

考虑 SSI 效应的升降作业平台 惯容减振优化设计

王珏^{1,2}, 张莹¹, 黄隽³, 叶会然¹, 单柯¹

(1. 河海大学机电工程学院, 江苏常州 213022; 2. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏南京 210098;
3. 上汽大众汽车有限公司, 上海 310000)

摘要:升降作业平台在野外工地、河滩等环境中高空作业时,其支腿底盘的明置基础与软土地基会发生动力相互作用,从而改变作业平台系统的动力特性。提出了考虑土与结构相互作用效应下的含3种不同惯容减振系统(SIS, SPIS-1, SPIS-2)的升降作业平台动力学模型,推导了作业平台在简谐激励下的振幅放大因子以及在随机激励下的响应均方值的解析表达式。利用遗传算法分别求解了位于中硬土、中软土以及软弱土3种地基表面的作业平台在 H_{∞} 和 H_2 优化准则下,惯容减振系统的最优设计刚度比和阻尼比。对最优状态下的各减振系统进行减振效果分析,结果表明:SPIS-2减振系统效果最佳,不仅最大程度地抑制了升降作业平台的共振效应,而且更有效地拓宽频带范围;SSI效应可以降低简谐激励下作业平台的位移振幅放大因子和随机激励下作业平台绝对位移的均方值;SSI效应对简谐激励和随机激励下惯容减振系统的最优设计参数影响很小,因此针对3种惯容减振系统位于不同地基表面下的最优设计参数拟合出经验公式,为升降作业平台的研发和减振设计奠定了理论基础。

关键词:升降作业平台; SSI效应; 惯容减振; 参数优化; 经验公式

中图分类号: O32; TU31

文献标识码: A

Optimal design of an inerter dynamic vibration absorber for control of a lifting platform considering SSI effect

WANG Jue^{1,2}, ZHANG Ying¹, HUANG Su³, YE Huiran¹, SHAN Ke¹

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Hohai University, Changzhou 213022, China; 2. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
3. Saic Volkswagen Automotive Co., Ltd., Shanghai 310000, China)

Abstract: When the lifting platform works at heights in the outside field, river beach and other environments, the dynamic interaction between the soft soil and outriggers of lifting platform will change the dynamic characteristics of the lifting platform system. In this paper, three dynamic models of lifting platform, which are incorporated with three different inerter dynamic vibration absorber (I-DVA) systems defined as SIS, SPIS-1 and SPIS-2, are presented with the consideration of soil-structure interaction. The expression of the amplification factor and the displacement mean square value of the operating platform is derived under harmonic and random force excitation, respectively. The optimal stiffness ratios and damping ratios of the I-DVAs are obtained based on H_{∞} and H_2 optimization criteria by genetic algorithm in terms of three different soil foundations. The vibration reduction performance of three I-DVA systems is evaluated under the conditions of their optimal design parameters. The numerical studies show that: SPIS-2 performs the most effective vibration reduction, which not only suppress the

收稿日期:2022-10-24; 修回日期:2023-03-16

基金项目:国家自然科学基金项目(52178474);江苏省自然科学基金项目(BK20221233);中国博士后基金项目(2018M632216);常州市科技计划(CJ20210138);河海大学优秀硕士学位论文培育项目(1091422003521)

作者简介:王珏(1988—),女,副教授,博士,主要从事土与结构动力相互作用和结构减振方面的研究。E-mail:juewang@hhu.edu.cn

resonance amplitude of the lifting platform, but also widen the frequency bandwidth. The soil-structure interaction can reduce the amplification factor under harmonic excitation and the mean square value under random excitation of the operating platform. The soil-structure interaction influences the optimal design parameters of the inerter systems insignificantly under harmonic and random excitation. Therefore, some empirical formulations of the optimal parameters for I-DVAs are fitted in order to provide reference for the vibration reduction design of lifting platform.

Key words: lifting platform; SSI effect; inerter dynamic vibration absorber; parameter optimization; empirical formula

0 引言

升降式作业平台作为一种移动性强的多功能升降机械设备,工人作业或机器振动产生的干扰会使作业平台发生振动,从而严重影响作业工人的稳定舒适度及安全性,也会造成操作精度的降低。因此,对作业平台进行减振设计、提高其动力稳定性具有非常重要的意义^[1-3]。当升降平台在野外工地、河滩等环境中高空作业时,作业平台支腿底盘的明置基础与软土地基发生动力相互作用,从而改变野外作业平台系统的动力特性,因此,土与结构相互作用(soil-structure interaction, SSI)效应在野外升降作业平台的减振设计中不容忽视^[4-8]。

动力吸振器(dynamic vibration absorber, DVA)可以通过消耗外部激励作用在结构上产生的能量,来实现对主结构的被动控制。DEN HARTOG^[9]最早提出了弹簧-质量-阻尼(tuned mass damper, TMD)减振系统,并提出了 H_{∞} 准则下计算最优刚度比和阻尼比的固定点理论,这个理论已得到广泛应用。WARBURTON^[10]提出了随机白噪声激励下 TMD 减振结构基于 H_2 优化的设计参数解析解。TMD 虽然获得了不错的减振效果,但是为达到较好的减振效果,一般需要较大的附加质量,再加上质量块的单端点特性,使得其在结构中的安装受到限制^[11]。与传统的质量块不同,2002 年被提出用于 F1 赛车减振的惯容器^[12]是一种双端点机械元件,它将对质量块的直线运动转化为惯容器中飞轮的旋转运动,从而用很小的质量实现了千倍级参振质量的动力特性,因而在减振设计中受到了关注。IKAGO 等^[13]基于定点理论提出了含有惯容减振系统的单自由度结构 H_{∞} 优化参数优化方法;HU 等^[14]对 3 种典型的惯容系统:串联型惯容系统(serial inertial system, SIS)、混联 1 型惯容系统(SPIS-1)、混联 2 型惯容系统(SPIS-2)进行了研究,基于固定点理论和极值理论分别推导了单自由度主结构在 H_{∞} 和 H_2 优化准则下的最优刚度比和阻尼比的解析解。李壮壮等^[15]、隋鹏等^[16]又基于固定点理论提出了多种不同类型惯容减振系统用于单自由度的主结构在基于 H_{∞} 优化下的最优刚度比和阻尼比。由此可见,惯容减振系统为工程减振提供了更大的发展空间^[17-19]。

上述研究的惯容减振主结构均被简化为不含阻尼的质量-弹簧模型,但当主结构含有不可忽略的阻尼时,不同阻尼比条件下频响函数的固定点不再存在,此时难以得到减振系统的参数优化解析解^[20]。潘超等^[21]、ZHANG 等^[22]建立了含阻尼的单自由度以及多自由度的惯容减振模型,采用了数值优化法提出了随机地震下减震系统基于 H_2 优化的设计参数,为解决复杂惯容减振系统的参数优化提供了新思路;CHEN 等^[23]、ZHAO 等^[24]建立了考虑 SSI 效应的含阻尼主系统惯容减振模型,求解了地震激励下主结构在 H_2 优化准则下的设计参数数值解,进而论证了 SSI 效应的重要性。上述文献主要是针对来自底部地震激励下的结构减振,因此并不需要考虑简谐激励下的 H_{∞} 优化。此外,底部加速度激励与由机械荷载产生的直接作用在主系统上的动力激振减振问题并不完全等价^[1],有必要进一步研究分析。

