

基于随机相位差谱的全非平稳地震动建模

吕庆霞¹, 刘章军¹, 姜云木^{1,2}, 刘子心³

(1. 武汉工程大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430074; 2. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;
3. 防灾科技学院 中国地震局建筑物破坏机理与防御重点实验室, 河北 三河 065201)

摘要: 为合理表征地震动过程的全非平稳性和随机性, 发展了一类基于相位差谱和功率谱结合的随机地震动模型。首先, 阐明了相位差与地震动全非平稳性的关系, 并利用实测强震记录, 进行相位差谱模型参数的识别及统计分析。其次, 采用确定性和随机性参数的功率谱模型, 分别获得确定性参数的取值以及随机性参数的归一化最优概率分布。最后, 通过选取基本随机参数的代表性点集, 获得相应的地震动加速度代表性时程集合。研究表明: 仅需2个或4个基本随机变量即可模拟具有自然变异性及丰富概率信息的地震动加速度过程, 且模拟所得的加速度反应谱与实测强震记录拟合良好, 为应用概率密度演化理论进行复杂工程结构的随机地震反应及抗震可靠性精细化分析奠定基础。

关键词: 随机相位差谱; 功率谱; 随机参数; 参数识别; 实测强震记录

中图分类号: P315.9; TU311.3

文献标识码: A

Modeling of fully non-stationary ground motions based on random phase difference spectrum

LV Qingxia¹, LIU Zhangjun¹, JIANG Yunmu^{1,2}, LIU Zixin³

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430074, China; 2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian 116024, China; 3. Key Laboratory of Building Collapse Mechanism and Disaster Prevention, Institute of Disaster Prevention, China Earthquake Administration, Sanhe 065201, China)

Abstract: In order to reasonably represent the fully non-stationarity and randomness of the land acquisition seismic process, a random seismic model based on a combination of phase difference spectrum and power spectrum has been developed. Firstly, the relationship between phase difference and non-stationarity of seismic ground motion was elucidated, and the identification and statistical analysis of phase difference spectrum model parameters were carried out using strong motion records. Secondly, power spectrum models with deterministic and stochastic parameters were used to obtain the values of deterministic parameters and the normalized optimal probability distribution of stochastic parameters, respectively. Finally, by selecting representative point sets of basic random parameters, the corresponding representative time history set of seismic acceleration was obtained. The calculation example shows that the method in this paper only requires 2 or 4 basic random variables to simulate the seismic acceleration process with natural variability and rich probability information, and the simulated acceleration response spectrum fits well with the strong motion records. The study lays the foundation for applying probability density evolution theory to the random seismic response and seismic reliability refinement analysis of complex engineering structures.

Key words: random phase difference spectrum; power spectrum; random parameters; parameter identification; measured strong earthquake records

收稿日期: 2023-07-12; 修回日期: 2023-09-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978543, 52108444); 武汉工程大学研究生教育创新基金项目(CX2022210)

作者简介: 吕庆霞(1999—), 女, 硕士研究生, 主要从事工程结构抗震研究。E-mail: lvqingxia1999@163.com

通讯作者: 刘章军(1973—), 男, 教授, 博士, 主要从事工程结构抗灾研究。E-mail: liuzhangjun73@aliyun.com

0 引言

地震动具有显著时-频全非平稳性,准确地反映该特性是对复杂土木工程结构进行合理抗震分析和设防的基础和前提^[1]。目前,地震波的合成方法主要有三角级数法^[2]、自回归平均滑动方法^[3]、小波变换法^[4-6]等,其中,由于三角级数法可以利用之前平稳地震动模型的许多定性和定量的结论,且数学上处理方便,因此得到了最广泛应用^[7]。然而,传统三角级数法采用 $[0, 2\pi)$ 范围内均匀分布的随机数作为人工相位谱,通过三角级数公式叠加计算的人工地震波并不具有频率非平稳特征,而且其强度非平稳特征也会受到人为假定调制函数的不利影响^[8]。

为合成兼具强度及频率非平稳特征的人工地震波,近年来,国内外学者针对天然地震波特性和展开了一系列研究。OHSAKI^[9]的研究首次表明,相位差与地震动过程的非平稳性密切相关。随后,NIGAM 等^[10]研究了均匀调制的高斯白噪声随机过程的确切性包线与相位谱导数之间的关系。胡聿贤等^[11]改进了现有的反应谱拟合精度和原则。金星等^[12-13]进一步阐明了相位差谱这一综合物理量的含义。同时,朱昱等^[14]发现相位差谱表现出明显的统计特征,服从对数正态分布。THRAINSSON 等^[15]对美国加利福尼亚州 9 次地震的相位差谱进行了统计分析,给出了相位差谱的概率密度函数及其均值、方差的统计公式。杨庆山等^[16]提出了一种可直接拟合目标反应谱并具有时-频非平稳特性的人工地震动的拟合方法。艾晓秋等^[17]提出基于随机初始相位角和基本相位差谱的地震动合成方法。韩旭等^[18]进一步研究了峰点到时的物理意义,并拟合其分布特征。

本文在上述研究背景下,利用大量实测强震记录,识别相位差谱模型参数并统计分析,生成随机相位差谱,建议了确定性和随机性的功率谱模型参数识别方式,给出确定性参数取值和随机性参数的概率分布,实现基于相位差谱和功率谱结合的全非平稳地震动建模。与传统三角级数法相比,本文方法生成的人工地震动克服了人为假定调制函数带来的不利影响,可很好地反映地震动的自然变异性和丰富的概率信息。

