

地震行波激励下单层对称框架结构 扭转响应的时域解析解

李文博, 刘铁林, 王宇

(沈阳建筑大学 土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要:针对单层对称框架结构,利用地震行波激励研究地震波中频率成分对框架结构扭转响应的影 响。给出了单层对称框架结构在地震行波激励下的动力平衡方程,利用相对运动法对方程进行求解,给出了地震行波激励下扭转响应级数形式的时域解析解。计算了框架结构分别在低频成分丰富和低频成分不丰富地震波行波激励下的峰值柱剪力,进而分析了地震波中低频成分对框架结构行波效应的影响。研究表明:地震行波激励下柱剪力解析解不但与固有频率和激励频率有关,还与时间延迟以及结构基频和激励频率比值的平方有关。地震波加速度幅值谱中存在小于结构基频的主要频率时,框架结构易于产生行波效应,幅值谱中主要频率均大于结构基频时,不存在行波效应。框架结构地震行波效应除取决于时间延迟外,还取决于地震波中的低频成分。在低频成分和时间延迟的共同作用下,框架结构将产生地震行波效应。低频成分越丰富的地震波,行波效应越显著。

关键词:框架结构;地震行波激励;扭转响应;解析解;低频成分

中图分类号:TU311.3

文献标识码:A

Time-domain analytical solutions for torsional response of single-story symmetric frame structure under earthquake wave passage excitation

LI Wenbo, LIU Tielin, WANG Yu

(School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

Abstract: The influence of frequency content in earthquake wave on the torsional response of the single-story symmetric frame structure is studied in this paper. The dynamic equilibrium equation for the single-story symmetric frame structure subjected to earthquake wave passage excitation is given, and the relative motion method is adopted to solve the equation. The time-domain analytical solutions in series form to earthquake wave passage excitation are given for torsional responses. The peak column shears of the frame to wave passage excitation are respectively calculated for earthquake waves with sufficient and insufficient frequency content, and the influence of the frequency content on wave passage effect is analyzed. Studies show that the analytical solutions of column shears to wave passage excitation are not only related to the natural frequency and excitation frequency, but also related to the time delay and the square of the ratio of structural fundamental frequency to excitation frequency. The earthquake wave passage effect of frame structure is prone to occur for those earthquake waves whose main frequencies of earthquake acceleration amplitude spectra are lower than the structural fundamental frequency. There is not earthquake wave passage effect for those earthquake waves whose main frequencies are higher than the structural fundamental frequency. The earthquake wave passage effect of frame structure depends not only on the time delay, but also on the low-frequency content. The joint action of low-frequency content and time delay can

收稿日期:2023-03-10; 修回日期:2023-07-08

基金项目:国家自然科学基金项目(11672190)

作者简介:李文博(1992—),男,博士研究生,主要从事结构地震响应分析研究。E-mail:lwb921001@163.com

通讯作者:刘铁林(1963—),男,教授,博士,主要从事波动方法与应用研究。E-mail:cetlliu@sju.edu.cn

produce the earthquake wave passage effect. The richer the low-frequency content, the more obvious wave passage effect.

Key words: frame structure; earthquake wave passage excitation; torsional response; analytical solution; low-frequency content

0 引言

自从 NEWMARK^[1] 率先开始研究行波产生的基础扭转激励下对称建筑结构扭转响应以来,一些学者相继研究了基础扭转激励对建筑结构扭转响应的影响^[2-8]。

此外,部分学者还针对对称建筑结构,研究了在空间变化地震多点激励下的扭转响应。HAO 等^[9-10] 研究了多点激励下四柱支承单层对称建筑结构的扭转响应,发现多点和一致激励下结构响应差别较大,且当结构基频较高时,多点激励对柱剪力的影响显著。HEREDIA-ZAVONI 等^[11] 研究了单层对称建筑结构受到地震多点激励时的扭转响应,当结构系统基频接近于场地卓越频率时,扭转效应显著。HEREDIA-ZAVONI 等^[12] 又针对多层多跨对称建筑结构,研究了其在地震多点激励下的扭转响应。研究表明,随着结构基频增加,非相干和行波效应对底层柱剪力的影响越来越显著。马人乐等^[13]、张猛等^[14] 研究了多点地震激励下单层对称结构的动力响应。结果表明,多点激励响应和一致激励响应完全不同,且扭转效应随结构体系自振频率的变化而改变。阳栋等^[15] 采用三维钢筋混凝土框架进行了多点激励随机振动分析,通过对比不同工况发现,对于不同方向的振动,结构响应功率谱出现峰值时的频率与其同方向一阶振型对应的固有频率相等。

上述关于空间变化多点激励对建筑结构扭转响应影响的研究,表明了建筑结构扭转响应行波效应和结构固有频率有关。既然行波效应问题属于动力学问题,它是否还和激励频率有关?针对这一问题,刘铁林等^[16] 采用单层对称框架结构,使用解析途径研究了激励频率对正弦行波激励下结构扭转响应的影响。研究发现,激励频率在低于基频的一定范围内,激励频率越低,行波效应越显著。

本文针对单层对称框架结构,采用解析途径分析地震波中频率成分对地震行波激励下扭转响应的影响。给出单层框架结构在地震行波激励下的动力平衡方程,并采用相对运动法对方程进行求解。推导地震行波激励下结构响应级数形式的解析解,利用解析解研究地震波中的频率成分对框架结构行波效应的影响。

1 动力平衡方程及求解

1.1 动力平衡方程

图 1(a) 为单层对称框架结构,框架结构刚度中心以及质量中心均位于几何中心(点 C 处),x 方向和 y 方向跨度分别为 L 和 d。框架结构楼板视为刚性,质量为 m,绕楼板质心铅直轴的转动惯量为 J。各柱在 x 方向和 y 方向的侧移刚度分别为 k_x 、 k_y 。假设地震动传播方向为 x 方向,在 y 方向进行激励。 \ddot{u}_{gL} 和 \ddot{u}_{gR} 分别为行波激励下左侧支撑点和右侧支撑点的地震加速度,且 $\ddot{u}_{gR}(t) = \ddot{u}_{gL}(t-L/v)$,其中 v 为视波速。图 1(b) 中的实线为某一时刻楼板扭转振动的平面示意图,虚线表示楼板静止时的初始状态。本文在给出图 1(a) 中框架结构运动方程时考虑了 x 方向运动方程以及瑞利阻尼,这仅需将文献[16]中矩阵形式的运动方程改写为

