

不同底部渗透条件下非饱和海床一维稳态响应

马荣^{1,2}, 单振东^{1,2}, 景立平^{1,2}

(1. 中国地震局工程力学研究所 地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080;

2. 地震灾害防治应急管理部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要:为了研究地震作用下海底沉积层的动力响应特性,文中建立了单层非饱和多孔介质海床模型,给出了其控制方程、边界条件以及波场表达式,得到了不同底部透水性能条件下非饱和海床稳态响应解析解。通过数值算例,分析了不同底部渗透条件、饱和度、渗透系数、入射波频率以及深度对固体表面位移放大系数和孔隙水压力的影响,得出了以下主要结论:在低频条件下,沉积层饱和度对位移放大系数以及孔隙水压力所产生的影响相对微弱;而在频率升高的情况下,沉积层饱和度对位移放大系数和孔隙水压力的影响程度则显著增强。在低频条件下,底部透水沉积层的位移放大系数与孔隙水压力较大。而在高频条件下,底部不透水沉积层的位移放大系数和孔隙水压力则相对较大。

关键词:非饱和多孔介质;稳态响应;渗透系数;频率;饱和度

中图分类号:TU435; P315.3

文献标志码:A

One-dimensional steady-state response of unsaturated porous media under different bottom permeability conditions

MA Rong^{1,2}, SHAN Zhendong^{1,2}, JING Liping^{1,2}

(1. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. Key Laboratory of Earthquake Disaster Mitigation, Ministry of Emergency Management, Harbin 150080, China)

Abstract: To study the dynamic response characteristics of submarine sedimentary layer under seismic action, this paper establishes a single-layer unsaturated porous medium seabed model, presents its governing equations, boundary conditions and wave field expressions, and obtains the analytical solutions for the steady-state responses of unsaturated seabeds under different bottom permeability conditions. Through numerical examples, the influences of different bottom permeability conditions, saturation degrees, permeability coefficients, incident wave frequencies and depths on the solid surface displacement amplification factor and pore water pressure are analyzed, and the following main conclusions are drawn: under low-frequency conditions, the influence of the saturation degree of the sedimentary layer on the displacement amplification factor and pore water pressure is relatively weak. While in the case of increasing frequency, the influence of the saturation degree on the displacement amplification factor and pore water pressure is significantly enhanced. Under low-frequency conditions, for the sedimentary layer with a permeable bottom, the displacement amplification factor and pore water pressure are relatively large. While under high-frequency conditions, for the sedimentary layer with an impermeable bottom, the displacement amplification factor and pore water pressure are relatively large.

Key words: unsaturated porous media; steady-state response; permeability coefficient; frequency; saturation

收稿日期:2023-10-25; 修回日期:2024-01-11

基金项目:国家重点研发计划项目(2021YFC3100700,2018YFC1504004);国家自然科学基金项目(U2039209,41874067);黑龙江省自然科学基金项目(YQ2021D010)

作者简介:马荣(1994—),男,博士研究生,主要从事海域地震工程研究。E-mail:marong66@outlook.com

通信作者:单振东(1985—),男,研究员,博士,主要从事海域地震工程研究。E-mail:shanzhendong@gmail.com

0 引言

近年来,随着海洋资源的不断开发利用,越来越多的学者开始研究海洋环境中的地震活动^[1-6]。海底地震波的传播是海洋工程中的一个关键问题,因为它影响着海底场地的稳定性和海洋结构的安全。在自然海洋环境中,根据现场和实验室测试结果,观察到一些海洋沉积物没有完全饱和^[7-9]。对这些海床的研究通常涉及使用多孔介质理论^[10-11]。非饱和多孔介质又可以分为 2 种液体共存(如油藏中的油和水)和一种液体与一种气体共存的非饱和多孔介质(如土壤中的水和气体)^[12]。

在过去的几十年,研究人员对海床的稳态响应进行了广泛的研究,取得了一些重要的进展。CHEN 等^[13]提出了可以考虑海水压缩性的海底地震动水压力的修正公式。WANG 等^[14]得出了多孔沉积海床对上覆水层中的反射波有显著影响的结论。WANG 等^[15]基于 BIOT 的多孔弹性理论推导了流体分层海底基岩系统垂直地震入射的半解析解。LYU 等^[16]根据位移势解析了耦合水-多孔沉积物-双孔隙基底系统中的平面波反射和透射。闫启方等^[17]建立了波浪作用下考虑孔隙水影响的海床的动力响应。潘冬子^[18]给出了波浪荷载作用下多孔弹性饱和海床的动力响应的解析解。CHEN 等^[19]为近饱和的单层多孔海床的稳态响应给出了解析解,并比较了全动力和半动力公式之间的差异。LI 等^[20]分析了饱和海床在不同流固界面条件下的一维瞬态和稳态响应,并讨论了入射波频率和海床渗透率的影响。但是这些研究主要集中在饱和海床和近饱和海床的稳态响应问题上。罕有学者提出一维上覆海水层的非饱和和单层海床在垂直压缩波下的稳态响应的解析解。

本文通过建立上覆单层海水层的非饱和多孔介质海床模型,给出了其控制方程、边界条件以及波场表达式。通过求解不同底部渗透条件下的线性方程组,得到了波场表达式中未知系数的解析解。最后根据不同的数值算例说明了不同底部渗透条件、饱和度、渗透系数、入射波频率以及深度对固体表面位移放大系数和孔隙压力的影响。

1 控制方程及边界条件

本文研究了不同底部渗透条件下海水层-非饱和海床中的一维稳态响应如图 1 所示。由图可知,压缩波沿着 z 方向垂直入射海水层-非饱和和多层海床模型中,顶部为自由表面,底部为可渗透边界和不渗透界面 2 种不同的渗透条件。

在大多数波动现象的研究中,自重的影响通常被忽略或被视为次要因素,特别是在分析简谐波的传播时。只有在涉及到非常特定的现象,如潮汐波或重力波时,自重的影响才会成为主要考虑的因素。因此,本文忽略重力对稳态响应的影响。假设海水层为理想流体,可以得到垂直位移 u_F 和流体压力 σ_F :

$$u_{F,zz} = u_{F,u}/c_F^2, \quad -\sigma_F = \lambda_F u_{F,z} \tag{1}$$

式中: u_F 为海水层位移; σ_F 为海水层流体压力; $c_F = \sqrt{\lambda_F/\rho_F}$ 为海水中的波速; λ_F 为海水的不可压缩性; ρ_F 为海水的密度; $()_{,z}$ 、 $()_{,zz}$ 、 $()_{,u}$ 分别为关于 z 的 1 阶偏导数、2 阶偏导数和关于 t 的 2 阶偏导数。

本文假设非饱和和多孔介质中包含有 2 种不互相混溶且均遵循达西定律的流体(湿相流体和非湿相流体),ZIENKIEWICZ 等^[21]和 LI 等^[22]基于 BIOT^[23]理论建立了波在一维非饱和多孔介质中传播的基本方程:

$$\sigma_{,z} = M u_{,u} + C u_{,t}, \quad \sigma = K u_{,z} \tag{2}$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma \\ -p_w \\ -p_n \end{Bmatrix}, \quad u = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ v \end{Bmatrix} \tag{3}$$

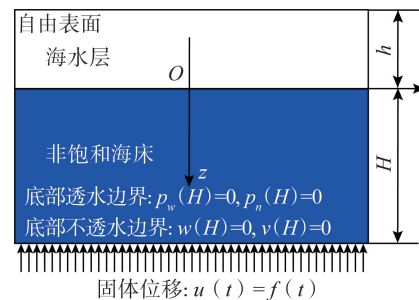


图 1 海水层-非饱和海床模型示意图
Fig. 1 Schematic diagram of seawater layer-unsaturated seabed model

$$M = \begin{bmatrix} \rho & \rho_w & \rho_n \\ \rho_w & \frac{\rho_w}{ns_w} & 0 \\ \rho_n & 0 & \frac{\rho_n}{ns_n} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_w} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_n} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu + \alpha^2(Q_w s_w + Q_n s_n) & \alpha Q_w & \alpha Q_n \\ & \frac{Q_w}{s_w} & 0 \\ & \alpha Q_n & \frac{Q_n}{s_n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