1 基于相位差谱的地震动模拟方法

1.1 相位差与非平稳特征的关系

对于非平稳地震动加速度过程,可将其表达为一系列谐波的叠加形式^[19]:

$$U_g(t) = \sum_{k=0}^N A(\omega_k) \cos[\omega_k t + \phi(\omega_k)] \approx \frac{1}{2}A(\omega_0) \cos[\omega_0 t + \phi(\omega_0)] + \sum_{k=1}^{N-1} A(\omega_k) \cos[\omega_k t + \phi(\omega_k)] + \frac{1}{2}A(\omega_N) \cos[\omega_N t + \phi(\omega_N)] \quad (1)$$

式中: $U_g(t)$ 为地震动加速度过程; $A(\omega_k)$ 与 $\phi(\omega_k)$ 分别为第 k 个频率分量的幅值和相位; $\omega_k = k\Delta\omega$, $\Delta\omega$ 为频率步长; N 为频率项数。

在式(1)中,对第 k 个和第 $k-1$ 个谐波进行和差化积转换,并假设第 k 个与第 $k-1$ 个三角级数的幅值差别不大,可得:

$$A(\omega_{k-1}) \cos[\omega_{k-1} t + \phi(\omega_{k-1})] + A(\omega_k) \cos[\omega_k t + \phi(\omega_k)] \approx 2A(\omega_k) \cos\left(\frac{\omega_k + \omega_{k-1}}{2} t + \frac{\phi(\omega_k) + \phi(\omega_{k-1})}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_k - \omega_{k-1}}{2} t + \frac{\phi(\omega_k) - \phi(\omega_{k-1})}{2}\right) \quad (2)$$

令 2 个相邻相位角的差为相位差,即 $\Delta\phi(\omega_k) = \phi(\omega_k) - \phi(\omega_{k-1})$, 则式(1)可简化为

$$U_g(t) \approx \sum_{k=1}^N \cos\left(\frac{\omega_k + \omega_{k-1}}{2} t + \frac{\phi(\omega_k) + \phi(\omega_{k-1})}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t + \frac{\Delta\phi(\omega_k)}{2}\right) \cdot A_k \quad (3)$$

显然,式(3)右侧乘积的第一项为高频快变函数,第二项为低频慢变函数。因此,可将乘积的第二项看作第一项的幅值调制项。当低频慢变函数等于 ± 1 时,地震动频率组成会出现峰值,即

$$\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t_k + \frac{\Delta\phi(\omega_k)}{2}\right) = \pm 1 \quad (4)$$

在地震工程中, $\Delta\omega$ 取值很小,一般取为 $0.1 \sim 0.15$ rad/s; 地震动持时一般取为 $20 \sim 40$ s, 因此,可假定 $\Delta\omega t_k \in (0, 2\pi)$ 。同时,相位差 $\Delta\phi(\omega_k) \in (-2\pi, \pi)$ 。则,由式(4)得到:

$$\frac{\Delta\omega}{2}t_k + \frac{\Delta\phi(\omega_k)}{2} = 0 \text{ 或 } \frac{\Delta\omega}{2}t_k + \frac{\Delta\phi(\omega_k)}{2} = \pi \tag{5a}$$

$$t_k = -\frac{\Delta\phi(\omega_k)}{\Delta\omega} \text{ 或 } t_k = \frac{2\pi - \Delta\phi(\omega_k)}{\Delta\omega} \tag{5b}$$

式中: t_k 为第 k 个谐波的峰值到达时刻。

从式(5)中可知,由于 $\Delta\omega$ 已知,地震动谐波的峰值到达时刻 t_k 仅由相位差 $\Delta\phi(\omega_k)$ 决定,因此相位差 $\Delta\phi(\omega_k)$ 控制地震动的强度和频率非平稳性。

1.2 相位差谱概率模型

为方便计算,可将相位差定义在 $[0, 2\pi)$ 范围内^[20],得

$$\Delta\phi(\omega_k) = \begin{cases} \phi_k - \phi_{k-1} & 0 \leq \phi_k - \phi_{k-1} < 2\pi \\ \phi_k - \phi_{k-1} + 2\pi & -2\pi < \phi_k - \phi_{k-1} < 0 \end{cases} \tag{6}$$

式中,相位角 $\phi_k = \phi(\omega_k)$ 。

本文从太平洋地震工程研究中心的 NGA-West2 地震动数据库中筛选了 1 765 条实测强震记录,并根据文献[21]中的挑选原则对实测强震记录进行分类,其结果如表 1 所示。

表 1 场地分类与 V_{s30} 的对应关系

Table 1 Relationship between the soil site classification and V_{s30}

实测记录	场地类别				
	I ₀	I ₁	II	III	IV
$V_{s30}/(\text{m/s})$	$[650, +\infty)$	$[450, 650)$	$[300, 450)$	$[180, 300)$	$[0, 180)$
记录数量/组	119	553	523	467	103

以上述筛选的实测强震记录为研究对象,分析每条记录的相位及相位差分布特征,限于篇幅,本文任意挑选两例实测地震波,其相位及相位差分布图如图 1 和图 2 所示。由图可知,实测地震波的相位角近似服从 $[0, 2\pi)$ 内的均匀分布,相位差的分布特征无明显对称性,结合文献[14]认为相位差近似服从对数正态分布。此外,相位差分布与地震波强度包络线形状相似,因此,强度包络线的随机性可由相位差概率分布模型参数的随机性来表征。

