

基于等效场景的供水管网抗震可靠性评估

贾睿, 杜坤, 宋志刚

(昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650000)

摘要: 供水管网抗震可靠性是满足用户在可能地震作用下用水需求的能力。目前, 多数供水管网抗震可靠性评估采用蒙特卡洛模拟产生大量的震损样本进行评估。然而, 此方法在评估大型、复杂管网时, 将带来极大的工作量和超高的时间成本。为了克服这些问题, 提出等效场景方法以提高计算效率。首先, 利用震损场景生成后验概率; 然后, 利用后验概率生成等效场景; 最后, 通过等效场景确定节点可靠性指数和系统可靠性指数。将文中所提算法与传统蒙特卡洛方法的模拟结果进行对比。研究表明: 基于后验概率生成等效场景方法是可行的; 地震烈度 8 度时采用 100 个等效场景评估其可靠性, 存在少数评估误差超过 10% 的节点, 其余小地震烈度评估误差均小于 5%。将 100 个等效场景提高至 250 个, 可将评估误差控制在 5% 以内。因此, 该文提出的算法可以在保证结果准确的同时提高计算效率。

关键词: 地震; 城市供水管网; 蒙特卡洛场景生成; 等效场景; 案例分析

中图分类号: P315.9; TU991.33

文献标识码: A

Seismic reliability assessment of water supply pipeline networks based on equivalent scenario

JIA Rui, DU Kun, SONG Zhigang

(Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650000, China)

Abstract: The seismic reliability of water supply networks refers to its capacity to satisfy water demands of customers in the presence of potential seismic events. Currently, the majority of seismic reliability assessments for water supply networks employ Monte Carlo simulations to generate numerous seismic damage samples for evaluation. However, this approach becomes highly demanding in terms of labor and time when assessing extensive and intricate networks. To address these challenges, the equivalent scenario method is proposed as a means to enhance computational efficiency. The proposed method involves the generation of posterior probabilities using seismic damage scenarios. Subsequently, these probabilities are employed to generate equivalent scenarios. Finally, the equivalent scenarios are utilized to determine both the node reliability index and the system reliability index. The simulation results obtained using the proposed algorithm are then compared with those obtained using the traditional Monte Carlo method. The results demonstrate the feasibility of generating equivalent scenarios based on posterior probabilities. Specifically, when evaluating the reliability of 100 equivalent scenarios at a seismic intensity of 8 degrees, a few nodes exhibit evaluation errors exceed 10%, while the evaluation errors for the remaining nodes at lower seismic intensities are below 5%. Additionally, the evaluation errors for small seismic intensities are all below 5%. Moreover, increasing the number of equivalent scenarios from 100 to 250 can further reduce the assessment error to less than 5%. Thus, the algorithm proposed in this paper ensures accurate results while enhancing computational efficiency.

收稿日期: 2023-05-16; 修回日期: 2023-06-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(52260011); 云南省重点研发计划项目(202203AC100004)

作者简介: 贾睿(1999—), 男, 硕士研究生, 主要从事生命线系统工程研究。E-mail: jia2324150227@163.com

通讯作者: 杜坤(1986—), 男, 副教授, 博士, 主要从事生命线系统工程研究。E-mail: 765818261@qq.com

Key words: earthquake; urban water supply network; Monte Carlo scenario generation; equivalent scenario; case studies

0 引言

供水管网作为重要生命线工程之一,评估其地震可靠性对指导和优化供水管网的规划和设计,提高其可靠性和韧性具有重要意义^[1-4]。由于埋地管段在地震中破损具有随机性,故采用蒙特卡洛模拟生成大量随机震损场景来全面考虑供水管网的抗震能力,从而确保供水系统的可靠性和稳定性^[5-6]。然而,面对大型复杂管网,将导致计算复杂度和时间成本急剧增加等^[7-8]问题。

针对复杂系统蒙特卡洛模拟计算量大的问题,国内外学者提出相应方法减小计算工作量。赵书强等^[9]提出改进的 K-means 聚类算法对蒙特卡洛大量场景进行合并与分类,从而减少对适应风电高占比电力系统优化调度的计算量。LIN 等^[10]采用 K-means 聚类的方法对风能、太阳能出力和负荷需求生成的蒙特卡洛场景结果进行缩减,达到减少计算量的目的。QUAN 等^[11]为研究风电场的相邻空间相关性需要生成大量的场景,通过 K-means 聚类方法对初始场景缩减提高计算效率。WANG 等^[12]为分析可再生能源和负荷的不确定性特征。提出改进谱聚类的场景缩减方法提高计算效率。MEHRAN 等^[13]首次使用聚类算法评估智能电网的可靠性,对比各种聚类算法对评估精度的影响。然而,以上研究均在智能电网领域广泛应用。最近,贾睿等^[14]首次在供水管网领域,提出多爆管压降模型并引入基于 K-medoids 算法的场景缩减方法,以提高供水管网抗震可靠性分析的计算效率。尽管聚类方法精度高,但在高维空间的距离计算中较为困难,将导致聚类结果不准确。故将其应用于大型复杂管网时维度灾难问题尤为明显^[15]。

