

高层结构-混联 II 型惯容阻尼耗能体系减震性分析

王晓琳¹, 王善库¹, 葛新广², 王昌盛³

(1. 信阳职业技术学院 建筑工程学院, 河南 信阳 464000; 2. 柳州工学院 土木建筑学院, 广西 柳州 545004;
3. 黄淮学院 建筑工程学院, 河南 驻马店 463000)

摘要:针对高层结构中设置混联 II 型惯容阻尼器组成耗能体系的随机响应分析复杂的问题,提出了结构位移及阻尼器阻尼力响应的封闭解,并基于所获得的封闭解探究了实模态振型数对分析精度的影响和在原结构层间位移超限楼层设置阻尼器能有效减震的布置策略。首先,根据混联 II 型惯容阻尼器力学构造图及设置方式,建立阻尼器阻尼力与结构节点水平位移的微分型本构关系进而重构耗能体系的地震动方程。其次,利用实模态解耦法获得高层结构简明等效的动力学参数,运用功率谱二次式分解法推导出结构节点相对于地面的绝对位移、竖向构件层间位移及阻尼器阻尼力等响应的功率谱精确二次式解进而推导出耗能体系基于双过滤白噪声激励下系列响应的 0~2 阶谱矩简明封闭解。最后,通过算例,验证了所提封闭解的正确性;研究了实模态振型数对系列响应谱矩分析精度的影响和阻尼器设置位置对结构减震效果的影响。研究表明:对于多自由度结构响应分析时,建议采用原结构自由振动分析时质量参与系数累计达 100% 时所对应的振型数,可获得稳定的精度和提高大型复杂结构设置混联 II 型惯容阻尼器的响应的分析效率;通过在原结构层间位移超限楼层或连续多层层间位移超限的楼层中间隔一层设置参数合适的混联 II 型惯容阻尼器可有效降低结构的地震动响应,所提惯容阻尼器设置策略具有较好的经济性。所提解析解和惯容系统在高层结构的设置策略可为混联 II 型惯容阻尼器在实际工程应用中提供有益的参考价值。

关键词:混联 II 型惯容阻尼器;功率谱二次式分解法;封闭解;实模态振型数;阻尼器设置策略

中图分类号:TU311.3; TU352.1

文献标识码:A

Investigation on anti-seismic performance of energy dissipation system composed of high-rise structure and series-parallel layout II inerter dampers

WANG Xiaolin¹, WANG Shanku¹, GE Xinguang², WANG Changsheng³

(1. College of Architectural Engineering, Xinyang Vocational and Technical College, Xinyang 464000, China;
2. School of Civil Engineering and Architecture, Liuzhou Institute of Technology, Liuzhou 545004, China;
3. School of Architectural Engineering, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)

Abstract: Aim at the complexity of response analysis methods for energy dissipation systems composed of series-parallel layout II inerter dampers (SPID-IIs) in high-rise structures under random excitation, closed-form solutions for structural displacements and damping force response of SPID-IIs are proposed. Based on the proposed solutions, the influence of real mode number on analysis accuracy was studied, and the feasibility of the layout strategy of SPID-IIs installed on floors with interlayer displacement exceeding the limit of the main structure was explored. Firstly, based on the mechanical construction diagram of SPID-II and its setting method between adjacent floors in structures, a differential constitutive relationship between the damper damping force of SPID-II and the horizontal displacement of structural nodes was established, and the coupled seismic motion equation of the high-rise building and SPID-II was reconstructed. Secondly, the real mode decoupling method is used to obtain the concise equivalent

收稿日期:2023-07-01; 修回日期:2023-11-29

基金项目:河南省科技攻关项目(242102320030);河南省高等学校重点科研项目(22B560008)

作者简介:王晓琳(1991—),女,讲师,硕士,主要从事结构振动控制分析研究。E-mail:422850860@qq.com

通讯作者:葛新广(1977—),男,副教授,博士,主要从事结构振动控制研究。E-mail:gxyzlr.2008@163.com

dynamic parameters of high-rise structures, and the power spectrum quadratic decomposition method is applied to energy dissipation systems to derive the accurate quadratic solutions of the power spectrum of a series of responses such as the absolute displacement of high-rise structure nodes relative to the ground, interlayer displacements of vertical components of the high-rise structure and damping force of SPID-IIs. Then, a concise closed-form solutions of the 0-2nd order spectral moments of those design parameters of the energy dissipation system subjected to random seismic excitation modelled by double filtered white noise were derived. Finally, the correctness of the method proposed in this paper was verified through numerical examples, and the influence of the number of real mode shapes on the accuracy of energy dissipation system design parameter analysis was studied, as well as the influence of the position of inertial dampers on the seismic reduction effect. Results shows that for the response analysis of multi-degree of freedom energy dissipation structures, it is recommended to use the number of vibration modes corresponding to the cumulative mass participation coefficient reaching 100% in the original structural free vibration analysis, which can achieve stable accuracy and improve the analysis efficiency of energy dissipation systems with SPID-IIs installed in large and complex high-rise structures. The proposed strategy for setting SPID-IIs with appropriate mechanical parameters can effectively reduce the seismic response of high-rise structures by placing a SPID-II in the floor where interlayer displacement of the original structure exceeds the limit or in the middle floor between three adjacent floors where interlayer displacements of the original structure exceed the limit. The proposed closed-form solutions method and the layout strategy of SPID-IIs in high-rise building can provide useful reference value for the practical engineering application of SPID-IIs.

Key words: series-parallel layout II inerter damper; quadratic decomposition method of power spectral density function; closed-form solution; number of real mode shapes; damper setting strategy

0 引言

为降低强震对土木工程结构造成的损坏,探寻有效的耗能减震技术一直是工程界的追求目标^[1-3]。工程上通过在结构中设置耗能阻尼器、隔震垫等装置达到降低结构地震动响应的目的^[4-5]。惯容阻尼器^[2,6]是近年来发展的一类被动控制装置,其通过放大质量效应的惯容系统来实现结构的有效抗震^[7-9],具有良好的应用前景。

惯容阻尼装置对建筑结构减震性能的研究,已取得一些成果。HU 等^[10]基于固定点理论研究了单自由度结构设置隔震-惯容装置混合耗能结构的减震性能,利用原结构与耗能结构的传递函数比推导出单自由度系统圆频率、阻尼和质量比与惯容系统上述参数的关系式,提出了单自由度隔震-惯容耗能结构的优化算法,该研究未考虑激励的影响是不合适的。潘超等^[11]提出了单自由度混联 II 型惯容阻尼器耗能结构基于过滤白噪声激励下的随机地震动响应均方根的数值计算公式,并根据 ε -约束方法研究了混联 II 型惯容阻尼器的惯质比、名义圆频率和名义阻尼比的最优值,该研究随机响应的计算为数值方法,存在计算精度和效率的问题。ZHANG 等^[12]给出了单自由度结构混联 II 型惯容阻尼器基于白噪声激励下响应方差的解析表达式,并基于此研究了该类型阻尼器减震性能的影响因素。李创第等^[7]研究了设置混联 II 型惯容阻尼器的单自由度基于双过滤白噪声激励下的随机地震动响应的封闭解法,并研究了混联 II 型惯容阻尼器的惯容质量,名义频率和名义阻尼对结构的减震影响。以上研究主要集中在单自由度结构,而实际上阻尼器主要用于多高层结构的减震,有必要研究惯容阻尼器在多高层结构中的动力响应分析方法和减震特性。

利用白噪声激励描述地震动的随机性具有简单易于求解的优点,但实际地震动较为复杂,工程上提出了更加复杂的地震动激励,如过滤白噪声谱^[13-14]、双过滤白噪声谱^[15]、李鸿晶谱^[16]、欧进萍谱^[17]等。针对上述复杂平稳激励模型,葛新广等综合利用复模态法、虚拟激励法及有理式分解法提出了功率谱密度函数的二次式分解化法^[18],并研究了上述激励下的结构随机地震动响应 0~2 阶谱矩的封闭解^[15,19-21]。

