

引用格式: 梁田宏, 刘刚, 朱文山. 应用控制力矩陀螺卫星的事件触发式姿态机动预测控制器设计[J]. 飞控与探测, 2025, 8(5): 44-52.

Citation: LIANG T H, LIU G, ZHU W S. Design of event-triggered attitude maneuver predictive controller for application control moment gyroscope satellite [J]. Flight Control & Detection, 2025, 8(5): 44-52.

## 应用控制力矩陀螺卫星的事件触发式 姿态机动预测控制器设计

梁田宏<sup>1</sup>, 刘刚<sup>1,2</sup>, 朱文山<sup>1,2</sup>

(1. 上海航天控制技术研究所·上海·201109;  
2. 上海市空间智能控制技术重点实验室·上海·201109)

**摘要:** 针对应用控制力矩陀螺 (Control Moment Gyroscope, CMG) 卫星在姿态机动时易出现的奇异现象, 建立以 CMG 转速指令为输入的姿态动力学方程, 将建立的状态空间方程离散化, 并设计优化计算指标, 使用在线优化计算输入转速指令, 尽量降低常用 CMG 操纵律带来的力矩误差。设计基于优化迭代的预测控制算法, 形成具有闭环结构的姿态机动反馈控制器。为了降低在线优化的计算负担, 减少优化计算次数, 设计了含事件触发机制的卫星姿态机动预测控制器, 该控制器具有规避 SGCMG 奇异及控制卫星快速机动的能力, 并在此基础上有效降低了在轨计算的负担。通过对刚体卫星进行事件触发姿态机动预测控制器仿真, 进一步说明了该控制器具有显著降低在线计算负担的能力。

**关键词:** 事件触发; 卫星姿态机动; 模型预测控制; 控制力矩陀螺

中图分类号: V448.22 文献标志码: A 文章编号: 2096-5974(2025)05-0044-09

DOI: 10.20249/j.cnki.2096-5974.2025.05.005

## Design of Event-Triggered Attitude Maneuver Predictive Controller for Application Control Moment Gyroscope Satellite

LIANG Tianhong<sup>1</sup>, LIU Gang<sup>1,2</sup>, ZHU Wenshan<sup>1,2</sup>

(1. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109;  
2. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 201109)

**Abstract:** In response to the singular phenomena that are prone to occur during attitude maneuvers of the application control moment gyroscope (CMG) satellites, an attitude dynamics equation is established with CMG speed commands as input. The established state space equation is discretized, and optimization calculation indicators are designed. Online optimization calculation of input speed commands is used to minimize torque errors caused by commonly used CMG control laws. A predictive control algorithm based on optimization iteration is designed to provide an attitude maneuver feedback controller with a closed-loop structure. In order to reduce the computa-

tional burden of online optimization and minimize the number of optimization calculations, a satellite attitude maneuver predictive controller with an event-triggered mechanism is designed, the controller can avoid CMG singularity and control satellite rapid maneuver, and effectively reduces the burden of in-orbit calculation on this basis. Through the simulation of the event-triggered attitude maneuver prediction controller for rigid body satellites, it is further demonstrated that this controller has the remarkable ability to significantly reduce the online computing burden.

**Keywords:** event-triggered; satellite attitude maneuver; model predictive control; control moment gyroscope

## 0 引言

近年来航天领域的飞速发展,对航天器姿态控制的精度和速度提出了更高的要求,如何提升航天器姿态机动性能成为研究热点。姿态机动主要依靠空间推进器或角动量交换装置完成,如喷气式姿控发动机、反作用轮以及控制力矩陀螺等。其中,单框架控制力矩陀螺(Single Gimbal Control Moment Gyro, SGCMG)由于其力矩放大特性和较为可靠的结构,成为当前工程领域的研究热点<sup>[1]</sup>。

将多个 SGCMG 以一定结构安装在航天器上即可实现航天器的姿态机动,而这样的构型在某些特定角度下,只能在某个平面内输出力矩,这种现象称为 SGCMG 构型的奇异<sup>[2]</sup>。工程上一般使用冗余构型,如金字塔构型及五棱锥构型等,可以有效解决 SGCMG 构型的奇异问题,提高姿态控制系统的可靠性。