为解决目前大型复杂管网利用聚类算法导致的维度灾难问题及提高采用蒙特卡洛方法进行管网抗震可靠性评估的计算效率。本文提出了基于后验概率生成等效场景方法来提高计算效率。首先,利用震损场景生成后验概率。然后,利用后验概率生成等效场景。最后,通过等效场景确定节点可靠性指数和系统可靠性指数。值得说明的是,本文所提出基于等效场景算法是对现有场景缩减算法的改进。

1 本文提出的算法

本文所提方法的总体框架包括震损状态矩阵生成、基于震损状态矩阵的等效场景生成和可靠性评估 3 个阶段。最后,在某管网案例中演示该方法的准确性与优越性。

1.1 震损状态矩阵生成

1.1.1 管道震害率

管道震害率是通过单位管道长度的管道维修次数和地面峰值加速度来量化的。本文采用 ISOYAMA 等^[16]建议的震害率表达式为

$$RR = C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4 \times 0.00187 \times PGA \quad (1)$$

式中 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 、 PGA 分别为地形地质、管材、管径、液化影响修正系数和地面峰值加速度。具体参数取值可参考 YOO 等^[17]的研究。

1.1.2 管道震损状态矩阵生成

根据供水管道抗震指南表明^[18],地震后管道存在正常、渗漏及爆管 3 种状态。本文采用 ROMERO 等^[19]的方法作为判断地震后管道所属状态,并生成震损状态矩阵。主要步骤如下:

步骤 1:利用 1.1.1 节计算的管道震害率产生均值为 λ 的泊松数 N ,其中 λ 表达式为

$$\lambda = RR \times L \quad (2)$$

式中:RR 为管道震害率; L 为管道长度。

步骤 2:判断 N 是否大于 0,若大于 0,管道破损,反之管道正常记为 0。

步骤 3:随机产生一个均匀数 μ ,判断 μ 是否大于条件断裂概率 P_k ,若大于 P_k 管道则判断爆管记为 2,反之泄漏记为 1。条件断裂概率取值详见文献[19]。重复以上步骤达到设定次数。具体流程如图 1 所示。

