DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2026.9.263 **中图分类号**：TM724 **文献标志码**：A

无线电能传输系统双频补偿网络设计方法

武 洁[1]，岳增光[2]，孔 飞[2]，李 旭[2]，陈亚斐[2]，王明杰[2]
(1.浙江水利水电学院电气工程学院，杭州 310018；2.郑州轻工业大学电气信息工程学院，郑州 450002)

摘要：单逆变器单发射线圈多频多负载感应谐振式无线电能传输WPT(wireless power transfer)系统能够同时支持多个不同频率的负载，结构简单，兼容性好，具有巨大的应用潜力。该系统补偿网络所需无源元件数量多，系统阶数高，且系统约束条件复杂，大功率高效率补偿网络的参数设计面临巨大挑战。以双频LCC-S结构为例，通过分析将设计变量从7个减少至1个，提出一种基于差分进化算法和拉格朗日乘数法的双频补偿网络设计方法，并考虑了电感寄生电阻的影响，兼顾了系统大功率和高效率传输。最后，按照该方法得出的设计方案搭建实验样机。实验结果表明，样机可不依赖于控制方法实现负载独立和恒压输出特性，系统输出功率达165.83 W，总效率达94.05%。

关键词：无线电能传输；双频；补偿网络；参数设计；差分进化

Design Method of Dual-frequency Compensation Network for Wireless Power Transfer System

WU Jie[1], YUE Zengguang[2], KONG Fei[2], LI Xu[2], CHEN Yafei[2], WANG Mingjie[2]
(1. School of Electrical Engineering, Zhejiang University of Water Resources and Electric Power, Hangzhou 310018, China;
2. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The single inverter single transmitter multi-frequency and multi-receiver inductive wireless power transfer (WPT) system can simultaneously support multiple loads of different frequencies, with a simple structure and good compatibility, and has great potential for application. Its compensation network requires a large number of passive components, forming a high-order system with complex constraints, and thus the parameter design of high-power and high-efficiency compensation network faces enormous challenges. The dual-frequency LCC-S structure is taken as an example, and the design variables are reduced from seven to only one through analysis. In order to achieve high-power and high-efficiency transmission of the system, a dual-frequency compensation network design method based on differential evolution algorithm and Lagrange multiplier method is proposed, taking into account the influence of inductance parasitic resistances. Finally, an experimental prototype was constructed based on the design scheme obtained by this method. Experimental results demonstrate that the prototype can achieve load independence and constant voltage characteristics without relying on control methods, with a system output power of 165.83 W and a total efficiency of 94.05%.

Keywords: Wireless power transfer (WPT); dual-frequency; compensation network; parameter design; differential evolution

收稿日期：2024-11-05；**修回日期**：2025-01-08；**录用日期**：2025-02-05；**网络首发日期**：2025-03-26
基金项目：浙江水利水电学院资助项目(88106325092)；河南省国际科技合作资助项目(242102521038)；河南省科技攻关资助项目(242102320180, 242102221029)；河南省优秀青年科学基金资助项目(242300421074)
This work is supported by the Zhejiang University of Water Resources and Electric Power under the grant 88106325092; the International Scientific and Technological Cooperation Project of Henan Province under the grant 242102521038; the Scientific and Technological Key Project of Henan Province under the grants 242102320180 and 242102221029; Outstanding Youth Science Foundation of Henan Province under the grant 242300421074

随着无线电能传输WPT(wireless power transfer)技术在电动汽车、无人机、生物医学和便携式电子产品等领域的应用[1-2]，其灵活性、安全性和便利性备受推崇。常见的WPT系统采用一对一传输模

式，即每次只向 1 个负载传输能量，这限制了系统规模化供电的可能性。多负载 WPT 系统同时为多个负载提供能量[3]，满足了用户侧复杂多样的需求，拓展了 WPT 的应用前景。例如，在消费电子领域，可同时为多种不同类型、不同功率需求的智能终端或智能家居设备供电；在电动汽车领域，可应用于电子公路实现“边走边充”，或在停车场同时为多辆汽车静态充电；在工业生产领域，可根据不同工位的功率需求和工作频率，同时为机器人、自动化搬运设备、检测设备等提供无线电能；在高温、高湿、高腐蚀性等恶劣环境中，可通过不同频率电磁波的穿透特性，为不同设备供电；在医疗领域，可根据不同医疗诊断设备或植入式医疗设备在不同工作模式下的需求，调整传输频率，确保设备稳定运行；在航空航天领域，可根据不同设备的特点，为各种卫星电子设备、仪器仪表、飞机地面保障设备等提供灵活的供电解决方案。毫无疑问，多负载 WPT 系统面对的特性要求更高，频率兼容性更好。