本文提出了考虑 SSI 效应下含有 3 种不同惯容减振系统(SIS, SPIS-1, SPIS-2)的升降作业平台动力学模型,推导了作业平台在简谐激励下的振幅放大因子以及在随机激励下的响应均方值的表达式。利用遗传算法(genetic algorithm, GA)求解了含惯容减振系统的作业平台针对简谐激励的 H_{∞} 和随机激励的 H_2 优化准则下的最优刚度比和阻尼比,评价了 SSI 效应对减振效果的影响。给出了适用于野外升降作业平台的惯容减振系统最优参数解的经验公式,为升降作业平台的减振研发与应用提供了理论参考。

1 模型建立及分析

升降作业平台设备如图 1(a)所示,将升降作业平台及其下部基座部分等效为两自由度系统,下部基座

与上部平台简化为集中质量 m_1 和 m_2 ; 两侧升降剪叉机构简化为弹簧 k 。升降平台的支腿底盘与地基间的动力相互作用可采用振动阻抗来描述两者交界面的力和位移间的关系, 即刚度系数 k_f 和阻尼系数 c_f 。上部平台受到频率为 ω , 幅值为 F 的竖向简谐激振 $F\sin(\omega t)$ 的作用, 其中 t 为时间。为实现作业平台的减振, 上部平台和下部基座之间分别连接含有惯容 m_i 、弹簧 k_d 和阻尼 c_d 的 3 种不同组合形式的减振系统: 串联型惯容系统, 如图 1(b) 所示; 混联 1 型惯容系统, 如图 1(c) 所示; 混联 2 型惯容系统, 如图 1(d) 所示。各节点自由度用位移 x_n ($n=0, 1, 2, 3$) 表示。其中, x_1 为基座的位移, x_2 为升降平台的位移, x_0 和 x_3 为惯容减振系统中各节点的位移。

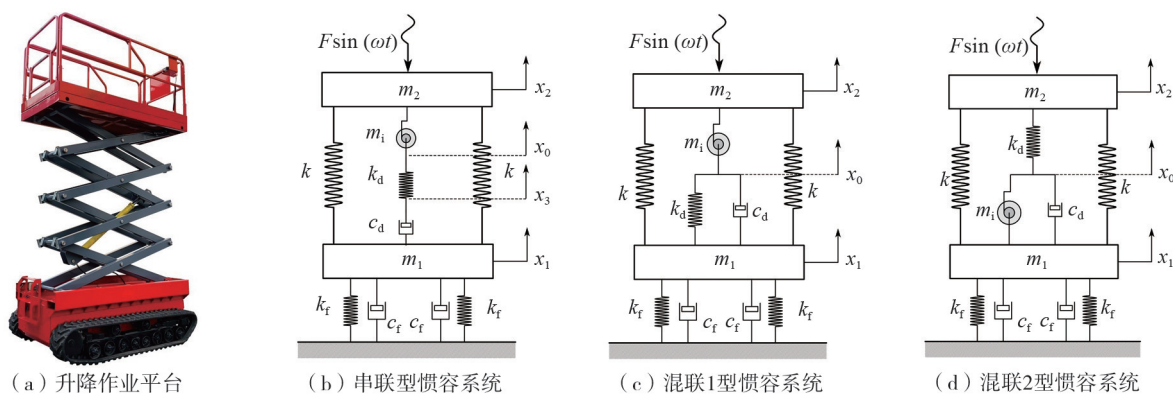


图 1 升降作业平台及其 3 种考虑 SSI 效应的惯容减振力学模型

Fig. 1 Lifting platform and its three different dynamic vibration absorber mechanical models considering SSI effect

根据达朗贝尔原理, 分别列出考虑 SSI 效应的 3 种含有不同惯容减振系统的升降作业平台运动控制方程为

SIS 系统:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 + 2k(x_2 - x_1) + m_i(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_0) = F \sin(\omega t) \\ m_i(\ddot{x}_0 - \ddot{x}_2) + k_d(x_0 - x_3) = 0 \\ k_d(x_3 - x_0) + c_d(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 + 2k(x_1 - x_2) + c_d(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + 2k_f x_1 + 2c_f \dot{x}_1 = 0 \end{cases} \quad (1a)$$

SPIS-1 系统:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 + 2k(x_2 - x_1) + m_i(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_0) = F \sin(\omega t) \\ m_i(\ddot{x}_0 - \ddot{x}_2) + k_d(x_0 - x_1) + c_d(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 + 2k(x_1 - x_2) + k_d(x_1 - x_0) + c_d(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + 2k_f x_1 + 2c_f \dot{x}_1 = 0 \end{cases} \quad (1b)$$

SPIS-2 系统:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 + 2k(x_2 - x_1) + k_d(x_2 - x_0) = F \sin(\omega t) \\ k_d(x_0 - x_2) + m_i(\ddot{x}_0 - \ddot{x}_1) + c_d(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 + 2k(x_1 - x_2) + m_i(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_0) + c_d(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + 2k_f x_1 + 2c_f \dot{x}_1 = 0 \end{cases} \quad (1c)$$

式中, 基于锥体模型可以得到均质弹性半空间地基表面上明置条形刚体的振动阻抗为^[7]: $k_f = 32\rho V_s^2 / (2-\nu) \sqrt{A_0/\pi}$, $c_f = 2\sqrt{\pi A_0} \rho V_s^2$ 。其中: ρ 为地基土密度; ν 为地基土泊松比; V_s 为地基土剪切波速; A_0 为升降平台单侧支腿底盘与地基土的接触面积。

引入如下参数: 质量比 $\mu = m_2/m_1$; 主结构固有频率 $\omega_2 = \sqrt{2k/m_2}$; 减振结构阻尼比 $\xi_2 = c_d/(2m_2\omega_2)$; 刚度比 $\beta = k_d/k$; 惯质比 $\delta = m_i/m_2$; 激振频率比 $\lambda = \omega/\omega_2$; 固有频率比 $\nu = \omega_1/\omega_2$; 主系统等效静变形 $X_{st} = F(k + k_f)/2kk_f$ 。考虑 SSI 效应的阻抗系数进行相关定义 $\omega_1 = \sqrt{2k_f/m_1}$, $\xi_1 = c_f/(m_1\omega_1)$ 。将上述参数代入式(1)的运动学方程中, 进行拉普拉斯变换后, 得到各模型主系统的位移的传递函数形式为

$$H_i(\lambda) = \frac{X_{2-i}}{F} = \frac{1}{\omega_2^2} \cdot \frac{N_{5-i} j\lambda^5 + N_{4-i} \lambda^4 - N_{3-i} j\lambda^3 - N_{2-i} \lambda^2 + N_{1-i} j\lambda + N_{0-i}}{-D_{6-i} \lambda^6 + D_{5-i} j\lambda^5 + D_{4-i} \lambda^4 - D_{3-i} j\lambda^3 - D_{2-i} \lambda^2 + D_{1-i} j\lambda + D_{0-i}} \quad (2)$$