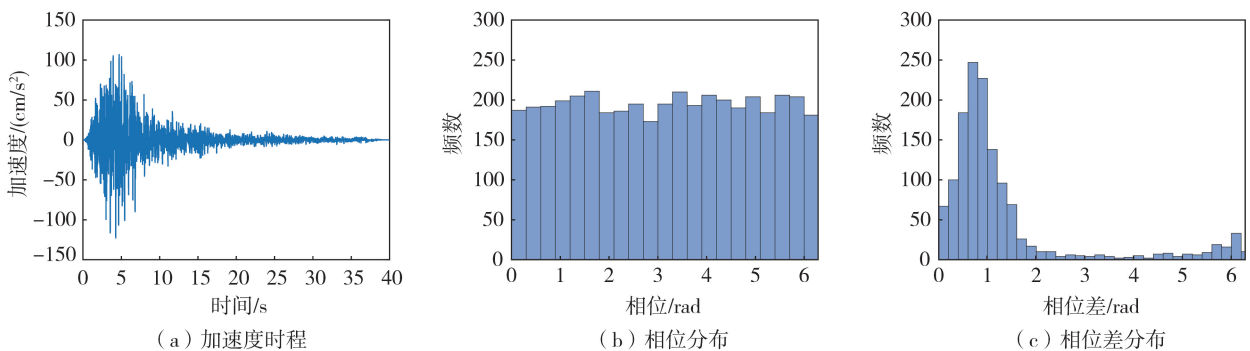


图 1 Mt Wilson-CIT Seis Sta 台站记录的 Whittier Narrows-01 地震动

Fig. 1 Whittier Narrows-01 ground motion recorded by Mt Wilson-CIT Seis Sta station

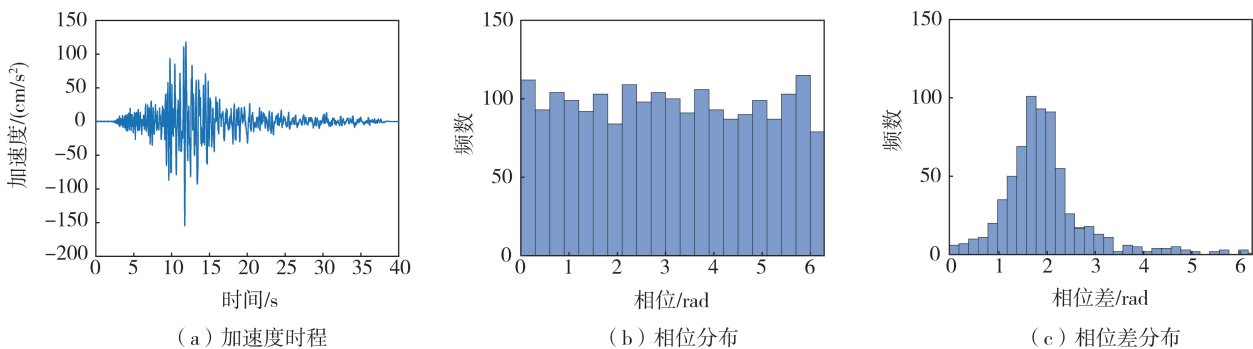


图 2 Elizabeth Lake 台站记录的 Northridge-01 地震动

Fig. 2 Northridge-01 ground motion recorded by Elizabeth Lake station

于是,相位差谱 $\Delta\phi(\omega)$ 的概率密度函数可写为^[22]

$$f_{\Delta\phi}(\varphi; \boldsymbol{\lambda}_{\Delta\phi}) = \frac{1}{\varphi\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-(\ln\varphi - \mu)^2/2\sigma^2] \quad (7)$$

式中: μ 和 σ 分别为 $\ln(\Delta\phi)$ 的均值和标准差; $\boldsymbol{\lambda}_{\Delta\phi}$ 为相位差的参数向量,即 $\boldsymbol{\lambda}_{\Delta\phi} = (\mu, \sigma)$ 。

1.3 基于随机相位差谱的全非平稳地震动模型

在式(1)中,傅里叶幅值谱 $A(\omega)$ 可以由实际地震动记录统计得到,也可以由地震动功率谱密度换算得到,本文采用后一种方法得到幅值谱,而相位谱 $\phi(\omega)$ 则直接由相位差谱得到。

对于单边功率谱密度函数,采用 Kanai-Tajimi 谱^[23],其表达式为

$$S(\omega; \boldsymbol{\lambda}_s) = 2 \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2} S_0 \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda}_s = (\omega_g, \xi_g)$ 为模型参数向量,且 ω_g 和 ξ_g 分别为场地土的卓越圆频率和阻尼比; S_0 为谱强度因子,其表达式为

$$S_0 = \frac{A_{\max}^2}{r^2 \omega_e}, \quad \omega_e = \frac{1}{S_0} \int_0^\infty S(\omega; \boldsymbol{\lambda}_s) d\omega \quad (9)$$

式中: A_{\max} 为地震动峰值加速度均值; r 为峰值因子。

根据傅里叶幅值谱与功率谱之间的关系,傅里叶幅值谱可表示为^[20]

$$A(\omega) = \begin{cases} 0 & (\omega=0) \\ \sqrt{S(\omega; \boldsymbol{\lambda}_s) \Delta\omega} & (\omega>0) \end{cases} \quad (10)$$

对于相位谱,初始相位角的取值对人工地震动加速度时程及其时频功率谱的性质没有影响^[20],因此本文假设初始相位角为零,则相位谱为

$$\phi(\omega_k) = \sum_{i=1}^k \Delta\phi(\omega_i) \quad (11)$$

2 地震动参数识别与统计分析

2.1 相位差谱模型的参数识别与统计分析

基于实测强震记录,根据相位差谱的概率分布可直接识别其模型参数。为保证结果的可靠性,首先利用 MATLAB 工具箱中“Filloutliers”函数,对参数识别结果的异常值进行处理,并采用 Min-Max 标准化方法,将处理后的识别数据归一化在(0, 1)区间内。同时,为得到模型参数的最优概率分布,采用5种常用的备选概率模型进行统计分析,即:对数正态分布(LOG)、耿贝尔分布(GUM)、广义极值分布(GEV)、威布尔分布(WEI)、伽马分布(GAM)。最后,引入 K-S 检验与 BIC 信息准则^[24],确定相位差谱模型参数 $\boldsymbol{\lambda}_{\Delta\phi}$ 的最优概率分布。