传统的多负载 WPT 系统通常采用单一频率传输功率[4-5]，此时，各负载之间的相互耦合无法避免，这种方法更适用于负载之间距离较远、耦合较弱的场景。文献[6-7]提出通过调节接收线圈的补偿电容和调整等效负载阻抗的方式来减轻交叉耦合的影响，但无法实现负载间的完全独立。近年来，一些涉及多个频率的标准和法规相继发布，它们覆盖了从几十千赫兹到兆赫兹的广阔频率范围。可以想见，在跨频率标准的多负载传输模式中，每个频率成为一个单独的传输通道，负载之间的耦合可通过合理的参数设计被降到最低。因此，先进的多负载 WPT 系统不仅应兼容多个传输频率，还应当为各个负载提供独立的传输通道，通过对各接收端进行设计实现各负载之间的完全解耦，从而实现负载的独立性。

目前，多负载 WPT 系统按逆变器和发射线圈数量可分为多逆变器多发射线圈[8]、多逆变器单发射线圈[9]、单逆变器多发射线圈[10]、单逆变器单发射线圈[11]等 4 种拓扑。多逆变器多发射线圈拓扑将多个半桥结构并联，分别驱动多个发射线圈，并与相应的接收线圈耦合，从而传输能量；多逆变器单发射线圈拓扑是在多逆变器多发射线圈拓扑的基础上，在一次侧将不同频率的波通过变压器耦合进 1 个发射线圈，使得该线圈包含不同频率成分的波，并同时与二次侧多个接收线圈产生耦合。无论哪种多逆变器模式，拓扑中均有多个半桥逆变器，半桥逆变器的数量与负载的数量成正比，随着负载数量的增加，对应驱动电路的数量也相应增加，但半桥逆变器输出电压的峰值仅有直流侧电源电压的 1/2，且半桥逆变器之间存在谐波干扰，会降低系统传输效率。比较而言，单逆变器模式更有优势。单逆变器多发射线圈拓扑采用多频脉冲宽度调制方法，用 1 个全桥逆变器实现多个目标频率的叠加输出，再经由各自频率通道的补偿网络实现解耦，分别传输给相应的二次侧电路。该方式中，发射线圈的数量与频率数量成正比，负载越多，系统体积越大。因此，对于多负载 WPT 系统，单逆变器单发射线圈拓扑具有体积和成本优势。

从已发表文献来看，目前单逆变器单发射线圈系统的设计仍然存在较多局限。例如，有的方案中各个工作频率尚不可随意设置，这些跨标准的频率选择仍然受到一定限制；由于补偿网络的局限，需要用多电平变换器产生多频正弦波，控制复杂度高。单逆变器单发射线圈系统补偿网络设计面临的挑战主要在于它是一个多变量高阶补偿网络，特别是考虑到输出功率、传输效率、零相位角 ZPA(zero phase angle)、恒压、负载独立等特性时，目前尚无一套完整的方法来获得双频补偿网络参数的最优设计。

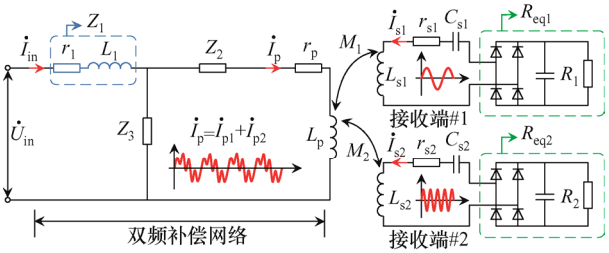
为解决上述问题，本文提出一种基于差分进化算法和拉格朗日乘数法的双频补偿网络设计方法，并考虑电感寄生电阻的影响，以实现系统最大输出功率和最高传输效率。首先，以 LCC-S 双频补偿网络为例，推导基本方程、系统谐振条件和负载独立条件，论证了输出功率和传输效率的矛盾关系，并将系统设计变量从 7 个减少至 1 个；然后，提出双频补偿网络的参数设计方法，确定双频电压分量的配比和初始设计条件，并考虑电感内阻的影响，

给出电感的工程实现方法；最后，搭建实验样机，分析了系统的功率、效率、损耗分布，并进行了对比实验研究。

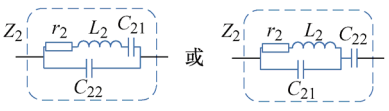
1　系统分析

适用于多负载 WPT 系统恒压输出特性的一、二次侧补偿网络拓扑的组合仅有 4 种，包括 LC-S、LCC-S、CLC-S、SS。即对于多负载 WPT 系统，若要实现恒压输出特性，发射侧补偿网络需为恒流特性，且接收侧补偿网络必须为串联谐振。

