100。因每个Voronoi单元 $c_i$ 在一定程度上可表示其对应样本点 $\mathbf{x}_i$ 的分布特性,因此,Voronoi单元体积越大表示对应区域样本分布越稀疏,其全局精度相对较低。每个单元的体积可通过其中随机点的数量 $m(c_i)$ 表示,进而得到全局精度最低单元。

$$c_s = \arg \max m(c_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

3)确定全局探索采样点 $\mathbf{x}_{n+1}$ 。在样本空间全局精度最低单元 $c_s$ 内选择距离该单元中心点 $\mathbf{x}_s$ 最远的数据点作为新样本点 $\mathbf{x}_{n+1}$ 。数据点可从构造该单元的随机点集 $P_s$ 中选择,即

$$\mathbf{x}_{n+1} = \arg \max_{\mathbf{x} \in P_s} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s\| \quad (10)$$

计算此新加点的真实响应 $f(\mathbf{x}_{n+1})$ ,并更新样本集信息 $S = S \cup [\mathbf{x}_{n+1}, f(\mathbf{x}_{n+1})]$ 。根据更新样本集训练代理模型,可有效地提升模型的全局近似精度,改善全局区域样本点分布的均匀性。

2.2.2 基于近似模型的开发采样

开发采样侧重于在当前样本空间中预测最优点进行采样,本文基于近似模型通过组合算法开发潜在最优点,具体步骤介绍如下:

1) 构造 RBF 模型。将当前训练样本集  $S$  代入式(3),训练得到满足拟合精度要求( $R^2 \geq 0.98$ )的 RBF 近似模型。

2) 获取近似最优解  $\mathbf{x}^*$ 。基于建立的 RBF 模型通过多岛遗传算法 (multi-island genetic algorithm, MIGA) 与非线性二次规划算法 (non-linear programming by quadratic Lagrangian programming, NLPQLP) 组合优化,算法收敛后得到近似最优解  $\mathbf{x}^*$  及其响应  $\hat{f}(\mathbf{x}^*)$ ,如式(11)所示。将  $\mathbf{x}^*$  代入有限元模型计算得到对应的真实响应  $f(\mathbf{x}^*)$ 。

$$\mathbf{x}^* = \arg \min \hat{M}(\mathbf{x}), \hat{F}_{cr}(\mathbf{x}) \geq F_{cr}^* \quad (11)$$

式中, $\hat{M}(\mathbf{x})$ 与 $\hat{F}_{cr}(\mathbf{x})$ 分别为目标函数与约束函数的近似模型响应。

3) 确定局部开发采样点。根据近似最优解  $\mathbf{x}^*$  的响应信息设定整体算法收敛判据,若满足判据则以近似最优解为结果结束优化;如不满足判据,则以近似最优解  $\mathbf{x}^*$  为开发采样点,与其真实响应值更新至样本集中,即  $S = S \cup [\mathbf{x}^*, f(\mathbf{x}^*)]$ 。近似最优解  $\mathbf{x}^*$  相对于其他样本点,为具有更高承载效率的样本点,通过组合优化算法迭代及收敛判断,扩充了训练样本集中高承载效率的样本点数量,将有效提高近似模型的局部近似能力,进而加速近似优化算法的收敛。

2.3 整体优化流程

基于上述近似建模与动态序列采样策略,整合形成一套完整的序列近似优化方法。该方法通过并行的探索与开发采样在迭代中不断提高模型的全局近似精度与局部近似能力,实现了高维设计空间高效寻优,结合高性能计算资源进一步加快了迭代速度。方法的整体流程如图6所示。