如何有效解决 SGCMG 构型的奇异问题是近年来的一大研究热点, Kurokawa 使用几何理论对奇异特性进行了概述,并指出每种构型都存在不可规避的显奇异点<sup>[3]</sup>。Wie 利用微分几何的曲面理论,建立了对奇异几何曲面进行描述的数学框架,并针对构型内部椭圆奇异点提出一种新型操纵律<sup>[4]</sup>。引入操纵律来计算 SGCMG 转速时,指令转矩会与实际输出转矩存在偏差,在对机动过程无约束的静止目标姿态机动任务中,这样的偏差是可接受的,控制器会根据姿态偏差的反馈进行修正,不会对最终目标姿态精度造成过大影响。然而,在对姿态机动过程有严格限制的机动任务中,偏差导致姿态机动路径跟踪精度下降,存在使卫星偏离既定机动路径的可能性<sup>[5-7]</sup>。

模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)是一种支持处理硬约束的控制算法,在处理非线性系统中含有的硬约束时,可以直接将约束显式表

达<sup>[8]</sup>,相较于其他控制方法具有显著优势。且模型预测控制具有的滚动优化结构,能够根据系统状态和输出情况实时调整输入,因此具有一定鲁棒性,可在建模误差及外部小扰动影响下保持控制性能<sup>[9]</sup>。基于上述原因,模型预测控制在工程中应用十分广泛,在较为复杂的非线性多输入系统中具有显著应用优势,大量学者也针对航天器的姿态机动过程设计了模型预测控制器<sup>[10-11]</sup>。在本文所研究的姿态机动场景下,将 SGCMG 奇异现象量化,并建立姿态机动过程中对奇异度量约束的显式表达,是利用模型预测控制器处理奇异问题的可行路径。

传统的基于时间触发的预测控制器能够较好地处理约束且有一定鲁棒性,然而预测控制器基于“滚动优化”的逻辑运行,在每个采样周期内都需要进行非线性优化问题求解。非线性优化问题一般使用基于梯度的方法进行近似求解,这类求解方法往往需要较大的计算资源,因此非线性模型预测控制器常常遇到计算负担过大的问题,而事件触发机制刚好可以改善这一问题。事件触发是指控制器的求解只有在特定条件达到时才执行,因此有助于减少优化计算次数。Sun 等设计了航天器的事件触发控制器,在不降低控制性能的前提下减轻了计算负担,并证明了所设计系统的指数稳定性<sup>[12]</sup>。Wang 等针对具有时滞、不确定性及输入约束的多智能体系统设计了鲁棒模型预测控制器,使用事件触发的方法有效地降低了计算成本<sup>[13]</sup>。文献[14]中针对线性系统的轨迹跟踪问题设计了事件触发预测控制器,有效降低了计算负担。

本文对 SGCMG 的构型与力矩输出特性进行分析,建立了以 SGCMG 框架转速为输入的卫星姿态动力学模型,并提出了考虑奇异度量约束的卫星姿态机动路径规划方法。针对预测控制器在

线计算负担过大问题提出了事件触发算法,并结合刚体卫星姿态动力学模型进行仿真,以验证事件触发预测控制器在降低在线计算负担方面的有效性。

## 1 卫星姿态动力学模型

卫星的不同姿态描述参数适用于不同的应用场景,为了研究姿态机动过程,选用四元数作为姿态参数,卫星姿态机动过程中的运动学描述如式(1)所示。

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{q}$$

$$\mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{q} = [q_0, q_1, q_2, q_3]$  表示卫星姿态四元数,  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  分别为三轴角速度。

为规避机动过程中产生的构型奇异,工程中常使用五棱锥构型及金字塔构型,构型结构如图1所示。本文以金字塔构型为研究对象,其产生的力矩及角动量如式(2)所示。

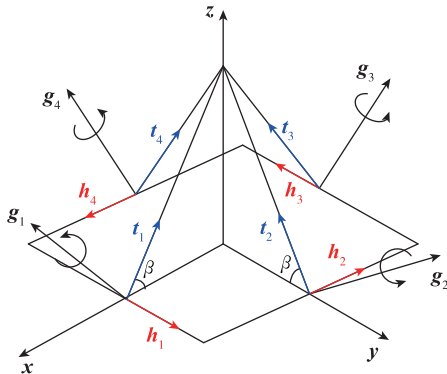
$$\mathbf{H}_{\text{CMG}} = h(\mathbf{A}\boldsymbol{\delta}_s + \mathbf{B}\boldsymbol{\delta}_c)$$

$$\mathbf{T} = -h\mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\delta}} = -h\mathbf{C}[\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dot{\delta}_3, \dot{\delta}_4]^T$$