本文提出的基于 LCC-S 网络的双频 WPT 系统原理如图 1 所示。该系统一次侧补偿网络为 T 型结构，其中阻抗 Z_1 主要由扼流电感 L_1 构成，其内阻为 r_1。一次侧 T 型补偿网络中的 Z_2 和 Z_3 均为模块化高阶电路，分别由 L_2、C_{21}、C_{22} 和 L_3、C_{31}、C_{32} 组成，其拓扑结构如图 1(b)所示，2 个电感的寄生电阻分别为 r_2 和 r_3。发射线圈电感为 L_p，内阻为 r_p。2 个接收线圈电感分别为 $L_{\mathrm{s}1}$ 和 $L_{\mathrm{s}2}$，其寄生电阻分别为 $r_{\mathrm{s}1}$ 和 $r_{\mathrm{s}2}$。为便于分析，图中二次侧补偿网络均采用串联结构，补偿电容分别为 $C_{\mathrm{s}1}$ 和 $C_{\mathrm{s}2}$。二次侧电流经整流后给负载 R_1 和 R_2 供电。



(a) 所提系统拓扑结构



(b) Z_2和Z_3的结构(以Z_2为例)

图 1　所提系统电路

Fig. 1　Circuit of the proposed system

该系统经过全桥逆变器 Q_1~Q_4 后产生双频叠加的电压 $\dot{U}_{\mathrm{in}}$。一次侧双频补偿网络存在 2 个谐振点 ω_1 和 ω_2，在发射线圈 L_p 与不同接收线圈 $L_{\mathrm{s}i}$(i=1, 2)的耦合作用下，各通道的负载获取相应频率的功率。为了减小接收线圈之间的串扰，接收侧选用电感较大的线圈。接收侧等效负载 $R_{\mathrm{eq}i}$(i=1, 2)由整流器、滤波电容和负载组成。图 1 中：$\dot{I}_{\mathrm{in}}$ 为补偿网络输入电流；$\dot{I}_\mathrm{p}$ 为一次侧发射线圈的电流；$\dot{I}_{\mathrm{p}1}$、$\dot{I}_{\mathrm{p}2}$ 为发射线圈电流的 2 个频率分量；$\dot{I}_{\mathrm{s}1}$、$\dot{I}_{\mathrm{s}2}$ 为二次侧 2 个接收线圈的电流；M_1、M_2 为一、二次侧 2 个频率通道的互感。

为了简化分析，系统结构可简化为图 2 所示的等效电路。图中：$\dot{U}_{\mathrm{in}i}$ 为补偿网络输入双频电压的第 i 个频率分量；$\dot{U}_{\mathrm{out}i}$ 为二次侧第 i 个频率传输通道等效整流负载上的输出电压。各频率电压分量分别作用在相应回路上，则有

$$\begin{bmatrix} Z_{1i} & Z_{2i}+Z_{\mathrm{p}i} & \mathrm{j}\omega_i M_i \\ -Z_{3i} & Z_{2i}+Z_{3i}+Z_{\mathrm{p}i} & \mathrm{j}\omega_i M_i \\ 0 & \mathrm{j}\omega_i M_i & Z_{\mathrm{s}i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathrm{in}i} \\ \dot{I}_{\mathrm{p}i} \\ \dot{I}_{\mathrm{s}i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{\mathrm{in}i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中，下标 i 取 1 或 2，对应 2 个谐振频率，各频率下阻抗的定义为

$$\begin{cases} Z_{1i}=r_1+\mathrm{j}\omega_i L_1 \\ Z_{2i}=\left(r_2+\mathrm{j}\omega_i L_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega_i C_{21}}\right)/\!/\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega_i C_{22}} \\ Z_{3i}=\left(r_3+\mathrm{j}\omega_i L_3+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega_i C_{31}}\right)/\!/\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega_i C_{32}} \\ Z_{\mathrm{p}i}=r_\mathrm{p}+\mathrm{j}\omega_i L_\mathrm{p} \\ Z_{\mathrm{s}i}=r_{\mathrm{s}i}+\mathrm{j}\omega_i L_{\mathrm{s}i}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega_i C_{\mathrm{s}i}}+R_{\mathrm{eq}i} \end{cases} \tag{2}$$

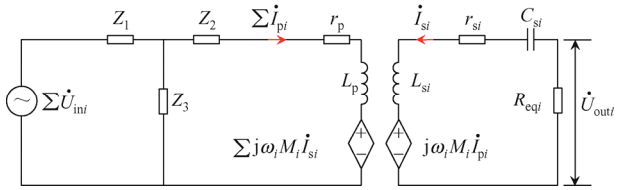


图 2　系统简化模型

Fig. 2　Simplified system model

理想条件下，所有电感的内阻忽略不计，即 r_1、r_2、r_3、r_p 和 $r_{\mathrm{s}i}$ 均为 0，用 Im 表示取阻抗的虚部，

此时系统谐振条件为

$$\begin{cases} Z_{1i}+Z_{3i}=0 \\ \mathrm{Im}\left(Z_{2i}+Z_{3i}+Z_{\mathrm{p}i}+\dfrac{\omega_i^2 M_i^2}{Z_{\mathrm{s}i}} \right)=0 \end{cases} \tag{3}$$