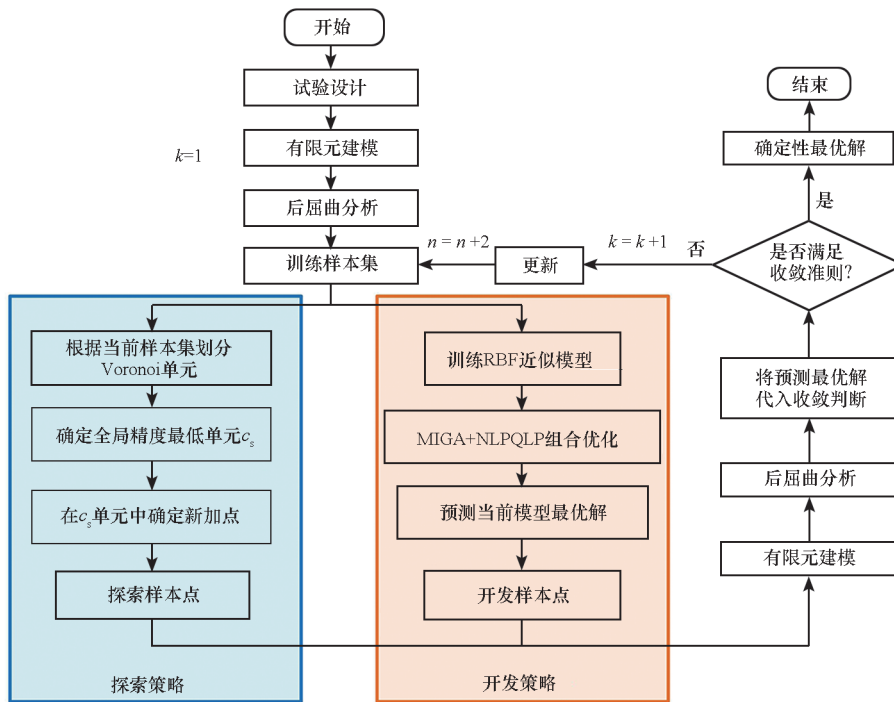


图6 序列近似优化方法流程

Fig.6 Flowchart of sequence approximation optimization method

在实验设计阶段,本文采用优化拉丁超立方设计 (optimal Latin hypercube design, OLHD) 生成初始样本点以期更多地捕获模型特征信息。初始训练样本集规模  $n_{min}$  由近似模型的拟合精度决定。算法通过设定同次迭代中近似最优解的近似响应与真实响应的相对误差、相邻两次迭代中近

似最优解的真实响应相对误差均不高于极小值为收敛判据,具体表示为

$$\begin{cases} \left| \frac{f(\mathbf{x}_k^*) - \hat{f}(\mathbf{x}_k^*)}{f(\mathbf{x}_k^*)} \right| \leq \varepsilon \\ \left| \frac{f(\mathbf{x}_k^*) - f(\mathbf{x}_{k-1}^*)}{f(\mathbf{x}_{k-1}^*)} \right| \leq \varepsilon \end{cases} \quad \text{or } k \geq k_{max} \quad (12)$$

其中,  $\tilde{f}(\mathbf{x}_k^*)$  与  $f(\mathbf{x}_k^*)$  分别为第  $k$  次迭代时近似最优解  $\mathbf{x}_k^*$  对应的近似模型预测响应与有限元计算真实响应,  $\varepsilon$  为极小值,  $k_{\max}$  为最大迭代次数。

### 3 不考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计

根据第 2 节提出的序列近似优化方法对未考虑桁条扭转度误差的加筋壁板进行优化设计。其中, 初始样本集通过 OLHD 生成, 样本点数量  $n_{\min}$  为满足近似建模拟合精度的最小样本点数量。组合优化算法参数的设置兼顾了群体智能算法的种群多样性与梯度类算法的收敛精度, 可快速迭代得到近似最优解。基于上述优化方法流程及参数设置对不考虑桁条扭转度误差加筋壁板展开优化, 算法在迭代 24 次后满足收敛判据。优化后结构的轴压屈曲极限载荷为  $1.130 \times 10^6$  N, 满足约束条件; 对应结构质量为 9.875 kg, 相较于初始结构减重 32.1%。本文得到的最优设计与初始设计比较结果如表 3 所示。