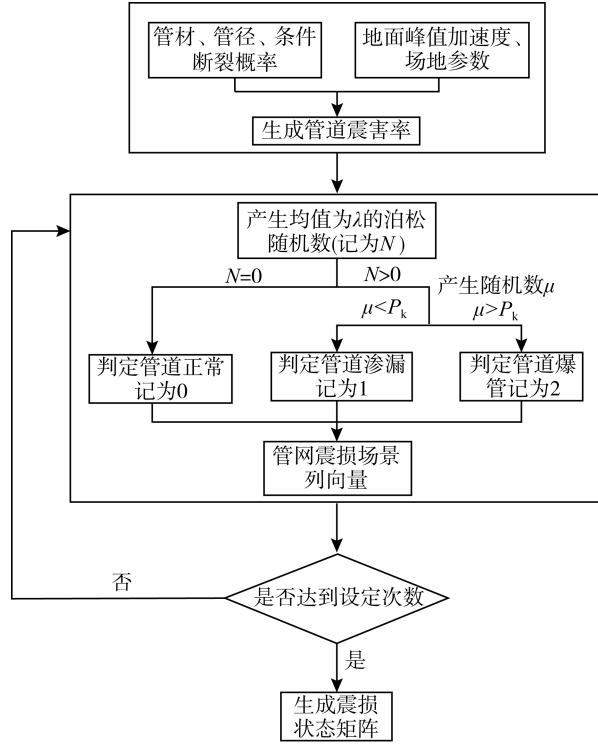


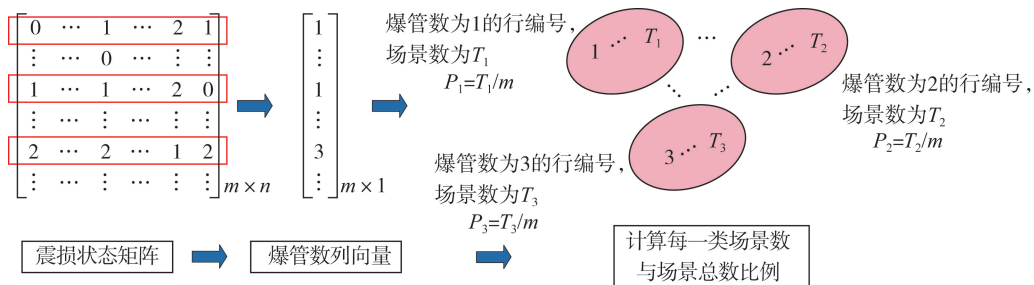
图1 生成震损状态矩阵

Fig. 1 Generation of the seismic damage state matrix

1.2 基于震损状态矩阵的等效场景生成

1.2.1 基于震损状态矩阵的后验概率生成

本节利用 1.1.2 节生成的震损状态矩阵作为实际数据,对其按照震损场景的爆管数进行分类并确定对应场景的爆管比例。值得注意的是,本算法未考虑对管道漏损进行统计,原因是相对于管道爆裂而言,漏损对管网抗震可靠性的影响较小^[20]。由于爆管比例是对等效场景的选取进行修正,故将爆管比例称为后验概率^[21]。具体如下:首先,统计 1.1.2 节生成震损状态矩阵每一行数字 2 的个数,即爆管数列向量。然后,对爆管数列向量进行分类,将相同爆管数的行编号归为一类。最后,计算归为一类的场景数与场景总数的比值作为后验概率具体流程如图 2 所示。



注: m 为蒙特卡洛次数; n 为管道数; P_i 为爆管数是 i 的后验概率; T_i 为爆管数是 i 的场景数。

图2 后验概率生成

Fig. 2 Posterior probability generation

1.2.2 基于后验概率的等效场景生成

利用 1.2.1 节生成每一类的后验概率生成等效场景,减少水力计算次数从而达到提高计算效率的目的,流程如图 3 所示。首先,确定等效场景数 N 。然后,从爆管数为 i 的所有场景编号里随机抽取 D_i 个场景数。最后,将每种爆管场景的等效场景合并为等效的地震场景。其中 D_i 表达式为

$$D_i = N \times P_i \tag{3}$$

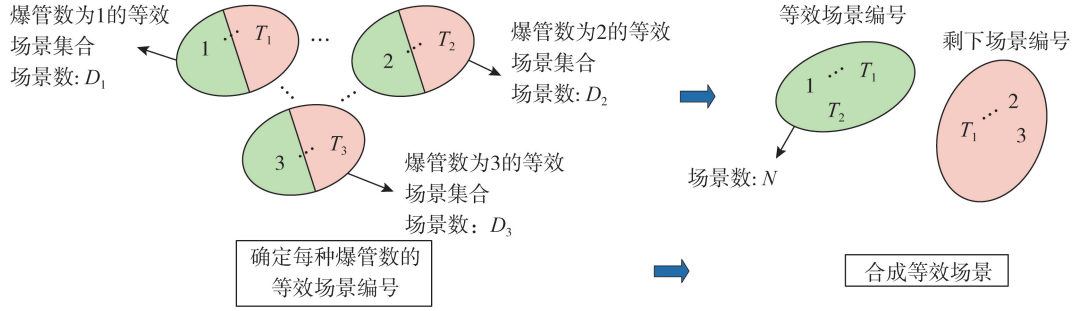


图3 生成等效场景

Fig. 3 Flow chart for generating equivalent scenes

1.3 抗震可靠性指标

1.3.1 基于蒙特卡洛模拟评估可靠性指数

本文采用地震后的节点流量与正常时的节点流量的比值作为抗震可靠性指标^[5]。首先,利用蒙特卡洛方法生成足量震损场景。然后,每次震损场景进行低压水力模型计算。最后,统计每次震损场景下节点流量。节点可靠性计算式与系统可靠性计算式分别如式(4)和式(5)所示:

$$SI_i = \frac{\sum_{j=1}^n \hat{Q}_i^j}{m \times Q_i^{\text{nor}}} \quad (4)$$

$$ESSI = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m \left(\frac{\sum_{i=1}^n \hat{Q}_i^j}{\sum_{i=1}^n Q_i^{\text{nor}}} \right) \quad (5)$$

式中: SI_i 为节点 i 的可靠性指数; m 为蒙特卡洛模拟次数; \hat{Q}_i^j 为第 j 次蒙特卡洛地震模拟时节点 i 的流量; Q_i^{nor} 为正常时的节点 i 的流量; n 为节点总数。