由式(1)~式(3)可得

$$\dot{I}_{\mathrm{in}i}=\dot{U}_{\mathrm{in}i}\Big/\left[Z_{1i}+Z_{3i}//\left(Z_{2i}+Z_{\mathrm{p}i}+\frac{\omega_i^2 M_i^2}{Z_{\mathrm{s}i}} \right) \right] \tag{4}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{p}i}=Z_{3i}\dot{I}_{\mathrm{in}i}\Big/\left(Z_{2i}+Z_{3i}+Z_{\mathrm{p}i}+\frac{\omega_i^2 M_i^2}{Z_{\mathrm{s}i}} \right) \tag{5}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{s}i}=\frac{-\mathrm{j}\omega_i M_i Z_{3i}\dot{I}_{\mathrm{in}i}}{\left[Z_{\mathrm{s}i}\left(Z_{2i}+Z_{3i}+Z_{\mathrm{p}i}+\omega_i^2 M_i^2/Z_{\mathrm{s}i} \right) \right]} \tag{6}$$

输入功率和输出功率分别为

$$\begin{cases} P_{\mathrm{in}i}=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}[\dot{U}_{\mathrm{in}i}\quad \dot{I}_{\mathrm{in}i}^{*}] \\ P_{\mathrm{out}i}=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}[\dot{U}_{\mathrm{out}i}\quad \dot{I}_{\mathrm{s}i}^{*}] \end{cases} \tag{7}$$

式中：$\dot{I}_{\mathrm{in}i}^{*}$ 和 $\dot{I}_{\mathrm{s}i}^{*}$ 分别为逆变器输出电流共轭和二次侧电流共轭；Re 表示取阻抗的实部。理想条件下求得

$$\begin{cases} \dot{I}_{\mathrm{in}i}=\dfrac{M_i^2\dot{U}_{\mathrm{in}i}}{L_1^2 R_{\mathrm{eq}i}} \\ \dot{I}_{\mathrm{p}i}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{in}i}}{\mathrm{j}\omega_i L_1} \\ \dot{I}_{\mathrm{s}i}=-\dfrac{M_i\dot{U}_{\mathrm{in}i}}{L_1 R_{\mathrm{eq}i}} \end{cases} \tag{8}$$

联立式(7)和式(8)可得系统效率为

$$\eta=\sum_{i=1}^{2}P_{\mathrm{out}i}\Big/\sum_{i=1}^{2}P_{\mathrm{in}i} \tag{9}$$

仔细观察上述表达式可以发现，尽管 LCC 双频补偿网络中有多达 7 个无源元件，但是许多电流仅与 L_1 相关。换言之，可以将 L_1 作为补偿网络设计的初始条件，再结合约束条件式(3)可以确定补偿网络参数。此时，双频补偿网络的设计变量从 7 个减少至 1 个。

由式(4)可得系统输入阻抗 Z_{in}，当 $\mathrm{Im}(Z_{\mathrm{in}})=0$ 时实现 ZPA。将式(3)代入 $\mathrm{Im}(Z_{\mathrm{in}})=0$，则 ZPA 的实现条件转化为

$$\begin{cases} \mathrm{Im}(\mathrm{j}\omega_i L_{\mathrm{s}i}+Z_{\mathrm{s}i})=0 \\ \mathrm{j}\omega_i L_{\mathrm{p}}+Z_{2i}+Z_{3i}=0 \end{cases} \tag{10}$$

令第 i 个接收端感应电压为 $U_{\mathrm{m}i}$，求得

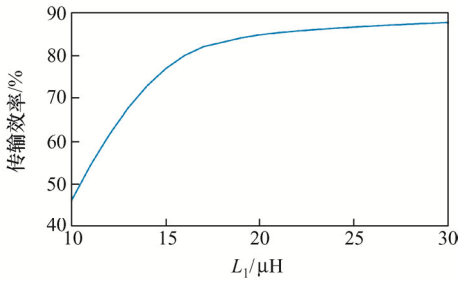
$$\dot{U}_{\mathrm{m}i}=\mathrm{j}\omega_i M_i\dot{I}_{\mathrm{p}i}=K_i\dot{I}_{R_i}+K_u\dot{U}_{R_i} \tag{11}$$

$$\begin{cases} K_i=[(\mathrm{j}\omega_i L_{\mathrm{s}i}+Z_{i\mathrm{a}})(Z_{i\mathrm{b}}+Z_{i\mathrm{c}})+Z_{i\mathrm{b}}Z_{i\mathrm{c}}]/Z_{i\mathrm{c}} \\ K_u=(\mathrm{j}\omega_i L_{\mathrm{s}i}+Z_{i\mathrm{a}}+Z_{i\mathrm{c}})/Z_{i\mathrm{c}} \end{cases} \tag{12}$$