归一化后参数向量 $\boldsymbol{\lambda}_{\Delta\phi}$ 的概率模型拟合结果如表2所示。可见,对于5种场地类别,相位差谱的模型参数 μ 的最优概率分布均相同,即为广义极值分布,但概率分布的参数值有所差异;而模型参数 σ 的最优概率分布则随场地类别的变化而不同。现以 II 类场地为例,归一化后的相位差谱模型参数的最优概率分布结果如图3所示。由图3可知,归一化后的相位差谱模型参数的最优概率分布与频率直方图拟合良好,较好地反映了模型参数的概率分布特征,表明本文所得最优概率分布的有效性。

表2 相位差谱模型参数的归一化最优概率分布

Table 2 Normalized optimal probability distribution of phase difference spectrum model parameters

场地类别	相位差谱参数	概率模型					
		概率分布	均值/形状参数	标准差/尺度参数	位置参数	最大值	最小值
I ₀	均值 μ /rad	GEV	-0.60	0.26	0.57	1.01	-0.38
I ₁		GEV	-0.45	0.22	0.52	1.13	-0.61
II		GEV	-0.37	0.20	0.47	1.14	-0.68
III		GEV	-0.37	0.20	0.51	0.98	-0.64
IV		GEV	-0.56	0.27	0.53	0.85	-0.61

续表

场地类别	相位差谱参数	概率模型					
		概率分布	均值/形状参数	标准差/尺度参数	位置参数	最大值	最小值
I ₀	标准差 σ /rad	WEI	2.18	0.47	—	1.24	0.14
I ₁		WEI	2.10	0.44	—	1.30	0.19
II		WEI	2.74	0.52	—	1.36	0.16
III		GEV	-0.24	0.20	0.36	1.19	0.27
IV		GEV	-0.28	0.22	0.38	1.10	0.28

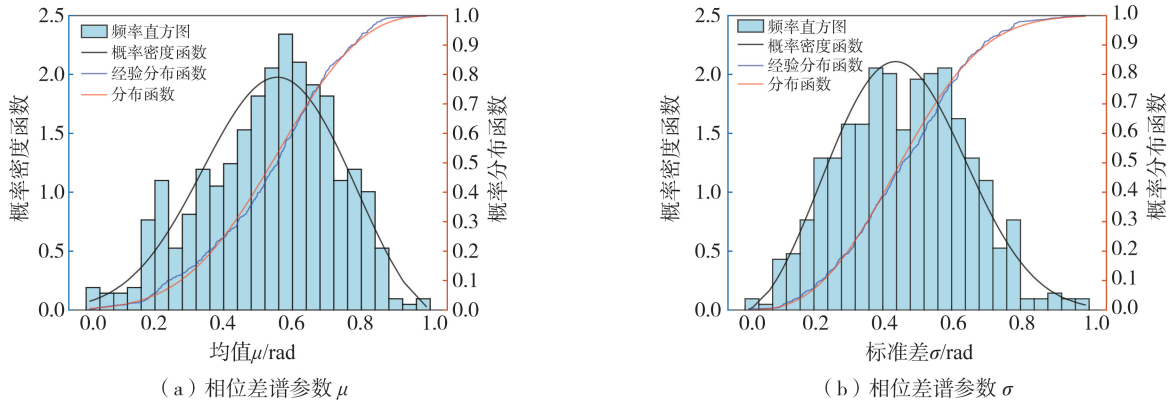


图 3 相位差谱模型参数的归一化最优概率分布拟合结果

Fig. 3 Normalized optimal probability model fitting results of phase difference spectrum model parameters

2.2 功率谱模型的参数识别与统计分析

对于地震动功率谱模型参数,可以采用确定性和随机性 2 种方式进行识别,即将场地土参数视为确定性取值和随机变量。为此,首先定义地震动能量曲线如式(12)所示:

$$E(\omega; \lambda_s) = \frac{\int_0^\omega S(\omega; \lambda_s) d\omega}{\int_0^\infty S(\omega; \lambda_s) d\omega} \tag{12}$$

可见,能量曲线能够消除地震动峰值加速度和峰值因子对功率谱模型参数识别的影响。

其次,在利用实测强震记录进行地震动功率谱模型参数识别时,对于第 i 条实测强震记录 $a_i(t)$,其样本功率谱记为 $S_i(\omega)$,可直接采用 MATLAB 工具箱中“Pwelch”函数来估计。于是,第 i 条实测记录的地震动能量曲线可表示为

$$E_i(\omega) = \frac{\int_0^\omega S_i(\omega) d\omega}{\int_0^\infty S_i(\omega) d\omega} \tag{13}$$

同时,对同一场地类别的 M 条实测强震记录,得到 M 个单边的样本功率谱,并求均值即可得到该场地类别的实测功率谱 $\bar{S}(\omega)$,则该场地类别的实测地震动能量曲线可表示为

$$\bar{E}(\omega) = \frac{\int_0^\omega \bar{S}(\omega) d\omega}{\int_0^\infty \bar{S}(\omega) d\omega} \tag{14}$$

于是,当功率谱模型参数视为确定性取值时,可将该场地类别的实测功率谱 $\bar{S}(\omega)$ 作为目标值,利用最佳平方逼近准则,对功率谱模型参数 λ_s 进行识别,如式(15)所示:

$$\int_0^\infty |E(\omega; \lambda_s) - \bar{E}(\omega)|^2 d\omega \rightarrow \min \tag{15}$$

当功率谱模型参数视为随机变量时,可将实测的样本功率谱 $S_i(\omega)$ 作为目标值,利用最佳平方逼近准则,对应于第 i 条实测强震记录的功率谱参数 $\lambda_{s,i}$ 进行识别,如式(16)所示:

$$\int_0^{\infty} |E(\omega; \lambda_{s,i}) - E_i(\omega)|^2 d\omega \rightarrow \min \tag{16}$$