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{mx} \\ \ddot{u}_{my} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{mx} \\ \dot{u}_{my} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{mx} \\ u_{my} \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_y/2 & K_y/2 \\ -K_y L/4 & K_y L/4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{gL}(t) \\ u_{gR}(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: u_{mx} 和 u_{my} 分别为楼板质心在 x 方向和 y 方向的绝对位移; φ 为楼板绕其质心的转角位移; α 和 β 均为瑞利阻尼系数; $K_x = 4k_x$; $K_y = 4k_y$; $K_\varphi = K_x d^2/4 + K_y L^2/4$ 。方程(1)可改写为

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u}_{mx} \\ \ddot{u}_{my} \\ r\ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha + \beta\omega_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha + \beta\omega_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha + \beta\Omega^2\omega_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{mx} \\ \dot{u}_{my} \\ r\dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega^2\omega_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{mx} \\ u_{my} \\ r\varphi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_y^2/2 & \omega_y^2/2 \\ -L\omega_y^2/4r & L\omega_y^2/4r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{gL}(t) \\ u_{gR}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中: $r = \sqrt{J/m} = (a^2 + b^2)/12$ 为回转半径; $\omega_x = \sqrt{K_x/m}$ 和 $\omega_y = \sqrt{K_y/m}$ 分别为结构非耦联的 x 方向和 y 方

向固有圆频率; $\Omega = \omega_\varphi / \omega_y$ 为非耦联扭转与侧向固有频率之比, 其中 $\omega_\varphi = \sqrt{K_\varphi / J}$ 为扭转固有圆频率。

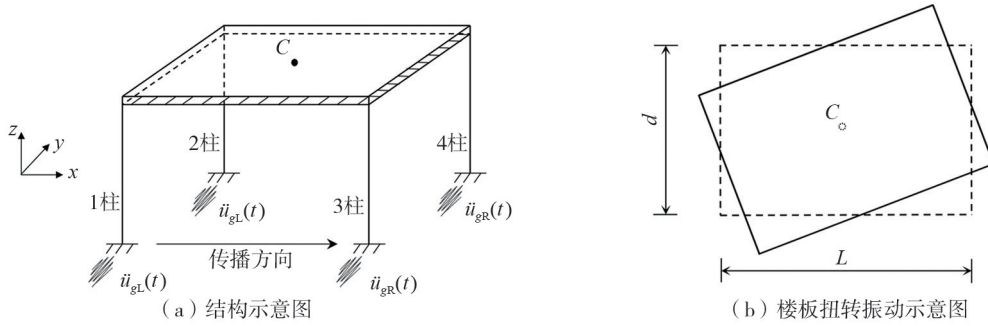


图1 单层对称框架结构

Fig. 1 Single-story symmetric frame structure

1.2 相对运动法求解方程

直接求解方程(2)中的第一个方程可得 $u_{mx} = 0$, 利用相对运动法^[17-18]求解方程(2)中的后2个方程可得

$$\begin{Bmatrix} u_{my}^s \\ \varphi^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{L}{4r^2\Omega^2} & \frac{L}{4r^2\Omega^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{gL} \\ u_{gR} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u}_{my}^d \\ r\dot{\varphi}^d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha + \beta\omega_y^2 & 0 \\ 0 & \alpha + \beta\Omega^2\omega_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{my}^d \\ r\dot{\varphi}^d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_y^2 & 0 \\ 0 & \Omega^2\omega_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{my}^d \\ r\varphi^d \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{L}{4r^2\Omega^2} & \frac{L}{4r^2\Omega^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gL} \\ \ddot{u}_{gR} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中: 上标 s 和 d 分别为拟静力和动力位移。由方程(4)易得结构的第一阶和第二阶固有频率, 分别为 ω_y 和 ω_φ , 即 $\omega_1 = \omega_y$ 和 $\omega_2 = \omega_\varphi$ 。

2 地震行波激励下扭转响应解析解

2.1 支撑点处加速度和位移时程

由文献[19]可知, 地震动加速度时程和位移时程的构成公式为

$$\ddot{u}_g(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_{gi} \sin \theta_i t, \quad u_g(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[-\frac{A_{gi}}{\theta_i^2} \sin \theta_i t + \frac{A_{gi}}{\theta_i} t \right] \quad t \in [0, T] \quad (5)$$

式中, A_{gi} 和 θ_i 分别为正弦级数第 i 项的系数和激励频率, 其计算公式分别为

$$A_{gi} = \frac{2}{T} \int_0^T \ddot{u}_g(t) \sin \theta_i t dt \quad (6)$$

$$\theta_i = i\pi/T \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

当 $t = T$ 时, 由 $\theta_i = i\pi/T$ 可得 $\sin \theta_i T = 0$, 且考虑到无基线漂移的地震动位移时程需满足 $u_g(T) = 0$, 因此利用式(5)中位移时程构成公式可得 $\sum_{i=1}^{\infty} A_{gi} / \theta_i = 0$, 则位移时程构成公式变为

$$u_g(t) = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{gi}}{\theta_i^2} \sin \theta_i t \quad t \in [0, T] \quad (7)$$

对于地震行波激励, 由加速度时程和位移时程构成公式, 可得支撑点 y 方向加速度和位移时程如下:

当 $0 \leq t \leq L/v$ 时,

$$\ddot{u}_{gL} = \sum_{i=1}^{\infty} A_{gi} \sin \theta_i t, \quad \ddot{u}_{gR} = 0, \quad u_{gL} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{gi}}{\theta_i^2} \sin \theta_i t, \quad u_{gR} = 0 \quad (8)$$

当 $t > L/v$ 时,

$$\ddot{u}_{gL} = \sum_{i=1}^{\infty} A_{gi} \sin \theta_i t, \quad \ddot{u}_{gR} = \sum_{i=1}^{\infty} A_{gi} \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right), \quad u_{gL} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{gi}}{\theta_i^2} \sin \theta_i t, \quad u_{gR} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{gi}}{\theta_i^2} \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \quad (9)$$

2.2 位移响应

将式(8)和式(9)中位移时程代入式(3)得到拟静力位移,将式(8)和式(9)中加速度时程代入方程(4)并进行求解得到动力量位移,将拟静力和动力量位移相加可得到地震行波激励下 u_{my} 和 φ 的级数形式稳态时域解析解:

当 $0 \leq t \leq L/v$ 时,

$$u_{my}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ -\frac{A_{gi}}{2} \left[\frac{\sin \theta_i t}{\theta_i^2} + \frac{-2\zeta_1 \omega_1 \theta_i \cos \theta_i t + (\omega_1^2 - \theta_i^2) \sin \theta_i t}{(\theta_i^2 - \omega_1^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (10)$$

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{LA_{gi}}{4r^2 \Omega^2} \left[\frac{\sin \theta_i t}{\theta_i^2} - \frac{-2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \cos \theta_i t + (\omega_2^2 - \theta_i^2) \sin \theta_i t}{(\theta_i^2 - \omega_2^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (11)$$

当 $t > L/v$ 时,

$$u_{my}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ -\frac{A_{gi}}{2} \left[\frac{\sin \theta_i t + \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right)}{\theta_i^2} + \frac{-2\zeta_1 \omega_1 \theta_i \left[\cos \theta_i t + \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right] + (\omega_1^2 - \theta_i^2) \left[\sin \theta_i t + \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\theta_i^2 - \omega_1^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (12)$$

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{LA_{gi}}{4r^2 \Omega^2} \left[\frac{\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right)}{\theta_i^2} - \frac{-2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \left[\cos \theta_i t - \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right] + (\omega_2^2 - \theta_i^2) \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\theta_i^2 - \omega_2^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (13)$$

式中, $\zeta_j = (\alpha + \beta \omega_j^2) / 2\omega_j (j = 1, 2)$ 为阻尼比。

2.3 柱剪力

利用图 1(b),可给出地震行波激励下各柱剪力的计算公式如下:

$$Q_{x1,2} = \pm \frac{k_x d}{2} \varphi, \quad Q_{yL} = k_y \left[u_{my} - \frac{L}{2} \varphi - u_{gL} \right], \quad Q_{yR} = k_y \left[u_{my} + \frac{L}{2} \varphi - u_{gR} \right] \quad (14)$$

式中: Q_{x1} 和 Q_{x2} 分别为 1 柱和 2 柱 x 方向剪力,需要指出的是 3 柱和 4 柱 x 方向剪力分别与 1 柱和 2 柱相同,因此本文未给出 3 柱和 4 柱 x 方向剪力。 Q_{yL} 为左侧柱 y 方向剪力, Q_{yR} 为右侧柱 y 方向剪力。

将式(10)~式(13)代入式(14),给出地震行波激励下柱剪力级数形式的稳态时域解析解为

当 $0 \leq t \leq L/v$ 时,

$$Q_{x1,2}(t) = \pm \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_x d LA_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[\frac{2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \cos \theta_i t + [(\omega_2 / \theta_i)^2 - 3\omega_2^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2] \sin \theta_i t}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (15)$$

$$Q_{yL}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ k_y A_{gi} \left[\frac{\sin \theta_i t}{2\theta_i^2} + \frac{\zeta_1 \omega_1 \theta_i \cos \theta_i t}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] + \frac{k_y A_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[-\frac{L^2 [\zeta_2 \omega_2 \theta_i \cos \theta_i t - (\omega_2^2 - \theta_i^2) \sin \theta_i t]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{[(L^2 - 4r^2 \Omega^2) \theta_i^2 + \omega_1^2 [4r^2 \Omega^2 - L^2 [2 - 4\zeta_1^2 - (\omega_1 / \theta_i)^2]]] \sin \theta_i t}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (16)$$

$$Q_{yR}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ k_y A_{gi} \left[-\frac{\sin \theta_i t}{2\theta_i^2} + \frac{\zeta_1 \omega_1 \theta_i \cos \theta_i t}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] + \frac{k_y A_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[\frac{L^2 [\zeta_2 \omega_2 \theta_i \cos \theta_i t - (\omega_2^2 - \theta_i^2) \sin \theta_i t]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{[(L^2 + 4r^2 \Omega^2) \theta_i^2 - \omega_1^2 [4r^2 \Omega^2 - L^2 [2 - 4\zeta_1^2 - (\omega_1 / \theta_i)^2]]] \sin \theta_i t}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (17)$$

当 $t > L/v$ 时,

$$Q_{x1,2}(t) = \pm \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_x d LA_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[\frac{2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \left[\cos \theta_i t - \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(\omega_2 / \theta_i)^2 - 3\omega_2^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right] \right] \right\} \quad (18)$$

$$Q_{yL}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_y A_{gi}}{2\theta_i^2} \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right] + \frac{k_y A_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[\frac{8r^2 \Omega^2 \zeta_i \omega_1 \theta_i \left[\cos \theta_i t + \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2L^2 \zeta_2 \omega_2 \theta_i \left[\cos \theta_i t - \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} - \frac{(\theta_i^2 - \omega_1^2) \left[(L^2 - 4r^2 \Omega^2) \sin \theta_i t - (4r^2 \Omega^2 + L^2) \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{L^2 \omega_1^2 [(4\zeta_1^2 - 1) + (\omega_1/\theta_i)^2] \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} + \frac{L^2 (\omega_2^2 - \theta_i^2) \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (19)$$

$$Q_{yR}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_y A_{gi}}{2\theta_i^2} \left[\sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) - \sin \theta_i t \right] + \frac{k_y A_{gi}}{8r^2 \Omega^2} \left[\frac{8r^2 \Omega^2 \zeta_i \omega_1 \theta_i \left[\cos \theta_i t + \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2L^2 \zeta_2 \omega_2 \theta_i \left[\cos \theta_i t - \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} + \frac{(\theta_i^2 - \omega_1^2) \left[(L^2 + 4r^2 \Omega^2) \sin \theta_i t + (4r^2 \Omega^2 - L^2) \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{L^2 \omega_1^2 [(4\zeta_1^2 - 1) + (\omega_1/\theta_i)^2] \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} - \frac{L^2 (\omega_2^2 - \theta_i^2) \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (20)$$

当视波速 v 无穷大时,由式(18)~式(20)可得一致激励下柱剪力:

$$\bar{Q}_{x1,2}(t) = 0 \quad (21)$$

$$\bar{Q}_{yL,R}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_y A_{gi} [2\zeta_i \omega_1 \theta_i \cos \theta_i t - (\omega_1^2 - \theta_i^2) \sin \theta_i t]}{(\theta_i^2 - \omega_1^2)^2 - 4\zeta_i^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right\} \quad (22)$$