式中: $j = \sqrt{-1}$ 为复数单位; X_{2-i} 为第 i 个模型中升降平台的位移幅值, 下标 $i=1, 2, 3$, 用于标记串联型惯容系统、混联 1 型惯容系统和混联 2 型惯容系统的对应参数; F 为各模型外部激振力的位移幅值。

1.1 简谐激励下的平台位移 H_{∞} 范数

在简谐激振力作用下, 定义升降作业平台位移幅值随频率变化的振幅放大因子 $G_i(\lambda)$, 根据式(2)可进一步整理得到 3 种减振模型的振幅放大因子为

$$G_i(\lambda) = \left| \frac{X_{2-i}}{X_{st}} \right| = \frac{\nu^2}{\mu + \nu^2} \sqrt{\frac{A_{ii}^2 + B_{ii}^2}{C_{ii}^2 + D_{ii}^2}} \quad (3)$$

式(3)中的相关系数如下:

$$\begin{cases} A_{11} = \delta(\beta + 8\nu\xi_1\xi_2)\lambda^3 - \beta[\delta(\mu + \nu^2) + 4\nu\xi_1\xi_2]\lambda \\ B_{11} = 4\delta\xi_2\lambda^4 - 2[2\delta(\mu + \nu^2)\xi_2 + \beta(\delta\nu\xi_1 + \xi_2 + \delta\mu\xi_2)]\lambda^2 + 2\beta(\mu + \nu^2)\xi_2 \\ C_{11} = -\delta(\beta + 8\nu\xi_1\xi_2)\lambda^5 + \{8\delta\nu\xi_1\xi_2 + \beta[4\nu\xi_1\xi_2 + \delta(1 + \mu + \nu^2 + 4\nu\xi_1\xi_2)]\}\lambda^3 - \\ \quad \beta\nu(\delta\nu + 4\xi_1\xi_2)\lambda \\ D_{11} = -4\delta\xi_2\lambda^6 + 2\{2\delta(1 + \mu + \nu^2)\xi_2 + \beta[\xi_2 + \delta(\nu\xi_1 + \xi_2 + \mu\xi_2)]\}\lambda^4 - \\ \quad 2\{2\delta\nu^2\xi_2 + \beta[(1 + \mu + \nu^2)\xi_2 + \delta\nu(\xi_1 + \nu\xi_2)]\}\lambda^2 + 2\beta\nu^2\xi_2 \end{cases} \quad (4a)$$

$$\begin{cases} A_{22} = 2\delta\lambda^4 - \{\beta(1 + \delta\mu) + 2[\delta(\mu + \nu^2) + 4\nu\xi_1\xi_2]\}\lambda^2 + \beta\nu^2 + \beta\mu \\ B_{22} = -4[\delta\nu\xi_1 + (1 + \delta\mu)\xi_2]\lambda^3 + 2[\beta\nu\xi_1 + 2(\mu + \nu^2)\xi_2]\lambda \\ C_{22} = -2\delta\lambda^6 + \{\beta(1 + \delta + \delta\mu) + 2[4\nu\xi_1\xi_2 + \delta(1 + \mu + \nu^2 + 4\nu\xi_1\xi_2)]\}\lambda^4 - \\ \quad \{\beta[1 + \mu + (1 + \delta)\nu^2] + 2\nu(\delta\nu + 4\xi_1\xi_2)\}\lambda^2 + \beta\nu^2 \\ D_{22} = 4[\nu\delta\xi_1 + (1 + \delta + \delta\mu)\xi_2]\lambda^5 + 2\nu(\beta\xi_1 + 2\nu\xi_2)\lambda - \\ \quad 2\{\beta(1 + \delta)\nu\xi_1 + 2[(1 + \mu + \nu^2)\xi_2 + \delta\nu(\xi_1 + \nu\xi_2)]\}\lambda^3 \end{cases} \quad (4b)$$

$$\begin{cases} A_{33} = 2\delta\lambda^4 - [2\delta(\nu^2 + \mu) + \beta(1 + \delta\mu) + 8\nu\xi_1\xi_2]\lambda^2 + \beta(\nu^2 + \mu) \\ B_{33} = -4(\nu\delta\xi_1 + \xi_2)\lambda^3 + 2[\nu\beta\xi_1 + 2\nu^2\xi_2 + (2 + \beta)\mu\xi_2]\lambda \\ C_{33} = -2\delta\lambda^6 + [2\delta(1 + \nu^2 + \mu) + \beta(1 + \delta + \delta\mu) + 8\nu\xi_1\xi_2]\lambda^4 - \\ \quad \{2\nu(\nu\delta + 4\xi_1\xi_2) + \beta[1 + \mu + \nu(\nu + \nu\delta + 4\xi_1\xi_2)]\}\lambda^2 + \nu^2\beta \\ D_{33} = 4(\nu\delta\xi_1 + \xi_2)\lambda^5 + 2\nu[\beta\xi_1 + \nu(2 + \beta)\xi_2]\lambda - 2\lambda^3\{v[\beta + (2 + \beta)\delta]\xi_1 + \\ \quad 2\nu^2\xi_2 + (2 + \beta)(1 + \mu)\xi_2\} \end{cases} \quad (4c)$$

1.2 随机激励下的平台位移 H_2 范数

在实际工程中, 机器振动、工人作业产生的振动多为随机激励。因此本文进一步研究了随机激励下, 3 种含惯容减振系统的作业平台位移响应的均方值。假设输入的随机激励为高斯白噪声, 其功率谱密度为 $S_f(\omega) = S_0$, 则升降平台的功率谱密度函数为

$$S_{x,i}(\omega) = |H_i(\omega)|^2 S_0 \quad (5)$$

进而得到升降平台位移响应的均方值的表达式为

$$\sigma_{x,i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{x,i}(\omega) d\omega = S_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 d\omega = S_0 \omega_2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\lambda)|^2 d\lambda \quad (6)$$

令升降平台位移均方值 $\sigma_{x,i}^2$ 无量纲化后的结果为 I_i , 则

$$I_i = \frac{\omega_2^3 \sigma_{x,i}^2}{S_0} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\lambda)|^2 d\lambda \quad (7)$$

根据柯西留数定理, 得到关于传递函数无穷积分的一般精确解形式为

$$I_i = \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\lambda)|^2 d\lambda = \frac{\pi}{a_{i,6}} \begin{vmatrix} b_{i,5} & b_{i,4} & b_{i,3} & b_{i,2} & b_{i,1} & b_{i,0} \\ -a_{i,6} & a_{i,4} & -a_{i,2} & a_{i,0} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{i,5} & a_{i,3} & -a_{i,1} & 0 & 0 \\ 0 & a_{i,6} & -a_{i,4} & a_{i,2} & -a_{i,0} & 0 \\ 0 & 0 & a_{i,5} & -a_{i,3} & a_{i,1} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{i,6} & a_{i,4} & -a_{i,2} & a_{i,0} \\ \hline a_{i,5} & -a_{i,3} & a_{i,1} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{i,6} & a_{i,4} & -a_{i,2} & a_{i,0} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{i,5} & a_{i,3} & -a_{i,1} & 0 & 0 \\ 0 & a_{i,6} & -a_{i,4} & a_{i,2} & -a_{i,0} & 0 \\ 0 & 0 & a_{i,5} & -a_{i,3} & a_{i,1} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{i,6} & a_{i,4} & -a_{i,2} & a_{i,0} \end{vmatrix} \quad (8)$$