方程中各项参数的物理意义在表1中列出。

表1 基本方程参数

Table 1 Basic equation parameters

参数	物理意义	参数	物理意义
h	海水层厚度	K_b	固体骨架的体积模量 $K_b = \lambda + 2\mu/3$
H	非饱和层厚度	K_s	固体颗粒的体积模量
σ	总应力	K_w	湿相流体的体积模量
p_w	湿相流体的压力	K_n	非湿相流体的体积模量
p_n	非湿相流体的压力	α	非饱和和海床的参数,表示可压缩性, $\alpha = 1 - K_b/K_s$
u	固体位移	Q_w	非饱和和海床的参数,表示可压缩性, $1/Q_w = (\alpha - n)/K_s + n/K_w$
w	湿相流体的位移	Q_n	非饱和和海床的参数,表示可压缩性, $1/Q_n = (\alpha - n)/K_s + n/K_n$
v	非湿相流体的位移	ρ_s	固体颗粒的密度
n	孔隙率	ρ_w	湿相流体的密度
s_w	湿相流体的饱和度	ρ_n	非湿相流体的密度
s_n	非湿相流体的饱和度 $s_w + s_n = 1$	ρ	非饱和和海床的密度, $\rho = ns_w \rho_w + ns_n \rho_n + (1-n)\rho_s$
λ	固体骨架的拉梅常数	k_w	湿相流体的土力学达西渗透系数
μ	固体骨架的拉梅常数	k_n	非湿相流体的土力学达西渗透系数

图1显示了海水-非饱和海床的界面示意图。边界条件可以列为

顶部自由表面边界:

$$\sigma_F(-h) = f_1(t) \quad (5)$$

底部不可渗透边界:

$$u(H) = f_2(t), w(H) = f_3(t), v(H) = f_4(t) \quad (6)$$

底部可渗透边界:

$$u(H) = f_2(t), p_w(H) = f_3(t), p_n(H) = f_4(t) \quad (7)$$

式中: $u(H) = f_2(t)$ 为海底受位移激励, $w(H) = 0, v(H) = 0$ 为底部不可渗透, $p_w(H) = 0, p_n(H) = 0$ 为底部可以渗透, $\sigma_F(-h) = 0$ 为海水层具有自由表面, $\sigma_F(-h) = f_1(t)$ 为海水受到的总力。

海水层与非饱和海床之间的界面连续性条件^[24-25]考虑如下:

法向应力连续:

$$\sigma(0, t) = -\sigma_F(0, t) \quad (8)$$

湿相流体压力连续:

$$p_w(0, t) = \sigma_F(0, t) \quad (9)$$

非湿相流体压力连续:

$$p_n(0, t) = \sigma_F(0, t) \quad (10)$$

流体体积连续:

$$u_F(0, t) = u(0, t) + w(0, t) + v(0, t) \quad (11)$$

在文中,使用以下初始条件:

$$u_{F,t} = 0, u_F = 0, u_{,t} = 0, u = 0 \quad (12)$$

2 稳态响应的解

根据海水层-非饱和多孔介质层的海床模型,海水层-非饱和多孔介质层系统的波场表达式为海水层:

$$u_F = C_u \exp[i(-k_{uF}z - \omega t)] + C_d \exp[i(k_{dF}z - \omega t)] \quad (13)$$

式中 $k_{uF}=k_{dF}=\omega/c_F$,用下标 u 和下标 d 来分别表示上行波和下行波。

非饱和多孔介质层:

$$u = \sum_{n=1}^3 A_{un} \exp [i(-k_{un}z - \omega t)] + \sum_{n=1}^3 A_{dn} \exp [i(k_{dn}z - \omega t)] \tag{14}$$

$$w = \sum_{n=1}^3 \eta_{wn} A_{un} \exp [i(-k_{un}z - \omega t)] + \sum_{n=1}^3 \eta_{wn} A_{dn} \exp [i(k_{dn}z - \omega t)] \tag{15}$$

$$v = \sum_{n=1}^3 \eta_{vn} A_{un} \exp [i(-k_{un}z - \omega t)] + \sum_{n=1}^3 \eta_{vn} A_{dn} \exp [i(k_{dn}z - \omega t)] \tag{16}$$

式中: $C_u, C_d, A_{u1}, A_{u2}, A_{u3}, A_{d1}, A_{d2}, A_{d3}$ 为未知系数。

将波场表达式代入边界条件和界面条件可得以下方程:

$$\mathbf{M}_{8 \times 8} [C_u, C_d, A_{u1}, A_{u2}, A_{u3}, A_{d1}, A_{d2}, A_{d3}]^T = \mathbf{N}_{8 \times 1} \tag{17}$$

式中, $\mathbf{M}_{8 \times 8}$ 和 $\mathbf{N}_{8 \times 1}$ 中的元素在附录中给出。通过求解以上线性方程组,即可得出以上几个未知系数的表达式。将不同底部渗透边界条件下的系数代入波场表达式即可给出各自的位移响应,再结合基本方程即可给出其他响应。

3 数值算例与讨论

为研究非饱和多孔介质层底部渗透条件对非饱和海床稳态响应的影响,本文通过具体的数值算例进行了分析,湿相流体为水,非湿相流体为空气,水的渗透系数大约是空气渗透系数的 17.5 倍,取 $k_w = 17.5 k_n$ [26],采用如下参数: $h = 10 \text{ m}, H = 40 \text{ m}, n = 0.48, \rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3, \rho_w = \rho_F = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_n = 1.1 \text{ kg/m}^3, \lambda_F = 2.25 \text{ GPa}, \lambda = 144.7 \text{ MPa}, \mu = 98 \text{ MPa}, K_s = 11 \text{ GPa}, K_w = 2.25 \text{ GPa}, K_n = 0.145 \text{ MPa}$ 。

为了验证参数取值合理性、上覆单层海水层的非饱和和多孔介质海床模型的可靠性以及其控制方程、边界条件、波场表达式的准确性,图 2 将当前非饱和和模型退化为饱和模型并与 LI 等 [20] 的饱和模型的稳态响应进行对比,2 种方法给出的曲线基本一致,验证了非饱和海床一维稳态响应解的正确性。