由式(15)、式(18)和式(21)可见,框架结构在地震行波激励下产生 x 方向柱剪力,而在一致激励下,不产生 x 方向柱剪力。将式(16)、式(17)、式(19)和式(20)与式(22)进行对比可见,一致激励下 y 方向柱剪力与固有频率和激励频率有关,而对于行波激励,还与时间延迟 L/v 和 $(\omega_1/\theta_i)^2$ 有关,这意味着当地震波中含有丰富的低于基频 ω_1 的激励频率 θ_i 时,柱剪力有可能产生行波效应。

在 PEER 数据库^[20]中选取地震波 Kobe (RSN1105-H1)。图2为图1(a)中单层框架结构在 Kobe 波行波激励下,分别采用本文解析解和 ABAQUS 软件计算获得的左柱 y 方向剪力时程曲线对比。计算时楼板 x 方向和 y 方向边长分别取 $L=6600$ mm 和 $d=4500$ mm,板厚取 120 mm。各梁截面尺寸皆取 300 mm×550 mm,柱高取 4200 mm,各方柱截面边长皆取 500 mm。混凝土强度等级为 C30,弹性模量为 3×10^4 MPa,钢筋混凝土密度取 2500 kg/m³。计算出结构第一阶和第二阶固有频率分别为 $f_1=11.21$ Hz ($\omega_1=70.41$ rad/s) 和 $f_2=19.42$ Hz ($\omega_2=122.01$ rad/s)。视波速为 1000 m/s,阻尼比取 $\zeta_1=\zeta_2=0.05$ 。为了清晰地展示对比结果的主要部分,横坐标时间范围为 15~50 s。利用式(6)中 $\theta_i=i\pi/T$ 以及 $\theta_i=2\pi f_i$ 可得 $i=2Tf_i$,且考虑到实际地震波的频率范围通常为 0.1~20 Hz,所以采用式(16)和式(19)计算左柱剪力时取最大项数为 $i_{\max}=40T=6000$ (Kobe 波持续时间为 $T=150$ s)。

由图2可知,利用本文解析解计算得到的左柱 y 方向剪力时程曲线与 ABAQUS 软件计算得到的时程曲线重合,这表明本文推导出的解析解是正确的。需要指出的是,解析解计算得到的各柱 x 方向剪力以及右柱 y 方向剪力时程曲线与 ABAQUS 软件计算得到的 2 种柱剪力时程曲线也基本重合。

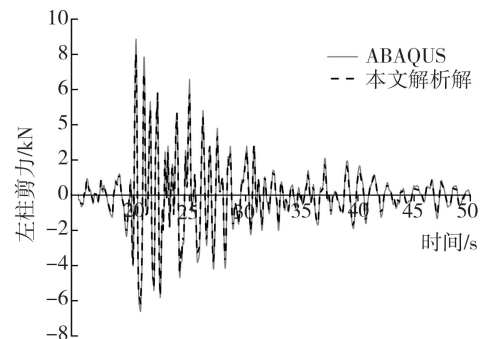


图2 左柱 y 方向剪力时程对比

Fig. 2 Comparing curves of the time history responses of shear forces of left column in y -direction

2.4 基底剪力和楼板扭矩

由式(15)和式(18),将4根柱子 x 方向剪力相加,可得地震行波激励下 x 方向基底剪力为零。由式(16)、式(17)、式(19)和式(20),将4根柱子 y 方向剪力相加,可给出地震行波激励下 y 方向基底剪力级数形式的稳态解析解:

当 $0 \leq t \leq L/v$ 时,

$$Q_{by}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ 2k_y A_{gi} \frac{2\zeta_1 \omega_1 \theta_i \cos \theta_i t + (\theta_i^2 - \omega_1^2) \sin \theta_i t}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right\} \quad (23)$$

当 $t > L/v$ 时,

$$Q_{by}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ 2k_y A_{gi} \frac{2\zeta_1 \omega_1 \theta_i \left[\cos \theta_i t + \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right] + (\theta_i^2 - \omega_1^2) \left[\sin \theta_i t + \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_1^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_1^2 \omega_1^2 \theta_i^2} \right\} \quad (24)$$

由文献[16]可知,图1(a)中框架结构的楼板扭矩计算公式为

$$T_j = -K_\varphi \varphi - \frac{LK_y}{4} [u_{gL} - u_{gR}] \quad (25)$$

将式(10)~式(13)代入式(25),可得地震行波激励下楼板扭矩级数形式的稳态解析解为

当 $0 \leq t \leq L/v$ 时,

$$T_j(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{Lk_y A_{gi}}{4} \frac{2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \cos \theta_i t + (\theta_i^2 - \omega_2^2) \sin \theta_i t}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right\} \quad (26)$$

当 $t > L/v$ 时,

$$T_j(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{Lk_y A_{gi}}{4} \left[\frac{2\zeta_2 \omega_2 \theta_i \left[\cos \theta_i t - \cos \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} + \frac{(\theta_i^2 - \omega_2^2) \left[\sin \theta_i t - \sin \theta_i \left(t - \frac{L}{v} \right) \right]}{(\omega_2^2 - \theta_i^2)^2 + 4\zeta_2^2 \omega_2^2 \theta_i^2} \right] \right\} \quad (27)$$

由式(23)、式(24)、式(26)和式(27)可见,和柱剪力不同,地震行波激励下基底剪力和楼板扭矩与 $(\omega_1/\theta_i)^2$ 无关。

3 算例

3.1 低频成分对结构响应行波效应影响

文献[16]的研究表明,当激励频率在低于结构基频的一定范围时,激励频率越低,柱剪力行波效应越显著。本文将由低于基频的激励频率构成的频率成分称之为低频成分。针对图1(a)中的单层对称框架结构,分析低频成分对柱剪力行波效应的影响,计算时结构尺寸和材料属性等均与2.3节相同。

为了研究低频成分是否会产生行波效应,式(16)和式(19)用来获得不同低频成分的波行波激励下左柱 y 方向剪力,将式(16)和式(19)中 i 项以上的项求和可得到频率成分大于 $(\theta_i/2\pi)$ Hz ($i = 1, 2, \dots$)的波激励下左柱剪力, $\theta_i/2\pi$ 称之为截止频率 f_{CF} 。事实上,利用上述过程获得的不同低频成分波相当于使用高通滤波方法人工生成不同低频成分波, f_{CF} 的值越小,人工生成的波中低频成分越丰富。