式中,系数 $a_{i,m}$ ($m = 0, 1, \dots, 6$), $b_{i,n}$ ($n = 0, 1, \dots, 5$) 可由式(2)中的多项式系数 D_{m-i} 和 N_{n-i} 计算可得

$$\begin{cases} a_{i,6} = D_{6-i} \\ a_{i,5} = D_{5-i} \\ a_{i,4} = D_{4-i} \\ a_{i,3} = D_{3-i} \\ a_{i,2} = D_{2-i} \\ a_{i,1} = D_{1-i} \\ a_{i,0} = D_{0-i} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} b_{i,5} = N_{5-i}^2 \\ b_{i,4} = N_{4-i}^2 - 2N_{3-i}N_{5-i} \\ b_{i,3} = N_{3-i}^2 - 2N_{2-i}N_{4-i} + 2N_{1-i}N_{5-i} \\ b_{i,2} = N_{2-i}^2 - 2N_{1-i}N_{3-i} + 2N_{0-i}N_{4-i} \\ b_{i,1} = N_{1-i}^2 - 2N_{0-i}N_{2-i} \\ b_{i,0} = N_{0-i}^2 \end{cases} \quad (10)$$

1.3 惯容减振系统的参数优化

为分析 SSI 效应对升降作业平台振动的影响,并确定惯容减振系统的最佳减振效果,应对图 1 中 3 种减振系统中的刚度比 β 、阻尼比 ξ_2 进行参数优化。在考虑 SSI 效应的惯容减振系统中,由于主系统存在阻尼效应,难以推导得到简谐激励下基于 H_∞ 优化准则与随机激励下基于 H_2 优化准则的最优参数解析解。因此本文采用数值优化方法,优化目标函数和约束条件为

目标函数:

$$\text{minimize}_{\delta, \beta, \xi_2} \begin{cases} \max [G_i(\lambda)] & \text{for } H_\infty \\ I_i & \text{for } H_2 \end{cases} \quad (11)$$

约束条件:

$$\text{subject to} \begin{cases} \delta = \delta_0 \\ \beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \\ \xi_{2\min} \leq \xi_2 \leq \xi_{2\max} \end{cases} \quad (12)$$

则上述问题即可转化为一个单目标多参数的优化问题,本文选用遗传算法(GA)对该优化问题进行数值求解,其思路如图 2 所示。遗传算法是一种通过模拟自然进化过程来寻找最优解的随机搜索算法,其全局搜索能力强。该算法中的初始种群规模和终止迭代次数对计算精度有较大的影响,当种群太小或迭代次数过短时不能提供足够的采样点,造成早熟收敛,影响全局搜索效果;而种群太大或迭代次数过长则会导致收敛

速度缓慢、浪费资源、降低算法稳健性。本文是仅含有 2 个优化参数的单目标优化问题,且目标函数随设计参数的变化曲面平缓、峰值少、容易收敛。因此算例中设置初始种群数为 50,最大迭代次数为 200,当目标函数的误差小于 1×10^{-6} 时,输出最优解。同时,为避免遗传算法在设计参数的参数规定范围内陷入局部最优解,也设置多个 200 以内的初始种群测试结果精度,通过循环计算确保了惯容减振系统最优参数的数值解是全局最优解。

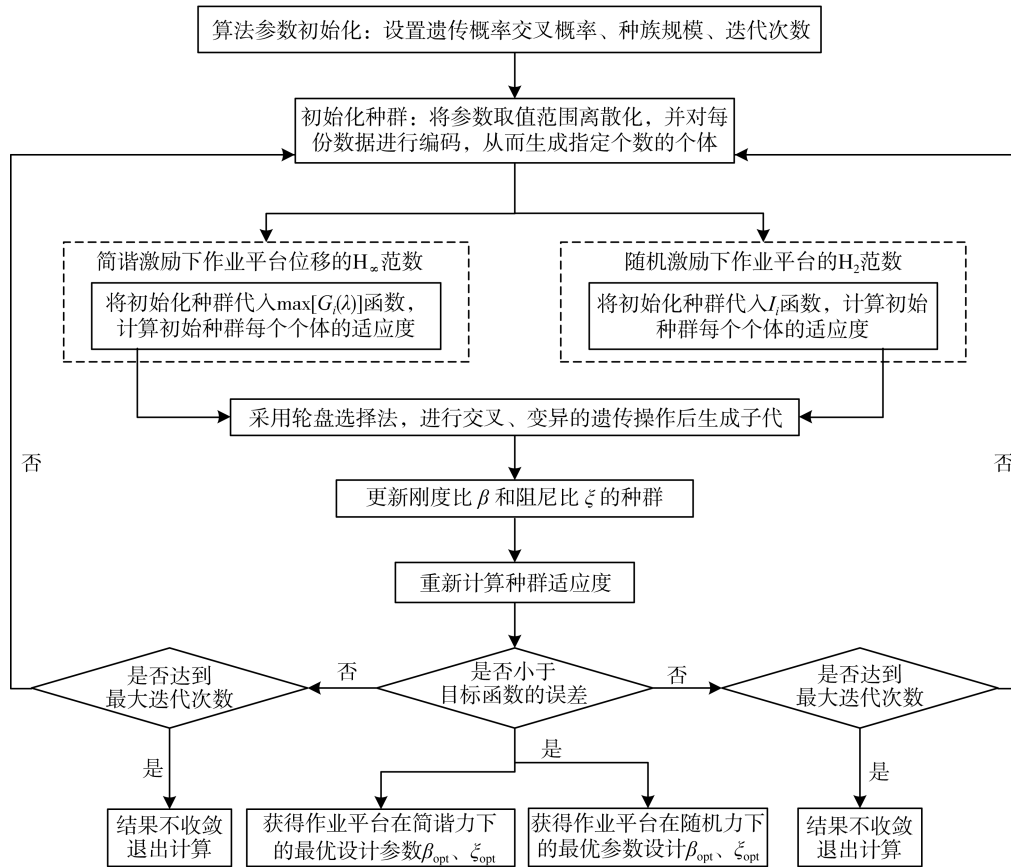


图 2 遗传算法的流程图

Fig. 2 Flowchart of genetic algorithm

2 算例分析

为了研究不同地基条件下,惯容减振系统对升降作业平台的减振效果,以下算例根据 GB 50011—2010《建筑抗震设计规范》^[25],取中硬土、中软土以及软弱土 3 种地基条件下的土体基本参数,如表 1 所示。升降作业平台的计算参数取值为: $m_1 = 8000 \text{ kg}$, $m_2 = 3000 \text{ kg}$, $A_0 = 1.5 \text{ m}^2$, $k = 0.8 \times 10^8 \text{ N/m}$ 。数值优化中,根据实际工程中常关注的参数范围取值为 $[0, 1]$ 。