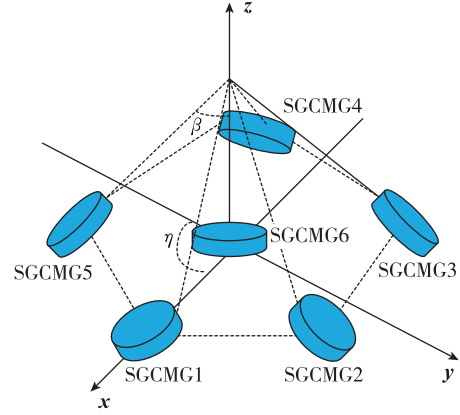
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0.5 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\boldsymbol{\delta}_s - \mathbf{B}\boldsymbol{\delta}_c \quad (2)$$



(a) 金字塔构型



(b) 五棱锥构型

图1 SGCMG 构型结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of SGCMG configuration structure

其中,  $h$  为单个 CMG 的角动量大小,  $\mathbf{H}_{\text{CMG}}$  为金字塔构型的总角动量,  $\mathbf{T}$  为金字塔构型的输出力矩,  $\delta_i$  为单个 CMG 框架角,  $\dot{\delta}_i$  为 CMG 框架转速,  $\boldsymbol{\delta}_c$  与  $\boldsymbol{\delta}_s$  分别为由框架转速的余弦值和正弦值组成的对角矩阵, 如式(3)所示。矩阵  $\mathbf{A}$  由每个 CMG 在初始位置的输出力矩方向单位矢量构成, 矩阵  $\mathbf{B}$  由每个 CMG 在初始位置的角动量方向单位矢量构成。

$$\boldsymbol{\delta}_c = \begin{bmatrix} \cos\delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\delta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\delta_4 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\delta}_s = \begin{bmatrix} \sin\delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\delta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\delta_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

将输入力矩用框架转速表达, 将 SGCMG 框架角作为状态变量、框架转速作为输入, 建立卫星姿态机动的状态空间方程式(4)。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{q} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{I}^{-1} \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_{\text{CMG}}) + \mathbf{I}^{-1} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{u}) \\ \dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{E}_4 \mathbf{u} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{E}_4$  为四阶单位矩阵,  $\mathbf{I}$  为卫星转动惯量,  $\boldsymbol{\omega} \times$  为角速度矢量的矢量积计算矩阵,  $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{u})$  为由框架角与框架转速表示的输入力矩, 式(4)是由卫星姿态动力学与运动学组成的卫星姿态控制系

统状态空间方程<sup>[15]</sup>, 状态  $\mathbf{x}(k)$  由四元数、角速度以及 SGCMG 框架角构成, 以 SGCMG 的转速指令作为输入, 不再使用操纵律解算转速指令, 而是完全依靠含奇异约束的优化方法来进行奇异规避。由于不再应用操纵律, 控制器的指令和构型实际输出的力矩偏差将有效减小。

## 2 事件触发预测控制器设计

### 2.1 预测控制器设计

预测控制是一种基于优化的闭环控制方法, 可根据系统模型及状态情况进行多步预测, 并结合优化任务给出约束和目标函数, 给出控制输入序列。考虑到预测控制器显式表达约束以及具有一定鲁棒性的优势, 本文针对卫星姿态机动状态空间方程设计的非线性模型预测控制 (Nonlinear Model Predictive Control, NMPC) 方法可分为以下几步。

1) 以系统当前时刻的状态为初值, 给定预测时域  $p$ , 控制时域  $q$ , 给出待求解的优化问题, 如式 (5) 所示。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ J &= \sum_{i=1}^p \|\mathbf{x}_i\|_Q^2 + \sum_{i=1}^q \|\mathbf{u}_i\|_R^2 \\ &= \sum_{i=1}^p \mathbf{x}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^q \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} \mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (5)$$

约束为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), k = 1, 2, \dots, p \\ c_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = m_1 + 1, \dots, m_1 + m_2 \end{cases}$$

其中:  $m_1$  和  $m_2$  分别表示等式约束与不等式约束的数量;  $J$  为优化问题的代价函数;  $\mathbf{f}$  为系统的离散状态空间方程, 工程上一般由连续状态空间方程数值积分计算。假定采样周期为  $T_c$ , 则系统离散状态空间方程如式 (6) 所示。其中,  $\mathbf{x}_k$  和  $\mathbf{u}_k$  分别为系统在  $k$  时刻的状态与输入,  $\mathbf{k}_i (i = 1, 2, 3, 4)$  为使用 4 阶 Runge-Kutta 法计算数值积分时的中间变量,  $\boldsymbol{\varphi}$  为系统的连续时间状态空间方程式 (4)。式 (5) 中  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  分别为系统状态和输入的权值矩阵, 其大小和比例决定了系统的状态及输入在优化求解中的收敛速度,  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  一般取为对角矩阵, 系统状态中包含了姿态四元数、卫星角速度及框架角,  $\mathbf{Q}$  矩阵是由不同类型状态的权值矩