1.3.2 基于等效场景评估可靠性指数

通过等效场景评估管网中节点可靠性指数及系统可靠性指数。具体而言,利用后验概率对所选出的等效场景评估结果进行加权。节点可靠性、系统可靠性计算式分别如式(6)和式(7)所示:

$$(SI_i)_{\text{pp}} = \sum_{k=1}^{BN} \left(\frac{\sum_{j=1}^{SN} \hat{Q}_{k,i}^j}{SN \times Q_i^{\text{nor}}} \times P_k \right) \quad (6)$$

$$ESSI_{\text{pp}} = \sum_{k=1}^{BN} \left(\frac{1}{SN} \cdot \sum_{j=1}^{SN} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \hat{Q}_{k,i}^j}{\sum_{i=1}^n Q_i^{\text{nor}}} \right) \times P_k \right) \quad (7)$$

式中: $(SI_i)_{\text{pp}}$ 为基于等效场景评估节点 i 的可靠性指数; $ESSI_{\text{pp}}$ 为基于等效场景评估系统可靠性指数; BN 为蒙特卡洛场景最大爆管数; SN 等效场景中为爆管数为 k 的场景数; Q_i^{nor} 为正常时的节点 i 的流量; n 为节点总数; $\hat{Q}_{k,i}^j$ 为震损场景编号是 j , 爆管数 k 时 i 节点的流量; P_k 为爆管数是 k 的后验概率。

1.4 基于等效场景的评估误差

为了验证本文所提算法的准确性,本文将蒙特卡洛测试结果作为准确值,这是建立在足量样本的基础之上的;本文提出的方法计算所得结果作为估计值。并通过 $ESSI_{\text{error}}$ 、 SI_{error} 评估本文所提算法的评估误差^[13],其表达式为

$$\begin{cases} SI_{\text{error}} = \frac{|SI_{\text{MCS}} - SI_{\text{pp}}|}{SI_{\text{MCS}}} \times 100 \\ ESSI_{\text{error}} = \frac{|ESSI_{\text{MCS}} - ESSI_{\text{pp}}|}{ESSI_{\text{MCS}}} \times 100 \end{cases} \quad (8)$$

2 案例分析

2.1 研究对象

为了避免偶然性,本文采用2个供水管网案例进一步验证所提出算法的优越性,分别为Grid管网^[22]与Modena管网^[23]。管网拓扑图如图4所示。管网组件信息如表1所示。由表可知,Grid管网水源、节点和管道数量少,但管道总长度长、平均节点压力高且总用水量大。在进行地震分析时,假设管道均采用球墨铸铁管,地形地质为冲击平原,土壤无液化。

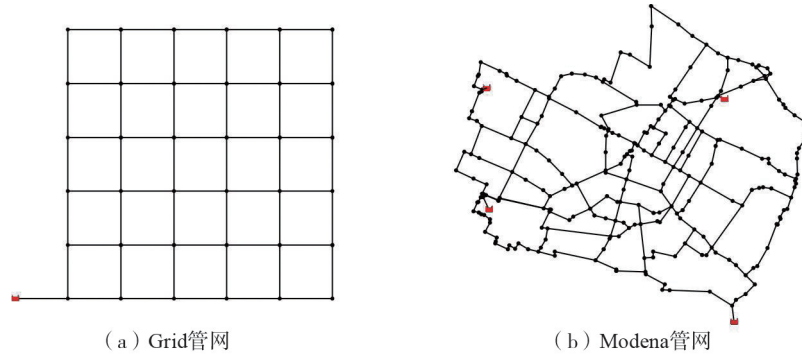


图4 供水管网拓扑

Fig. 4 Water supply network topology

表1 2个基准网络的基本信息

Table 1 Basic informations of two benchmark networks

管网	水源数量/个	节点数量/个	管道数量/个	管道总长度/km	总用水量/(L/s)	节点平均压力/m
Grid	1	36	61	120.10	2 131.20	56.37
Modena	4	268	317	71.81	406.94	25.12

2.2 结果分析

2.2.1 基于后验概率生成等效场景的可行性分析

Grid管网和Modena管网遭受地震烈度为6度时,相同爆管数的场景所占比例随蒙特卡洛场景数量的折线图,其地震动峰值加速度分别为 50 cm/s^2 ,如图5所示。限于篇幅,本文分别给出部分爆管数所占比例分布图。