表 1 3 种地基土的基本参数及振动阻抗系数

Table 1 Basic parameters and impedance of three foundation soils

地基土	剪切波速 $V_s / (\text{m/s})$	土体密度 $\rho / (\text{kg/m}^3)$	泊松比 ν	刚度系数 $k_f / (\text{N/m})$	阻尼系数 $c_f / (\text{N} \cdot \text{s/m})$
中硬土	500	2400	0.15	1.95×10^9	2.61×10^9
中软土	250	1800	0.30	4.44×10^8	4.88×10^8
软弱土	150	1400	0.42	1.50×10^8	1.37×10^8

2.1 考虑 SSI 效应的减振系统参数设计

简谐激励下基于 H_0 范数的优化目标是使升降作业平台的最大振幅放大因子最小,采用 GA 数值优化算法,取惯质比为 0.05、0.25、0.5 时,分别对 3 种惯容减振系统在中硬土、中软土和软弱土 3 种不同土体条件下

的设计参数进行数值优化,如表2所示。由表可知,位于3种地基表面的各惯容减振系统在不同惯质比下的最优刚度比和阻尼比存在较小差异,说明SSI效应对惯容减振系统的最优设计参数影响较小。因此,可将简谐激励下的惯容减振系统最优设计参数通过最小二乘法拟合成一个多项式经验公式。经验公式与基于遗传算法的数值解的对比如图3所示,可见两者具有较高的一致性,其经验公式可为升降作业平台减振优化设计的工程实际提供参考。

表2 简谐激励下考虑SSI效应的各减振模型的拟合公式

Table 2 Fitting formula of the vibration reduction models considering SSI effect under harmonic excitation

模型	优化参数	惯质比	中硬土	中软土	软弱土	拟合公式
SIS	阻尼比 ξ_2	0.05	0.090	0.090	0.090	$\xi_2 = -3.037\delta^4 + 4.631\delta^3 - 2.803\delta^2 + 1.056\delta + 0.0439$
		0.25	0.193	0.193	0.194	
		0.50	0.260	0.260	0.262	
	刚度比 β	0.05	0.098	0.098	0.097	$\beta = -0.3449\delta^4 + 0.644\delta^3 - 1.047\delta^2 + 2.004\delta - 0.00013$
		0.25	0.444	0.444	0.443	
		0.50	0.800	0.799	0.796	
SPIS-1	阻尼比 ξ_2	0.05	0.006	0.006	0.006	$\xi_2 = 0.8171\delta^4 - 1.237\delta^3 + 0.636\delta^2 + 0.1376\delta - 0.00194$
		0.25	0.056	0.056	0.056	
		0.50	0.122	0.122	0.123	
	刚度比 β	0.05	0.091	0.091	0.091	$\beta = -1.887\delta^4 + 3.823\delta^3 - 3.606\delta^2 + 1.965\delta + 0.000974$
		0.25	0.320	0.319	0.319	
		0.50	0.443	0.442	0.441	
SPIS-2	阻尼比 ξ_2	0.05	0.007	0.007	0.007	$\xi_2 = -6.769\delta^4 + 6.71\delta^3 - 0.8168\delta^2 + 0.3036\delta - 0.006549$
		0.25	0.104	0.104	0.103	
		0.50	0.353	0.357	0.349	
	刚度比 β	0.05	0.105	0.105	0.105	$\beta = -29.47\delta^4 + 32.16\delta^3 - 6.739\delta^2 + 2.929\delta - 0.02912$
		0.25	0.688	0.687	0.683	
		0.50	1.919	1.930	1.951	

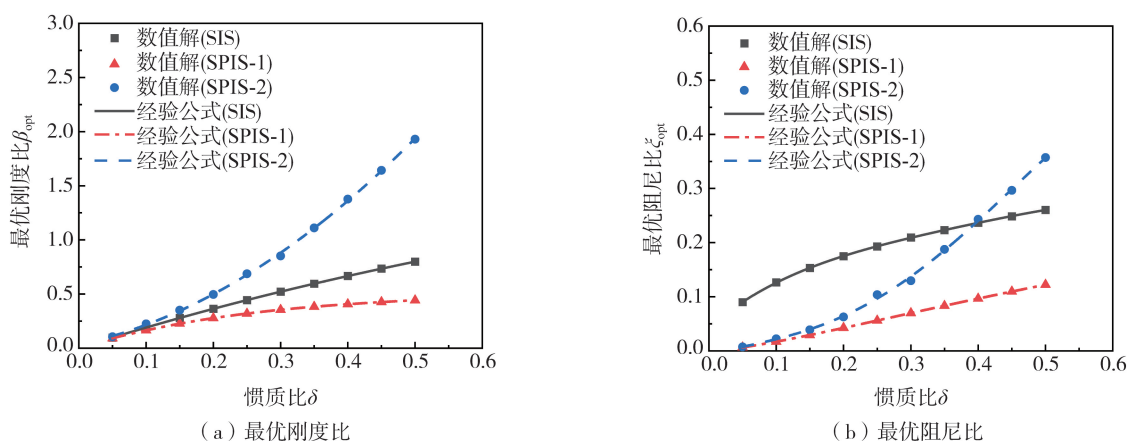


图3 简谐激励下考虑SSI效应的I-DVA模型参数设计经验公式与数值解的对比

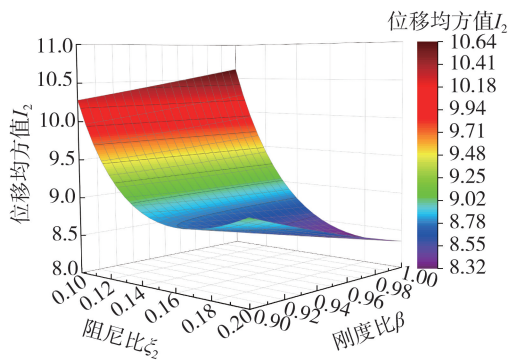
Fig. 3 Comparison of empirical formula and analytical solution for I-DVA models under harmonic excitation considering SSI effect

随机激励下基于 H_2 范数的优化目标是使升降作业平台的位移均方值最小。对考虑 SSI 效应的各惯容减振模型在不同惯质比下的最优设计参数进行数值优化,如表3所示。由表可知,考虑 SSI 效应的各惯容减振系统的最优设计参数值存在差异,但是非常小。因此,随机激励下置于不同土体条件的各减振模型的最优设计参数同样可以通过最小二乘法近似拟合成同一多项式用于实际工程。对 SPIS-2 系统,其主结构位移均方值随刚度比 β 和阻尼比 ξ_2 变化的三维曲面和等高线图如图4所示。由图可知,位移均方值在刚度比取值区间内呈单调递减趋势,刚度比取1时位移均方值取得最小。如需刚度比不趋向于区间上限,则可以加入成本控制、性能需求、耗能增效等其他约束条件进一步优化。将拟合得到的经验公式和考虑 SSI 效应的各减振模型的数值解进行对比,如图5所示。由图可知,本文拟合的经验公式与考虑 SSI 效应的数值解几乎完全重合,对实际工程具有一定的指导意义。