本文针对设置混联 II 型惯容阻尼器高层建筑结构组成的耗能结构基于双过滤白噪声随机地震激励下结构及惯容阻尼器响应的封闭解进行研究,主要工作如下:首先根据混联 II 型惯容阻尼器的力学构造图,建立惯容阻尼器阻尼力与高层建筑结构水平位移的关系式,形成高层结构-混联 II 型惯容阻尼器耗能结构耦合地震动方程;其次,基于实模态解耦法和功率谱密度函数的二次式分解法推导出高层结构相对于地面位

移、层间位移及惯容阻尼器阻尼力等系列响应的0~2阶谱矩的封闭解并编写分析程序;最后通过算例验证了所提方法的正确性、研究了实模态振型数对于结构响应谱矩计算精度的影响,并探究了在原结构层间位移超限楼层处隔层设置惯容阻尼器的布置策略的可行性。

1 重构耗能结构耗能体系地震动方程

惯容阻尼器的力学模型一般由弹簧元件、黏滞阻尼元件和惯容元件三部分组成,采用黏滞阻尼元件和惯容元件并联然后与弹簧串联,如图1所示,命名为混联II型惯容器。在结构两节点a、b间设置编号为k的混联II型惯容器时,力学本构关系为

$$F_{lk} = k_{dk}x_{dk,1} + m_{ink}\ddot{x}_{dk,2} + c_{dk}\dot{x}_{dk,2} \tag{1a}$$

$$x_{dk,1} + x_{dk,2} = x_b - x_a \tag{1b}$$

式中: m_{ink} 、 c_{dk} 和 k_{dk} 分别为惯容元件的惯容系数、黏滞阻尼元件的阻尼系数和弹簧元件的刚度系数; x_l ($l=a, b$) 为阻尼器两端节点 l 的位移。动荷载作用下惯容器两端节点位移、阻尼力都是时间 t 的函数,故由式(1)可获得如式(2a)~(2c)关系式:

$$x_{dk,1} = k_{dk}^{-1}F_{lk} \tag{2a}$$

$$\dot{x}_{dk,2} = \dot{x}_b - \dot{x}_a - \dot{x}_{dk,1} \tag{2b}$$

$$\ddot{x}_{dk,2} = \ddot{x}_b - \ddot{x}_a - \ddot{x}_{dk,1} \tag{2c}$$

由式(1)及式(2),可获得混联II型惯容器阻尼力与其两端位移的关系式,

$$m_{in}\ddot{F}_1 + c_d\dot{F}_1 + k_dF_1 = m_{in}k_d(\ddot{x}_b - \ddot{x}_a) + c_dk_d(\dot{x}_b - \dot{x}_a) \tag{3}$$

在高层结构中设置惯容阻尼器形成耗能体系,如图2所示。地震激励下耗能结构体系的运动方程为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + GF_1 = -MI\ddot{x}_g \tag{4}$$

式中: x 、 \dot{x} 、 \ddot{x} 分别为高层建筑结构竖向结构与水平结构节点相对于地面的水平运动的位移、速度和加速度向量,为 $n \times 1$ 向量, n 为结构总节点数; M 、 C 、 K 分别为建筑结构(主体结构)质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,均为 n 阶方阵; I 为元素为1的 $n \times 1$ 阶向量; G 为惯容阻尼器位置矩阵,为 $n \times L$ 阶矩阵, L 为惯容阻尼器总数,非零元素的确定原则:当在建筑结构设置编号为 k 的惯容阻尼器,则 $G(a, k) = -1$, $G(b, k) = 1$ (a, b 分别表示阻尼器两端节点号); F_1 为混联II型惯容阻尼器阻尼力向量, $F_1 = [F_{11}, F_{12}, \dots, F_{1L}]^T$, F_{lk} 为编号 k 的惯容阻尼器阻尼力; \ddot{x}_g 为场地土地面水平运动加速度。

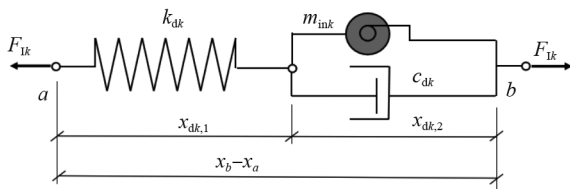


图1 混联II型惯容阻尼器构造图

Fig.1 Mechanics diagram of series parallel inerter damper II (SPID-II)

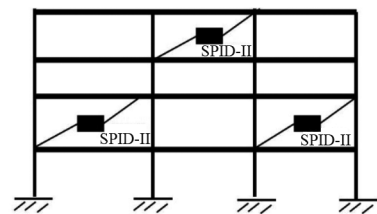


图2 耗能减震结构计算简图

Fig.2 Calculation diagram of energy dissipation and anti-seismic structure with SPID-II

以矩阵形式建立所有惯容阻尼器阻尼力与结构节点运动参量的关系式,如式(3)所示:

$$M_{in}\ddot{F}_1 + C_d\dot{F}_1 + K_dF_1 = M_{in}K_dG^T\ddot{x} + C_dK_dG^T\dot{x} \tag{5}$$

式中: $M_{in} = \text{diag}(m_{in1}, \dots, m_{inL})$; $C_d = \text{diag}(c_{d1}, \dots, c_{dL})$; $K_d = \text{diag}(k_{d1}, \dots, k_{dL})$; m_{ink} 、 k_{dk} 、 c_{dk} 分别为第 k 个惯容器的惯容系数、阻尼系数和刚度系数;“T”为矩阵转置运算;“diag”为不对参数求对角阵。

式(4)中的主体结构的刚度 K 和阻尼 C 的取值与所采用的材料力学性能和构件尺寸有关。通过有限元技术对结构进行动力学建模,然后基于实模态振型解耦法获得结构的自振圆频率和振型,并由此可获得 K 和 C 的等效形式。即由实模态理论^[22],主体结构各节点的位移可表示为

$$x = \varphi q \tag{6}$$

式中: q 为广义坐标,为 $N \times 1$ 阶矩阵, N 为实模态振型数; φ 为主体结构的实模态振型,为 $n \times N$ 阶矩阵。

利用式(4)、式(6)及实模态解耦法,则式(4)改写为

$$E_1 \ddot{q} + 2\xi\omega_0 \dot{q} + \omega_0^2 q + \mu G F_1 = \mu M I \ddot{x}_g \tag{7}$$

式中: E_1 为 N 阶单位阵; $\omega_0 = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_N)$, ω_i 为建筑结构第 i 阶自振圆频率; ξ 为结构阻尼比; $\mu = (\varphi^T M \varphi)^{-1} \varphi^T$ 。

式(7)中的 $2\xi\omega_0$, $\omega_0^2 q$ 分别为式(4)中 K 和 C 的等效形式,对于复杂结构而言,式(4)中的 K, C 求解较为困难,而有限元技术可轻易获得 K, C 等效形式的基本参数 ω_0 和实模态振型。

由式(5)、式(6)及实模态解耦法,则式(5)可重构为

$$M_{in} \ddot{F}_1 + C_d \dot{F}_1 + K_d F_1 = M_{in} K_d G^T \varphi \ddot{q} + C_d K_d G^T \varphi \dot{q} \tag{8}$$