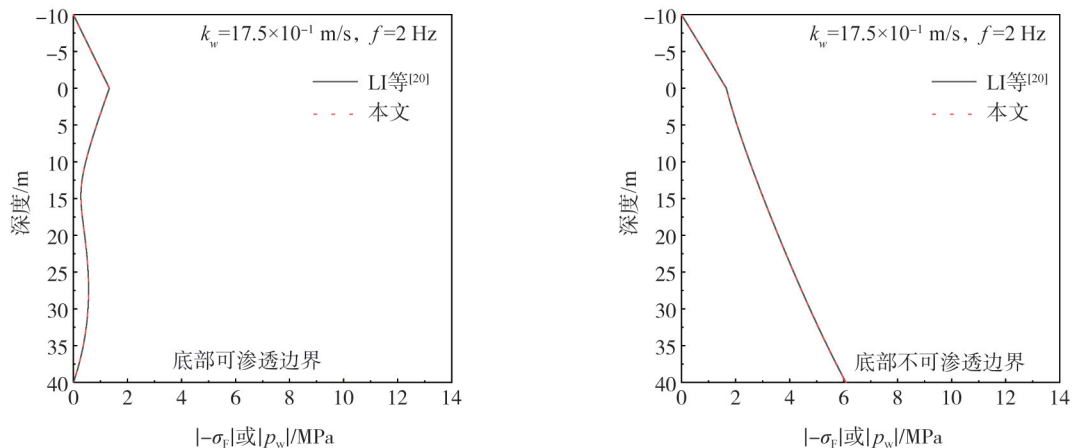


图 2 $f=2 \text{ Hz}$ 时孔隙压力随深度变化的对比验证曲线

Fig. 2 Verification curves of pore pressure with depth at $f=2 \text{ Hz}$

图 3 和图 4 分别是底部可渗透边界条件和底部不可渗透边界条件下不同饱和度时固体表面位移放大系数随频率变化的曲线。图中固体表面位移放大系数峰值点对应的频率为系统的固有频率,固体表面位移放大系数与频率有关,由于非饱和和海床对于不同频率的入射波有不同的传播特性,导致入射波在传播过程中受到的放大和削弱作用也不同,因此在不同的频率时有不同的放大系数。由图可知,相比于底部可渗透边界,饱和度变化对底部不可渗透边界固体表面位移放大系数的影响更大。并且饱和度在高频时对固体表面位移放大系数的影响更大,在低频时影响较小。这是因为在高频时,饱和度的变化会引起非饱和和多孔介质中基质吸力($p_n - p_w$)的明显变化 [27],从而引起粒间吸引力的改变,使得模型抵抗外力变形的能力改变,导致固体表面位移放大系数在高频时更容易受饱和度影响。图 5 为底部不可渗透边界条件下不同饱和度时基质吸力随频率变化的曲线。

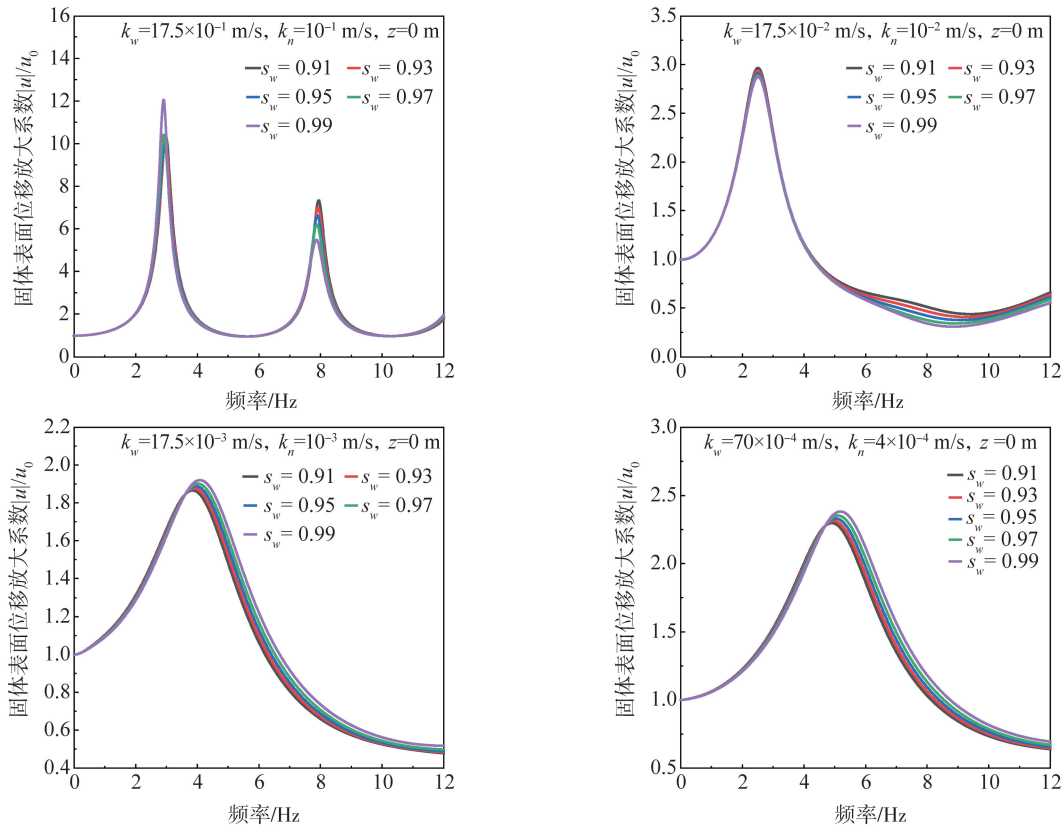


图3 底部可渗透边界条件下不同饱和度时固体表面位移放大系数随频率的变化曲线

Fig. 3 Variation curves of solid surface displacement amplification coefficient with frequency under different saturations at the bottom permeable boundary condition

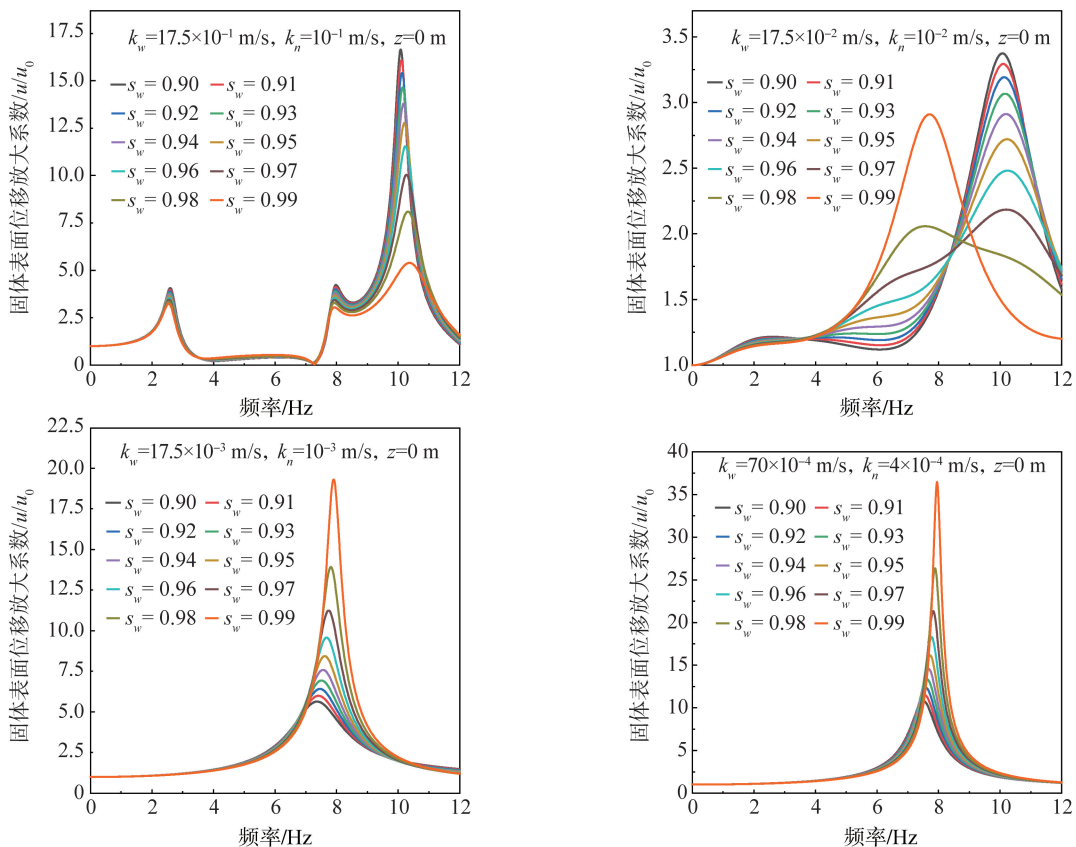


图4 底部不可渗透边界条件下不同饱和度时固体表面位移放大系数随频率的变化曲线

Fig. 4 Variation curves of solid surface displacement amplification coefficient with frequency under different saturations at the bottom impermeable boundary condition