根据式(15)可以直接识别功率谱模型参数 λ_s 的确定性取值,其结果见表3。同时,结合相位差谱模型参数的统计分析方法,可对功率谱模型随机性参数的概率分布进行最优统计,其结果见表4。以II类场地为例,对于功率谱模型的随机性参数,其归一化的最优概率分布拟合结果见图4。

表3 功率谱模型确定性参数的识别结果

Table 3 Identification results of deterministic parameters of power spectrum models

场地类别	功率谱模型参数	
	卓越圆频率 ω_g / (rad/s)	阻尼比 ξ_g
I ₀	21.80	0.40
I ₁	17.66	0.48
II	17.54	0.46
III	12.34	0.51
IV	10.32	0.44

表4 功率谱模型随机性参数的归一化最优概率分布

Table 4 Normalized optimal probability distribution of random parameters of power spectrum models

场地类别	功率谱参数	概率模型					
		概率分布	均值/形状参数	标准差/尺度参数	位置参数	最大值	最小值
I ₀	ω_g / (rad/s)	WEI	1.29	0.32	—	38.46	4.95
I ₁		GUM	—	-0.28	0.17	38.37	1.08
II		WEI	1.60	0.39	—	43.88	2.52
III		GAM	2.32	0.16	—	27.51	1.45
IV		WEI	0.39	1.51	—	23.19	2.91
I ₀	ξ_g	GEV	-0.24	0.18	0.39	0.64	0.11
I ₁		GEV	-0.19	0.17	0.40	0.68	0.08
II		GEV	-0.22	0.17	0.44	0.64	0.08
III		GEV	-0.13	0.17	0.39	0.70	0.10
IV		GEV	-0.29	0.21	0.42	0.61	0.11

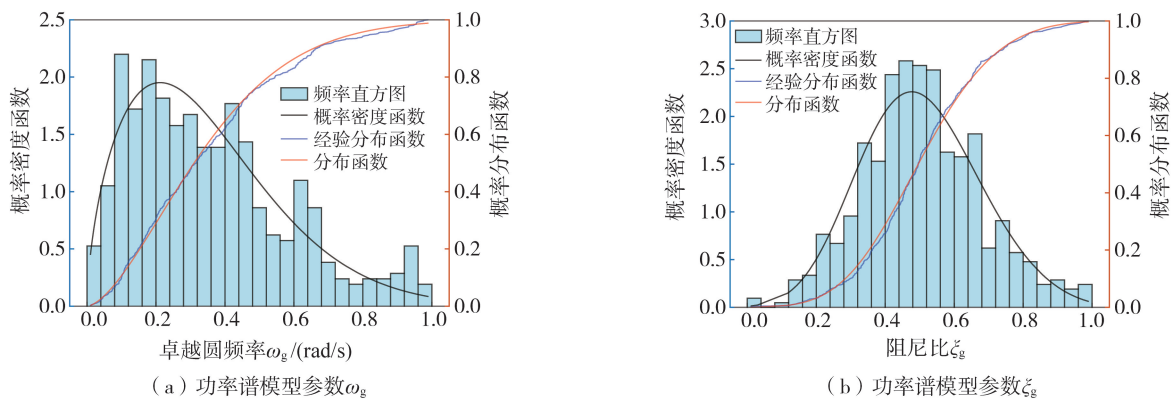


图4 功率谱模型随机性参数的归一化最优概率分布拟合结果

Fig. 4 Normalized optimal probability model fitting results of power spectrum model parameters

3 数值算例

3.1 模拟步骤

当功率谱模型参数为确定性取值时,本文共有2个基本随机变量,即 $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2) = (\mu, \sigma)$ 。模拟全非平稳地震动加速度过程的步骤如下:

1) 采用数论选点法^[25],在区间 $(0,1] \times (0,1]$ 上均匀选取离散的代表性点集 $\{\vartheta_{1,l}, \vartheta_{2,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$,每个代表性点的赋得概率均为 $P_l = 1/n_{sel}$,且所有代表性点构成一个完备的概率集,即 $\sum_{l=1}^{n_{sel}} P_l = 1$ 。

2) 对于基本随机变量 Θ_1, Θ_2 ,首先根据 2.1 节中归一化参数 $\bar{\Theta}_1, \bar{\Theta}_2$ 的分布函数,采用等概率反变换得到归一化参数的代表性点集:

$$\bar{\theta}_{k,l} = F_{\bar{\Theta}_k}^{-1}(\vartheta_{k,l}) \quad (k=1,2; l=1,2,\dots,n_{sel}) \quad (17)$$

式中 $F_{\bar{\Theta}_k}^{-1}(\cdot)$ 为归一化参数 $\bar{\Theta}_k$ 的分布函数的反函数。

进一步,采用式(18)即可得到基本随机变量 Θ_1, Θ_2 的代表性点集,为

$$\theta_{k,l} = \theta_{k,\min} + \bar{\theta}_{k,l}(\theta_{k,\max} - \theta_{k,\min}) \quad (k=1,2; l=1,2,\dots,n_{sel}) \quad (18)$$

式中, $\theta_{k,\max}$ 和 $\theta_{k,\min}$ 分别为基本随机变量 Θ_k 的最大值和最小值,具体见表 2。

3) 将基本随机变量 $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2) = (\mu, \sigma)$ 的代表性点集 $\{\theta_{1,l}, \theta_{2,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$ 依次代入式(7)中,即可得到 n_{sel} 个相位差谱的概率密度函数。对于每一个相位差谱的概率密度函数,采用等概率剖分得到 N 个相位差值,并由式(11)得到 N 个相位值(其中初始相位假定为 0)。最后,由式(1)生成得到 n_{sel} 条地震动加速度的代表性时程。