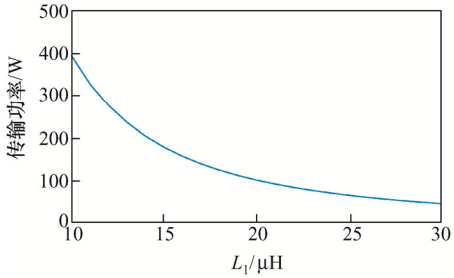
式中：K_i 为电流增益；$\dot{I}_{R_i}$ 为流过负载 R_i 的电流；K_u 为电压增益；$\dot{U}_{R_i}$ 为负载 R_i 上的电压；$Z_{i\mathrm{a}}$、$Z_{i\mathrm{b}}$、$Z_{i\mathrm{c}}$ 为接收端 T 型拓扑等效阻抗。

根据式(11)，如果 K_i=0 且式(10)成立，则输出电压与负载无关，系统实现恒压特性和 ZPA；如果 K_u=0 且式(10)成立，则输出电流与负载无关，系统实现恒流特性和 ZPA。

需要特别注意的是，上述结果是在忽略所有电感和线圈内阻的理想条件下得到的。一旦计及内阻，式(3)所代表的系统谐振条件将不复存在，系统谐振频率必将发生偏移，且内阻会消耗功率。在上述双重因素作用下，系统输出功率和传输效率必然发生变化。图 3 绘制了 L_1 发生变化时，系统输出功率和传输效率的变化曲线。由图 3 可



(a) L_1对传输效率的影响



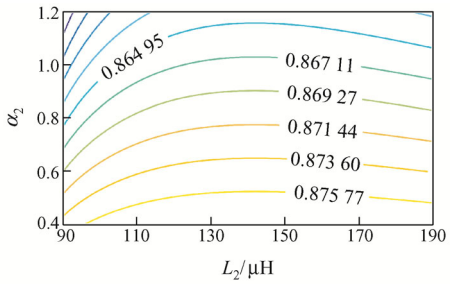
(b) L_1对输出功率的影响

图 3 L_1 对系统输出功率和传输效率的影响

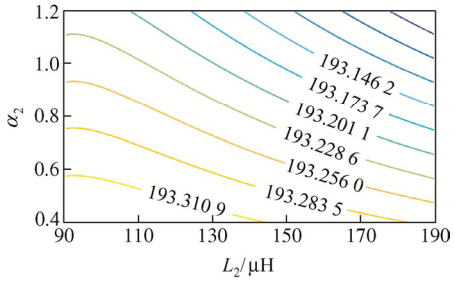
Fig. 3 Effect of L_1 on system output power and transmission efficiency

见，当 L_1 变化时，输出功率和传输效率的变化趋势呈负相关。

为进一步确定电感及其内阻的影响，定义内阻系数 $\alpha_i=(r_i/L_i)\times10^{-3}$。图 4 和图 5 分别绘制了



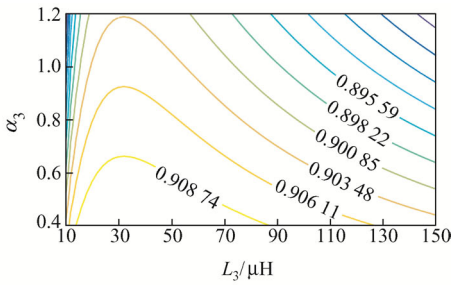
(a) L_2及其内阻的传输效率等位线



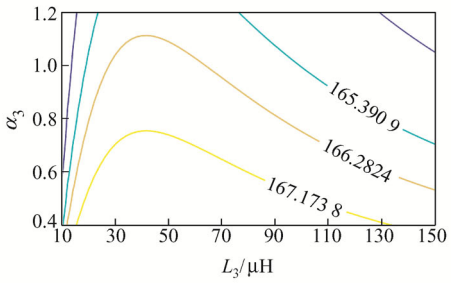
(b) L_2及其内阻的输出功率等位线

图 4　双频 LCC 补偿网络中 L_2 及其内阻的影响

Fig. 4 Effect of L_2 and its parasitic resistance in dual-frequency LCC compensation network



(a) L_3及其内阻的传输效率等位线



(b) L_3及其内阻的输出功率等位线

图 5　双频 LCC 补偿网络中 L_3 及其内阻的影响

Fig. 5 Effect of L_3 and its parasitic resistance in dual-frequency LCC compensation network

L_2 和 L_3 及其内阻对传输效率和输出功率的影响(以图 1(b)中的第一种结构为例)。对比图 3、图 4 和图 5 发现，在双频 LCC 补偿网络中，各电感及其内阻对输出功率和传输效率的影响各不相同，一些呈现明显的负相关关系，另一些则呈正相关关系。因此，必须对双频 LCC 补偿网络参数进行精细的设计，从而达成系统输出功率和传输效率的折中。