在不考虑桁条扭转度误差情况下优化后加筋壁板结构的轴压位移 - 载荷曲线及屈曲失稳过程位移云图如图 7 所示。加载伊始(A 点处)加筋壁板的变形情况与初始设计基本相同; 施加轴压位移至 4.7 mm(B 点处), 桁条发生弯扭耦合翘曲失稳, 轴压载荷在此时达到极限, 极限载荷与初始设计结构近似相同; 继续加载轴压位移, 结构的承载力先平缓下降至 C 点(轴压位移 5.8 mm), 然后

骤降, 在此时桁条的腹板及翼缘板出现了明显的翘曲变形, 说明主承力桁条整体失稳先于桁条局部失稳发生。对比图 2 与图 7, 本文优化设计结构的极限载荷及失稳云图与初始设计基本一致, 进一步验证了本文所述优化方法的有效性。

表 3 未考虑桁条扭转的设计变量初始值与最优值

Tab. 3 Initial and optimal values of design variables without considering torsion of stringer

变量	初始设计	优化设计
$t_{mp}/\text{mm}$	1.2	1.017
$w_{yy}/\text{mm}$	30	30.315
$t_{yy}/\text{mm}$	5	5.409
$h_{fb}/\text{mm}$	50	82.104
$t_{fb}/\text{mm}$	2	1.006
$w_{up}/\text{mm}$	30	20.001
$t_{up}/\text{mm}$	3	1.329
$h_{out}/\text{mm}$	10	13.396
$t_{out}/\text{mm}$	4	1.158
$a_{DK}/\text{mm}$	60	40.064
$b_{DK}/\text{mm}$	130	101.331
$c_{DK}/\text{mm}$	8	5.016
$d_{DK}/\text{mm}$	7	5.034
$M/\text{kg}$	14.552	9.875
$F_{cr}/\text{N}$	$1.132 \times 10^6$	$1.130 \times 10^6$
$k$		24

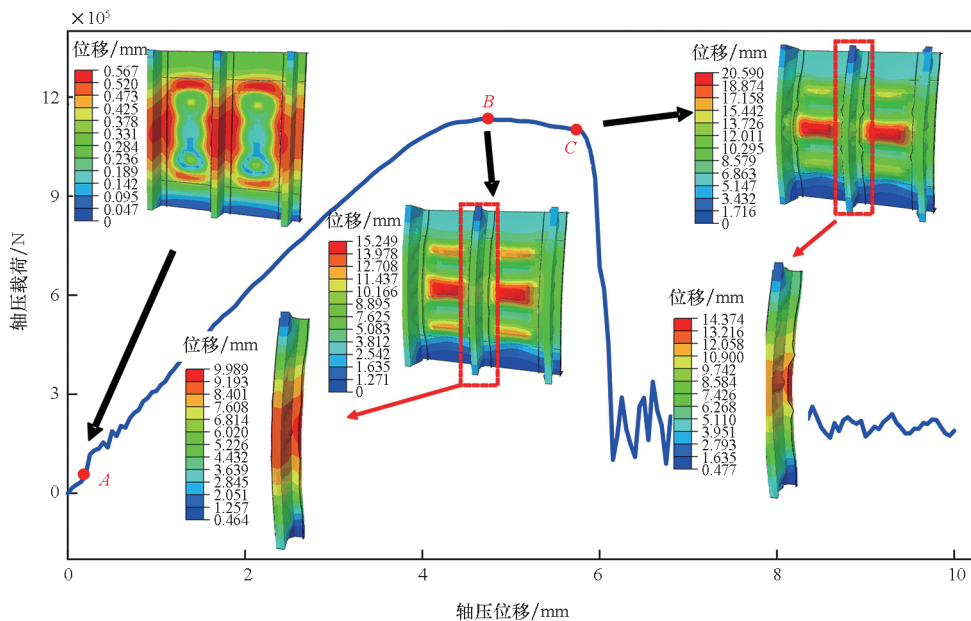


图 7 不考虑桁条扭转度误差的优化后加筋壁板结构轴压位移 - 载荷曲线及屈曲失稳过程位移云图 (5 倍放大系数)