联立式(7)与式(8),则混联 II 阻尼器-建筑结构耦合的动力方程为

$$\bar{M} \ddot{X} + \bar{C} \dot{X} + \bar{K} X = \alpha \ddot{x}_g \tag{9}$$

式中: $X = [q^T, F_1^T]^T$; $\bar{M} = \begin{bmatrix} E_1 & o_1 \\ -M_{in} K_d G^T \varphi & M_{in} \end{bmatrix}$; $\bar{C} = \begin{bmatrix} 2\xi\omega_0 & o_1 \\ -C_d K_d G^T \varphi & C_d \end{bmatrix}$; $\bar{K} = \begin{bmatrix} \omega_0^2 & \mu G \\ o_1^T & K_d \end{bmatrix}$; $\alpha = \begin{Bmatrix} \mu M I \\ o_2 \end{Bmatrix}$; E_1 为 N 阶单位方阵; o_1, o_2 均为 0 元素矩阵,其中 o_1 为 $N \times L$ 阶矩阵, o_2 为 $L \times 1$ 阶矩阵。

2 耗能系统系列响应的封闭解

耗能系统的结构层位移、层间位移及阻尼器阻尼力等响应(简称系列响应)的谱矩和方差计算是结构随机激励下安全评估和工程设计的基本参数。本文基于频域法,综合利用复模态法^[15,18,23]、虚拟激励法^[18,24]和功率谱的二次分解法^[18]对上述参数的计算方法进行研究,下面给出推导过程。

对式(9)进行改写为

$$\tilde{M} \dot{\bar{X}} + \tilde{K} \bar{X} = \tilde{\alpha} \ddot{x}_g \tag{10}$$

式中: $\bar{X} = \{X^T \quad \dot{X}^T\}^T$; $\tilde{M} = \begin{bmatrix} \bar{C} & \bar{M} \\ \bar{C} & o_3 \end{bmatrix}$; $\tilde{K} = \begin{bmatrix} \bar{K} & o_3 \\ o_3 & -\bar{C} \end{bmatrix}$; $\tilde{\alpha} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ o_4 \end{Bmatrix}$; o_3 为 $(N+L)$ 阶 0 元素方阵, o_4 为 $(N+L) \times 1$ 阶 0 元素向量。

2.1 系列响应统一形式频域解

利用频域法分析耗能系统响应量的谱矩和方差,必须先求出其频域形式的解。

由复模态理论^[15,18,23],存在对角阵 p 和左、右特征向量 v, u 使式(11)复模态解耦。引入复模态变换,

$$y = uz \tag{11}$$

式中, z 为复模态广义参数。

根据复模态理论,式(10)存在复模态解耦式,其表达式为

$$\dot{z} + Pz = \eta \ddot{x}_g \tag{12}$$

式中, $\eta = V^T \tilde{\alpha} / (V^T \tilde{M} U)$, 为 s 个元素的列向量, $s = 2 \times (N+L)$ 。

式(12)的分量形式为

$$\dot{z}_i + p_i z_i = \eta_i \ddot{x}_g \tag{13}$$

式中, z_i, η_i, p_i 分别为 z, η, P 的分量。

由虚拟激励法^[18,24],由式(13)的频域解可获得 z_i 的频域解 $z_i(\omega)$, 得

$$z_i(\omega) = \frac{\eta_i}{p_i + j\omega} \sqrt{S_{x_g}(\omega)} e^{j\omega t} \tag{14}$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 。

由式(10)和式(11),混联 II 型惯容阻尼器的阻尼力 F_{lk} 的频域解为

$$F_{lk}(\omega) = \sum_{i=1}^s u_{N+k,i} z_i(\omega) \quad (k=1 \sim L) \tag{15}$$

式中: $F_{lk}(\omega)$ 为 F_{lk} 的频域解; $u_{N+k,i}$ 为 u 的第 $N+k$ 行,第 i 列元素,其为惯容阻尼器阻尼力的模态强度系数。

由式(6)、式(11)、式(14)及实模态解耦法,结构节点位移 x_k 和速度 \dot{x}_k 的频域解,其表达式为

$$x_k(\omega) = \sum_{i=1}^s \lambda_{k,i} z_i(\omega) \quad (16a)$$

$$\dot{x}_k(\omega) = \sum_{i=1}^s \bar{\lambda}_{k,i} z_i(\omega) \quad (16b)$$

式中: $x_k(\omega)$ 、 $\dot{x}_k(\omega)$ 分别为 x_k 和 \dot{x}_k 的频域解; $\lambda_{k,i}$ 、 $\bar{\lambda}_{k,i}$ 分别为位移和速度的模态强度系数, 其表达式为

$$\lambda_{k,i} = \sum_{l=1}^N \phi_{k,l} u_{l,i} \quad (17a)$$

$$\bar{\lambda}_{k,i} = \sum_{l=1}^N \phi_{k,l} u_{l+s/2,i} \quad (17b)$$

式中, $\phi_{k,l}$ 为原结构实模态振型 ϕ 的第 k 行、第 l 列元素。

由式(16)及结构层间位移定义, 结构层间位移 Δx_k 和层间位移变化率 $\Delta \dot{x}_k$ 的频域解为

$$\Delta x_k(\omega) = \sum_{i=1}^s \tilde{\lambda}_{k,i} z_i(\omega) \quad (18a)$$

$$\Delta \dot{x}_k(\omega) = \sum_{i=1}^s \hat{\lambda}_{k,i} z_i(\omega) \quad (18b)$$

式中: $\Delta x_k(\omega)$ 、 $\Delta \dot{x}_k(\omega)$ 为 Δx_k 和 $\Delta \dot{x}_k$ 的频域解; $\tilde{\lambda}_{k,i} = \lambda_{ka,i} - \lambda_{kb,i}$, $\hat{\lambda}_{k,i} = \bar{\lambda}_{ka,i} - \bar{\lambda}_{kb,i}$ 分别为层间位移和层间位移变化率的模态强度系数; 其中 $\lambda_{kl,i}$ 、 $\bar{\lambda}_{kl,i}$ ($l=a, b$) 为利用式(17)计算出第 k 层竖向构件的上端和下端的位移和速度模态强度系数。

由式(15)、式(16)及式(18)可知, 混联 II 型惯容阻尼器阻尼力、结构位移及其变化率、层间位移及其变化率等响应量具有相同形式的频域解表达式, 故上述响应量可统一表示为

$$X(\omega) = \sum_{i=1}^s \gamma_i z_i(\omega) \quad (19)$$

式中, γ_i 为响应量 X 的第 i 个模态强度系数。

2.2 系列响应 0~2 阶谱矩和方差的封闭解

当采用频域法计算系统响应量的 0~2 阶谱矩和方差时, 要先获得其响应功率谱, 然后对其在频域上进行积分运算。为此, 由虚拟激励法^[18,24], 则 X 功率谱 $S_X(\omega)$ 为

$$S_X(\omega) = \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^s \gamma_i \gamma_k z_k(\omega) z_i^*(\omega) \quad (20)$$

式中, $z_i^*(\omega)$ 为 $z_i(\omega)$ 的共轭项。

把式(14)代入式(20), 运用功率谱二次式分解法^[18], 其二次式表示为

$$S_X(\omega) = \left[\sum_{k=1}^s \frac{\gamma_k^2 \eta_k^2}{p_k^2 + \omega^2} + \sum_{k=1}^{s-1} \sum_{i=k+1}^s \frac{\gamma_k \gamma_i \eta_i \eta_k}{p_i + p_k} \left(\frac{2p_i}{p_i^2 + \omega^2} + \frac{2p_k}{p_k^2 + \omega^2} \right) \right] S_{\tilde{x}_g}(\omega) \quad (21)$$

当地震动激励采用双过滤白噪声激励时, 其功率谱密度函数可二次分解为^[20]

$$S_{\tilde{x}_g}(\omega) = S_0 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \left(1 - \frac{c_{f,n}}{\omega^2 + \omega_{f,n}^2} \right) \frac{c_{g,m}}{(\omega^2 + \omega_{g,m}^2)} \quad (22)$$