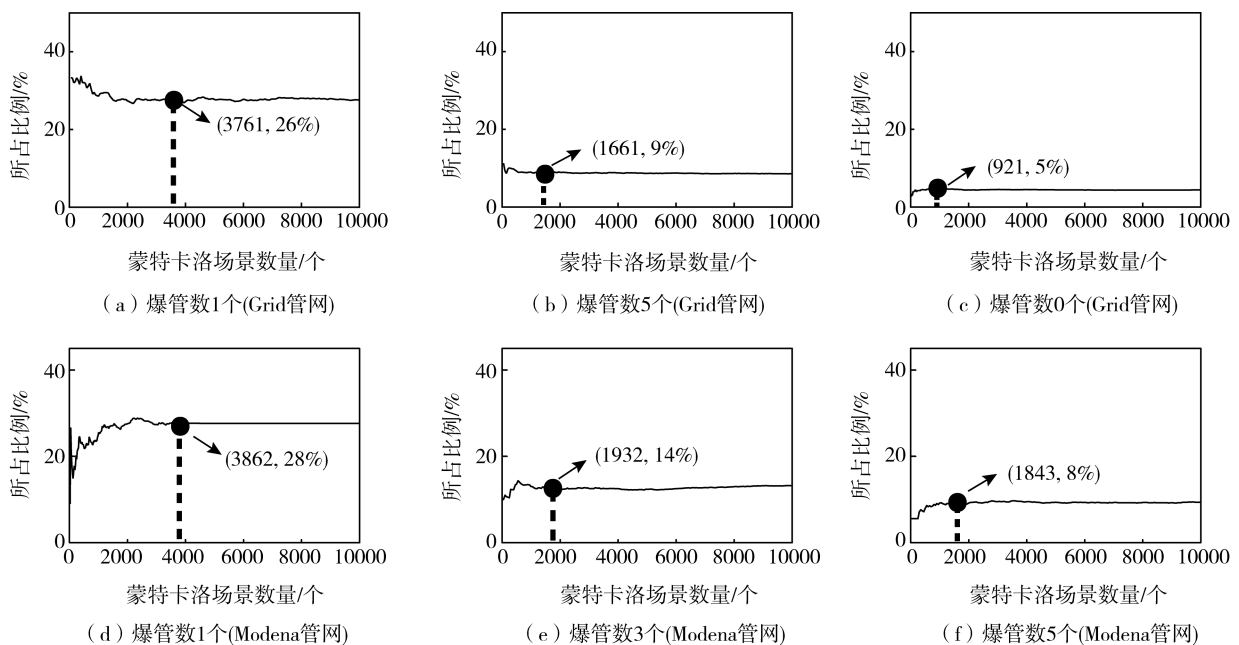


图5 场景所占比例与蒙特卡洛场景数量

Fig. 5 Percentage of scenes and the number of Monte Carlo scenes

图 5(a)、(d)对比稳定后的场景比例和收敛次数发现 Modena 管网均大于 Grid 管网,具体而言,Modena 管网稳定后的比例是 28%、收敛次数为 3761,而 Grid 管网稳定后的比例则是 26%,收敛次数是 3862。这是由于 Modena 管网管道数量远大于 Grid 管网,故进行地震随机模拟场时随机性会更大,导致需要更多数量的场景才能达到稳定。

对比图 5(a)~(c)发现震损场景所占比例随着爆管数增加而减小,例如,爆管数 1 所占比例是 26%,随着爆管数增加至爆管数 10 所占比例减少到 5%。其原因在于,地震烈度为 6 度时,对管网提高地面峰值加速度较小管网破损较轻,所以管网出现 10 个爆管场景所占比例偏小。此外,随着蒙特卡洛次数的增加相同爆管数场景所占比例逐步稳定,例如,爆管数为 1 时,当蒙特卡洛场景数达到 3761 时所占比例稳定在 26%,即便爆管数增加至 10 所占比例同样会逐步稳定至 5%。深入分析发现,这是由于震损场景样本数量足够大时,随机误差会逐渐减小,使得震损场景更加能够模拟管网真实遭受地震时破损情况。因此,震损场景所占比例会达到稳定状态。

综上所述,地震时相同爆管数场景所占比例最终会趋于一个稳定值,故采用 10000 次蒙特卡洛场景的每种爆管数所占比例进行重采样的后验概率生成等效场景方法是可行的。

2.2.2 基于等效场景的评估误差分析

图 6 绘制出 Grid 管网与 Modena 管网在地震烈度为 6、7、8 度地震下的评估误差,其中等效场景数为 100 个。对比图 6 系统误差发现 Modena 管网小于 Grid 管网。例如,在地震烈度为 6 度时,Grid 管网系统误差是 1.39%,而 Modena 管网则为 0.95%。即便地震烈度增加到 8 度 Modena 管网同样小于 Grid 管网的系统误差。这是由于 Modena 管网规模没有 Grid 管网大,例如,管段总长度和总需水量。