在PEER数据库中选取地震波Kocaeli(RSN1176-H1)。图3(a)为3个视波速时,高通过滤Kocaeli波生成的不同频率成分波激励下的左柱 y 方向峰值剪力(横坐标为对数坐标)。 f_{CF} 的范围为0.1~20 Hz,因此由2.3节可知,最高频率为20 Hz时需计算的最大项数为 $i_{\max} = 40T = 1400$ (Kocaeli波持续时间为 $T = 35$ s)。当 f_{CF} 从20 Hz开始降低时,生成波中的低频成分变得越来越丰富,最终获得频率成分在0.1 Hz以上的波。

图3(a)从右到左可见,随着截止频率的降低(生成波低频成分越来越多),行波激励下左柱峰值剪力逐渐增加。当 f_{CF} 约为9 Hz时(约为 $0.8f_1$),行波激励与一致激励($v = \infty$)下的峰值柱剪力相同。随着 f_{CF} 从9 Hz开始降低,即生成波中低频成分逐渐丰富,行波激励与一致激励下峰值柱剪力之差逐渐增大,行波效应越来越显著。当 f_{CF} 大于9 Hz时,行波激励下峰值柱剪力小于一致激励。

在PEER数据库中选取4条地震波,其分别为El Mayor-Cucapah波(RSN8528-H2)、Nenana Mountain波(RSN2091-H1)、L'Aquila波(RSN4499-H1)和Big Bear City波(RSN8416-H2)。图3(b)为视波速为3000 m/s时,在高通过滤上述4条地震波生成的波激励下,行波激励与一致激励左柱 y 方向峰值剪力之比与截止频率的

关系曲线。由图3(b)可知,随截止频率降低,也就是生成波低频成分越来越丰富,左柱峰值剪力之比逐渐增大。图3(b)中结果进一步表明低频成分会产生行波效应,低频成分越丰富,行波效应也会越来越显著。

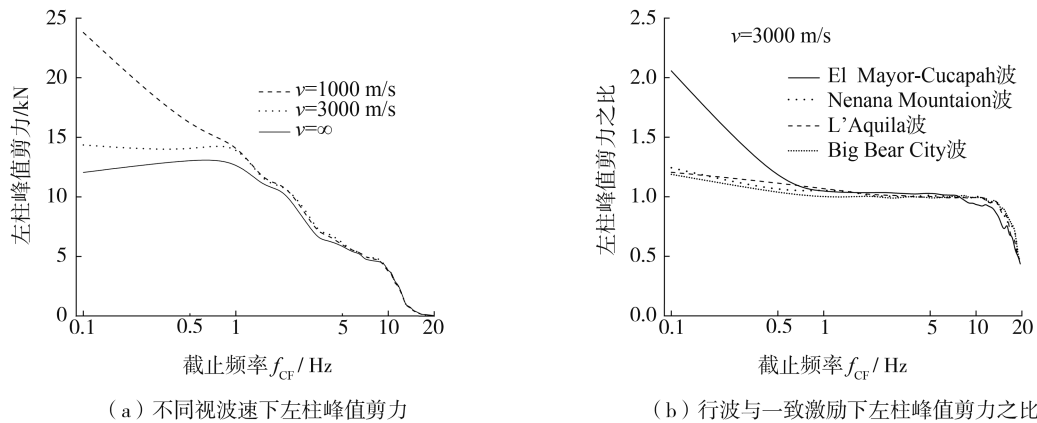


图3 不同截止频率高通滤波地震波生成波行波效应研究

Fig. 3 Study on wave passage effect for generated waves by high-pass filtering earthquake waves with different cut-off frequencies

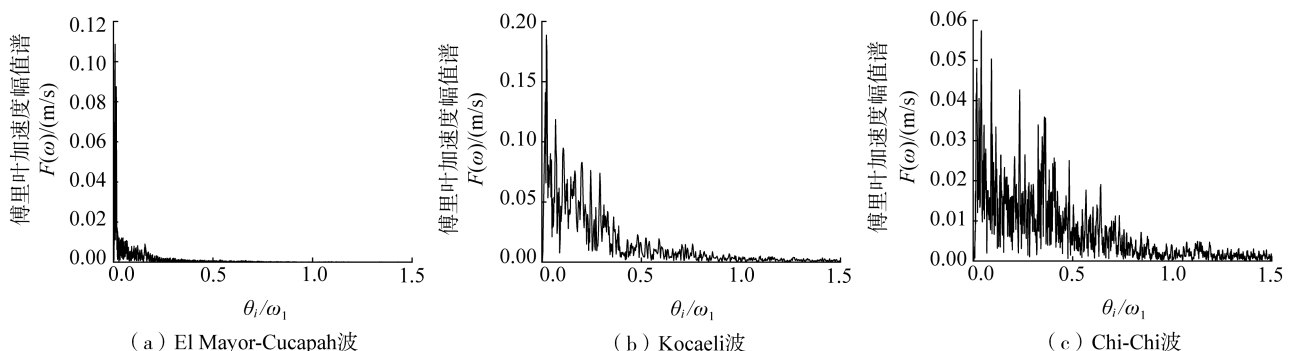
上述结果表明,通过高通滤波人工生成的低频成分丰富波会产生行波效应,低频成分不丰富波不会产生行波效应。相同视波速情况下,生成波中低频成分越丰富,行波效应越显著,这主要是由式(16)和式(19)中的 $(\omega_1/\theta_i)^2$ 项导致的。低频成分对右柱 y 方向剪力和各柱 x 方向剪力的影响与左柱 y 方向剪力相同,因此本文没有给出 y 方向右柱峰值剪力和 x 方向各柱峰值剪力与截止频率的关系曲线。

3.2 地震波激励下框架结构行波效应分析

通过2.3节柱剪力解析解及3.1节利用高通滤波人工生成波行波效应的研究,观察到低频成分丰富波会产生行波效应,低频成分不丰富波不会产生行波效应;对于低频丰富地震波,低频成分越丰富,行波效应越显著。本节选取低频成分丰富的实际地震波,研究低频成分丰富程度对框架结构行波效应的影响规律。此外,选取低频成分不丰富的地震波,研究低频成分不丰富地震波不会产生行波效应。