Fig. 7 Axial displacement - load curve and displacement contours of buckling failure process of the optimized stiffened panel without considering torsion of stringer (magnification factor of 5 times)

### 4 考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计

第 3 节针对加筋壁板开展了不考虑桁条扭转度误差的优化设计,在满足承载要求下,获得了相对初始设计减重明显的优化结构。但在考虑桁条扭转度误差时,大幅减重的优化设计方案因较高的误差敏感性在维持承载性能上存在一定的不确定性,进而影响结构使用的安全性与可靠性,因此需进一步对考虑桁条扭转度误差的加筋壁板开展优化设计。

根据 1.2 节分析结果,考虑将桁条扭转度设置为维持  $\lambda < 1\%$  的最大角度,即  $\theta = 10^\circ$ ,扭转桁条分布选择在此角度下误差敏感度最低的分布方案,即扭转桁条分布于加筋板中间位置。采用第 2 节所述序列近似优化方法,目标极限载荷不变,优化流程中的参数设置均与未考虑桁条扭转度误差时相同。为提高桁条扭转度误差下加筋壁板承载性能的可靠性,本文结合最大误差分析方法将误差影响下的不确定性优化问题转化为确定性优化问题。最大误差分析法指通过控制误差至最坏情况以检验优化设计误差敏感性的分析方法<sup>[19]</sup>,常用于考虑误差的优化设计中<sup>[16]</sup>。基于本文模型,即在迭代过程中将搜索得到的近似最优解及其对应的最大误差解作为新的样本点加入训练样本集重构近似模型,直至优化收敛,最大误差解为在近似最优解基础上设定扭转角度取范围内上限、扭转桁条分布方案取误差敏感度最大方案(即  $\theta = 15^\circ$ ,扭转桁条中间分布)所得到的有限元计算结果。

图 8 为考虑/未考虑桁条扭转度误差的加筋壁板结构质量与极限载荷优化迭代历程。经 18 次迭代后,考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化结构的极限载荷满足要求,结构质量也趋于收敛,

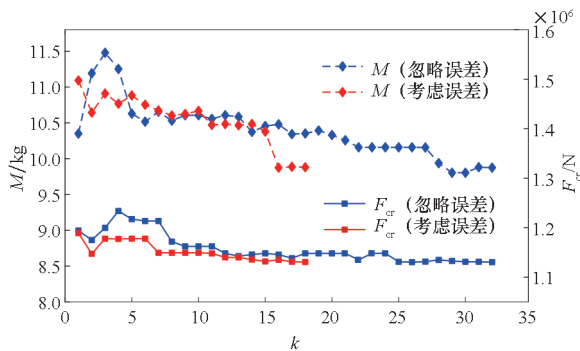


图 8 加筋壁板质量与极限载荷迭代历程  
Fig. 8 Iterative history of quality and ultimate load of stiffened panel

优化全过程整体耗时 2.32 h,得到的结构质量与极限载荷分别为 9.880 kg 与  $1.131 \times 10^6$  N,结合最大误差法获得的结构质量与极限载荷分别为 9.875 kg 与  $1.123 \times 10^6$  N,偏差率分别为  $-0.051\%$  与  $-0.71\%$ ,对比未考虑桁条扭转度误差的最优解在最大误差下的偏差率( $-0.81\%$  与  $-8.23\%$ ),说明了考虑误差的优化设计方法使结构承载性能的鲁棒性得以提升。