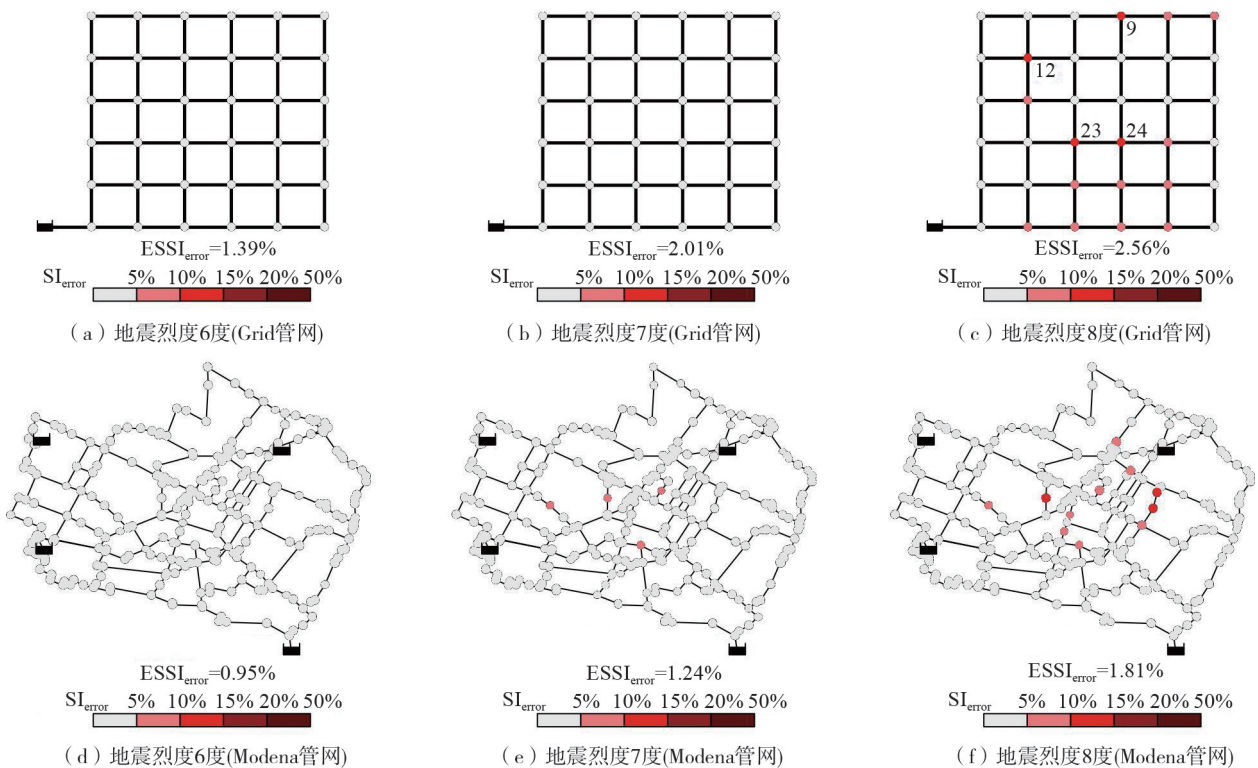


图 6 不同地震烈度下 SI_{error} 与 $ESSI_{error}$ 分布图

Fig. 6 Distribution of SI_{error} and $ESSI_{error}$ under different seismic intensities

由图 6 可知,系统可靠性评估误差随着地震烈度的增加在逐步增加,但评估误差均不会超过 5.00%。具体表现为,地震烈度 6 度的系统可靠性评估误差为 1.39%。当地震烈度增加到 8 度时,系统可靠性评估误差增加到 2.56%。此外,也可以发现地震烈度越小,节点可靠性评估误差也越低。这是由于地震烈度越小,传递给管网的地面峰值加速度越小,导致管网爆管数不多。值得注意的是,地震烈度为 8 度时存在少部分节点误差较大。具体为,在地震烈度为 8 度时,红色数字为评估误差超过 10% 的节点。深入研究发现,这是由于地震烈度为 8 度时管网破损严重,导致一些节点可靠性低于 0.2,故进行相对误差计算时误差偏大。为了比较各个节点的相关性,限于篇幅仅绘制 Grid 管网 8 度地震的散点图,如图 7 所示。可以发现仅有 4 个节点