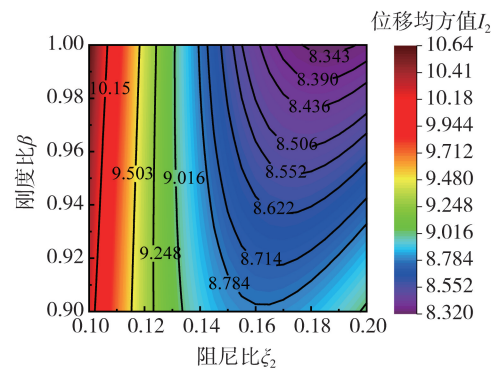
表 3 随机激励下考虑 SSI 效应的各模型的拟合公式

Table 3 Fitting formula of the models considering SSI effect under random excitation

模型	优化参数	惯质比	中硬土	中软土	软弱土	拟合公式	
SIS	阻尼比 ξ_2	0.05	0.112	0.112	0.112	$\xi_2 = -3.759\delta^4 + 5.467\delta^3 - 3.194\delta^2 + 1.298\delta + 0.0545$	
		0.25	0.250	0.250	0.250		
		0.50	0.354	0.354	0.354		
	刚度比 β	0.05	0.100	0.100	0.100		$\beta = -0.0096\delta^4 + 0.013\delta^3 - 0.011\delta^2 + 1.999\delta + 0.000012$
		0.25	0.499	0.499	0.499		
SPIS-1	阻尼比 ξ_2	0.05	0.005	0.005	0.006	$\xi_2 = 0.5874\delta^4 - 0.9265\delta^3 + 0.547\delta^2 + 0.1149\delta - 0.001644$	
		0.25	0.049	0.049	0.050		
		0.50	0.113	0.113	0.115		
	刚度比 β	0.05	0.093	0.093	0.093		$\beta = -1.252\delta^4 + 2.641\delta^3 - 2.743\delta^2 + 1.976\delta + 0.000685$
		0.25	0.360	0.360	0.358		
SPIS-2	阻尼比 ξ_2	0.05	0.226	0.226	0.227	$\xi_2 = -2.667\delta^4 + 3.588\delta^3 - 0.5791\delta^2 - 0.4161\delta + 0.2478$	
		0.25	0.153	0.153	0.154		
		0.50	0.177	0.177	0.176		
	刚度比 β	0.05	1.000	1.000	1.000		—
		0.25	1.000	1.000	1.000		
		0.50	1.000	1.000	1.000		



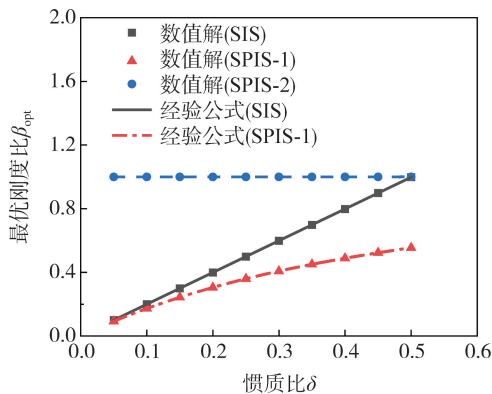
(a) 位移均方值随刚度比和阻尼比变化的三维曲面



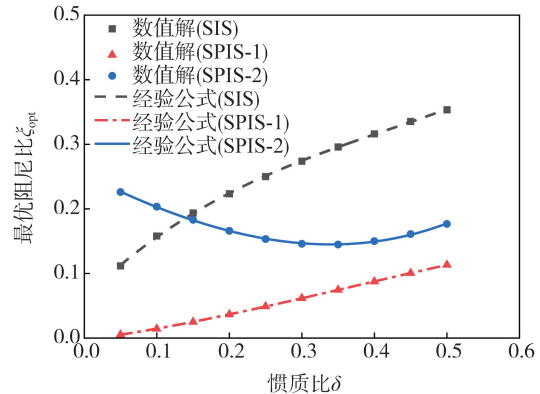
(b) 位移均方值随刚度比和阻尼比变化的等高线

图 4 SPIS-2 系统主结构位移均方值随刚度比和阻尼比的变化图 ($\delta=0.2$)

Fig. 4 Variation of the displacement mean square value of primary system of the SPIS-2 with stiffness ratio and damping ratio ($\delta=0.2$)



(a) 最优刚度比



(b) 最优阻尼比

图 5 随机激励下考虑 SSI 效应的 I-DVA 模型参数设计经验公式与数值解的对比

Fig. 5 Comparison of empirical formula and analytical solution for I-DVA models under random excitation considering SSI effect

2.2 简谐激励下升降平台的减振效果对比

简谐激励下,为评价本文选取的 3 种惯容减振结构的减振效果,选择中软土情况下的 3 种惯容减振系统

与传统的动力吸振器(TMD)进行对比,得到3种减振模型在最优设计参数下,其振幅放大因子曲线如图6所示。由图6可知:对于同一减振模型,其振幅放大因子随着惯质比的增大而降低,减振效果随之增强;对于不同减振模型,通过将图6(a)和(b)中的曲线与图6(b)中的红点线对比可知,SIS系统和SPIS-1系统与TMD系统对主结构振幅的减振程度相当,但是SIS和SPIS-1可以使用很小的质量实现TMD所需的同等参数质量;而图6(c)中的曲线明显低于图6(b)中的红点线,说明SPIS-2系统相较于TMD系统能有效地降低主结构振幅,实现更好的减振性能。同一惯质比下,SPIS-2系统的振幅放大因子与SPIS-1和SIS系统相比更低,减振效果更明显。

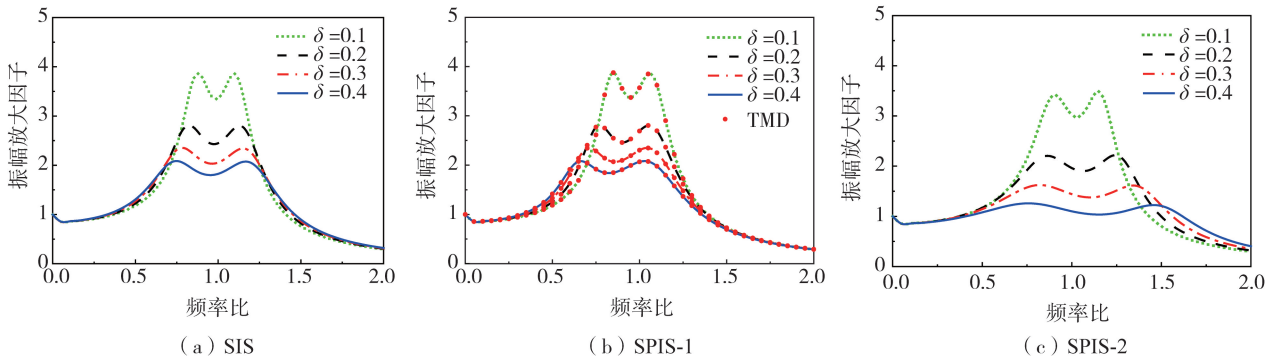


图6 简谐激励下幅频特性的比较

Fig. 6 Comparison of frequency and amplitude characteristics under harmonic excitation