阵构成的分块对角阵。除了系统自身的状态方程的约束外, 优化问题中包含了初值赋值的等式约束以及规避奇异的不等式约束。为了避免 SGCMG 构型奇异, 需要选取恰当的描述奇异程度的量化指标, 以不等式约束形式对优化问题加以限制。

$$\mathbf{k}_1 = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$$

$$\mathbf{k}_2 = \boldsymbol{\varphi}\left(\mathbf{x}_k + \frac{T_c}{2} \mathbf{k}_1, \mathbf{u}_k\right)$$

$$\mathbf{k}_3 = \boldsymbol{\varphi}\left(\mathbf{x}_k + \frac{T_c}{2} \mathbf{k}_2, \mathbf{u}_k\right)$$

$$\mathbf{k}_4 = \boldsymbol{\varphi}\left(\mathbf{x}_k + \frac{T_c}{2} \mathbf{k}_3, \mathbf{u}_k\right)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (6)$$

$$= \mathbf{x}_k + \frac{T_c}{6} (\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4)$$

$$s = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^T) \quad (7)$$

其中, 矩阵  $\mathbf{A}$  的每一列分别表示各个 SGCMG 产生的瞬时力矩方向, 其定义与式 (2) 中保持一致。SGCMG 奇异时构型无法在三维空间内任意方向输出期望力矩, 即  $\text{rank}(\mathbf{C}) < 3$ , 故考虑引入式 (7) 所示的奇异度量值作为 SGCMG 构型奇异程度的参考指标, 该值越接近 0 表明构型越接近奇异, 在奇异方向输出力矩的能力越弱。

2) 求解得到控制输入序列, 将序列中第一项作用于实际系统。

3) 在控制输入的作用下, 更新系统的实际状态, 重复步骤 1) ~ 2), 直到卫星机动到目标姿态。

### 2.2 事件触发控制机制设计

基于时间的预测控制器在每个采样周期内都会进行一次优化计算, 给控制分系统造成了较大的计算负担, 而事件触发控制则可以在系统受到较大干扰或偏离预期轨迹时再重新按照系统状态作出修正, 因此有助于降低计算负担, 为工程应用提供可行性。

事件触发机制下的姿态机动预测控制器执行逻辑如图 2 所示。相较于时间触发的控制器, 事件触发机制可以在姿态执行出现较大偏差时才重新进行优化计算, 大幅节约了计算资源。

在设计事件触发机制时, 考虑将姿态规划轨迹与卫星实时姿态的误差作为触发条件, 使用误差四元数来表示姿态误差。误差四元数  $\mathbf{q}_e$  可通过式 (8) 所示的方法进行计算, 其中  $\mathbf{q}_s$  为目标姿态四元数,  $\otimes$  表示四元数乘法。在姿态误差超过一定

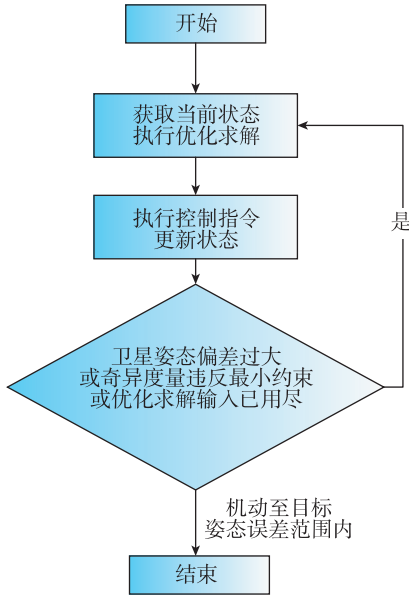


图2 事件触发预测控制器执行逻辑

Fig. 2 Event triggered predictive controller execution logic

阈值时, 重新进行优化计算, 进行姿态误差修正。除此之外, 当控制时域内的输入用尽时, 也应当重新进行优化计算。

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}_s^+ \quad (8)$$

### 2.3 姿态机动路径规划

事件触发机制需要一个可被量化的触发条件, 在由初始静止姿态  $\mathbf{q}_0$  到目标姿态  $\mathbf{q}_s$  的卫星姿态机动控制中, 可以将姿态机动的路径规划结果作为参考轨迹, 将系统实时姿态与规划姿态的偏差作为优化计算的触发条件。

姿态路径规划需要借助优化算法实现, 以系统在  $N$  个采样周期内完成姿态机动任务的路径规划为例, 路径规划的解的优化问题如式 (9) 所示。

$$J = \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{i=1}^N (\|\mathbf{x}_i\|_Q^2 + \|\mathbf{u}_i\|_R^2) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} \mathbf{u}_i)$$