表 4 为考虑/未考虑桁条扭转度误差的加筋壁板最优解对比,由表可知,考虑误差因素下的经优化结构的“几”形桁条翼缘板与外侧腹板厚度增大,其余设计变量的取值均不同程度的减小,结构的承载性能与鲁棒性得到提升,这一结果也验证了 1.2 节中提出的减小桁条翼缘板宽厚比(即增大翼缘板厚度)有助于提升承载性能、降低误差敏感性的相关分析结论。图 9 为考虑误差的加筋壁板优化设计结构及其在最大误差下得到的轴压-位移曲线与极限载荷对应的结构位移云图,最大误差下框桁格间蒙皮失稳波形仍不对称,桁条的弯扭耦合翘曲失稳导致结构整体压溃。

表 4 考虑/不考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化结果对比  
Tab. 4 Comparison of optimal solutions for stiffened panels with/without considering torsional errors of stringer

变量	不考虑桁条扭转度误差的优化解	考虑桁条扭转度误差的优化解	变化率/%
$t_{mp}$	1.017 mm	1.000 mm	-1.67
$w_{yy}$	30.315 mm	29.672 mm	-2.12
$t_{yy}$	5.409 mm	6.000 mm	10.93
$h_{fb}$	82.104 mm	80.981 mm	-1.37
$t_{fb}$	1.006 mm	1.001 mm	-0.50
$w_{up}$	20.001 mm	21.532 mm	7.65
$t_{up}$	1.329 mm	1.194 mm	-10.16
$h_{out}$	13.396 mm	9.855 mm	-26.43
$t_{out}$	1.158 mm	4.745 mm	309.76
$a_{DK}$	40.064 mm	40.002 mm	-0.15
$b_{DK}$	101.331 mm	100.044 mm	-1.27
$c_{DK}$	5.016 mm	5.000 mm	-0.32
$d_{DK}$	5.034 mm	5.000 mm	-0.68
$M$	9.875 kg	9.880 kg	0.051
$F_{cr}$	$1.130 \times 10^6$ N	$1.131 \times 10^6$ N	0.09
$k$	24	18	-25

注:变化率=(考虑桁条扭转度误差的优化解-不考虑桁条扭转度误差的优化解)/不考虑桁条扭转度误差的优化解  $\times 100\%$ 。

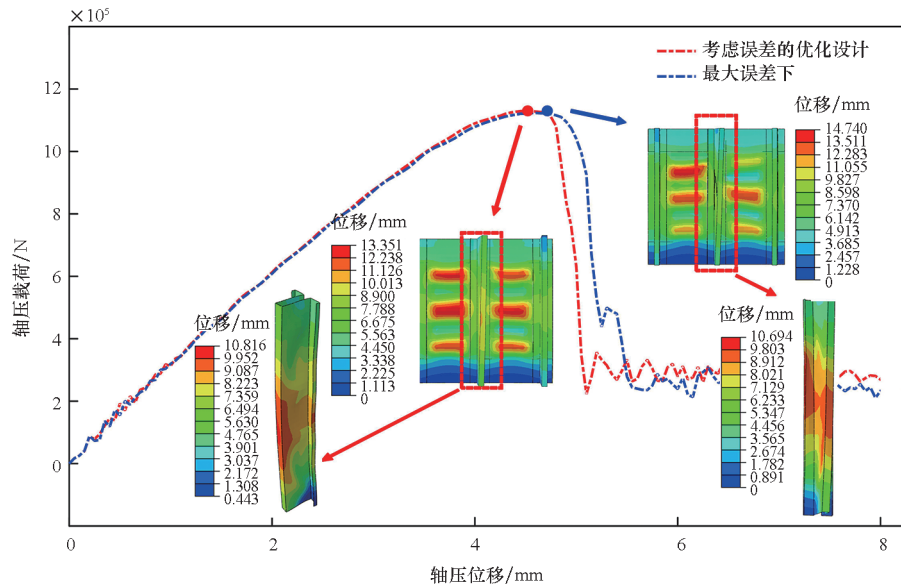


图 9 考虑桁条扭转度误差的加筋壁板优化设计结构及其在最大误差下得到的轴压 - 位移曲线

Fig. 9 Axial displacement - load curve under maximum error and structural deformation of optimum design structure of the stiffened panel considering torsion of stringer