为分析SSI效应对作业平台幅频特性的影响,取惯质比 $\delta=0.2$,得到不考虑SSI效应和考虑SSI效应(中硬土、中软土、软弱土)的3种惯容减振系统处于最优状态下的幅频特性曲线如图7所示。由图可知:SSI效应不会对幅频特性的变化趋势造成改变,依然可以使作业平台的幅频特性维持双峰等高的特征。但是,SSI效应会明显地降低幅频曲线的共振峰值,且软弱土条件下降低程度最明显,这是由于地基在振动过程中也消耗了升降作业平台传递下来的能量。

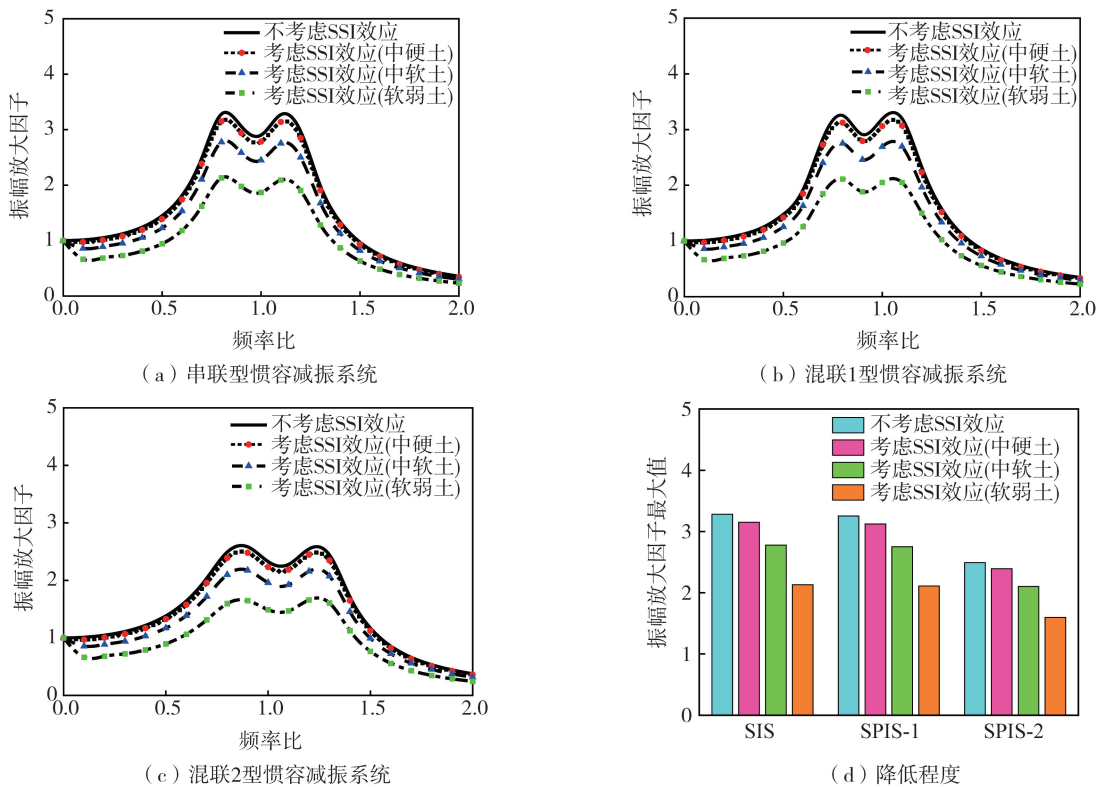


图7 SSI效应对作业平台的幅频特性影响

Fig. 7 Influence of SSI effect on the frequency and secondary characteristics of the lifting platform

2.3 随机激励下升降平台的减振效果对比

本算例讨论 SSI 效应对随机激励下含有不同减振系统的升降作业平台位移均方值的影响。计算中各减

振系统的模型参数均为基于 H_2 优化得到的最优设计参数。取惯质比 $\delta=0.2$, 将本文 3 种惯容减振系统与传统动力吸振器(TMD)的作业平台位移均方值系数相比较, 如表 4 所示。横向对比可以看出: 对于同一模型, SSI 效应会使升降平台位移均方值降低, 且土体越软, 降低程度越大, 因此考虑 SSI 效应是非常必要的。纵向对比可以看出: 对于不同模型, SIS 的位移均方值最大, 其减振效果不及传统的 TMD, 而 SPIS-2 的位移均方值最小, 其减振效果显著优于 SPIS-1 和 TMD。因此, 在随机激励下, SPIS-2 系统可以取得更好的减振效果。

由升降作业平台在简谐和随机激励下的减振效果对比可知, 相比 SPIS-1 和 SIS 系统, SPIS-2 能更好地控制升降作业平台的振动。造成这 3 种减振系统存在明显差异的主要原因是: 惯容元件表现出的负刚度特性能够辅助与之共同作用的黏性阻尼器的运动, 提高阻尼元件的耗能效率, 产生阻尼放大效应。当惯容元件与阻尼器并联用于减振结构时能产生比与阻尼器串联时更大的阻尼放大效应, 从而实现更好的减振效果。

表 4 本文 I-DVA 模型与传统 TMD 模型比较结果

Table 4 Comparison results between the present I-DVA model and traditional TMD model

系统	不考虑 SSI 效应		考虑 SSI 效应(中硬土)		考虑 SSI 效应(中软土)		考虑 SSI 效应(软弱土)	
	位移均方值系数	衰减率/%	位移均方值系数	衰减率/%	位移均方值系数	衰减率/%	位移均方值系数	衰减率/%
TMD	13.753 8	—	13.747 7	—	13.721 5	—	13.642 2	—
SIS	14.049 6	-2.15	14.048 1	-2.19	14.025 5	-2.22	13.953 0	-2.28
SPIS-1	13.753 8	0.00	13.737 9	0.07	13.669 5	0.38	13.459 9	1.34
SPIS-2	8.335 6	39.39	8.334 3	39.38	8.328 6	39.30	8.312 4	39.07

注: 表中 SIS、SPIS-1 和 SPIS-2 减振模型的衰减率是指其无量纲位移均方值相较于 TMD 减振模型的无量纲位移均方值的减小率, 其计算公式为 $\eta = \frac{I_{u,TMD} - I_{u,i}}{I_{u,TMD}} \times 100\%$ 。

$$\eta = \frac{I_{u,TMD} - I_{u,i}}{I_{u,TMD}} \times 100\%$$

3 结论

本文提出了考虑 SSI 效应的含 3 种不同惯容减振系统(SIS、SPIS-1、SPIS-2)的升降作业平台动力学模型, 推导了其在简谐激励下的振幅放大因子以及在随机激励下的响应均方值的解析表达式。利用遗传算法分别求解了位于不同地基表面的作业平台在 H_∞ 和 H_2 优化准则下惯容减振系统的最优刚度比和最优阻尼比, 并拟合成适用于工程的经验公式。当升降作业平台上激振力的作用形式满足简谐特性时建议采用基于 H_∞ 范数的优化公式对惯容减振系统进行设计, 而当激振力的作用形式表现出随机特性时建议采用基于 H_2 范数的优化参数经验公式。对最优状态下的各减振系统进行减振效果对比分析, 得出主要结论如下:

1) SPIS-2 减振系统与传统 TMD 系统、SIS 系统以及 SPIS-1 系统相比, 在简谐激振力作用下不仅能更好地抑制升降作业平台的共振峰值, 且更大程度地拓宽作业平台的减振频带范围; 在随机激励下, SPIS-2 也能最大程度地降低作业平台位移响应的均方值。

2) SSI 效应对简谐激励和随机激励下作业平台惯容减振系统的最优设计参数有一定的影响, 但差异很小。因此, 可将这些最优设计参数近似拟合成一个适用于工程减振设计的经验公式。

3) SSI 效应会降低作业平台振幅放大因子的共振峰值和位移均方值, 且地基土剪切波速越小, 这种影响越显著。

参考文献:

- [1] 刘耀宗, 郁殿龙, 赵宏刚, 等. 被动式动力吸振技术研究进展[J]. 机械工程学报, 2007, 43(3): 14-21.
LIU Yaorong, YU Dianlong, ZHAO Honggang, et al. Review of passive dynamic vibration absorbers[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 14-21. (in Chinese)
- [2] DUAN Z H, QIU W, DING W M, et al. Tilting stability analysis and experiment of the 3-DOF lifting platform for hilly orchards[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2018, 11(6): 73-80.
- [3] 朱龙基, 温留汉·黑沙, 刘彦辉. 基于能量法的浮置基础减振系统解析模型[J]. 地震工程与工程振动, 2022, 42(2): 104-112.
ZHU Longji, WENLUHAN Heisha, LIU Yanhui. Analytical model of floating foundation vibration reduction system based on energy method[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2022, 42(2): 104-112. (in Chinese)
- [4] 王珏, 周叮. 基于子结构方法的土-结构动力相互作用半解析方法研究现状综述[J]. 世界地震工程, 2019, 35(2): 96-106.
WANG Jue, ZHOU Ding. A systematic review of semi-analytical substructure method applied in soil-structure dynamic interaction[J]. World

- Earthquake Engineering, 2019, 35(2): 96-106. (in Chinese)
- [5] 杨潇然, 周叮, 王珏. 考虑 SSI 效应的矩形渡槽动力响应分析[J]. 地震工程与工程振动, 2017, 37(4): 146-157.
YANG Xiaoran, ZHOU Ding, WANG Jue. Dynamic response of rectangular aqueduct with the consideration of SSI effect[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2017, 37(4): 146-157. (in Chinese)
- [6] MESSIOUD S, SBARTAI B, DIAS D. Harmonic seismic waves response of 3D rigid surface foundation on layer soil[J]. Earthquakes and Structures, 2019, 16(1): 109-118.
- [7] MEEK J W, WOLF J P. Cone models for homogeneous soil. I[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 118(5): 667-685.
- [8] 况浩伟, 白羽, 周立超, 等. 机械振动引起基础振动的控制设计方法[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(2): 154-160.
KUANG Haowei, BAI Yu, ZHOU Lichao, et al. Design method of controlling foundation vibration caused by mechanical vibration[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2014, 34(2): 154-160. (in Chinese)
- [9] DEN HARTOG J P. Mechanical vibrations[M]. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [10] WARBURTON G B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1982, 10(3): 381-401.
- [11] 张也, 薛松岭, 常军. 基于负刚度的减振设备参数优化及其应用[J]. 地震工程与工程振动, 2018, 38(2): 201-209.
ZHANG Ye, XUE Songling, CHANG Jun. Parameter optimization and application of vibration damping device based on negative stiffness[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2018, 38(2): 201-209. (in Chinese)
- [12] SMITH M C. Synthesis of mechanical networks: The inerter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1648-1662.
- [13] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2012, 41(3): 453-474.
- [14] HU Y L, CHEN M Z Q, SHU Z, et al. Analysis and optimization for inerter-based isolators via fixed-point theory and algebraic solution[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 346: 17-36.
- [15] 李壮壮, 申永军, 杨绍普, 等. 基于惯容-弹簧-阻尼的结构减振研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(6): 1061-1067.
LI Zhuangzhuang, SHEN Yongjun, YANG Shaopu, et al. Study on vibration mitigation based on inerter-spring-damping structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(6): 1061-1067. (in Chinese)
- [16] 隋鹏, 申永军, 杨绍普. 一种含惯容和接地刚度的动力吸振器参数优化[J]. 力学学报, 2021, 53(5): 1412-1422.
SUI Peng, SHEN Yongjun, YANG Shaopu. Parameters optimization of a dynamic vibration absorber with inerter and grounded stiffness[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(5): 1412-1422. (in Chinese)
- [17] 王勇, 李昊轩, 姜文安, 等. 高速列车车下惯容悬吊设备动态特性研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(2): 246-254.
WANG Yong, LI Haoxuan, JIANG Wenan, et al. Dynamic characteristics of an underframe inerter-based suspended equipment for high speed trains[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(2): 246-254. (in Chinese)
- [18] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超. 惯容减振(振)系统及其研究进展[J]. 工程力学, 2019, 36(10): 8-27.
ZHANG Ruifu, CAO Yanru, PAN Chao. Inerter system and its state-of-the-art[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(10): 8-27. (in Chinese)
- [19] 鲁正, 周超杰, 陈芸菲. 双调谐颗粒惯容系统的减振控制研究[J]. 地震工程与工程振动, 2022, 42(6): 35-43.
LU Zheng, ZHOU Chaojie, CHEN Yunfei. Study on vibration control of double-tuned particle inerter system[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2022, 42(6): 35-43. (in Chinese)
- [20] XU T C, LI Y C, LAI T, et al. A simplified design method of tuned inerter damper for damped civil structures: Theory, validation, and application[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2021, 28(9): e2798.
- [21] 潘超, 张瑞甫, 王超, 等. 单自由度混联 II 型惯容减震体系的随机地震响应与参数设计[J]. 工程力学, 2019, 36(1): 129-137, 145.
PAN Chao, ZHANG Ruifu, WANG Chao, et al. Stochastic seismic response and design of structural system with series-parallel-II inerter system[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(1): 129-137, 145. (in Chinese)
- [22] ZHANG R F, ZHAO Z P, DAI K S. Seismic response mitigation of a wind turbine tower using a tuned parallel inerter mass system[J]. Engineering Structures, 2019, 180: 29-39.
- [23] CHEN Q J, ZHAO Z P, ZHANG R F, et al. Impact of soil-structure interaction on structures with inerter system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 433: 1-15.
- [24] ZHAO Z P, CHEN Q J, ZHANG R F, et al. Optimal design of an inerter isolation system considering the soil condition[J]. Engineering Structures, 2019, 196: 109324.
- [25] GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50011—2010 Code for seismic design of buildings[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010. (in Chinese)