本节不仅针对图1(a)中的单层对称框架结构进行分析,又选取一个2层对称钢筋混凝土厂房进行分析。结合2个框架结构,在PEER数据库中分别选取6条低频成分丰富和3条低频成分不丰富的地震波。6条低频成分丰富的地震波为El Mayor-Cucapah波(RSN8596-H1)、Kocaeli波(RSN1176-H1)、Chi-Chi波(RSN1193-H2)、Kobe波(RSN1105-H2)、El Centro波(RSN6-H2)和Northridge波(RSN999-H2),3条低频成分不丰富的地震波为Los Alamos波(RSN17803-H1)、Doolan Road波(RSN18332-H1)和Eureka Canyon波(RSN19110-H1)。以图1(a)中的单层对称框架结构为例,解释说明为什么上述6条地震波低频成分是丰富的,而另外3条地震波低频成分是不丰富的。图4为9条地震波的傅立叶加速度幅值谱 $F(\omega)$,横坐标是激励频率 θ_i 与单层框架结构基频 ω_1 之比, ω_1 在2.3节中已经得到为70.41 rad/s。

由图4可知,El Mayor-Cucapah波、Kocaeli波、Chi-Chi波、Kobe波、El Centro波和Northridge波的主要频率都低于结构基频,因此其低频成分是丰富的,幅值谱中主要频率越接近于坐标原点代表地震波的低频成分越丰富。相反,Los Alamos波、Doolan Road波和Eureka Canyon波的主要频率都高于结构基频,其低频成分是不丰富的。需要指出的是,针对二层钢筋混凝土厂房,图4中6条低频成分丰富地震波的主要频率也低于结构基频,而3条低频成分不丰富,地震波的主要频率也高于结构基频,本文没有给出9条地震波幅值谱和激励频率与二层厂房基频比值的曲线。



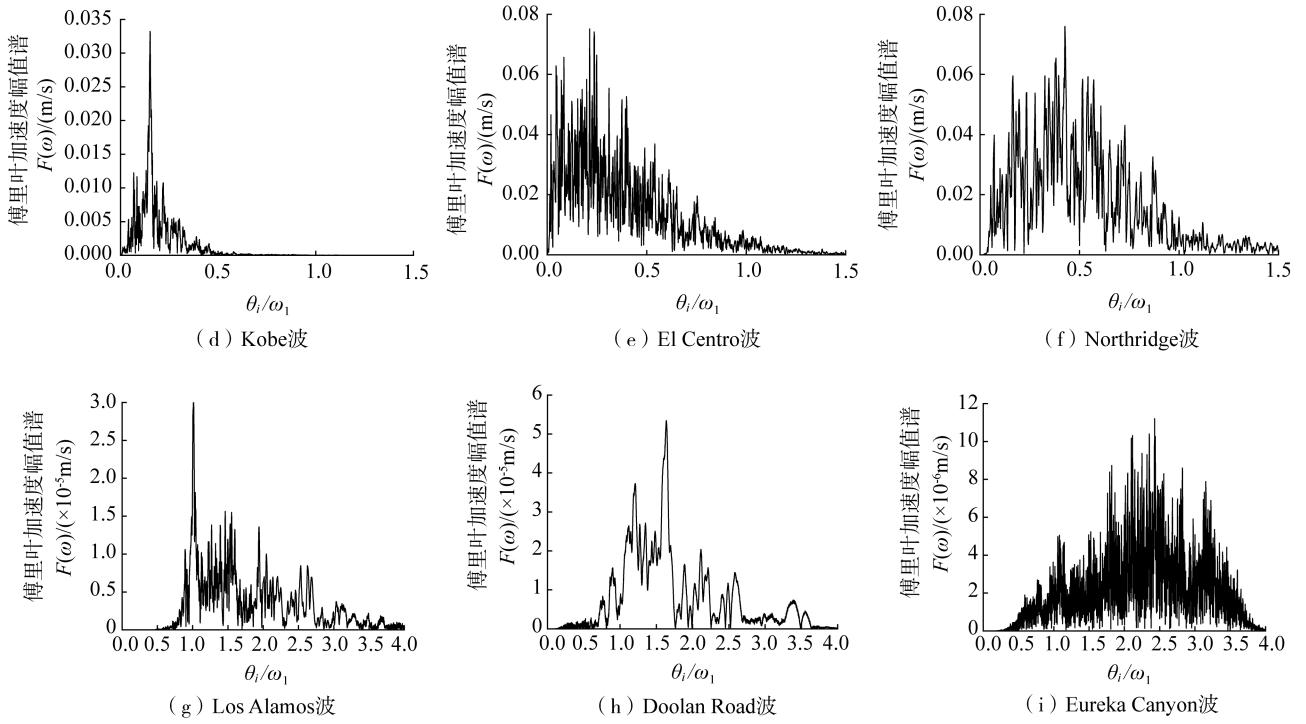


图 4 9 条地震波的傅里叶加速度幅值谱

Fig. 4 Fourier acceleration amplitude spectra for nine earthquake waves

图 5 为图 1(a) 中单层对称框架结构在上述 9 条地震波作用下,分别利用本文解析解和 ABAQUS 软件计算获得的行波激励与一致激励下左柱 y 方向峰值剪力之比。式(16)和式(19)计算左柱剪力时取最大项数也为 $i_{\max} = 40T$ 。计算结构基频时结构尺寸和材料属性等均与 2.3 节相同。视波速范围为 $500 \sim 3000 \text{ m/s}$ 。