2　设计方法

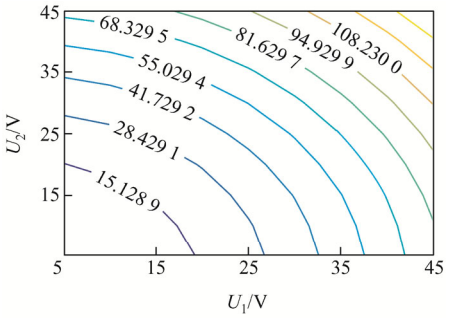
双频 LCC 补偿网络的参数设计面临 3 个挑战：第一，双频系统的 2 个频率分量各自产生不同的损耗，为尽可能提高输出功率和传输效率，2 个频率分量必须分配合适的数值；第二，从第 1 节的分析可知，双频系统的 Z_2、Z_3、Z_s 等参数可根据 L_1 确定，且每个 L_1 对应 8 个组合解，考虑到输出功率和传输效率关于 L_1 等不同的变量具有不同的相关性，因此必须从无穷的解空间中找出合适的参数组合；第三，双频系统的电感和线圈中天然地存在内阻，它们会恶化谐振条件、降低传输效率，在双频 LCC 补偿网络的参数设计中不能忽视它们的存在，因而必须找到一种参数设计方法，在计及内阻的条件下尽可能地消除其负面影响。

本节从 3 个方面解决上述难题。首先，分析频率分量配比对输出功率和传输效率的影响规律，确定合适的频率分量分配数值；其次，提出基于差分进化算法的输出功率和传输效率非支配解空间搜索算法，得到双频 LCC 补偿网络参数的初始设计条件；最后，在考虑电感内阻的前提下权衡谐振条件、输出功率和传输效率等多个约束，提出基于拉格朗日乘数法的补偿网络设计方法，从而确定双频 LCC 补偿网络参数。

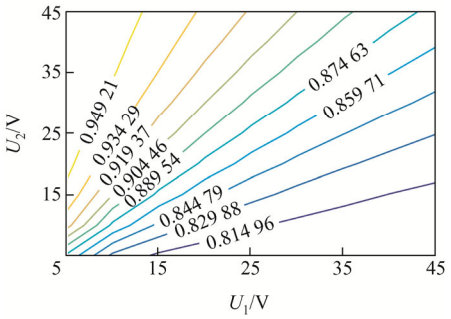
2.1　双频分量配比

由式(5)可知，对于一组确定参数的双频 LCC 补偿网络，频率较低的电流分量较大，对应损耗分量较高，在互感相等的情况下，输出电流较小，从而恶化输出功率和传输效率。图 6 绘制了 20 kHz(U_1)和 85 kHz(U_2)的双频 LCC 补偿网络在不同电压频

率配比情况下，一组电感电容参数的输出功率和传输效率的变化趋势。由图 6 可见，随着频率分量的增大，输出功率与效率在 20 kHz 频点处呈负相关，在 85 kHz 频点处呈正相关。因此，双频系统各频率配比的原则为：在满足低频负载需求的情况下低频分量尽可能少，在逆变器输出能力允许的情况下高频分量尽可能多。



(a) 不同电压分量组合的输出功率等位线



(b) 不同电压分量组合的传输功率等位线

图 6 双频 LCC 补偿网络不同电压分量的影响

Fig. 6 Effect of different voltage components in dual-frequency LCC compensation network

2.2 确定初始设计条件

差分进化算法是一种高效的全局优化器，具有跳出局部最优点、快速收敛到全局最优点的能力。双频 LCC 补偿网络的参数设计过程中优化目标多、约束条件复杂，因此本文采用差分进化算法进行优化设计。

基于第 1 节分析，双频系统补偿网络的优化变量从 7 个减少至 1 个，即根据 L_1 确定。考虑到输出功率和传输效率关于 L_1 的变化趋势相反，形成相互冲突的设计目标，因此必须首先权衡输出功率和传输效率，找到合适的 L_1 取值，以此作为参数设计的初始条件。本文采用差分进化算法搜索 L_1 的全局最优点，并提出一种基于排序的差分进化算法，兼顾系统的最大功率和最高效率，在保持种群多样性和进化选择压力的情况下，该算法能迅速收敛到全局最优。

本节结合双频 LCC 补偿网络自身的特点，对优化过程中变量取值范围、约束条件和适应度函数构建时需要注意的问题进行详细说明。

(1)适应度函数：以输出最大功率和最高效率为目标。为了将最大值问题转化为求解最小值，构造适应度函数为

$$\begin{cases} f_1(\eta)=\dfrac{P_{\text{in}1}+P_{\text{in}2}}{P_{\text{out}1}+P_{\text{out}2}} \\ f_2(P)=\dfrac{1}{P_{\text{out}1}+P_{\text{out}2}} \end{cases} \tag{13}$$

(2)决策变量：与运行状态密切相关的变量包括输入电压、工作频率、负载、补偿电感等。由第 1 节的分析可知，除负载和电感外，其他变量均可根据输入、输出条件确定，因此仅需设置负载和电感的取值范围，即

$$\begin{cases} R_{\text{Lmin}} \leqslant R_{\text{L}} \leqslant R_{\text{Lmax}} \\ L_{i,\text{min}} \leqslant L_i \leqslant L_{i,\text{max}} \end{cases} \tag{14}$$