偏离直线较远,其余均在线上。因此,基于等效场景的方法除了地震烈度高时,会出现评估误差超过 10% 的节点,其余小地震烈度时,评估误差均小于 5%。

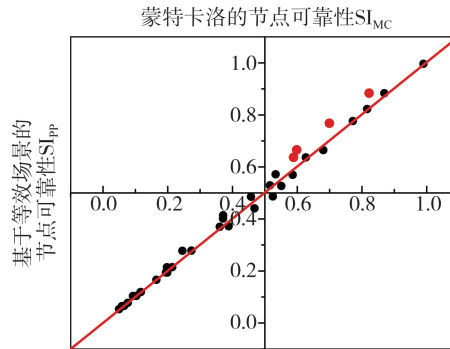


图7 地震烈度 8 度节点可靠性散点图

Fig. 7 Scatter plots of nodal reliability at seismic intensity of 8 degrees

2.2.3 提高等效场景数量减低评估误差

限篇幅原因,图 8、图 9 分别仅给出 Grid 管网在地震烈度为 8 度时不同等效场景数量的节点、系统可靠性评估误差关系图。由图 8 可知,随着等效场景数量的增加,系统可靠性评估误差随之降低并趋于稳定。其原因在于,使用更多的等效场景时,可以获得更多的采样场景,从而减小评估结果的随机性,降低评估误差。由图 9 可知,随着等效场景数的增加,节点可靠性评估误差也在降低,之后趋于稳定。例如,当等效场景数量为 100 个时,节点可靠性评估误差均大于 5%,随着等效场景增加至 250 个时节点可靠性评估误差均小于 5%。结果表明,随着等效场景数的增加,节点可靠性评估误差与系统可靠性评估误差都在减小,最后趋于稳定。

综上所述,等效场景数增加可以降低评估误差,当地震烈度为 8 度时,可采用 250 个等效场景,满足评估误差较小的同时能减小 40 倍的计算工作量。

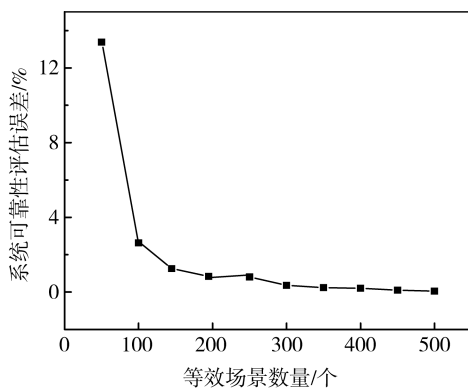


图8 不同等效场景数量的系统可靠性评估误差

Fig. 8 System reliability assessment errors for different numbers of equivalent scenarios

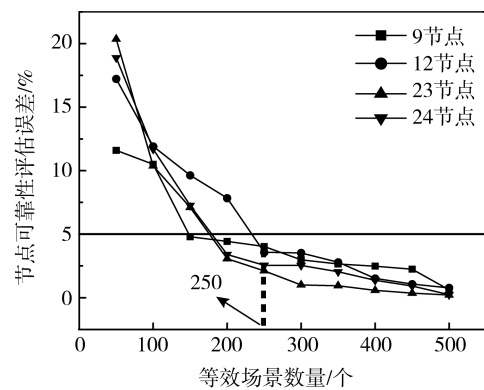


图9 不同等效场景数量的节点可靠性评估误差

Fig. 9 Nodal reliability assessment errors for different numbers of equivalent scenarios

3 结论

针对目前大型复杂管网利用聚类算法导致的维度灾难问题及提高采用蒙特卡洛方法进行管网抗震可靠性评估的计算效率,引入基于等效场景进行管网抗震可靠性分析。将所提出的方法应用于某管网案例,结果表明:相同爆管数的震损场景所占比例随着蒙特卡洛数量的增加而趋于稳定。基于等效场景算法在地震烈度为 6、7 度时,评估误差都小于 5%;地震烈度为 8 度时,存在一些节点可靠性误差超过 5% 可通过提高等效场景数量可降低评估误差。等效场景数可采用 250 个进行可靠性评估。因此,本文提出算法在确保准确的同时提高计算效率。值得说明的是,爆管位置的空间分布及等效场景的随机抽样对评估结果会产生何种影响还需进一步研究。

参考文献:

- [1] 李杰. 生命线工程抗震: 基础理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
LI Jie. Structural response network disaster simulation lifeline ground motion reliability[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)
- [2] 缪惠全, 李杰. 基于物理机制的供水管网抗震功能实时动态分析[J]. 地震工程与工程振动, 2018, 38(3): 20-29.
MIAO Huiquan, LI Jie. The real-time kinematic analysis of water supply networks seismic serviceability based on physical mechanism[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2018, 38(3): 20-29. (in Chinese)
- [3] 王威, 侯本伟, 田杰, 等. 城市供水管网抗震安全性模糊-随机模拟评价[J]. 土木工程学报, 2013, 46(增刊2): 278-281.
WANG Wei, HOU Benwei, TIAN Jie, et al. Assessment method for seismic safety of urban water distribution system using stochastic simulation and triangular fuzzy numbers[J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(S2): 278-281. (in Chinese)
- [4] DIAO K G, SWEETAPPLE C, FARMANI R, et al. Global resilience analysis of water distribution systems[J]. Water Research, 2016, 106: 383-393.
- [5] 和丽荣, 杜坤, 宋志刚, 等. 城市供水管网抗震可靠性评估的随机模拟方法[J]. 土木建筑与环境工程, 2018, 40(2): 62-69.
HE Lirong, DU Kun, SONG Zhigang, et al. Stochastic simulation method for seismic reliability assessment of urban water distribution system[J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2018, 40(2): 62-69. (in Chinese)
- [6] 侯本伟. 城市供水管网抗震能力分析及其性能化设计方法研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2014.
HOU Benwei. Seismic Performance assessment and performance-based design of water distribution system[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2014. (in Chinese)
- [7] FENG Y H, RYAN S M. Solution sensitivity-based scenario reduction for stochastic unit commitment[J]. Computational Management Science, 2016, 13(1): 29-62.
- [8] 李立云, 任灿, 侯本伟. 城市供水管网系统抗震能力分析模型对比研究[J]. 地震工程与工程振动, 2020, 40(6): 81-93.
LI Liyun, REN Can, HOU Benwei. Comparative study on seismic performance analysis models of water distribution system[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2020, 40(6): 81-93. (in Chinese)
- [9] 赵书强, 要金铭, 李志伟. 基于改进 K-means 聚类 and SBR 算法的风电场景缩减方法研究[J]. 电网技术, 2021, 45(10): 3947-3954.
ZHAO Shuqiang, YAO Jinming, LI Zhiwei. Wind power scenario reduction based on improved K-means clustering and SBR algorithm[J]. Power System Technology, 2021, 45(10): 3947-3954. (in Chinese)
- [10] LIN S F, LIU C T, SHEN Y W, et al. Stochastic planning of integrated energy system via Frank-Copula function and scenario reduction[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 13(1): 202-212.
- [11] QUAN H, LV J J, GUO J, et al. Investigation of spatial correlation on optimal power flow with high penetration of wind power: A comparative study[J]. Applied Energy, 2022, 316: 119034.
- [12] WANG Z X, HU J J, LIU B Z. Stochastic optimal dispatching strategy of electricity-hydrogen-gas-heat integrated energy system based on improved spectral clustering method[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2021, 126: 106495.
- [13] MEHRAN M, ALI K, HAMED H. Reliability evaluation of smart grid using various classic and metaheuristic clustering algorithms considering system uncertainties[J]. International Transactions on Electrical Energy Systems, 2021, 31(6): e12902.
- [14] 贾睿, 杜坤, 宋志刚. 基于场景缩减法的供水管网抗震可靠性评估[J]. 防灾减灾工程学报, 2023, 43(2): 286-293.
JIA Rui, DU Kun, SONG Zhigang. Seismic reliability assessment of water supply pipeline networks based on scenario reduction method[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2023, 43(2): 286-293. (in Chinese)
- [15] STONE C J. Consistent nonparametric regression[J]. The Annals of Statistics, 1977, 5(4): 595-620.
- [16] ISOYAMA R, ISHIDA E, YUNE K, et al. Seismic damage estimation procedure for water supply pipelines[J]. Water Supply, 2000, 22(10): 31-39.
- [17] YOO D G, JUNG D, KANG D, et al. Seismic hazard assessment model for urban water supply networks[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2016, 142(2): 04015055.
- [18] EIDINGER J M, AVILA E A. Guidelines for the seismic evaluation and upgrade of water transmission facilities[M]. Reston, Va.: ASCE, American Society of Civil Engineers, 1999.
- [19] ROMERO N, O'ROURKE T D, NOZICK L K, et al. Los Angeles water supply response to 7.8 Mw earthquake[M]//TCLEE 2009: Lifeline Earthquake Engineering in a Multihazard Environment, 2009: 1-12.
- [20] 谢宏松. 供水企业管网漏损的综合评估与控制研究[D]. 南京: 东南大学, 2021.
XIE Hongsong. Study on leakage assessment and control of urban water supply networks for water supply companies[D]. Nanjing: Southeast University, 2021. (in Chinese)
- [21] 肖静, 胡治球, 王学枫, 等. 一种基于似然极大的动态聚类方法及其应用[J]. 作物学报, 2007, 33(1): 70-76.
XIAO Jing, HU Zhiqiu, WANG Xuefeng, et al. A maximum likelihood-based dynamic clustering method and its application[J]. Acta Agronomica Sinica, 2007, 33(1): 70-76. (in Chinese)
- [22] JUNG D, YOO D G, KANG D, et al. Linear model for estimating water distribution system reliability[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2016, 142(8): 04016022.
- [23] BRAGALLI C, D'AMBROSIO C, LEE J, et al. On the optimal design of water distribution networks: A practical MINLP approach[J]. Optimization and Engineering, 2012, 13(2): 219-246.