## 5 结论

本文以航空航天领域常见的加筋壁板结构为研究对象,开展了考虑桁条扭转度误差的加筋壁板轻质优化设计研究。得到如下主要结论:

1) 框桁格间蒙皮的局部失稳波导致桁条、蒙皮耦合变形,诱发桁条弯扭耦合翘曲失稳,这是导致结构整体压溃失效的主要原因。

2) 扭转桁条中间分布,扭转角维持在  $10^\circ$  之内,可以控制加筋壁板的承载能力折减因子在 1% 以下。进一步探究了桁条关键参数对扭转度误差敏感性的影响规律,结果表明,基于本文加筋壁板模型,减小受扭转桁条的翼缘板宽厚比及腹板高厚比会有效降低结构承载性能对桁条扭转度误差的敏感性。

3) 对比加筋壁板结构初始设计,考虑/未考虑桁条扭转度误差的优化结构均满足轴压承载极限载荷约束,结构质量均降低了 32% 以上,验证了本文提出的序列近似优化方法的有效性。通过结合最大误差分析法降低了扭转度误差影响下结构提前失效的概率,结果表明,考虑桁条扭转度误差获得的加筋板优化结构具有更高的承载可靠性与鲁棒性。

## 参考文献 (References)

[1] WANG Y, JIN L Z, YANG H, et al. Isogeometric-based mapping modeling and buckling analysis of stiffened panels[J]. *Thin-Walled Structures*, 2023, 186: 110676.  
[2] KOSZTOWNY C J R, WAAS A M. Postbuckling response of

unitized stiffened textile composite panels: computational modeling[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2021, 137: 103815.

- [3] MA X T, HAO P, WU H, et al. High-fidelity numerical simulation and experimental validation of a 1600-mm-diameter axial loaded grid stiffened cylindrical shell[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2023, 273: 112262.  
[4] FENG Y, WANG W Q, LU S, et al. Axial compressive performances of stiffened composite panels: experimental and numerical study[J]. *Alexandria Engineering Journal*, 2023, 71: 115 - 130.  
[5] LIN Q, HU J X, ZHOU Q. Parallel multi-objective Bayesian optimization approaches based on multi-fidelity surrogate modeling[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 143: 108725.  
[6] LIMA J P S, EVANGELISTA F, GUEDES SOARES C. Bi-fidelity Kriging model for reliability analysis of the ultimate strength of stiffened panels[J]. *Marine Structures*, 2023, 91: 103464.  
[7] GUO Q, HANG J T, WANG S A, et al. Buckling optimization of variable stiffness composite cylinders by using multi-fidelity surrogate models[J]. *Thin-Walled Structures*, 2020, 156: 107014.  
[8] ZHU S P, KESHTEGAR B, TIAN K, et al. Optimization of load-carrying hierarchical stiffened shells: comparative survey and applications of six hybrid heuristic models[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2021, 28 (5): 4153 - 4166.  
[9] 王志祥, 欧阳兴, 王斌, 等. 基于序列径向基函数的运载火箭蒙皮桁条结构轻质优化[J]. *国防科技大学学报*, 2021, 43(1): 57 - 65.  
WANG Z X, OUYANG X, WANG B, et al. Lightweight optimization of skinned purlin structure in launch vehicle based on sequential radial basis function[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2021, 43 (1): 57 - 65. (in Chinese)  
[10] 郝鹏, 王博, 李刚, 等. 基于缺陷敏感性分析的加筋圆柱壳结构设计[J]. *应用力学学报*, 2013, 30(3): 344 - 349, 473.  
HAO P, WANG B, LI G, et al. Structural design of stiffened shells based on imperfection sensitivity analysis[J]. *Chinese*