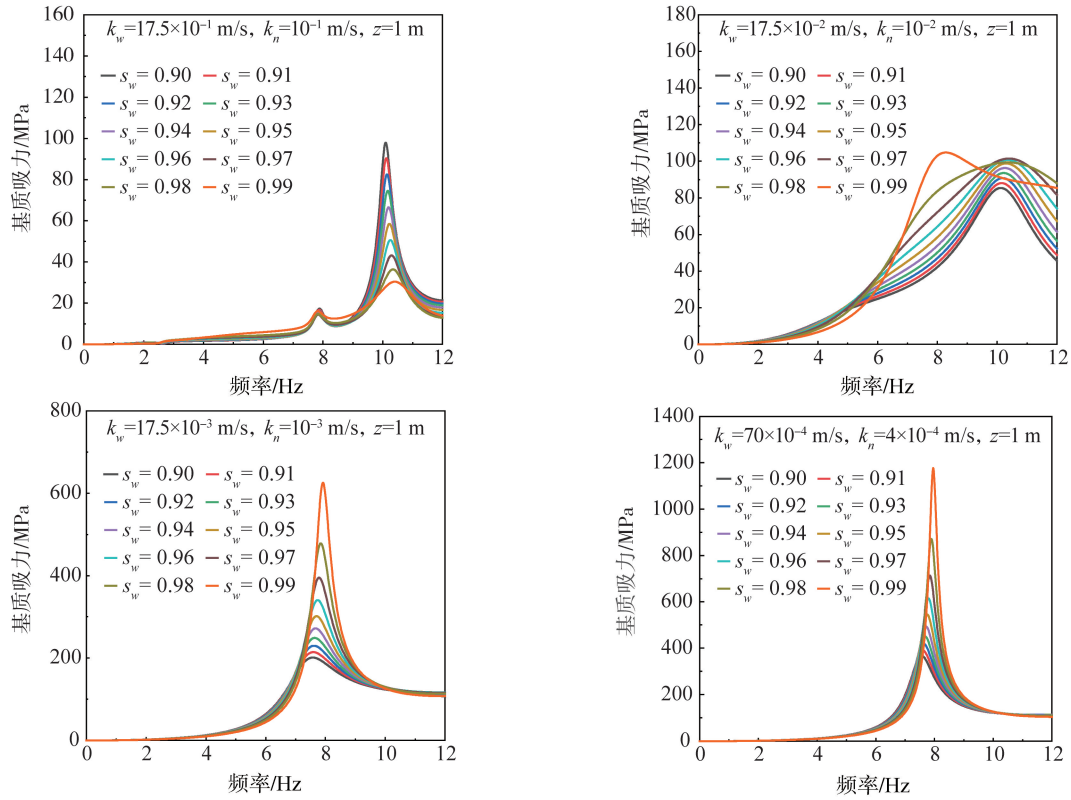


图 5 底部不可渗透边界条件下不同饱和度时基质吸力随频率的变化曲线

Fig. 5 Variation curves of matrix suction with frequency under different saturations at the bottom impermeable boundary condition

图 6 中显示了不同渗透系数下固体表面位移放大系数随入射波频率的变化曲线。由图可知,底部可渗透边界在低频处的固体表面位移放大系数比较大,而底部不可渗透边界在高频处的固体表面位移放大系数比较大。

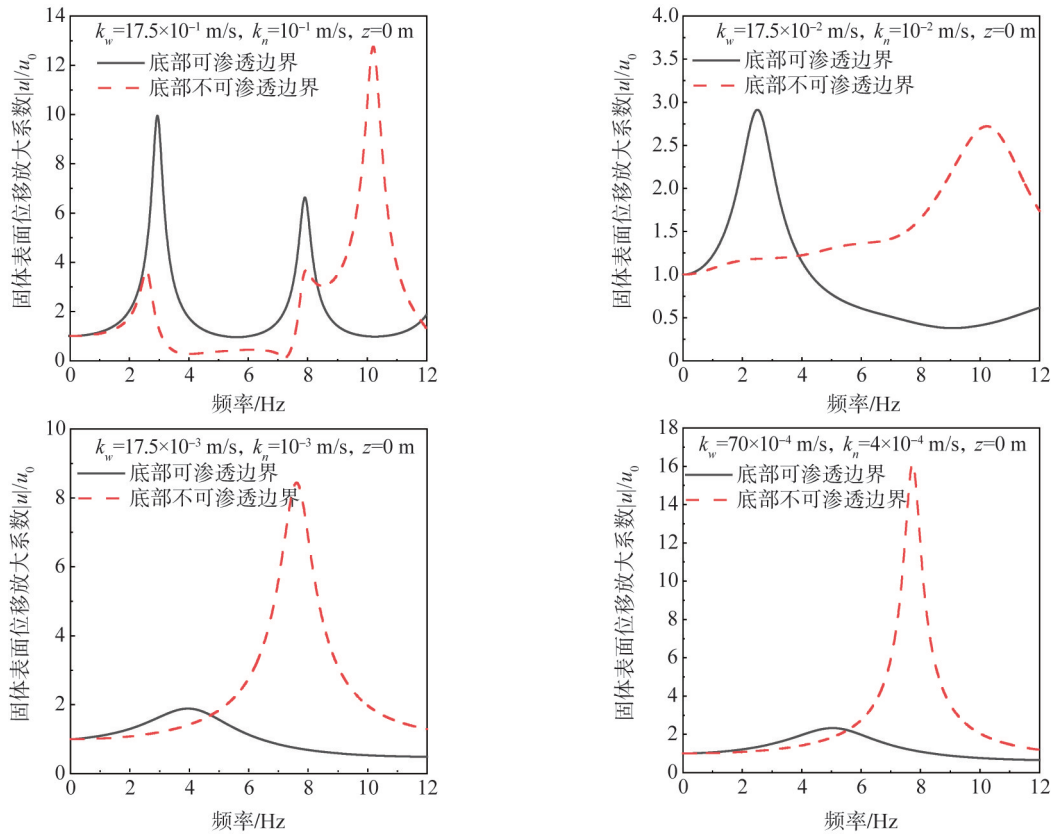


图 6 固体表面位移放大系数随入射波频率的变化曲线

Fig. 6 Variation curves of solid surface displacement amplification coefficient with incident wave frequency

图7中分别显示了在低频2 Hz时固体位移放大系数随深度的变化。可以看出在低频时,底部可渗透边界下的固体位移放大系数始终要比底部不可渗透边界下的固体位移放大系数要大。这是由于底部可渗透时要比底部不可渗透时非饱和多孔介质层内的压缩波产生的幅值要大,因此固体位移放大系数也大。随着深度的逐渐增大,固体位移放大系数逐渐减小。