约束为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \\ k = 1, 2, \dots, N+1 \\ \mathbf{x}(1) = \mathbf{x}_0, \mathbf{x}(N+1) = \mathbf{x}_s \\ c_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = m_1 + 1, \dots, m_1 + m_2 \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{x}_0$  为系统初始状态,  $\mathbf{x}_s$  为目标状态,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  为系统的离散状态空间方程,  $J$  为目标函数,  $c_i(\mathbf{x})$  为系统的等式约束及不等式约束, 含输

入约束及奇异度量约束等。

## 3 预测控制器稳定性分析

上文中所设计基于时间的预测控制器可利用引理 3.1 的稳定性定理给出证明。

**引理 3.1** [16] 假设系统  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  满足:

1) 系统的连续时间状态空间关系  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  二次连续可微, 且满足  $\mathbf{f}(0, 0) = 0$ 。

2) 系统的输入集合  $U$  为凸集且存在正定矩阵  $P$ , 使得  $\{\mathbf{x} \mid \mathbf{x}^T P \mathbf{x} < \delta\} \subset U$ 。

3) 对任意  $x_0$  及右连续的  $\mathbf{u} \in U$ ,  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  具有唯一解。

4) 存在状态反馈使 Jacobian 线性化系统在原点处闭环渐近稳定。

5) 开环优化问题在  $t = 0$  时可行。

那么, 当预测控制器具有充分小的采样周期  $T_c > 0$ , 且系统无干扰时, NMPC 控制器构成的闭环系统渐近稳定。

需要说明的是, 基于引理 3.1, 给出预测控制器的终端约束和终端集的设计方法, 在此终端约束和终端集基础上, 系统存在满足渐近稳定条件的 Lyapunov 函数。然而, 学者对预测控制器的终端集和终端约束设计方法作出了诸多尝试, 非线性系统的终端集设计仍然难以实现。

考虑到四元数作为姿态参数存在的冗余性, 以及 SGCMG 与空间力矩之间的冗余性, 建立以欧拉角为姿态参数、力矩为输入的卫星姿态运动学方程式 (10), 其在原点处的 Jacobian 线性化系统可通过状态反馈满足闭环渐近稳定条件, 参照引理 3.1, 基于时间的预测控制系统是渐近稳定的。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\varphi} \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\theta & 0 & \cos\varphi \sin\theta \\ \sin\varphi \sin\theta & \cos\varphi & -\sin\varphi \cos\theta \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{ba} \\ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_{\text{CMG}}) = \mathbf{T} \end{cases} \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (11)$$

对于事件触发式非线性预测控制器, 本文所设计控制器当且仅当在采样周期的整数倍可触发, 故不会产生 Zeno 现象, 当没有事件触发时, 系统按照单次优化得到的控制序列依次执行, 参照文献 [16] 中的稳定性说明, 系统仍满足: 对  $0 \leq t_1 < t_2 \leq$

$\infty$ , 有

$$V(\mathbf{x}(t_2)) - V(\mathbf{x}(t_1)) \leq - \int_{t_1}^{t_2} \|\mathbf{x}(t)\|_Q^2 dt \quad (12)$$

其中,  $V(\cdot)$  为按照文献 [17-18] 所设计的 Lyapunov 函数, 基于该 Lyapunov 函数可证明事件触发的姿态机动预测控制系统渐近稳定。

### 4 仿真验证

为了验证预测控制器的有效性以及事件触发方式对降低计算负担的作用, 搭建卫星姿态机动预测控制器, 使用开源的 Casadi 优化工具箱进行优化计算, 优化算法选取内点法, 借助仿真软件进行仿真分析。

#### 4.1 仿真参数

假设受控卫星为零动量刚体卫星, 安装有安装角  $\beta = 60^\circ$  的金字塔构型 SGCMG, 单个 SGCMG 角动量大小为  $h = 25 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ 。卫星的惯量矩阵如式 (13) 所示。

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 10 & 300 & -75 & 15 \\ -75 & 6 & 900 & 780 \\ 15 & 780 & 6 & 800 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (13)$$

给定卫星初始姿态和目标姿态均为静止稳定, 初始姿态为本体系与轨道系重合, 即卫星在轨道坐标系中的姿态四元数初始值为  $\mathbf{q}_0 = [1, 0, 0, 0]$ , 设目标姿态四元数为