- Journal of Applied Mechanics, 2013, 30(3): 344 - 349, 473. (in Chinese)
- [11] HAO P, WANG Y T, LIU C, et al. Hierarchical nondeterministic optimization of curvilinearly stiffened panel with multicutouts [J]. AIAA Journal, 2018, 56(10): 4180 - 4194.
- [12] 王博, 郝鹏, 杜凯繁, 等. 计及缺陷敏感性的网格加筋筒壳结构轻量化设计理论与方法[J]. 中国基础科学, 2018, 20(3): 28 - 31, 52.  
WANG B, HAO P, DU K F, et al. Lightweight design theory and method of grid stiffened cylinder shell allowing for imperfection sensitivity [J]. China Basic Science, 2018, 20(3): 28 - 31, 52. (in Chinese)
- [13] WANG B, ZHU S Y, HAO P, et al. Buckling of quasi-perfect cylindrical shell under axial compression: a combined experimental and numerical investigation [J]. International Journal of Solids and Structures, 2018, 130/131(2018): 232 - 247.
- [14] WANG B, YANG M S, ZHANG D Y, et al. Alternative approach for imperfection-tolerant design optimization of stiffened cylindrical shells via energy barrier method [J]. Thin-Walled Structures, 2022, 172: 108838.
- [15] 李建宇, 余昌忠, 张丽丽, 等. 薄壁圆筒壳初始几何缺陷不确定性量化的极大熵方法[J]. 计算力学学报, 2022, 39(4): 443 - 449.  
LI J Y, SHE C Z, ZHANG L L, et al. A maximum entropy approach for uncertainty quantification of initial geometric imperfections of thin-walled cylindrical shell [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2022, 39(4): 443 - 449. (in Chinese)
- [16] 王志祥, 雷勇军, 张大鹏, 等. 考虑加工误差的大型运载火箭框桁加强薄壁圆柱壳优化设计[J]. 机械工程学报, 2021, 57(18): 190 - 203.  
WANG Z X, LEI Y J, ZHANG D P, et al. Optimization of cylindrical stiffened shells in large launch vehicles considering manufacturing tolerance [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(18): 190 - 203. (in Chinese)
- [17] 荣运高, 孟增, 周焕林. 考虑几何缺陷的非均匀加筋圆柱壳结构优化设计[J]. 应用力学学报, 2021, 38(2): 458 - 464.  
RONG Y G, MENG Z, ZHOU H L. Structural optimization design of non-uniform stiffened cylindrical shells with geometric imperfection [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2021, 38(2): 458 - 464. (in Chinese)
- [18] 曹景乐, 石玉红, 陈献平, 等. 考虑横梁扭转影响的加筋板结构轴压稳定性分析[J]. 强度与环境, 2019, 46(3): 7 - 13.  
CAO J L, SHI Y H, CHEN X P, et al. Stability analysis of stiffened panels considering transverse beam torsion [J]. Structure & Environment Engineering, 2019, 46(3): 7 - 13. (in Chinese)
- [19] PARKINSON A, SORENSSEN C, POURHASSAN N. A general approach for robust optimal design [J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(1): 74 - 80.
- [20] WANG Z X, LEI Y J, WU Z P, et al. Lightweight design of cylindrical stiffened shells in launch vehicles by a dual-elite population sequential approximation optimization approach [J]. Engineering Optimization, 2021, 53(6): 984 - 1004.
- [21] RIBEIRO L G, MAIA M A, PARENTE E, Jr., et al. Surrogate based optimization of functionally graded plates using radial basis functions [J]. Composite Structures, 2020, 252: 112677.
- [22] MISHRA P K, NATH S K, KOSEC G, et al. An improved radial basis-pseudospectral method with hybrid Gaussian-cubic kernels [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2017, 80: 162 - 171.
- [23] WU Z P, WANG D H, N P O, et al. Unified estimate of Gaussian kernel width for surrogate models [J]. Neurocomputing, 2016, 203: 41 - 51.
- [24] XU S L, LIU H T, WANG X F, et al. A robust error-pursuing sequential sampling approach for global metamodeling based on voronoi diagram and cross validation [J]. Journal of Mechanical Design, 2014, 136(7): 071009.