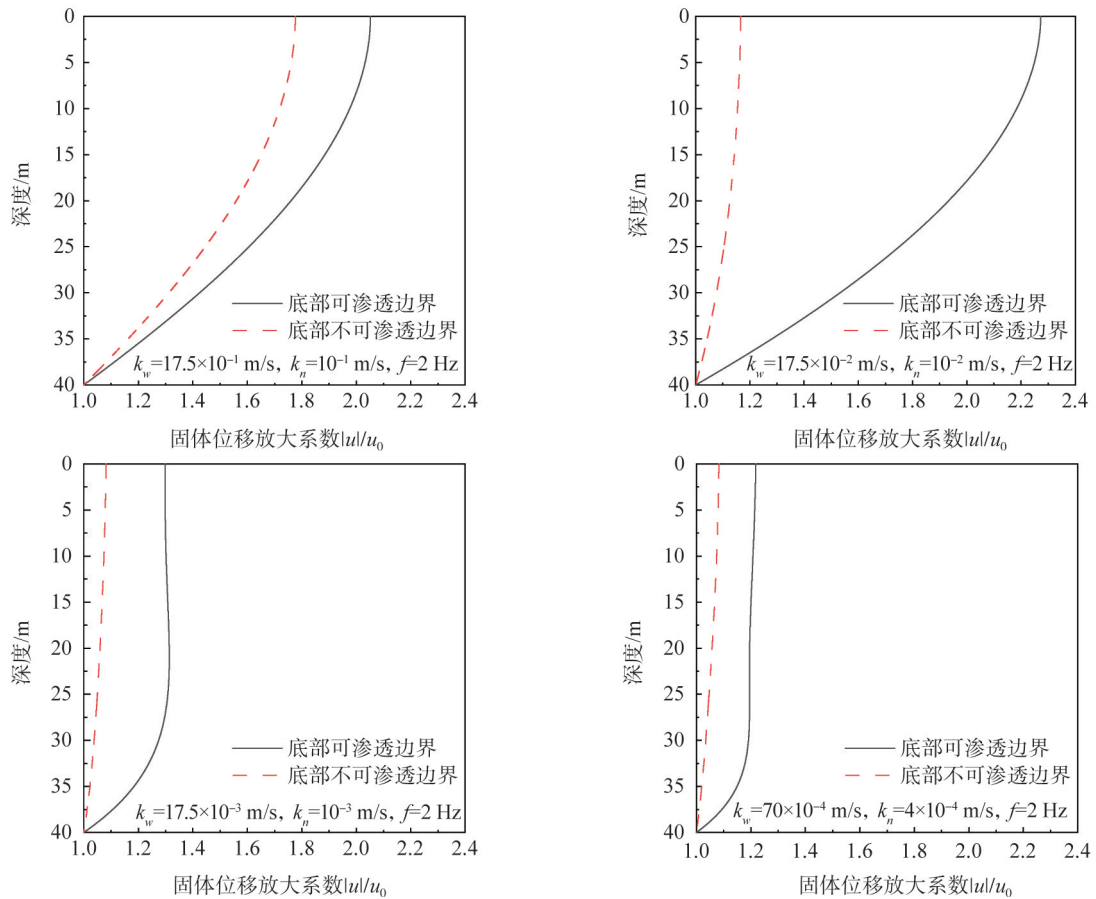
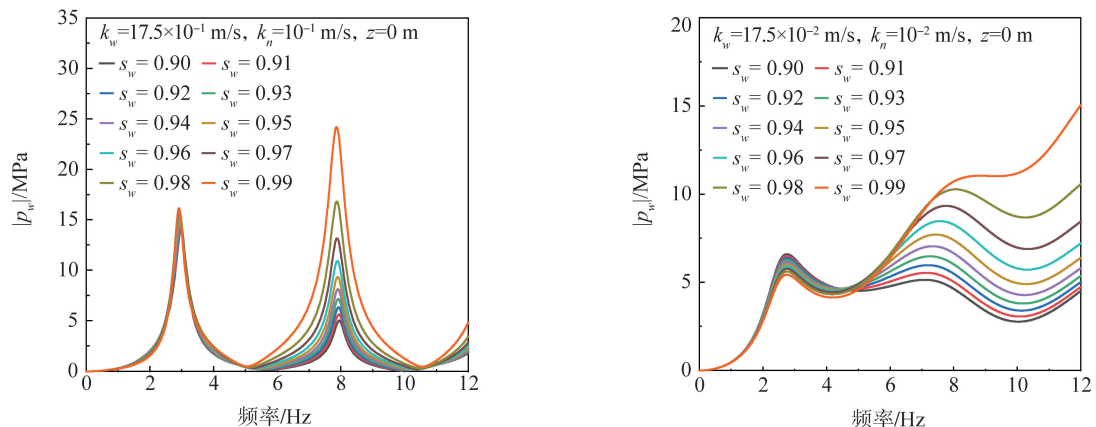


图7 $f=2\text{ Hz}$ 时固体位移放大系数随深度的变化曲线

Fig. 7 Variation curves of solid displacement amplification coefficient with depth at $f=2\text{ Hz}$

图8和图9分别是底部可渗透边界和底部不可渗透边界下不同饱和度时孔隙压力随频率变化的曲线。由图可知,饱和度变化在低频时对孔隙压力的影响较小,在中高频时对孔隙压力有较大影响。在渗透系数较大时,饱和度变化对孔隙压力的影响集中在中高频处。在渗透系数较小时,底部可渗透边界条件模式饱和度变化对孔隙压力的影响集中在高频处,底部不可渗透边界条件模式饱和度变化对孔隙压力的影响集中在中频处。

图10是不同渗透条件下孔隙压力随频率变化的曲线。随着渗透系数的减小,底部可渗透边界条件曲线逐渐变得平缓,在低频时底部可渗透边界的孔隙压力要大一些,而在高频时底部不可渗透边界的孔隙压力要大一些。



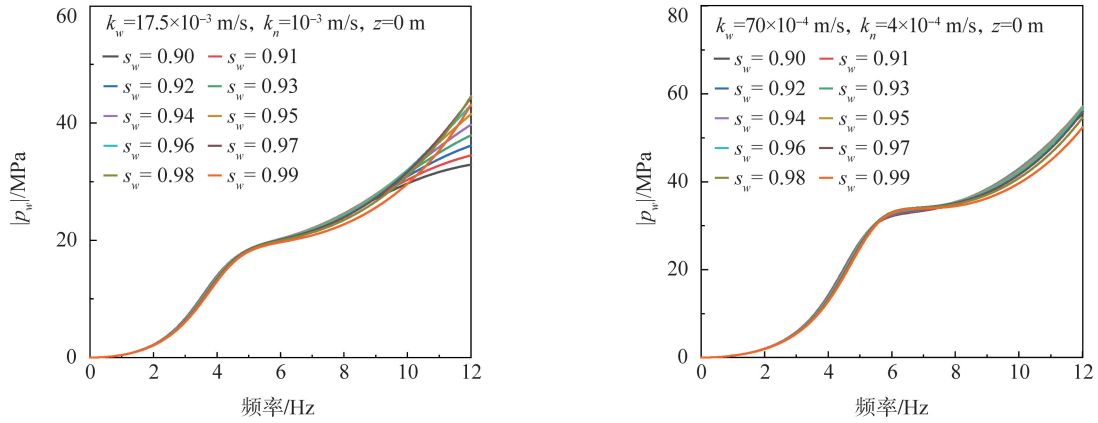


图 8 底部可渗透边界下不同饱和度时孔隙压力随频率的变化曲线

Fig. 8 Variation curves of pore pressure with frequency under different saturations at the bottom permeable boundary condition