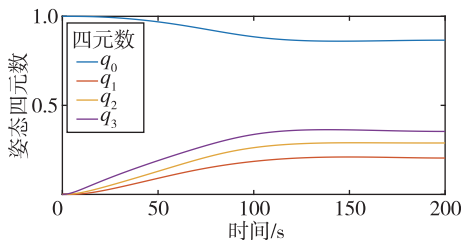
$$\mathbf{q}_s = \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{12}, \frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{4} \right]$$

#### 4.2 姿态机动路径规划结果

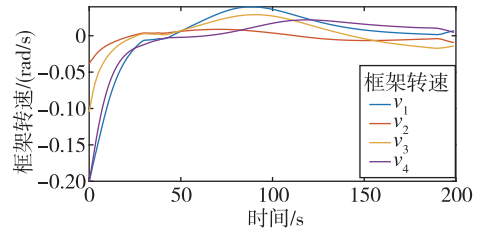
以采样周期为 1 s, 控制总时长 200 s 为基础要求, 设计姿态机动路径规划算法。

优化问题的表述如式 (9) 所示, 除系统动力学约束外, 其余约束的具体形式如式 (14) 所示, 包含奇异度量约束、输入约束、初始状态约束。

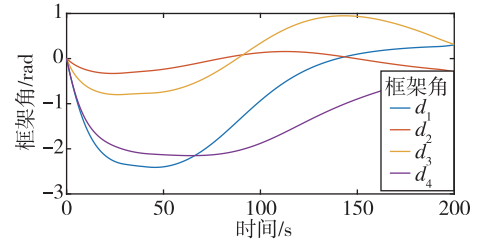
$$\begin{aligned} -0.2 \text{ rad/s} &\leq u_i \leq 0.2 \text{ rad/s} \\ s &\geq 0.1 \\ \mathbf{x}(1) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (14)$$



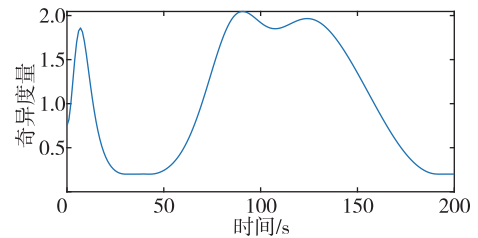
(a) 姿态四元数路径规划结果



(b) 框架转速规划结果



(c) 框架角仿真结果



(d) 奇异度量规划结果

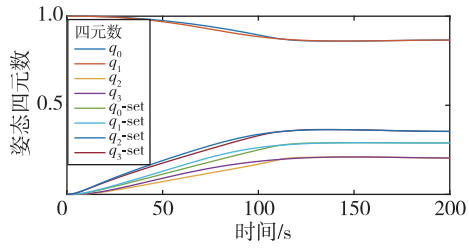
图 3 姿态机动路径规划结果

Fig. 3 Attitude maneuver path planning results

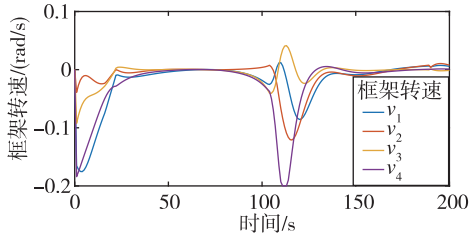
仿真得到如图 3 所示的路径规划结果, 以图 3 (b) 与图 3 (c) 为例, 图示中,  $v$  为 SGCMG 框架转速,  $d$  为框架角位置, 其编号与图 1 (a) 所示金字塔构型 SGCMGs 顺序保持一致。从规划结果看, 卫星在 200 s 内可以从初始姿态机动至目标姿态, 奇异度量约束有效, SGCMG 构型不会在机动过程中陷入奇异。

#### 4.3 模型预测控制器设计

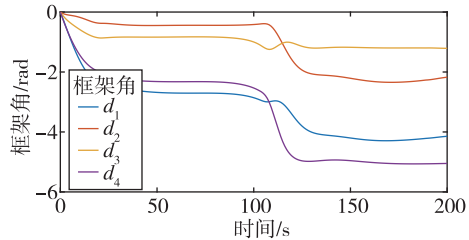
在得到姿态机动路径规划结果后, 将姿态规划数据导出, 作为预测控制器的目标跟踪轨迹。在设计预测控制器时, 采样周期与进行离线规划时选择的迭代步长保持一致, 选择预测时域为 10 s, 控制时域与预测时域保持一致。得到的姿态机动预测控制器仿真结果如图 4 所示, 图 4 (a) 的图示中“-set”表示姿态四元数路径规划结果, 与图 3 (a) 所示曲线一致。仿真结果表明, 在预测控制器作用下系统能够实时跟踪规划轨迹并避免构型陷入奇异。