式中: $\omega_{f,1}^2 = (2\xi_f^2 - 1)\omega_f^2 - 2\omega_f^2 \xi_f \sqrt{\xi_f^2 - 1}$; $\omega_{g,1}^2 = (2\xi_g^2 - 1)\omega_g^2 - 2\omega_g^2 \xi_g \sqrt{\xi_g^2 - 1}$; $\omega_{f,2}^2 = \text{conj}(\omega_{f,1}^2)$; $\omega_{g,2}^2 = \text{conj}(\omega_{g,1}^2)$,
 $c_{f,1} = \frac{\omega_f^4 + 2 \times \omega_f^2 \times \omega_{f,1}^2 \times (1 - 2 \times \xi_f^2)}{\omega_{f,2}^2 - \omega_{f,1}^2}$; $c_{g,1} = \frac{\omega_g^4 - 4 \xi_g^2 \omega_g^2 \omega_{g,1}^2}{\omega_{g,2}^2 - \omega_{g,1}^2}$; $c_{g,2} = \text{conj}(c_{g,1})$; $c_{f,2} = \text{conj}(c_{f,1})$; 其中 $\xi_f, \omega_f, \xi_g, \omega_g$ 为双过滤白噪声激励的参数, conj 表示对参数求共轭值。

把式(22)代入式(21), 则耗能结构系列响应的功率谱的二次分解式^[20]为

$$S_X(\omega) = \sum_{i=1}^s \gamma_i^2 \eta_i^2 A_i(\omega) + 2 \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s \frac{\gamma_i \gamma_k \eta_i \eta_k}{p_k + p_i} [p_i A_i(\omega) + p_k A_k(\omega)] \quad (23)$$

式中,

$$A_i(\omega) = S_0 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \left(1 - \frac{c_{f,n}}{\omega^2 + \omega_{f,n}^2} \right) \frac{c_{g,m}}{(\omega^2 + \omega_{g,m}^2)} \frac{1}{p_i^2 + \omega^2} \quad (24)$$

结构响应的 0~2 阶谱矩及方差是描述结构响应量随机振动特性的重要参数,是基于 Vanmarke 动力可靠度分析的基础^[25-26]。结构响应的 0 阶谱矩等于其方差,结构响应的 2 阶谱矩是其变化率的方差,为此可通过谱矩分析获得结构随机地震动响应上述 4 种参数。由谱矩定义,则响应的 q 阶谱矩 $\alpha_{X,q}$ 为

$$\alpha_{X,q} = 2 \int_0^\infty \omega^q S_X(\omega) d\omega \quad (q = 0, 1) \tag{25a}$$

$$\sigma_X^2 = \alpha_{X,0} \tag{25b}$$

$$\sigma_{\dot{X}}^2 = \alpha_{X,2} = \alpha_{\dot{X},0} \tag{25c}$$

式中: \dot{X} 为 X 对时间的一阶导数; $\sigma_X^2, \sigma_{\dot{X}}^2$ 分别为响应 X 的方差和其变化率的方差。

利用二次式在 $[0, +\infty)$ 上积分有解析解的特点,把式(23)代入式(25a),可获得响应量 0~1 阶谱矩封闭解,

$$\alpha_{X,q} = \sum_{i=1}^s \gamma_i^2 \eta_i^2 \chi_{i,q} + 2 \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s \frac{\gamma_k \gamma_i \eta_i \eta_k}{p_k + p_i} (p_i \chi_{i,q} + p_k \chi_{k,q}) \quad (q = 0, 1) \tag{26}$$

式中,

$$\chi_{i,q} = S_0 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \frac{c_{f,n} c_{g,p}}{\omega_{f,n}^2 - \omega_{g,p}^2} (\rho_{gmi,q} - \rho_{fni,q}) + S_0 \sum_{m=1}^2 c_{g,m} \rho_{gmi,q} \tag{27}$$

式中: $\rho_{ami,0} = \pi [\omega_{a,m} p_i (\omega_{a,m} + p_i)]^{-1}$, $\rho_{ami,1} = (p_i^2 - \omega_{a,m}^2)^{-1} (\ln p_i^2 - \ln \omega_{a,m}^2)$, $a = g, f$ 。

由式(25b)、式(25c)及式(26)可知,系列响应的二阶谱矩和方差亦获得。

3 算例

一个 12 层的钢筋混凝土结构,结构柱尺寸:第 1~5 层 0.75 m×0.75 m,第 6~9 层 0.55 m×0.55 m,第 10~12 层 0.4 m×0.4 m;梁尺寸为 0.3 m×0.7 m,层高为 4.2 m。结构竖向荷载由混凝土结构自重、铺装荷载 (1.5 kN/m²)、楼板荷载 (2.5 kN/m²) 和竖向活荷载 (2.0 kN/m²) 组成,动力分析的质量矩阵按集中质量法确定,根据现行规范,动力分析时恒载系数 1.0,活荷载系数 0.5。阻尼采用瑞雷模型,阻尼比 ξ 为 5%。利用 MIDAS Civil 有限元软件对该结构进行建模,图 3 为结构的 MIDAS 模型,图中数字为节点编号,通过特征值分析后可获得结构实模态振型、自振圆频率及节点集中质量等动力分析所需要的参数。双过滤白噪声激励的参数 $\xi_g = \xi_f = 0.7, \omega_g = 15.71 \text{ rad/s}, \omega_f = 0.3\omega_g, S_0 = 167.45 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$ 。阻尼器布置如图 4 所示,力学参数按文献[11]中所阐述的方法取值: $m_{in} = 4.5 \times 10^5 \text{ kg}, k_d = \omega_1^2 \times m_{in} = 4.3 \times 10^6 \text{ N/m}$ (ω_1 为主结构第 1 阶), $c_d = 2 \times 10 \xi \times \sqrt{m_{in} k_d} = 1.39 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。表 1 为结构参与系数之和为 100% 的原结构自振圆频率和振型参与系数;表 2 为考虑原结构 17 个实模态振型和设置惯容阻尼器后耗能结构共 24 对复共轭特征值及其等效频率和阻尼比,表中 j 为单位虚数,等效频率为复振动特征值的模值,等效阻尼比为复特征值的实部的绝对值与等效频率的比值。

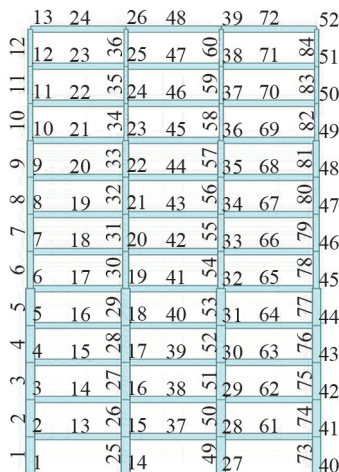


图 3 MIDAS 模型图

Fig. 3 Model of MIDAS structure

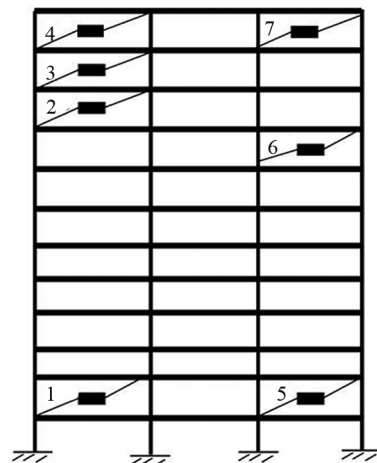


图 4 混联 II 惯容阻尼器布置图

Fig. 4 Layout of SPID-IIs in structure

表1 实模态侧向位移振型参与质量比

Table 1 Weight ratio of real lateral displacement in real modes

编号	自振圆频率/(rad/s)	占比/%	累计/%	编号	自振圆频率/(rad/s)	占比/%	累计/%
1	3.09	75.97	75.97	10	60.20	0.75	97.86
2	8.89	10.69	86.67	11	74.38	0.65	98.51
3	15.43	4.46	91.13	12	74.49	0.00	98.51
4	23.36	2.50	93.63	13	74.71	0.13	98.64
5	31.54	1.55	95.18	14	90.83	0.39	99.03
6	41.10	1.23	96.41	15	108.20	0.66	99.69
7	51.40	0.69	97.10	16	134.65	0.01	99.70
8	52.47	0.00	97.10	17	135.71	0.30	100.0
9	55.68	0.00	97.10				