当功率谱模型参数为随机变量时,本文共有 4 个基本随机变量,即 $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4) = (\mu, \sigma, \omega_g, \xi_g)$ 。模拟全非平稳地震动加速度过程的步骤如下:

1) 采用数论-分层抽样法^[26]生成四维空间 $(0,1]^4$ 中均匀分布的代表性点集 $\{\vartheta_{1,l}, \vartheta_{2,l}, \vartheta_{3,l}, \vartheta_{4,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$ 。

2) 对于基本随机变量 $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$,首先根据式(17)得到归一化随机参数 $\bar{\Theta}_k(k=1,2,3,4)$ 的代表性点集 $\{\bar{\theta}_{1,l}, \bar{\theta}_{2,l}, \bar{\theta}_{3,l}, \bar{\theta}_{4,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$ 。其次,由式(18)得到基本随机变量 $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4)$ 的代表性点集 $\{\theta_{1,l}, \theta_{2,l}, \theta_{3,l}, \theta_{4,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$,其中 $\theta_{k,\max}$ 和 $\theta_{k,\min}$ 的具体取值见表 2 和表 4。

3) 对于基本随机变量 $(\Theta_1, \Theta_2) = (\mu, \sigma)$ 的代表性点集 $\{\theta_{1,l}, \theta_{2,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$,可以得到 n_{sel} 组的相位差值和相位值,其中每一组的相位差值和相位值均为 N 。

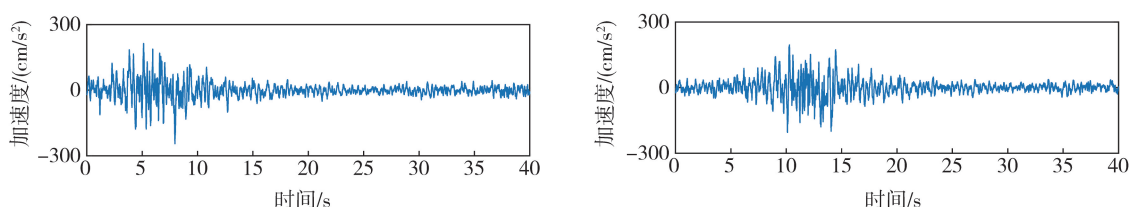
4) 对于基本随机变量 $(\Theta_3, \Theta_4) = (\omega_g, \xi_g)$ 的代表性点集 $\{\theta_{3,l}, \theta_{4,l}\}_{l=1}^{n_{sel}}$,依次代入式(8)即可得到 n_{sel} 个地震功率谱 $S(\omega; \lambda_{s,l})$,并由式(10)得到 n_{sel} 个地震动幅值谱。

5) 将得到的 n_{sel} 组相位值和 n_{sel} 个幅值谱依次代入式(1),即可生成 n_{sel} 条全非平稳地震动加速度的代表性时程。

3.2 模拟结果

为验证本文方法的有效性,以 II 类场地为例,模拟地震动加速度过程的参数取值如下:频率截断项数 $N=1600$,频率步长 $\Delta\omega=0.15$ rad/s,地震动加速度持时 40 s,时间步长 $\Delta t=0.01$ s,峰值加速度 $PGA=200$ cm/s²,峰值因子 $r=2.8$,代表性时程数量 $n_{sel}=144$,初始相位角 $\phi_0=0$ 。其他参数的取值见表 2、表 3 和表 4。

图 5 分别为确定性和随机性的功率谱模型参数所生成的地震动加速度代表性时程。可见,2 种情况所生成的地震动加速度代表性时程均具有典型的全非平稳特征,且其频谱、波形具有明显的随机性,能够很好地反映地震动的自然变异性。利用本文方法生成的地震动加速度代表性时程的包络曲线也与其相位差谱的形状相似,验证了本文方法的合理性。同时,对比 2 种情况所生成的地震动加速度时程可知,采用随机性参数生成的地震动加速度时程在频谱、波形等方面差异性更大。事实上,以往由于实测强震记录数量有限,工程中常采用经验的确定性值作为地震动的功率谱模型参数。近年来,随着实测强震记录数量的增加,通过对实测强震记录大数据分析发现功率谱模型参数的离散程度较大。在本文中,对挑选的 1765 条实测强震记录进行功率谱模型参数识别并分析其变异性发现,参数 ω_g 和 ξ_g 的变异性分别为 63.10%和 33.59%,这表明实际功率谱模型参数具有较大的离散性。因此,采用确定性的功率谱模型参数可能会导致其生成的地震动加速度时程波形较为规则,工程特性单一,不能全面地反映地震动过程的随机性。