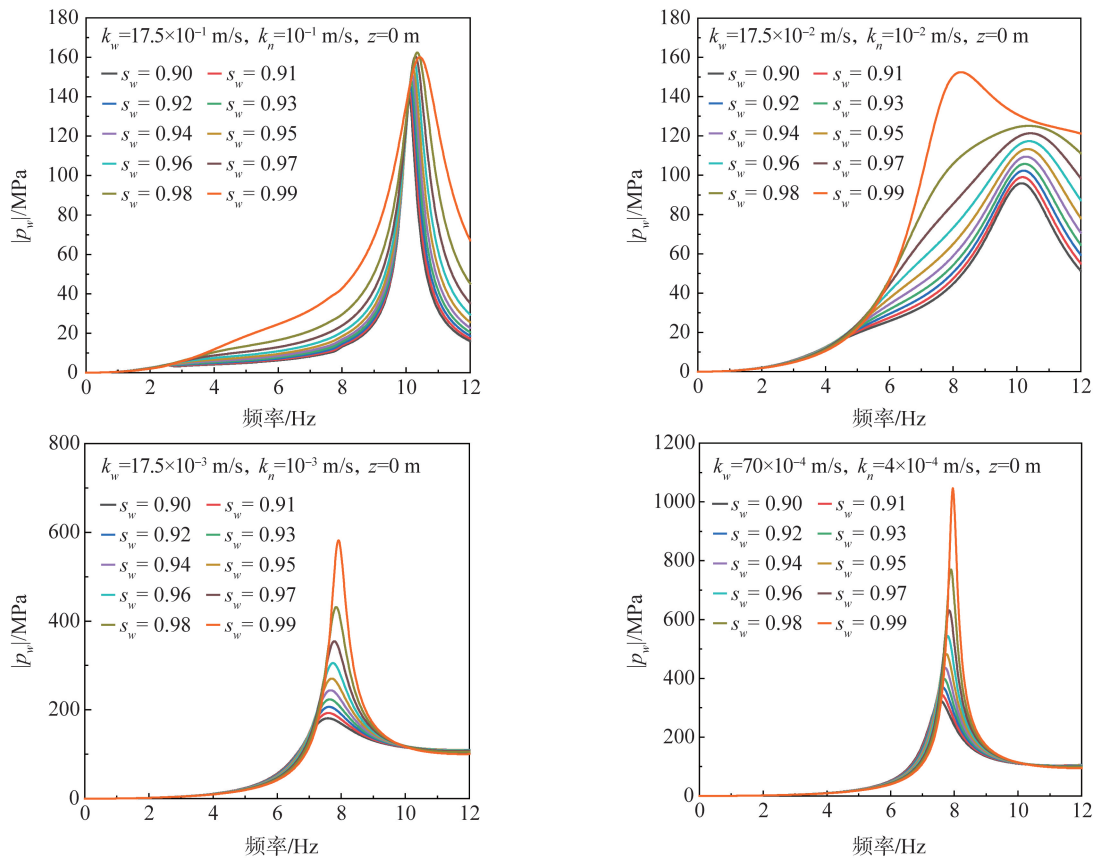
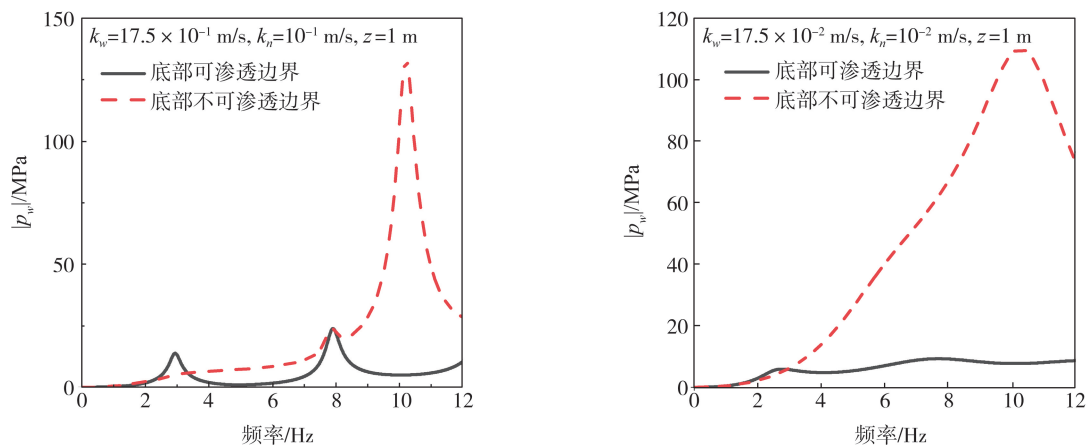


图 9 底部不可渗透边界下不同饱和度时孔隙压力随频率的变化曲线

Fig. 9 Variation curves of pore pressure with frequency under different saturations at the bottom impermeable boundary condition



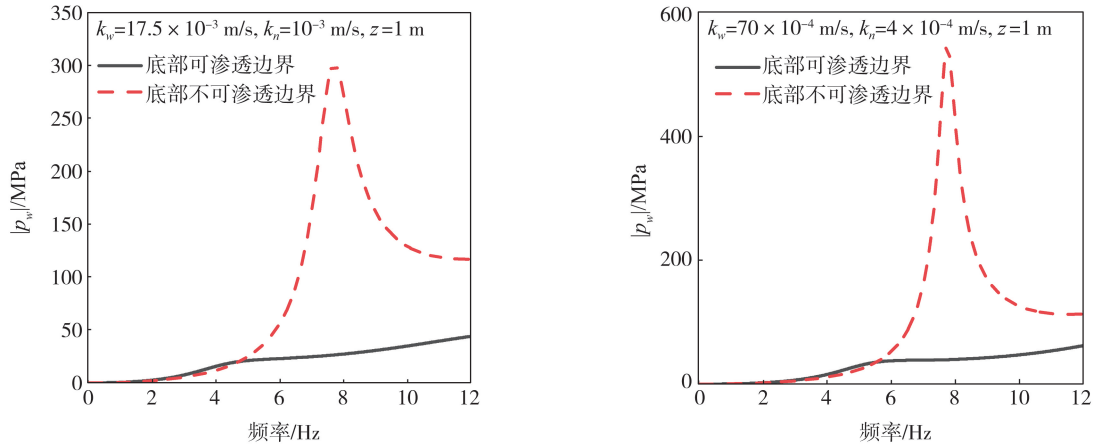


图 10 孔隙压力随入射波频率的变化曲线

Fig. 10 Variation curve of pore pressure with incident wave frequency

图 11 显示了在 $f=2$ Hz 时,孔隙压力随着深度的变化曲线。由图可知,在海水层中 2 种模型的海水压力都随着深度增加而增加。底部不可渗透边界的孔隙压力始终都随着深度增加而增大。当渗透系数较大时,底部可渗透边界的孔隙压力随着深度先减小后增大再减小,底部可渗透边界的孔隙压力比底部不可渗透边界的孔隙压力要小。当渗透系数较小时,底部可渗透边界的孔隙压力都随着深度增加先增大然后再减小。

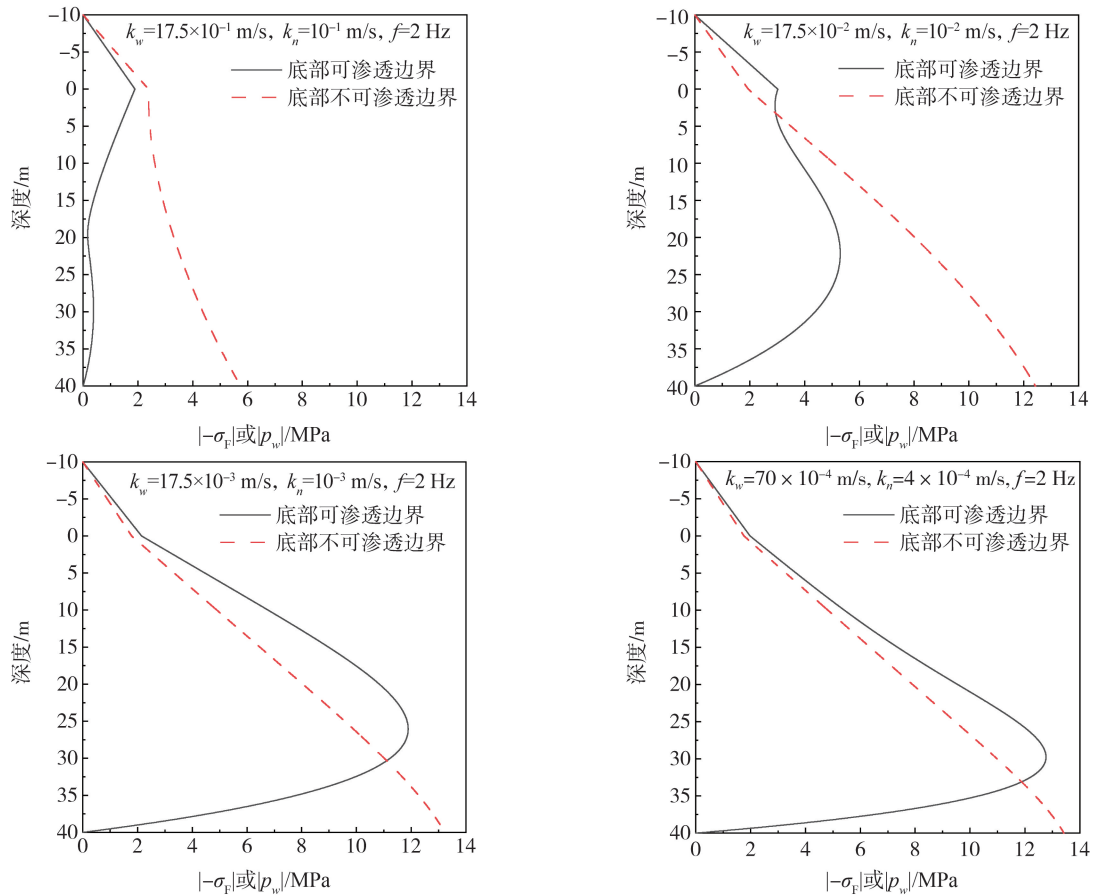


图 11 $f=2$ Hz 时孔隙压力随深度的变化曲线

Fig. 11 Variation curves of pore pressure with depth at $f=2$ Hz

4 结论

通过求解不同渗透条件下线性方程组的解得到波场表达式中的未知系数,分析不同工况下的数值算例,得出以下结论:

1) 饱和度在低频时对固体表面位移放大系数和孔隙压力的影响较小,在较高频率时对固体表面位移放大系数和孔隙压力的影响比较大。

2) 在低频时,底部可渗透边界的固体表面位移放大系数和孔隙压力更大。在高频时,底部不可渗透边界的固体表面位移放大系数和孔隙压力更大。

3) 在低频时,随着深度的增加,底部可渗透边界的固体位移放大系数始终比底部不可渗透边界的固体位移放大系数要大。

4) 在 $f=2\text{ Hz}$ 时,海水层中 2 种模型的流体压力都随着深度增加而增加。底部不可渗透边界的孔隙压力始终都随着深度增加而增大。

参考文献:

- [1] SIZKOW S F, SHAMY U E. Seismic response analysis of submerged slopes using coupled SPH-DEM scheme[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2022, 22(12): 04022223.
- [2] SHAN Z D, XIE Z N, DONG R, et al. An analytical solution for the dynamic response of a seawater-sloping seabed-bedrock system under an oblique incident P wave[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2023, 47(11): 2136-2152.
- [3] SHAN Z D, LING D S, XIE Z N, et al. A semianalytical solution for one-dimensional transient wave propagation in a saturated single-layer porous medium with a fluid surface layer[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2019, 43(13): 2184-2199.
- [4] 崔杰, 周鹏, 李亚东, 等. 地震作用下海底沉管隧道的动力响应分析[J]. *地震工程与工程振动*, 2016, 36(4): 96-102.
CUI Jie, ZHOU Peng, LI Yadong, et al. Earthquake dynamic response analysis of seabed under the action of immersed tunnel[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2016, 36(4): 96-102. (in Chinese)
- [5] 刘占阁, 栾茂田, 王忠涛. 波浪作用下成层海床孔隙水压力响应的简化分析[J]. *地震工程与工程振动*, 2006, 26(2): 156-160.
LIU Zhange, LUAN Maotian, WANG Zhongtao. Simplified procedure for evaluation of residual pore pressure response in layered seabed under wave loading[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2006, 26(2): 156-160. (in Chinese)
- [6] 黄光爵, 郑永来, 武伯毅. 波浪作用下可液化海床最大液化深度[J]. *地震工程与工程振动*, 2012, 32(5): 146-151.
HUANG Guangjue, ZHENG Yonglai, WU Baitao. The maximum liquefaction depth of liquefiable seabed under wave loading[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2012, 32(5): 146-151. (in Chinese)
- [7] GAO Z W, CAI H J. Effect of total stress path and gas volume change on undrained shear strength of gassy clay[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2021, 21(11): 04021218.
- [8] WANG Y, KONG L W, WANG Y L, et al. Deformation analysis of shallow gas-bearing ground from controlled gas release in Hangzhou Bay of China[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2018, 18(1): 04017122.
- [9] 蔡国军. 海洋原位测试技术理论与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2021.
CAI Guojun. Theory and engineering application of marine in-situ testing technology[M]. Beijing: Science Press, 2021. (in Chinese)
- [10] ULKER M B C, RAHMAN M S. Response of saturated and nearly saturated porous media: Different formulations and their applicability[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 33(5): 633-664.
- [11] ULKER M B C. Wave-induced dynamic response of saturated multi-layer porous media: Analytical solutions and validity regions of various formulations in non-dimensional parametric space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014, 66: 352-367.
- [12] COUSSY O. Poromechanics[M]. Hoboken: Wiley & Sons, 2004.
- [13] CHEN W Y, CHEN G X, JENG D, et al. Ocean bottom hydrodynamic pressure due to vertical seismic motion[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2020, 20(9): 06020025.
- [14] WANG J T, JIN F, ZHANG C H. Reflection and transmission of plane waves at an interface of water/porous sediment with underlying solid substrate[J]. *OceanEngineering*, 2013, 63: 8-16.
- [15] WANG P G, ZHANG G L, ZHAO M, et al. Semi-analytical solutions for the wave-induced and vertical earthquake-induced responses of a fluid-stratified seabed-bedrock system[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, 139: 106391.
- [16] LYU D D, WANG J T, JIN F, et al. Reflection and transmission of plane waves at a water-porous sediment interface with a double-porosity substrate[J]. *Transport in Porous Media*, 2014, 103(1): 25-45.
- [17] 闫启方, 陈哲, 高洪波. 波浪作用下无限深海床中无限长桩横向稳态响应分析[J]. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 2008, 21(2): 193-196.
YAN Qifang, CHEN Zhe, GAO Hongbo. Transverse steady state response analysis of infinite long pile in infinite deep seabed under waves[J]. *Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition)*, 2008, 21(2): 193-196. (in Chinese)
- [18] 潘冬子. 波浪荷载作用下海床及管线的动力响应研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007.
PAN Dongzi. Dynamic response of seabed and pipeline due to wave loading [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007. (in Chinese)
- [19] CHEN W Y, JENG D, CHEN W, et al. Seismic-induced dynamic responses in a poro-elastic seabed: Solutions of different formulations[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, 131: 106021.
- [20] LI J K, SHAN Z D, LI T D, et al. Effects of the fluid-solid interface conditions on the dynamic responses of the saturated seabed during earthquakes[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, 165: 107728.

- [21] ZIENKIEWICZ O C, CHAN A H C, PASTOR M, et al. Computational geomechanics[M]. Chichester: Wiley, 1999.
- [22] LI X K, ZIENKIEWICZ O C, XIE Y M. A numerical model for immiscible two-phase fluid flow in a porous medium and its time domain solution[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1990, 30(6): 1195-1212.
- [23] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 168-178.
- [24] DERESIEWICZ H, SKALAK R. On uniqueness in dynamic poroelasticity[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1963, 53(4): 783-788.
- [25] SHAN Z D, LING D S, JING L P, et al. Analytical solution for the transient response of a fluid/saturated porous medium half-space system subjected to an impulsive line source[J]. Geophysical Journal International, 2018, 214(2): 1041-1060.
- [26] 卢宁, 韦昌富, 侯龙, 等. 非饱和土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
LU Ning, WEI Changfu, HOU Long, et al. Unsaturated soil mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012. (in Chinese)
- [27] 周凤玺, 张雅森, 曹小林, 等. 非饱和土半空间 Lamb 问题及能量传输特性[J]. 力学学报, 2021, 53(7): 2079-2089.
ZHOU Fengxi, ZHANG Yasen, CAO Xiaolin, et al. Lamb's problem and characteristic of energy transmission in unsaturated half-space[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(7): 2079-2089. (in Chinese)

附录 A

将波场表达式代入基本方程可得:

$$\begin{cases} -k^2 [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n)] + \omega^2 \rho & -k^2 a Q_w + \omega^2 \rho_w & -k^2 a Q_n + \omega^2 \rho_n \\ -k^2 a Q_w + \omega^2 \rho_w & -k^2 \frac{Q_w}{s_w} + \frac{\omega^2 \rho_w}{n s_w} - \frac{i\omega}{k_w} & 0 \\ -k^2 a Q_n + \omega^2 \rho_n & 0 & -k^2 \frac{Q_n}{s_n} + \frac{\omega^2 \rho_n}{n s_n} - \frac{i\omega}{k_n} \end{cases} \begin{cases} u \\ w \\ v \end{cases} = 0 \quad (\text{A1})$$