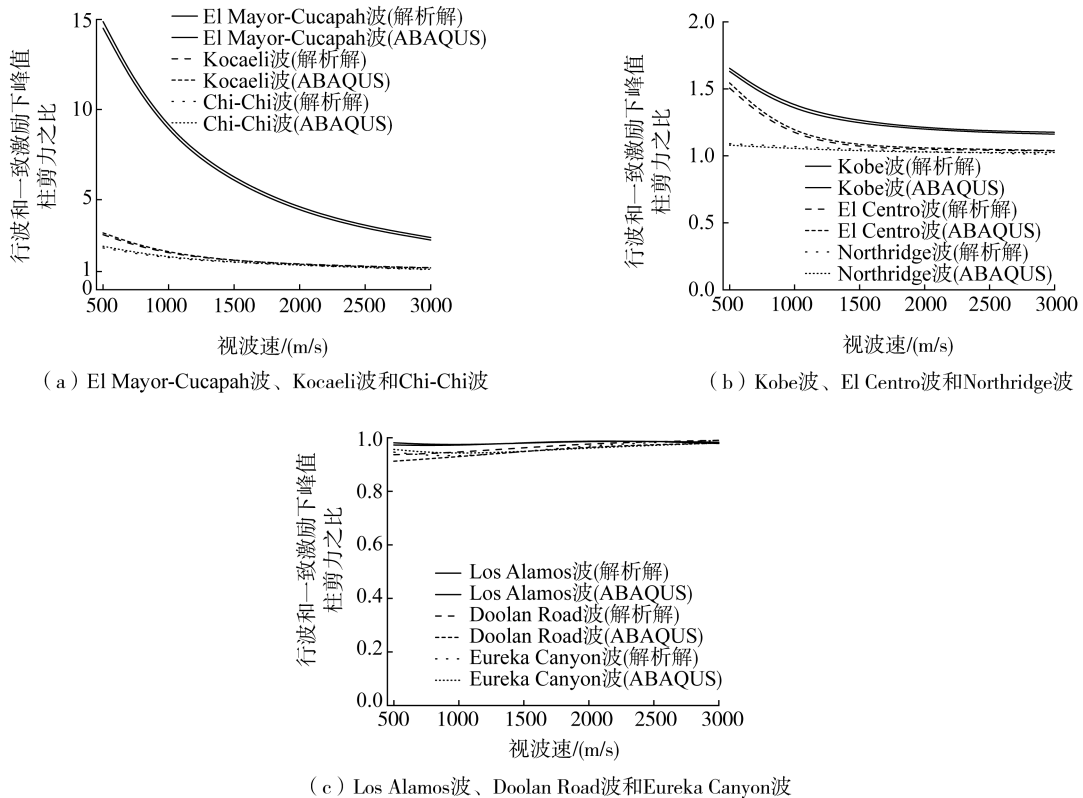


图 5 不同视波速下单层框架左柱 y 方向峰值剪力之比

Fig. 5 Ratio of peak shear forces of left column in y -direction for single-story frame with different apparent wave velocities

由图5可知,利用解析解计算获得的行波激励与一致激励下峰值柱剪力之比与 ABAQUS 软件计算获得的结果基本相同,这进一步证明本文给出解析解的准确性。在 El Mayor-Cucapah 波、Kocaeli 波、Chi-Chi 波、Kobe 波、El Centro 波和 Northridge 波作用下,行波激励与一致激励下峰值柱剪力之比大于 1(最大比值接近 15),且视波速越小,比值越大,也就是说,在这 6 条低频丰富地震波激励下存在行波效应。而在 Los Alamos 波、Doolan Road 波和 Eureka Canyon 波作用下,峰值柱剪力之比小于 1,且视波速越大,比值越接近 1,即在这 3 条低频成分不丰富地震波激励下不存在行波效应。需要指出的是,对于这 3 条低频成分不丰富的地震波,视波速为 50~500 m/s 时,柱剪力也不存在行波效应,图 5(c) 中未展示该低视波速范围的结果。

由图 4 和图 5 可知,对于框架结构柱剪力,当地震波加速度幅值谱中存在小于结构基频的主要频率时,易于产生行波效应。当地震波加速度幅值谱中的主要频率均大于结构基频时,柱剪力不存在行波效应。因此可以说小跨度框架结构行波效应除取决于时间延迟外,还取决于地震波中的低频成分。实际上,正是低频成分和时间延迟的共同作用才使得小跨度框架结构产生行波效应。对于低频成分丰富的地震波,即使视波速足够大(时间延迟足够小),小跨度框架结构也存在行波效应。在相同时间延迟情况下,低频成分越丰富的地震波,行波激励与一致激励峰值柱剪力之比越大,柱剪力行波效应越显著。小跨度框架结构在低频丰富地震波激励下,如果只考虑一致激励而不考虑行波激励,可能会低估柱剪力响应。

选取的 2 层厂房长轴方向为 10 跨,跨度均为 4 200 mm,短轴方向为单跨,其跨度为 9 000 mm,板厚取 120 mm。长轴方向梁截面尺寸皆取 250 mm×400 mm,短轴方向梁截面尺寸皆取 300 mm×650 mm。柱高皆取 3 600 mm,各方柱截面边长皆取 500 mm。地震动传播方向为短轴方向,激励方向为长轴方向。图 6 为 2 层厂房在图 4 中 9 条地震波激励下,行波激励与一致激励首层左角柱在激励方向峰值剪力之比。峰值柱剪力由 ABAQUS 软件计算获得,视波速范围为 500~3 000 m/s。

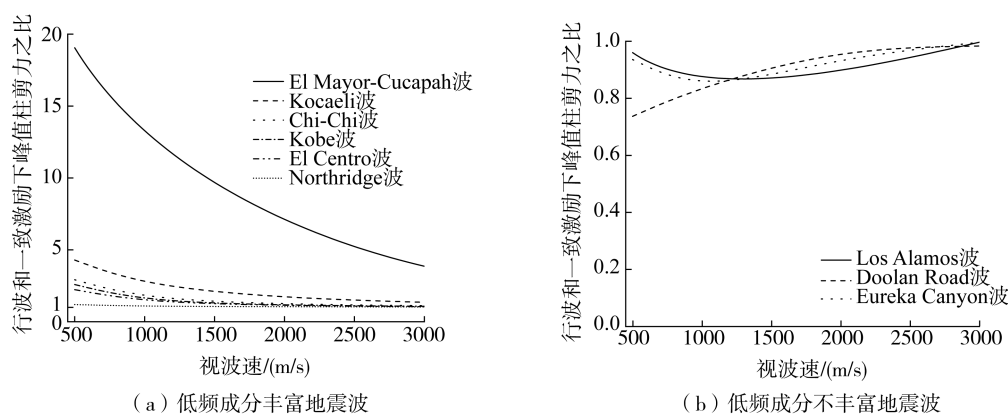


图 6 不同视波速下 2 层厂房首层左角柱激励方向峰值剪力之比

Fig. 6 Ratio of peak shear forces of left corner column of first story in excitation direction for two-story workshop with different time delays