表2 侧向位移振动的复特征值及等效特征值

Table 2 Complex eigenvalues and equivalent eigenvalues in lateral displacement vibration

编号	复振动特征值	等效圆频率/(rad/s)	等效阻尼比	编号	复振动特征值	等效圆频率/(rad/s)	等效阻尼比
1	-1.53±2.41 j	2.86	0.537	13	-2.05±41.84 j	41.89	0.049
2	-1.53±2.52 j	2.95	0.518	14	-2.57±52.38 j	52.45	0.049
3	-1.51±2.59 j	3.00	0.504	15	-2.62±52.41 j	52.47	0.050
4	-1.54±2.58 j	3.00	0.513	16	-2.78±55.61 j	55.68	0.050
5	-1.54±2.61 j	3.04	0.508	17	-3.00±60.81 j	60.89	0.050
6	-1.54±2.67 j	3.09	0.500	18	-3.72±74.39 j	74.49	0.050
7	-1.54±2.67 j	3.09	0.500	19	-3.72±74.48 j	74.58	0.050
8	-0.19±3.13 j	3.14	0.062	20	-3.73±74.76 j	74.85	0.050
9	-0.45±9.20 j	9.21	0.049	21	-4.54±90.93 j	91.04	0.050
10	-0.77±15.8 j	15.87	0.048	22	-5.41±108.31 j	108.4	0.050
11	-1.17±23.9 j	23.98	0.048	23	-6.73±134.48 j	134.65	0.050
12	-1.57±32.4 j	32.43	0.048	24	-6.78±135.79 j	135.96	0.050

对比表1及表2中圆频率列可知,表2中编号1至编号7为惯容器的振型特征值,而编号8至编号24为原结构的振型特征值。设置惯容阻尼器后对应结构的振动圆频率会有所提高,阻尼比会有所改变,而惯容系统的振动圆频率较小,但阻尼比较大。

3.1 系列响应封闭解的验证

为了验证本文所提方法的正确性,利用虚拟激励法进行验证。下面给出基于虚拟激励法的高层结构-混联II型惯容阻尼耗能结构系列响应计算的表达式。

利用虚拟激励法^[24]对式(7)进行改写为

$$(\mathbf{E}_1 + 2\xi\omega_0 j\omega\dot{\mathbf{q}} + \omega_0^2)\bar{\mathbf{q}}(j\omega) + \mu\mathbf{G}\bar{\mathbf{F}}_1(j\omega) = \mu\mathbf{M}\mathbf{I}\sqrt{S_{x_g}(\omega)}e^{j\omega t} \quad (28)$$

式中, $\bar{\mathbf{q}}(j\omega)$ 、 $\bar{\mathbf{F}}_1(j\omega)$ 分别为 \mathbf{q} 、 \mathbf{F}_1 的傅里叶变换。

对式(8)进行傅里叶变换,得

$$(-\mathbf{M}_{in}\omega^2 + \mathbf{C}_d j\omega + \mathbf{K}_d)\mathbf{F}_1(j\omega) = (-\mathbf{M}_{in}\mathbf{K}_d\mathbf{G}^T\varphi\omega^2 + \mathbf{C}_d\mathbf{K}_d\mathbf{G}^T j\omega\varphi)\bar{\mathbf{q}}(j\omega) \quad (29)$$

由式(29),则 $\bar{\mathbf{F}}_1(j\omega)$ 表示为

$$\mathbf{F}_1(j\omega) = \mathbf{D}_F(j\omega)\bar{\mathbf{q}}(j\omega) \quad (30)$$

$$\text{式中, } \mathbf{D}_F(j\omega) = \frac{-\mathbf{M}_{in}\mathbf{K}_d\mathbf{G}^T\omega^2 + \mathbf{C}_d\mathbf{K}_d\mathbf{G}^T j\omega}{-\mathbf{M}_{in}\omega^2 + \mathbf{C}_d j\omega + \mathbf{K}_d}\varphi。$$

把式(30)代入式(28),可获得结构位移的频域解为

$$\bar{\mathbf{q}}(j\omega) = -\mathbf{D}(j\omega)^{-1}\mathbf{M}\mathbf{I}\sqrt{S_{x_g}(\omega)}e^{j\omega t} \quad (31)$$

式中,

$$\mathbf{D}(i\omega) = \mathbf{E}_1 + 2\xi\omega_0 j\omega\dot{\mathbf{q}} + \omega_0^2 + \mu\mathbf{G}\mathbf{D}_F(j\omega) \quad (32)$$

由虚拟激励法,广义坐标的响应功率谱密度函数为

$$\mathbf{S}_q(\omega) = [\mathbf{D}(j\omega)^{-1}\mathbf{M}\mathbf{I}] \cdot [\mathbf{D}(-j\omega)^{-1}\mathbf{M}\mathbf{I}]S_{x_g}(\omega) \quad (33)$$

式中: $\mathbf{S}_q(\omega)$ 为广义坐标的响应功率谱列向量;“ \cdot ”代表向量点乘运算。

根据式(6)及式(33),节点位移的响应功率谱密度函数为

$$S_x(\omega) = [\varphi D(i\omega)^{-1} M I] \cdot [\varphi D(-i\omega)^{-1} M I] S_{x_g}(\omega) \tag{34}$$

式中, $S_x(\omega)$ 为位移功率谱列向量。

根据式(30)及式(33),则惯容阻尼器阻尼力的功率谱密度函数为

$$S_{F_1}(\omega) = [D_F(j\omega) D(j\omega)^{-1} M I] \cdot [D_F(-j\omega) D(-j\omega)^{-1} M I] S_{x_g}(\omega) \tag{35}$$

式中, $S_{F_1}(\omega)$ 为 F_1 的功率谱密度函数列向量。

由虚拟激励法可知,结构位移及惯容阻尼器 k 阶谱矩,可由功率谱的积分来获得:

$$\bar{\alpha}_{x,k} = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \omega^k d\omega \tag{36a}$$

$$\bar{\alpha}_{F_1,k} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{F_1}(\omega) \omega^k d\omega \tag{36b}$$

根据式(34)及式(35),建筑结构节点位移及惯容器阻尼力的功率谱密度函数为列向量,且为圆频率 ω 的高次多项式,故式(36)表示的积分只能采用梯形面积数值法求解。式(34)、式(35)为关于圆频率的偶函数,且采用梯形面积法积分时,积分区间无法取值无穷大,只能取有限积分区间,式(36)实际计算公式为

$$\bar{\alpha}_{x,k} \approx 2 \int_0^{\omega_u} S_x(\omega) \omega^k d\omega = \sum_{i=0}^{\omega_u/\Delta\omega-1} [S_x(\omega_i) \omega_i^k + S_x(\omega_{i+1}) \omega_{i+1}^k] \Delta\omega \tag{37a}$$

$$\bar{\alpha}_{F_1,k} \approx 2 \int_0^{\omega_u} S_{F_1}(\omega) \omega^k d\omega = \sum_{i=1}^{\omega_u/\Delta\omega-1} [S_{F_1}(\omega_i) \omega_i^k + S_{F_1}(\omega_{i+1}) \omega_{i+1}^k] \Delta\omega \tag{37b}$$