当系数行列式为 0 时, 此方程有非零解, 则

$$\begin{vmatrix} -k^2 [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n)] + \omega^2 \rho & -k^2 a Q_w + \omega^2 \rho_w & -k^2 a Q_n + \omega^2 \rho_n \\ -k^2 a Q_w + \omega^2 \rho_w & -k^2 \frac{Q_w}{s_w} + \frac{\omega^2 \rho_w}{n s_w} - \frac{i\omega}{k_w} & 0 \\ -k^2 a Q_n + \omega^2 \rho_n & 0 & -k^2 \frac{Q_n}{s_n} + \frac{\omega^2 \rho_n}{n s_n} - \frac{i\omega}{k_n} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A2})$$

通过上式(A2)可求得非饱和和海床层波数 k , 且有

$$c_{P1} = \frac{\omega}{\text{Re}k_{P1}}, c_{P2} = \frac{\omega}{\text{Re}k_{P2}}, c_{P3} = \frac{\omega}{\text{Re}k_{P3}} \quad (\text{A3})$$

式中: c_{P1} 、 c_{P2} 、 c_{P3} 分别为 P1 波、P2 波和 P3 波在非饱和多孔介质层中的波速。

w 和 u 以及 v 和 u 的关系表达式为

$$\eta_{wPn} = \frac{w}{u} = \frac{-k_{Pn}^2 [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n)] + \omega^2 \rho}{-k_{Pn}^2 a Q_w + \omega^2 \rho_w} \quad (\text{A4})$$

$$\eta_{vPn} = \frac{v}{u} = \frac{-k_{Pn}^2 [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n)] + \omega^2 \rho}{-k_{Pn}^2 a Q_n + \omega^2 \rho_n} \quad (\text{A5})$$

$\mathbf{M}_{8 \times 8}$ 可写成以下形式:

$$\begin{aligned} m_{11} &= -i\lambda_F k_{uF} \exp[ihk_{uF}], m_{12} = i\lambda_F k_{dF} \exp[-ihk_{dF}] \\ m_{21} &= -i\lambda_F k_{uF}, m_{22} = i\lambda_F k_{dF}, m_{23} = [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wu1} + aQ_n \eta_{vu1}] ik_{u1} \\ m_{24} &= [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wu2} + aQ_n \eta_{vu2}] ik_{u2} \\ m_{25} &= [\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wu3} + aQ_n \eta_{vu3}] ik_{u3} \\ m_{26} &= -[\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wd1} + aQ_n \eta_{vd1}] ik_{d1} \\ m_{27} &= -[\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wd2} + aQ_n \eta_{vd2}] ik_{d2} \\ m_{28} &= -[\lambda + 2\mu + (\alpha^2 Q_w s_w + Q_n s_n) + aQ_w \eta_{wd3} + aQ_n \eta_{vd3}] ik_{d3} \\ m_{31} &= -i\lambda_F k_{uF}, m_{32} = i\lambda_F k_{dF}, m_{33} = [aQ_w + Q_w \eta_{wu1}/s_w] ik_{u1}, m_{34} = [aQ_w + Q_w \eta_{wu2}/s_w] ik_{u2} \\ m_{35} &= [aQ_w + Q_w \eta_{wu3}/s_w] ik_{u3}, m_{36} = -[aQ_w + Q_w \eta_{wd1}/s_w] ik_{d1}, m_{37} = -[aQ_w + Q_w \eta_{wd2}/s_w] ik_{d2} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

$$\begin{aligned}
m_{38} &= -[aQ_w + Q_w \eta_{wd3}/s_w] ik_{d3}; m_{41} = -i\lambda_F k_{uF}, m_{42} = i\lambda_F k_{dF}, m_{43} = [aQ_n + Q_n \eta_{vu1}/s_n] ik_{u1} \\
m_{44} &= [aQ_n + Q_n \eta_{vu2}/s_n] ik_{u2}, m_{45} = [aQ_n + Q_n \eta_{vd3}/s_n] ik_{u3}, m_{46} = -[aQ_n + Q_n \eta_{vd1}/s_n] ik_{d1} \\
m_{47} &= -[aQ_n + Q_n \eta_{vd2}/s_n] ik_{d2}, m_{48} = -[aQ_n + Q_n \eta_{vd3}/s_n] ik_{d3} \\
m_{51} &= 1, m_{52} = 1, m_{53} = -(1 + \eta_{vu1} + \eta_{vu1}), m_{54} = -(1 + \eta_{vu2} + \eta_{vu2}), m_{55} = -(1 + \eta_{vu3} + \eta_{vu3}) \\
m_{56} &= -(1 + \eta_{wd1} + \eta_{wd1}), m_{57} = -(1 + \eta_{wd2} + \eta_{wd2}), m_{58} = -(1 + \eta_{wd3} + \eta_{wd3}); m_{63} = \exp[-iHk_{u1}] \\
m_{64} &= \exp[-iHk_{u2}], m_{65} = \exp[-iHk_{u3}], m_{66} = \exp[iHk_{d1}], m_{67} = \exp[iHk_{d2}], m_{68} = \exp[iHk_{d3}]
\end{aligned}$$

当使用底部不可渗透边界条件时, $w(H) = 0, v(H) = 0$, 则

$$\begin{aligned}
m_{73} &= \eta_{vu1} \exp[-iHk_{u1}], m_{74} = \eta_{vu2} \exp[-iHk_{u2}], m_{75} = \eta_{vu3} \exp[-iHk_{u3}], m_{76} = \eta_{wd1} \exp[iHk_{d1}] \\
m_{77} &= \eta_{wd2} \exp[iHk_{d2}], m_{78} = \eta_{wd3} \exp[iHk_{d3}]; m_{83} = \eta_{vu1} \exp[-iHk_{u1}], m_{84} = \eta_{vu2} \exp[-iHk_{u2}]
\end{aligned} \tag{A7}$$

$$m_{85} = \eta_{vu3} \exp[-iHk_{u3}], m_{86} = \eta_{vd1} \exp[iHk_{d1}], m_{87} = \eta_{vd2} \exp[iHk_{d2}], m_{88} = \eta_{vd3} \exp[iHk_{d3}]$$

当使用底部可渗透边界条件时, $p_w(H) = 0, p_n(H) = 0$, 则:

$$\begin{aligned}
m_{73} &= \left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{vu1} \right) ik_{u1} \exp[-iHk_{u1}], m_{74} = \left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{vu2} \right) ik_{u2} \exp[-iHk_{u2}] \\
m_{75} &= \left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{vu3} \right) ik_{u3} \exp[-iHk_{u3}], m_{76} = -\left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{wd1} \right) ik_{d1} \exp[iHk_{d1}] \\
m_{77} &= -\left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{wd2} \right) ik_{d2} \exp[iHk_{d2}], m_{78} = -\left(\alpha Q_w + \frac{Q_w}{s_w} \eta_{wd3} \right) ik_{d3} \exp[iHk_{d3}]
\end{aligned} \tag{A8}$$

$$m_{83} = \left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vu1} \right) ik_{u1} \exp[-iHk_{u1}], m_{84} = \left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vu2} \right) ik_{u2} \exp[-iHk_{u2}]$$

$$m_{85} = \left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vu3} \right) ik_{u3} \exp[-iHk_{u3}], m_{86} = -\left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vd1} \right) ik_{d1} \exp[iHk_{d1}]$$

$$m_{87} = -\left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vd2} \right) ik_{d2} \exp[iHk_{d2}], m_{88} = -\left(\alpha Q_n + \frac{Q_n}{s_n} \eta_{vd3} \right) ik_{d3} \exp[iHk_{d3}]$$

$N_{81} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_0 \ 0 \ 0]^T$, u_0 为底部位移激励, 本文中取 $u_0 = 1$ 。