式中：R_{L} 为负载电阻；R_{Lmin} 和 R_{Lmax} 分别为 R_{L} 的下限和上限；$L_{i\text{min}}$ 和 $L_{i\text{max}}$ 分别为 L_i 的下限和上限。

负载变化范围按系统运行过程中负载的状态变化考虑，电感取值范围根据电感体积、电感电压、电流等因素综合确定。

(3)约束条件：为了保护电路的安全，还应规定补偿网络中的电容电压和电感电流，其限制条件为

$$\begin{cases} I_{L_i} \leqslant I_{L\text{max}} \\ U_{C_i} \leqslant U_{C\text{max}} \end{cases} \tag{15}$$

式中：I_{L_i} 为电感电流；$I_{L\text{max}}$ 为允许的电感电流最大值；U_{C_i} 为电容电压；$U_{C\text{max}}$ 为允许的电容电压最大值。

(4)差分进化模型：为了使系统达到最大功率、最大效率的优化目标，差分进化模型的表达式为

$$\begin{cases} \min: f_1(\eta),\ f_2(P) \\ \text{s.t.} \begin{cases} R_{\text{Lmin}} \leqslant R_{\text{L}} \leqslant R_{\text{Lmax}} \\ L_{i,\text{min}} \leqslant L_i \leqslant L_{i,\text{max}} \\ I_{L_i} \leqslant I_{L\text{max}} \\ U_{C_i} \leqslant U_{C\text{max}} \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

(5)选择策略：基于排序的差分进化算法与常规差分进化算法的不同之处在于，根据适应度函数之间的非支配关系，对种群中的每个个体进行排序，排名靠前的个体具有更多的繁殖机会，保持多样性并确保优势基因具有遗传优势。另外，为避免过早陷入局部最优，设置了可变的贪婪系数，在进化过程中持续增加选择压力。通过上述方法，该算法能够更快地收敛到全局最优。图 7 为该算法找到的种群分布和最终的帕累托前沿，图中早期的个体颜色为浅色，随着进化过程的推进，后期个体的颜色变成深色。根据种群分布可以发现，距离帕累托前沿较远的个体均出现在进化早期，且分布稀疏，这说明算法收敛速度较快。该算法找到的帕累托前沿即为满足最大功率和最高效率的非支配解集合。由于篇幅限制，本文未针对该算法和常规差分进化算法进行详细对比研究。

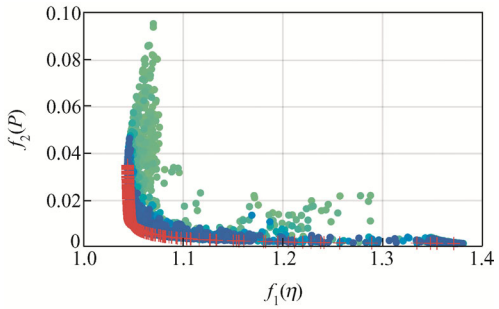


图 7　差分进化过程及求得的帕累托前沿

Fig. 7 Differential evolution process and the obtained Pareto front

2.3　考虑寄生电阻的多频拓扑参数设计方法

采用基于排序的差分进化算法获得的 L_1 是理想情况下参数设计的初始条件，未考虑电感内阻。但电感中天然存在的内阻必然会恶化式(3)的谐振条件，使得谐振网络工作点发生偏移，影响输出功率，降低传输效率。在工程设计中，电感内阻不可避免，唯一的方法是尽可能降低内阻的影响，近似满足式(3)的谐振条件。本节以双频谐振网络中 Z_3 的参数设计为例，计及电感内阻，考虑在 2 个频率下满足式(3)的谐振条件，并尽可能降低 2 个频率下 Z_3 的等效电阻。

上述问题可转化为在多个约束条件下求解条件极值。为求解 Z_3，构造拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}F(r_3,L_3,C_{31},C_{32}) &= \mathrm{Re}(Z_{31})+\mathrm{Re}(Z_{32})+\\ &\lambda_1[\mathrm{Im}(Z_{31})+\mathrm{j}\omega_1 L_1]+\\ &\lambda_2[\mathrm{Im}(Z_{32})+\mathrm{j}\omega_2 L_1]\end{aligned} \tag{17}$$

式中，λ_1 和 λ_2 为拉格朗日乘子。

类似地，为求解 Z_2，构造拉格朗日函数为

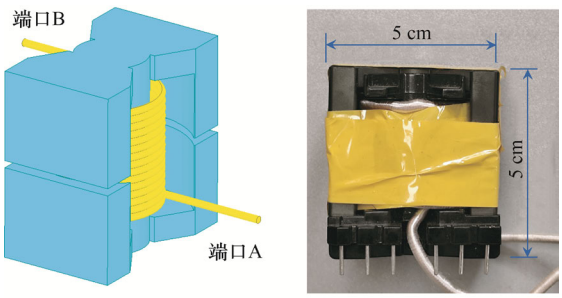
$$\begin{aligned}G(r_2,L_2,C_{21},C_{22}) = \sum_{i=1}^{2}\Bigg[&\mathrm{Re}(Z_{2i})+\\ &\mu_i\,\mathrm{Im}\left(Z_{2i}+Z_{3i}+Z_{\mathrm{p}i}+\frac{\omega_i^2 M_i^2}{Z_{si}}\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{18}$$