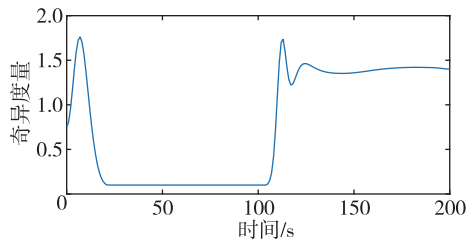
(a) 姿态仿真结果



(b) 框架转速 (输入) 仿真结果



(c) 框架角仿真结果



(d) 奇异度量

图4 时间触发预测控制器仿真结果

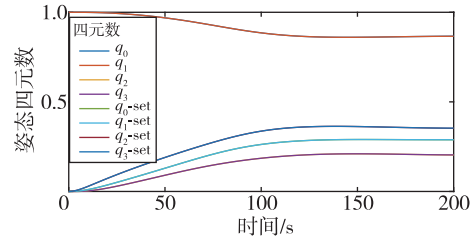
Fig. 4 Simulation results of time-triggered predictive controller

#### 4.4 事件触发式预测控制器设计

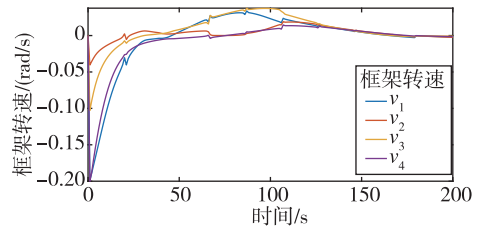
上一节中所提到的预测控制器经仿真验证具有较好的控制效果,但计算负担过大,在PC环境下完成200 s仿真共计耗时约380.1 s,在线优化计算时间过长,工程应用价值较小。

设计事件触发机制,以卫星实际姿态与规划姿态的偏差作为优化触发条件,可大幅减少优化计算次数,从而节约大量时间成本。

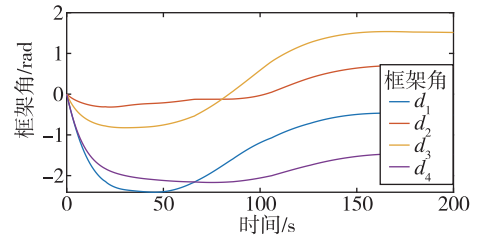
按图2所示设计事件触发机制,姿态偏差使用欧拉转角表示,通过执行一次优化求解,得到预测时域内的输入序列。在预测时域内,只有当姿态偏差过大或奇异度量过小时才会重新进行优化计算,否则可按照输入序列顺序执行。仿真得到图5所示的结果。



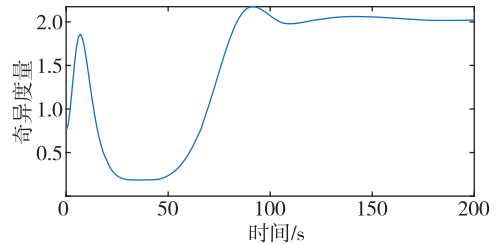
(a) 姿态仿真结果



(b) 框架转速仿真结果



(c) 框架角仿真结果



(d) 奇异度量仿真结果

图5 事件触发预测控制器仿真结果

Fig. 5 Simulation results of event-triggered predictive controller

基于时间的预测控制器仿真用时约380.1 s,而事件触发预测控制器耗时约为128 s,大幅降低

了计算负担。为确保运行时间统计准确, 多次运行仿真模型, 并使用仿真软件自带计时函数对系统仿真耗时进行记录, 得到如表 1 所示的结果。仿真用时统计结果表明, 在引入事件触发机制后, 系统的计算负担显著降低, 为预测控制器在实际姿态机动控制系统中的工程化应用提供了参考。

表 1 非线性预测控制与事件触发预测控制运行时间对比  
Tab. 1 Comparison of the running time between the NMPC and ET-NMPC

运行时间指标	非线性预测控制	事件触发预测控制
平均运行时间/s	393.43	130.26
最大运行时间/s	408.97	131.79
最小运行时间/s	380.31	129.41

## 5 总结

本文以应用 SGCMG 卫星在姿态机动过程中遇到的构型奇异现象为出发点, 建立了以控制力矩陀螺转速为输入的动力学模型, 在对预测控制器的奇异规避特性作出说明后, 针对预测控制器优化求解次数多、在线计算负担大的问题, 提出了设计事件触发式模型预测控制器的构想。首先, 对姿态机动任务进行离线规划; 随后, 使用事件触发预测控制器对规划轨迹进行跟踪; 最后, 针对刚体零动量卫星进行了仿真验证。结果表明, 事件触发预测控制器相较于基于采样周期的预测控制器, 在保证控制效果的同时节省了计算资源, 减轻了在线计算负担, 有效提升了规避 SGCMG 奇异的预测控制方法在工程上应用的可能性。