由图 6(a)可知,在 6 条低频成分丰富地震波作用下,行波激励与一致激励下首层左角柱在激励方向峰值剪力之比大于 1,且视波速越小,比值越大。由图 6(b)可知,在 3 条低频成分不丰富地震波作用下,行波激励与一致激励下峰值剪力之比小于 1。这表明对于 2 层对称框架结构,在低频丰富地震波激励下柱剪力也存在行波效应现象,在低频不丰富地震波激励下不存在行波效应。图 4 和图 6 表明,在相同视波速情况下,低频成分越丰富的地震波,在其激励下行波与一致激励峰值柱剪力之比越大,行波效应越显著。需要指出的是,2 层厂房首层右角柱激励方向峰值剪力之比也大于 1,同样存在行波效应。至于第二层柱剪力,由于采用刚性楼板,第二层柱剪力不存在行波效应。

4 结论

本文针对单层对称框架结构,给出了地震行波激励下扭转响应的解析解,分析了地震波中频率成分对地震行波效应的影响,得出以下结论:

1) 地震行波激励下框架结构柱剪力不但与固有频率和激励频率有关,还与时间延迟以及结构基频和激励频率比值的平方有关。

2) 地震波加速度幅值谱中存在小于结构基频的主要频率时,框架结构易于产生行波效应;加速度幅值谱中主要频率均大于结构基频时,不存在行波效应。

3) 框架结构地震行波效应除取决于时间延迟外,还取决于地震波中的低频成分。在相同视波速情况下,低频成分越丰富的地震波,行波效应越显著。

参考文献:

- [1] NEWMARK N M. Torsion in symmetrical buildings [C] // Proceedings of the Fourth World Conference On Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969, A-3: 19-32.
- [2] LUCO J E. Torsional response of structures to obliquely incident seismic SH waves [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1976, 4(3): 207-219.
- [3] GUPTA I D, TRIFUNAC M D. A note on contribution of torsional excitation to earthquake response of simple symmetric buildings [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1987, 7(3): 27-46.
- [4] CAO Y N, MEZA-FAJARDO K C, MAVROEIDIS G P, et al. Effects of wave passage on torsional response of symmetric buildings subjected to near-fault pulse-like ground motions [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 88: 109-123.
- [5] 陈向上, 谭品峰, 张俊华. 地震波扭转加速度的计算及其在框架结构中的应用 [J]. 河北工业大学学报, 2009, 38(3): 114-118.
CHEN Xiangshang, TAN Pinfeng, ZHANG Junhua. The calculation of torsional acceleration of seismic wave and the application in frame structure [J]. Journal of Hebei University of Technology, 2009, 38(3): 114-118. (in Chinese)
- [6] 赵金钢, 贾宏宇, 占玉林. 旋转地震动及其对工程结构抗震性能影响研究综述 [J]. 地震工程与工程振动, 2021, 41(6): 33-51.
ZHAO Jingang, JIA Hongyu, ZHAN Yulin. Review of rotation ground motion and its influence on the seismic performance of engineering structures [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2021, 41(6): 33-51. (in Chinese)
- [7] 韩淼, 王延森, 杜红凯, 等. 转动地震动对隔震结构动力响应的影响分析 [J]. 振动与冲击, 2022, 41(10): 133-139.
HAN Miao, WANG Yansen, DU Hongkai, et al. Influence of rotational ground motions on the dynamic responses of isolated structures [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(10): 133-139. (in Chinese)
- [8] 韩淼, 刘永波, 杜红凯, 等. 转动地震动作用对结构动力响应影响分析 [J]. 振动工程学报, 2023, 36(2): 419-426.
HAN Miao, LIU Yongbo, DU Hongkai, et al. Analysis of the influence of rotational ground motion on the dynamic response of the structure [J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(2): 419-426. (in Chinese)
- [9] HAO H. Response of multiply supported rigid plate to spatially correlated seismic excitations [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1991, 20(9): 821-838.
- [10] HAO H, DUAN X N. Multiple excitation effects on response of symmetric buildings [J]. Engineering Structures, 1996, 18(9): 732-740.
- [11] HEREDIA-ZAVONI E, BARRANCO F. Torsion in symmetric structures due to ground-motion spatial variation [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(9): 834-843.
- [12] HEREDIA-ZAVONI E, LEYVA A. Torsional response of symmetric buildings to incoherent and phase-delayed earthquake ground motion [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2003, 32(7): 1021-1038.
- [13] 马人乐, 张猛, 张哲. 对称结构在水平地震作用下的扭转效应和抗扭设计探讨 [J]. 世界地震工程, 2006, 22(3): 136-141.
MA Renle, ZHANG Meng, ZHANG Zhe. Torsional response and seismic design of symmetric structures subject to horizontal earthquakes [J]. World Earthquake Engineering, 2006, 22(3): 136-141. (in Chinese)
- [14] 张猛, 赵桂峰, 马人乐, 等. 随机地震多点激励作用下对称结构的扭转效应 [J]. 郑州大学学报(工学版), 2011, 32(2): 54-58.
ZHANG Meng, ZHAO Guifeng, MA Renle, et al. Torsional response of symmetric building structures due to multi-support random seismic excitations [J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2011, 32(2): 54-58. (in Chinese)
- [15] 阳栋, 王志亮. 混凝土框架结构多点输入随机地震响应分析 [J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2013, 36(5): 599-603.
YANG Dong, WANG Zhiliang. Analysis of stochastic seismic response of concrete frame structure under multiple point excitation [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2013, 36(5): 599-603. (in Chinese)
- [16] 刘铁林, 张世玉, 李文博. 正弦行波激励下单层对称框架结构扭转响应的解析解 [J]. 地震工程与工程振动, 2019, 39(5): 67-77.
LIU Tielin, ZHANG Shiyu, LI Wenbo. Analytical solutions for torsional response of single-story symmetric frame structure subjected to sinusoidal wave passage excitation [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2019, 39(5): 67-77. (in Chinese)
- [17] CHOPRA A K. Dynamics of structures theory and applications to earthquake engineering [M]. NJ: Pearson Education, Inc., 2007: 387-389.
- [18] LÉGER P, IDÉ I M, PAULTRE P. Multiple-support seismic analysis of large structures [J]. Computers & Structures, 1990, 36(6): 1153-1158.
- [19] 李文博, 刘铁林, 王宇. 地震动加速度、速度和位移时程的构成 [J]. 工程力学, 2020, 37(增刊1): 164-167.
LI Wenbo, LIU Tielin, WANG Yu. Compositions of time histories of acceleration and velocity and displacement of ground motion [J]. Engineering Mechanics, 2020, 37(S1): 164-167. (in Chinese)
- [20] Davis Hall. PEER ground motion database [DB/OL]. Berkeley: University of California. <https://ngawest2.berkeley.edu/>.