式中, ω_u 为数值积分区间上限, $\omega_j = j\Delta\omega$ 。

由式(36)可知,利用虚拟激励法计算结构系列响应方差的计算精度和效率受积分区间取值和积分间距的影响。经过试算,本文的 $\omega_u = 500$ rad/s,即可达到高精度。由数值积分可知, $\Delta\omega$ 取值越小,计算越精确,为此, $\Delta\omega$ 取值为 3 个工况,即 $\Delta\omega = 2.50, 0.50, 0.05$ rad/s。图 5~图 10 给出了结构位移和惯容阻尼器阻尼力的 0~2 阶谱矩 2 种方法的对比图。

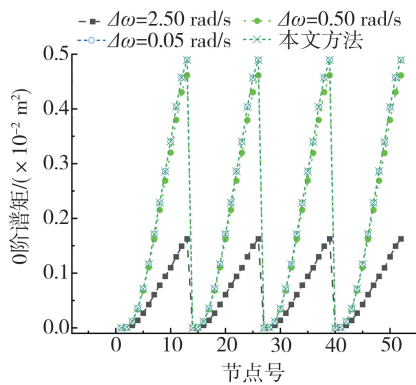


图 5 结构位移 0 阶谱矩

Fig. 5 Zero order spectral moment of structural displacements

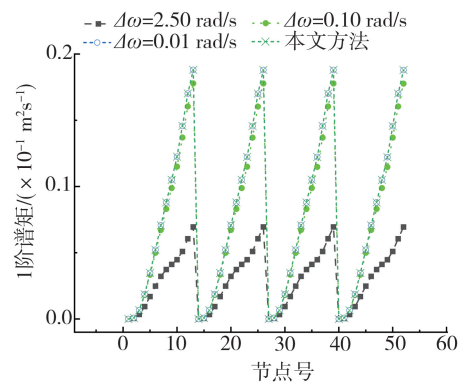


图 6 结构位移 1 阶谱矩

Fig. 6 The first order spectral moment of structural displacements

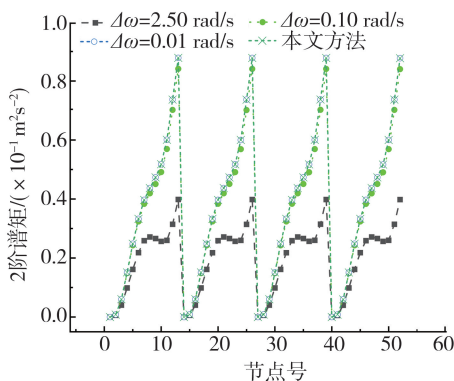


图 7 结构位移 2 阶谱矩

Fig. 7 The second order spectral moment of structural displacements

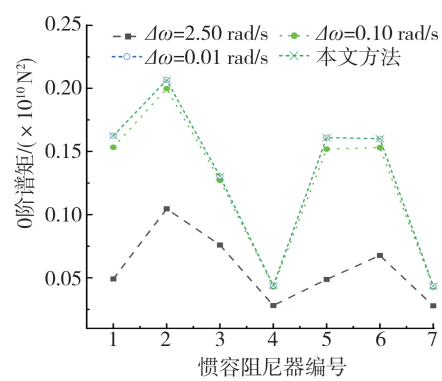


图 8 惯容阻尼器阻尼力 0 阶谱矩

Fig. 8 Zero order spectral moment of force of SPID-II

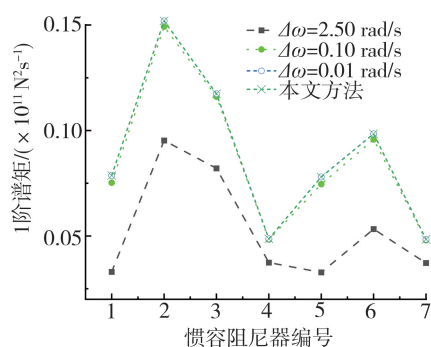


图9 惯容阻尼器阻尼力1阶谱矩

Fig. 9 The first order spectral moment of force of SPID-II

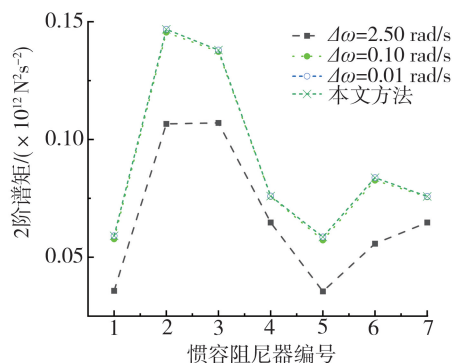


图10 惯容阻尼器阻尼力2阶谱矩

Fig. 10 The second order spectral moment of force of SPID-II

由图5~图10可知,随着 $\Delta\omega$ 取值的逐渐变小,虚拟激励法计算的结果逐渐接近本文方法,说明本文所提方法的正确性。由图5~图7可知,同一楼层处建筑结构各节点处位移的0阶、1阶和2阶谱矩基本相同;由图8~图10可知,设置在同一楼层的阻尼器的响应基本相同,如1#与5#阻尼器,4#与7#阻尼器阻尼力的0~2阶谱矩基本相同。上述结论说明现行规范关于非开洞建筑的结构平面内刚度无限大假设的合理性。本算例中,设置在第10和11层混联II型惯容阻尼器阻尼力相对于其他楼层的0~2阶谱矩都大,说明设置在第10~11层的惯容阻尼器的地震响应最突出,而设置在顶层的阻尼器4的阻尼力反而小,说明对于高层结构,惯容阻尼器的设置位置对阻尼器发挥作用较为重要。

3.2 实模态振型数对计算精度的影响

实模态解耦法工程应用时,需要考虑结构多阶振型才能满足分析精度要求,振型个数的选择常依据振型参与质量比,但设置惯容阻尼器之后,实模态振型个数对响应量的0~2阶谱矩的影响程度鲜有研究。表1列出了MIDAS有限元软件给出的原结构侧向位移振动的振型参与质量比,由表中可知,前17阶振型的参与质量为100%,其中前10阶振型参与质量为97.86%(结构共48个实模态振型)。

由3.1节的研究表明,本算例中同一楼层处各节点0~2阶谱矩值基本相同,为此,研究实模态振型数对耗能结构位移的0~2阶谱矩的影响按楼层进行。分4种工况研究振型数对结构位移、结构层间位移和惯容阻尼器阻尼力的0~2阶谱矩的影响,如表3~表5所示,表中数据均为与全部48个振型的比值。工况1:前1阶振型;工况2:前3阶振型;工况3:前10阶振型;工况4:前17阶振型。

表3 实模态振型数对结构位移计算精度的影响

Table 3 Influence of the number of real mode shapes on the accuracy of structural displacement calculation