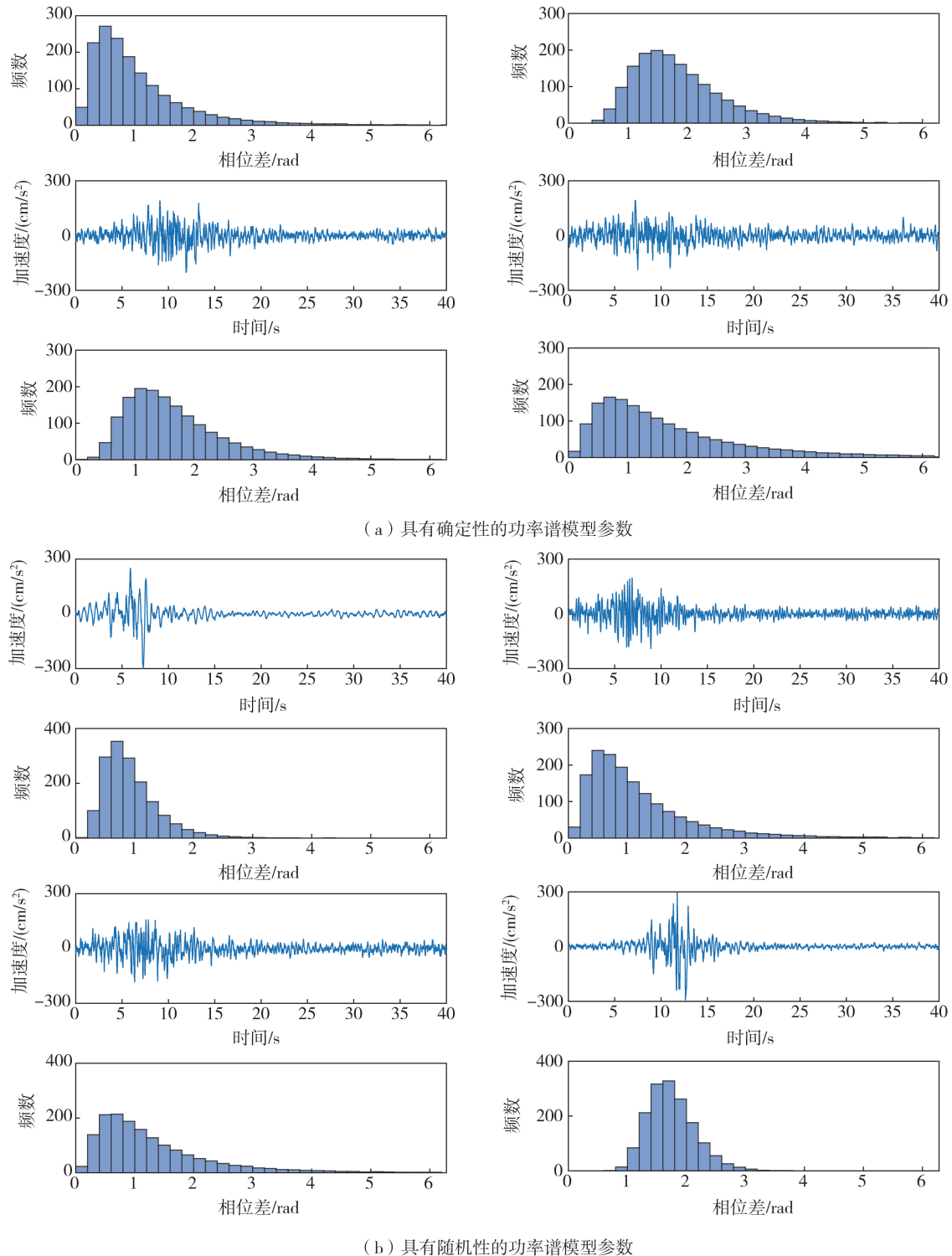


图5 地震动加速度的代表性时程

Fig. 5 Representative acceleration time-histories of ground motion

图6为采用确定性和随机性的功率谱模型参数模拟所得地震加速度反应谱与实测加速度反应谱的比较。由图可知,在总体上,2种情况模拟得到的地震加速度反应谱均与实测加速度反应谱拟合良好。在反应谱的水平段内,采用确定性和随机性的功率谱模型参数模拟所得地震加速度反应谱与实测加速度反应谱的最大误差值分别为33.2%和16.7%。可见,具有随机性的功率谱模型参数所得结果与实测结果拟合更好。这是由于采用实测强震记录识别所得功率谱模型参数值的离散程度较大,在每个场地类别下采用确定性参数取值无法全面反映地震动的概率特征,而将功率谱模型参数视为随机变量则更符合实际地震动。这进一步表明本文方法的工程适用性和有效性。

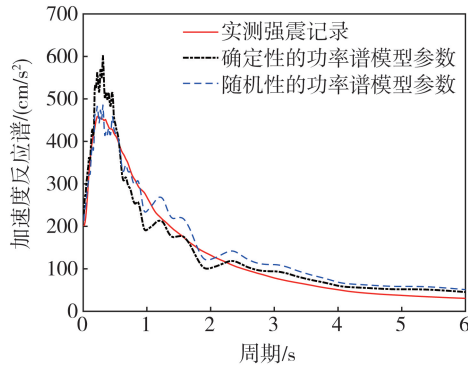


图6 地震加速度反应谱比较

Fig. 6 Comparison of seismic acceleration response spectra

4 结语

本文发展了一类基于随机相位差谱的全非平稳地震动模型,通过对实测强震记录的统计分析,建议了相位差谱模型参数的最优概率分布。同时,考虑具有确定性和随机性的2种功率谱模型参数,利用实测强震记录,分别给出了功率谱模型确定性参数的取值和随机性参数的最优概率分布。通过数值算例验证了本文方法的有效性,其主要结论如下:

1) 对于确定性参数的功率谱,仅需相位差谱的2个随机参数即可模拟强度和频率的非平稳地震动加速度过程;对于随机性参数的功率谱,则需4个基本随机变量来表征场地土参数以及相位差谱参数的随机性。而且,这2种情况所模拟的地震动加速度代表性时程均能直观反映地震动的自然变异性和丰富的概率信息。

2) 本文方法模拟所得的地震动加速度反应谱与实测加速度反应谱总体上拟合良好,且在水平段采用随机性参数的功率谱所得地震动加速度反应谱更符合实测结果。

3) 为便于统计分析,本文假定所有参数相互独立,对于参数之间的相关性将在后续工作中采用Vine-Copula函数进一步研究。

参考文献:

- [1] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京:地震出版社,2006.
HU Yuxian. Earthquake engineering[M]. Beijing: Seismological Press, 2006. (in Chinese)
- [2] PHOON K K, HUANG S P, QUEK S T. Implementation of Karhunen-Loeve expansion for simulation using a wavelet-Galerkin scheme[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2002, 17(3): 293-303.
- [3] PHOON K K, HUANG H W, QUEK S T. Comparison between Karhunen-Loeve and wavelet expansions for simulation of Gaussian processes[J]. Computers & Structures, 2004, 82(13/14): 985-991.
- [4] IYAMA J, KUWAMURA H. Application of wavelets to analysis and simulation of earthquake motions[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1999, 28(3): 255-272.
- [5] BASU B, GUPTA V K. Non-stationary seismic response of MDOF systems by wavelet transform[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1997, 26(12): 1243-1258.
- [6] SPANOS P D, FAILLA G. Evolutionary spectra estimation using wavelets[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(8): 952-960.
- [7] 李英民, 赖明. 工程地震动模型化研究综述及展望(II)——平稳模型及均匀调制过程[J]. 重庆建筑大学学报, 1998, 20(4): 111-118.
LI Yingmin, LAI Ming. General review and prospects of engineering modeling of earthquake ground Motion Part II Stationary model and uniformly modulated process[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 1998, 20(4): 111-118. (in Chinese)
- [8] 田玉基, 杨庆山. 基于相位差谱的空间相关非平稳地震动场的模拟[J]. 计算力学学报, 2010, 27(5): 828-833.
TIAN Yuji, YANG Qingshan. Phase-difference-based simulation of spatial correlated and non-stationary seismic ground motions[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, 27(5): 828-833. (in Chinese)
- [9] OHSAKI Y. On the significance of phase content in earthquake ground motions[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1979, 7(5): 427-439.
- [10] NIGAM N C, JENNINGS P C. Calculation of response spectra from strong-motion earthquake records[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1969, 59(2): 909-922.
- [11] 胡聿贤, 何训. 考虑相位谱的人造地震动反应谱拟合[J]. 地震工程与工程振动, 1986, 6(2): 37-51.

- HU Yuxian, HE Xun. Phase angle consideration in generating response spectrum-compatible ground motion [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1986, 6(2): 37-51.
- [12] 金星, 廖振鹏. 地震动强度包线函数与相位差谱频数分布函数的关系[J]. *地震工程与工程振动*, 1990, 10(4): 20-26.
JIN Xing, LIAO Zhenpeng. Relation between envelop function of strong ground motions and frequency number distribution function of phase difference spectrum[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1990, 10(4): 20-26. (in Chinese)
- [13] 金星, 廖振鹏. 地震动相位特性的研究[J]. *地震工程与工程振动*, 1993, 13(1): 7-13.
JIN Xing, LIAO Zhenpeng. Study on phase properties of strong ground motions[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1993, 13(1): 7-13. (in Chinese)
- [14] 朱昱, 冯启民. 相位差谱的分布特征和人造地震动[J]. *地震工程与工程振动*, 1992, 12(1): 37-44.
ZHU Yu, FENG Qimin. Distribution characteristic of phase difference spectrum and artificial accelerogram[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1992, 12(1): 37-44. (in Chinese)
- [15] THRÁINSSON H, KIREMIDJIAN A S. Simulation of digital earthquake accelerograms using the inverse discrete Fourier transform[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2002, 31(12): 2023-2048.
- [16] 杨庆山, 姜海鹏. 基于相位差谱的时-频非平稳人造地震动的反应谱拟合[J]. *地震工程与工程振动*, 2002, 22(1): 32-38.
YANG Qingshan, JIANG Haipeng. Generation of response-spectrum-compatible ground motions based on phase-difference spectrum[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2002, 22(1): 32-38. (in Chinese)
- [17] 艾晓秋, 李杰. 基于随机 Fourier 谱的地震动合成研究[J]. *地震工程与工程振动*, 2009, 29(2): 7-12.
AI Xiaoliu, LI Jie. Synthesis method of non-stationary ground motion based on random Fourier spectra[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2009, 29(2): 7-12. (in Chinese)
- [18] 韩旭, 彭凌云, 王志涛, 等. 地震动相位差谱的物理意义及拟合方法[J]. *北京工业大学学报*, 2019, 45(12): 1232-1242.
HAN Xu, PENG Lingyun, WANG Zhitao, et al. Optimal fitting method of phase difference spectrum of natural seismic wave[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2019, 45(12): 1232-1242. (in Chinese)
- [19] 李杰, 李国强. *地震工程学导论*[M]. 北京: 地震出版社, 1992.
LI Jie, LI Guoqiang. *Introduction to seismic engineering*[M]. Beijing: Seismological Press, 1992. (in Chinese)
- [20] 杨庆山, 田玉基. *地震地面运动及其人工合成*[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
YANG Qingshan, TIAN Yuji. *Earthquake ground motions & artificial generation*[M]. Beijing: Science Press, 2014. (in Chinese)
- [21] 刘章军, 姜云木, 刘子心, 等. 基于强震记录的多维地震动降维建模[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(18): 244-251.
LIU Zhangjun, JIANG Yunmu, LIU Zixin, et al. Dimension-reduction simulation of multi-dimensional ground motions based on strong motion records[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(18): 244-251. (in Chinese)
- [22] 杜东升, 王曙光, 孔辰. 基于 KiK-net 强震记录的三维地震动强度非平稳模型研究[J]. *土木工程学报*, 2017, 50(5): 72-80.
DU Dongsheng, WANG Shuguang, KONG Chen. Research on the non-stationary model of three-dimensional ground motion intensity based on KiK-net earthquake records[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2017, 50(5): 72-80. (in Chinese)
- [23] KANAI K, YOSHIKAWA S, SUZUKI T. An Empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions. II [J]. *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, 1963, 41(1): 261-270.
- [24] SCHWARZ G. Estimating the dimension of a model[J]. *The Annals of Statistics*, 1978, 6(2): 461-464.
- [25] LI J, CHEN J B. The number theoretical method in response analysis of nonlinear stochastic structures[J]. *Computational Mechanics*, 2007, 39(6): 693-708.
- [26] SHIELDS M D, ZHANG J X. The generalization of Latin hypercube sampling[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2016, 148: 96-108.