### 参考文献(References)

- [1] 曲直. 超敏捷卫星姿态机动与稳定控制算法研究[D]. 长春: 中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2021.  
QU Z. Research on attitude maneuver and stability control algorithm of hyper-agile satellite[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences), 2021 (in Chinese).
- [2] WIE B. Singularity analysis and visualization for single-gimbal control moment gyro systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(2): 271-282.
- [3] KUROKAWA H. Survey of theory and steering laws of single-gimbal control moment gyros[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(5): 1331-1340.
- [4] WIE B. Singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(5): 948-956.
- [5] 易涛. 航天器姿态机动中控制力矩陀螺群操纵方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.  
YI T. Research on steering methods of control moment gyros for spacecraft attitude maneuver [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2022(in Chinese).
- [6] 易涛, 耿云海, 吴宝林. 一种 SGCMG 系统方向奇异规避操纵律[J]. 宇航学报, 2023, 44(10): 1586-1592.  
YI T, GENG Y H, WU B L. A directional singularity avoidance steering law for SGCMG system[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(10): 1586-1592(in Chinese).
- [7] 侯志立. 卫星快速姿态机动过程中 SGCMG 奇异规避方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.  
HOU Z L. Research on SGCMG singularity avoidance method for satellite rapid attitude maneuver[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017(in Chinese).
- [8] 曹强, 党晓圆, 高俊, 等. 模型预测控制理论的研究与应用[J]. 自动化应用, 2024, 65(9): 8-14, 18.  
CAO Q, DANG X Y, GAO J, et al. Research on application of model predictive control theory[J]. Automation Applications, 2024, 65(9): 8-14, 18 (in Chinese).
- [9] 陈虹. 模型预测控制[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 7-19.  
CHEN H. Model predictive control[M]. Beijing: Science Press, 2013: 7-19(in Chinese).
- [10] 张嘉芮, 陈弈澄, 董新蕾, 等. 基于事件触发的航天器姿态自适应容错控制[J]. 飞控与探测, 2020, 3(2): 17-25.  
ZHANG J R, CHEN Y C, DONG X L, et al. Event-triggered adaptive fault-tolerant control of spacecraft attitude[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(2): 17-25(in Chinese).
- [11] 胡庆雷, 解静洁, 奚勇. 基于拉盖尔函数的卫星姿态预测控制方法[J]. 飞控与探测, 2019, 2(1): 1-7.  
HU Q L, XIE J J, XI Y. Method of the satellite attitude predictive control based on the Laguerre function [J]. Flight Control & Detection, 2019, 2(1): 1-7 (in Chinese).
- [12] SUN S, MENG F Y, LEI W. Event-triggered nonlinear attitude control for a rigid spacecraft[C]// The 36<sup>th</sup> Chi-

- nese Control and Decision Conference, Dalian; IEEE, 2017.
- [13] WANG L, LI J, LIU X, et al. Event-triggered fault-tolerant model predictive control of nonlinear multi-agent system with time delay and parameter uncertainty[C]// The 40<sup>th</sup> Chinese Control and Decision Conference, Shanghai; IEEE, 2021.
- [14] 金文斌, 张佳辉, 姚柏伶, 等. 基于事件触发预测控制的高速列车轨迹跟踪[J]. 机车电传动, 2024(4): 148-154.
- JIN W B, ZHANG J H, YAO B L, et al. Trajectory tracking of high-speed trains based on event-triggered predictive control[J]. Electric Drive for Locomotives, 2024(4): 148-154(in Chinese).
- [15] 李立涛, 荣思远. 航天器姿态动力学与控制[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2019.
- LI L T, RONG S Y. Spacecraft attitude dynamics and control[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2019(in Chinese).
- [16] CHEN H, ALLGÖWER F. A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability[J]. Automatica, 1998, 34(10): 1205-1217.
- [17] 李哲. 终端约束事件触发的预测控制器设计[D]. 上海: 上海交通大学, 2016.
- LI Z. Event-triggered model predictive controller for terminal constraint[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016(in Chinese).
- [18] 陆玲. 基于事件触发的鲁棒模型预测控制研究[D]. 上海: 华东理工大学, 2015.
- LU L. Event-triggered strategy for robust model predictive control[D]. Shanghai: East China University of Science and Technology, 2015(in Chinese).