楼层	0阶谱矩/%				1阶谱矩/%				2阶谱矩/%			
	前1阶振型	前3阶振型	前10阶振型	前17阶振型	前1阶振型	前3阶振型	前10阶振型	前17阶振型	前1阶振型	前3阶振型	前10阶振型	前17阶振型
1	75.2	101.1	100.2	100.0	45.5	99.5	100.5	100.0	18.2	88.5	100.9	100.0
2	78.2	101.0	100.0	100.0	50.3	100.8	99.9	100.0	22.7	95.6	99.7	99.9
3	81.9	100.6	100.0	100.0	56.7	100.8	99.8	100.0	28.7	98.9	99.5	100.0
4	86.0	100.0	100.0	100.0	64.3	99.7	100.1	100.0	36.7	98.5	100.2	100.0
5	90.0	99.5	100.0	100.0	72.2	98.4	100.1	100.0	46.1	95.9	100.1	100.0
6	94.0	99.4	100.0	100.0	81.3	98.2	99.9	100.0	58.5	94.9	99.8	100.0
7	97.1	99.8	100.0	100.0	89.2	99.2	100.0	100.0	71.9	97.5	100.0	100.0
8	98.7	100.1	100.0	100.0	94.6	100.2	100.0	100.0	83.5	100.2	100.1	100.0
9	99.0	100.2	100.0	100.0	97.0	100.3	100.0	100.0	91.1	99.8	99.9	100.0
10	97.5	100.1	100.0	100.0	95.5	100.0	100.0	100.0	92.4	98.6	100.0	100.0
11	95.0	100.0	100.0	100.0	90.4	99.9	100.0	100.0	83.8	99.6	100.0	100.0
12	93.0	99.8	100.0	100.0	85.6	99.5	100.0	100.0	73.4	98.3	100.0	100.0

表 4 实模态振型数对层间位移计算精度的影响

Table 4 Influence of the number of real mode shapes on the accuracy of structural interlayer calculation

楼层	0 阶谱矩/%				1 阶谱矩/%				2 阶谱矩/%			
	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型
1	75.2	101.1	100.2	100.0	45.5	99.5	100.5	100.0	18.2	88.5	100.9	100.0
2	79.3	100.6	99.8	100.0	52.1	100.2	99.2	100.0	24.0	94.6	96.8	99.9
3	84.9	98.8	99.9	100.0	61.8	95.8	99.6	100.0	32.4	86.5	98.3	100.0
4	89.9	96.7	100.2	100.0	70.3	88.5	100.5	100.0	38.6	67.6	100.1	100.0
5	91.1	96.3	100.0	100.0	71.4	87.0	99.9	100.0	36.8	64.2	98.9	100.0
6	86.2	98.7	99.8	100.0	63.0	94.3	99.7	100.0	29.7	81.4	98.8	100.0
7	74.2	100.3	100.1	100.0	48.5	97.4	100.0	100.0	21.7	87.1	99.5	100.0
8	60.5	99.0	100.0	100.0	35.7	92.2	99.9	100.0	15.6	75.4	99.2	100.0
9	46.8	98.1	100.0	100.0	24.9	91.4	100.0	100.0	10.6	74.7	99.4	100.0
10	32.3	99.2	100.0	100.0	14.6	96.9	100.0	100.0	5.7	89.2	99.9	100.0
11	21.8	97.7	100.0	100.0	8.1	93.8	100.0	100.0	2.6	85.3	100.0	100.0
12	16.4	89.5	100.0	100.0	4.9	75.5	100.0	100.0	1.2	55.8	100.0	100.0

表 5 实模态振型数对惯容阻尼力计算精度的影响

Table 5 Influence of the number of real mode shapes on the accuracy of forces of SPID-II

惯容器编号	0 阶谱矩/%				1 阶谱矩/%				2 阶谱矩/%			
	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型	前 1 阶振型	前 3 阶振型	前 10 阶振型	前 17 阶振型
1	87.8	100.6	99.8	100.0	65.2	100.3	99.4	100.0	34.1	96.0	97.4	100.0
2	42.1	99.4	100.0	100.0	21.0	97.6	100.0	100.0	8.5	91.0	99.9	100.0
3	30.6	98.0	100.0	100.0	12.5	94.8	100.0	100.0	4.2	87.0	100.0	100.0
4	24.3	91.4	100.0	100.0	8.0	78.4	100.0	100.0	2.0	58.8	100.0	100.0
5	87.8	100.5	99.8	100.0	65.2	100.3	99.4	100.0	34.1	95.8	97.3	100.1
6	56.6	99.1	99.9	100.0	33.5	94.0	99.9	100.0	15.3	79.5	99.4	100.0
7	24.3	91.4	100.0	100.0	8.0	78.4	100.0	100.0	2.0	58.6	100.0	100.0

由表 3~表 5 可知,按前 1 振型分析时,结构位移、层间位移和惯容阻尼器的 0~2 阶谱矩与考虑全部振型时偏差非常大,且不同楼层处位移和层间位移及不同楼层处的惯容阻尼器阻尼力的计算精度差别亦较大。按前 3 阶振型时,考虑前 10 阶振型时,结构位移和惯容阻尼力 0~2 阶谱矩计算可以达到很好的精度。通过与表 1 对比,发现设置惯容装置后多自由度结构的地震动响应分析,可通过自由振动时振型参与质量比来选择实模态振型数,从而达到稳定的分析结果。

3.3 惯容阻尼器设置位置对减震性能的影响

由图 1 所示的惯容阻尼器构造图可知,惯容系统产生的阻尼力取决于其两端的侧移,设置在层间时,层间位移越大,减震效果越好。本文提出将阻尼器设置在原结构层间位移较大的楼层作为惯容阻尼器位置的依据,来研究惯容阻尼器的减震性能。

通过对原结构层间位移分析发现,第 2~11 层均超规范限制^[27](规范限制取 $H/550$),其中第 6 层和第 10 层侧移超限最多。为此,制定 3 种布置方案:方案 1 可在层间位移最大的第 6、10 层设置;方案 2 可在第 3~10 层设置;方案 3 可在第 2~11 层设置。混联 II 型惯容阻尼器参数同 3.1 节。图 11 和图 12 分别给出惯容阻尼器 3 种设置方案和原结构的层间位移和结构相对于地面位移的对比图。

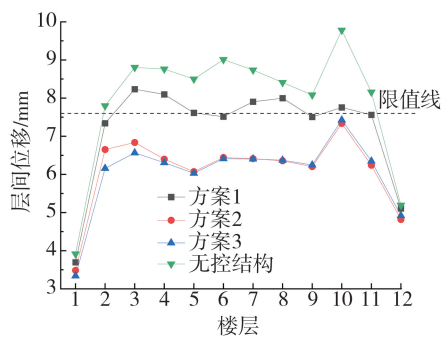


图 11 层间位移受惯容阻尼器设置位置影响

Fig. 11 Effect on interlayer displacements by the position of SPID-II

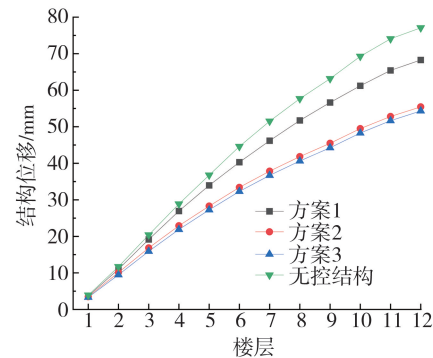


图 12 结构位移受惯容阻尼器设置位置影响

Fig. 12 Effect on structural displacements by the position SPID-II

由图 11 可知,方案 1 可显著降低阻尼器所在楼层(第 6 层和第 10 层)的层间位移,其他楼层的层间位移也会有所降低;方案 2 可有效降低所有楼层(第 3~10 层)的层间位移,且满足规范限制要求;方案 3 可在方案 2 的基础上增加了第 2 层和第 11 层阻尼器,相对方案 2 层间位移有少量的降低,故方案 2 为较好的方案。由图 12 可知,结构相对于地面位移,方案 2 与方案 3 基本相同,相对于原结构均有明显的降低。

从以上分析表明,高层结构层间位移超限的楼层中隔层设置惯容阻尼器,在满足抗震性能的前提下阻尼器的数量较小,是一种可行的阻尼器布置策略。

4 结论

本文研究了设置混联 II 型惯容阻尼器高层建筑结构基于双过滤白噪声随机地震下结构位移、层间位移及惯容阻尼器阻尼力响应谱矩的封闭解并分析了实模态振型数、惯容阻尼器设置位置对高层结构的减震性能影响,得到如下结论:

- 1) 依据混联 II 型惯容容器的力学构造图,可建立惯容器阻尼力与结构层位移微分型本构关系,便于与建筑结构地震动方程耦合分析。
- 2) 高层结构-混联 II 型惯容阻尼耗能体系的随机响应分析时需要考虑多个振型的影响,振型个数的选择可考虑自由振动分析时质量参与系数累计为 100% 对应的全部振型。
- 3) 在高层结构层间位移超限的楼层中隔层设置惯容阻尼器,是一种可行的阻尼器楼层布置策略。

参考文献:

- [1] 张瑞甫,曹嫣如,潘超. 惯容减震(振)系统及其研究进展[J]. 工程力学, 2019, 36(10): 8-27.
ZHANG Ruifu, CAO Yanru, PAN Chao. Inerter system and its state-of-the-art[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(10): 8-27. (in Chinese)
- [2] 刘欣鹏,杨映雯,孙毅,等. 基于惯容系统位置的调谐质量阻尼器的振动控制研究[J]. 振动与冲击, 2023, 42(1): 215-223.
LIU Xinpeng, YANG Yingwen, SUN Yi, et al. Vibration control of TMD based on position of inertial system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(1): 215-223. (in Chinese)
- [3] PANT D R, MONTGOMERY M, CHRISTOPOULOS C. Full-scale testing of a viscoelastic coupling damper for high-rise building applications and comparative evaluation of different numerical models[J]. Journal of Structural Engineering, 2019, 145(2): 04018242.
- [4] CHRISTOPOULOS C, FILIATRAULT A. Principle of passive supplemental damping and seismic isolation[M]. Pavia, Italy: IUSS Press, 2006.
- [5] CHU S Y FRANK, SOONG T T, REINHORN A M. Active, hybrid and semi-active structural control[M]. New York: New York John Wiley & Sons Inc, 2005.
- [6] SMITH M C. Synthesis of mechanical networks: The inerter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1648-1662.
- [7] 李创第,江丽富,王瑞勃,等. 单自由度混联 II 型惯容系统随机地震动响应分析[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(3): 260-271.
LI Chuangdi, JIANG Lifu, WANG Ruiibo, et al. Responses of SDOF structures with SPIS-II dampers under random seismic excitation[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2023, 44(3): 260-271. (in Chinese)
- [8] 莊初立,五十子幸树,张永山. 极端地震下惯容器-弹簧-阻尼装置对隔震结构减震效果研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(12): 112-117.
CHONG Cholap, KOHJU Ikago, ZHANG Yongshan. Effectiveness of an inerter-spring-damper device in the seismic response control of a isolated structure under extreme earthquakes[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(12): 112-117. (in Chinese)

- [9] MAKRIS N, KAMPAS G. Seismic protection of structures with supplemental rotational inertia[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 142(11): 04016089.
- [10] HU Y L, CHEN M Z Q, SHU Z, et al. Analysis and optimisation for inerter-based isolators via fixed-point theory and algebraic solution[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 346: 17–36.
- [11] 潘超, 张瑞甫, 王超, 等. 单自由度混联 II 型惯容减震体系的随机地震响应与参数设计[J]. *工程力学*, 2019, 36(1): 129–137, 145. PAN Chao, ZHANG Ruifu, WANG Chao, et al. Stochastic seismic response and design of structural system with series-parallel-II inerter system[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(1): 129–137, 145. (in Chinese)
- [12] ZHANG R F, ZHAO Z P, PAN C, et al. Damping enhancement principle of inerter system[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020, 27(5): e2523.
- [13] KANAI K. An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions[J]. *Bulletin of Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, 1961, 39(1): 86–95.
- [14] 李创第, 杨雪峰, 李宇翔, 等. 组合体结构随机地震响应的简明解法[J]. *地震工程与工程振动*, 2023, 43(1): 24–33. LI Chuangdi, YANG Xuefeng, LI Yuxiang, et al. Concise solution for the stochastic ground motion response of composite structures[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2023, 43(1): 24–33. (in Chinese)
- [15] 张俊, 葛新广, 邹万杰. TMD 结构基于双过滤白噪声随机地震激励的系列响应的简明解[J]. *世界地震工程*, 2021, 37(3): 94–103. ZHANG Jun, GE Xinguang, ZOU Wanjie. New explicit solutions for random response of structure equipped with TMD subjected to Clough-Penzien excitation [J]. *World Earthquake Engineering*, 2021, 37(3): 94–103. (in Chinese)
- [16] 李鸿晶, 陈辰. 一种平稳地震地面运动的改进金井清谱模型[J]. *工程力学*, 2014, 31(2): 158–163. LI Hongjing, CHEN Chen. A modified kanai-tajimi spectral model for the stationary earthquake induced ground motion process[J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(2): 158–163. (in Chinese)
- [17] 欧进萍, 牛荻涛, 杜修力. 设计用随机地震动的模型及其参数确定[J]. *地震工程与工程振动*, 1991, 11(3): 45–54. OU Jinping, NIU Ditao, DU Xiuli. Random earthquake ground motion model and its parameter determination used in aseismic design [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1991, 11(3): 45–54. (in Chinese)
- [18] 葛新广, 龚景海, 李创第, 等. 功率谱二次正交化法在随机地震动响应的应用[J]. *振动工程学报*, 2022, 35(3): 616–624. GE Xinguang, GONG Jinghai, LI Chuangdi, et al. Application of quadratic orthogonalization method of response power spectrum to random ground motion response[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2022, 35(3): 616–624. (in Chinese)
- [19] 李创第, 贺王涛, 葛新广. 基于 Kanai-Tajimi 谱卷积型非粘滞阻尼多自由度结构地震动响应的简明闭式解[J]. *地震工程与工程振动*, 2022, 42(3): 34–42. LI Chuangdi, HE Wangtao, GE Xinguang. Concise closed-form solution for ground motion response of convolutional non-viscous damped multi-degree-of-freedom structure based on Kanai-Tajimi spectrum [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2022, 42(3): 34–42. (in Chinese)
- [20] GE X G, AZIM I, LI C D, et al. Seismic responses of structure with six-element generalized model viscoelastic dampers[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, 164: 107610.
- [21] GE X G, GONG J H, ZHAO C J, et al. Structural dynamic responses of building structures with non-viscous dampers under Kanai-Tajimi spectrum excitation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 517: 116556.
- [22] 刘章军, 陈建兵. *结构动力学* [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2012. LIU Zhangjun, CHEN Jianbing. *Structural dynamics* [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2012. (in Chinese)
- [23] 方同. *工程随机振动* [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995. FANG Tong. *Engineering random vibration* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese)
- [24] 林家浩, 张亚辉. *随机振动的虚拟激励法* [M]. 北京: 科学出版社, 2004. LIN Jiahao, ZHANG Yahui. *Virtual excitation method of random vibration* [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [25] 邓夕胜, 牟森, 唐煜. 随机地震作用下特高压换流站阀厅非线性动力可靠度研究[J]. *世界地震工程*, 2021, 37(2): 173–182. DENG Xisheng, MOU Miao, TANG Yu. Nonlinear dynamic reliability study of valve hall of UHV converter station under random earthquake actions [J]. *World Earthquake Engineering*, 2021, 37(2): 173–182. (in Chinese)
- [26] 刘彦辉, 刘小换, 谭平, 等. 层间组合隔震结构随机动力可靠度分析[J]. *振动工程学报*, 2019, 32(2): 324–330. LIU Yanhui, LIU Xiaohuan, TAN Ping, et al. Dynamic reliability for inter-story hybrid isolation structure [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(2): 324–330. (in Chinese)
- [27] GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 2016 年版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010. GB 50011—2010 Code for seismic design of buildings[S]. 2016 th ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010. (in Chinese)