式中，μ_i 为拉格朗日乘子。

根据上述构造的拉格朗日函数，应用拉格朗日乘数法，即可得出计及内阻的双频补偿网络参数。

2.4　电感设计

按照第 2.3 节提出的方法可得双频补偿网络中各电感的电气参数。在工程设计中，电感及其内阻与导体线径 ϕ、匝数、气隙长度 δ 等因素密切相关。为得到电感的设计参数和电气参数之间的关系，建立图 8 所示的有限元分析模型。改变 δ、ϕ，可得电感及其内阻随匝数的变化规律，如图 9 所示。由图 9 可见，δ 对电感影响较大，ϕ 对电阻影响较大。结合图 9 所示的规律可以确定导体 ϕ、匝数、δ 等电感的设计参数，并可通过有限元模型进行校核。图 8(b)为根据上述方法获得的设计参数制作的电感实物，测试结果完全满足设计要求。



(a) 几何模型　　(b) 电感实物

图 8　电感设计模型及其实物

Fig. 8 Inductance design model and its physical object

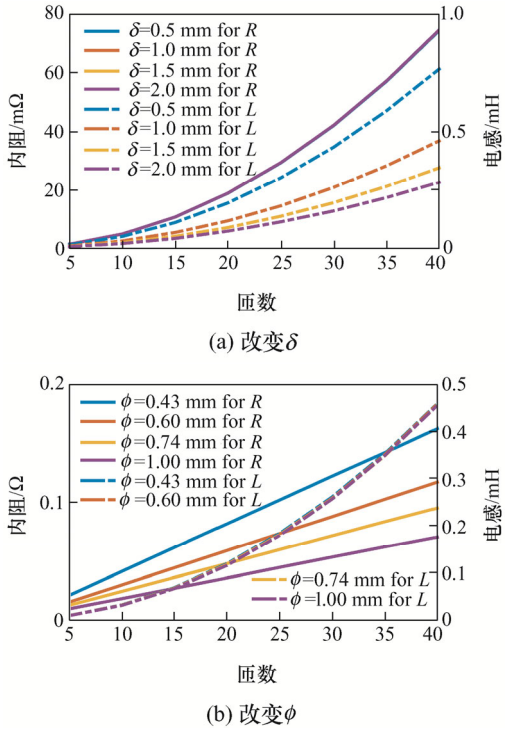


图 9 设计参数对电感及其内阻的影响

Fig. 9 Effect of design parameters on inductance and its parasitic resistance

本文所提设计方法流程如图 10 所示，该流程

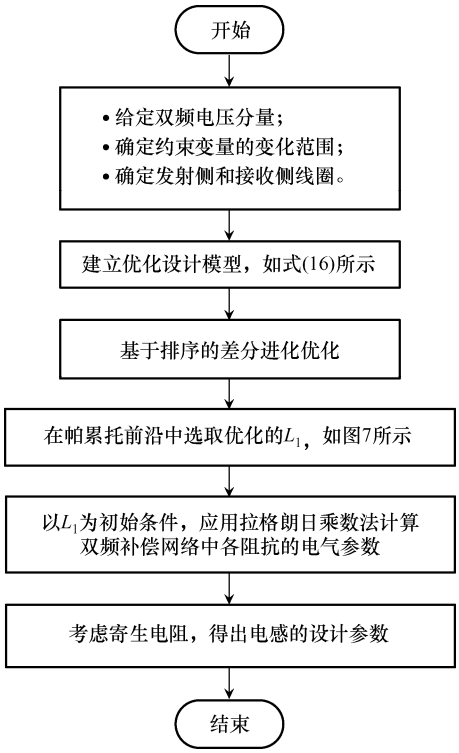


图 10 双频补偿网络参数设计流程

Fig. 10 Design flowchart of dual-frequency compensation network parameters

的目的在于实现双频补偿网络最大输出功率和最高传输效率 2 个设计目标。通过理论分析，将初始设计变量减少至 1 个，并定义了其他约束变量的变化范围，这有助于差分进化算法的良好收敛。基于全局最优电感 L_1，同时考虑所有电感的寄生电阻，利用拉格朗日乘数法计算剩余补偿元件的电气参数，并最终得到补偿网络中所有元件的设计参数。

3 实验验证

图 11 为根据本文所提方法设计的样机实验平台，其参数见表 1。系统直流输入电压为 80 V，2 个传输频率分别为 20 kHz 和 85 kHz，2 个频率的电压分量比例为 1:3。

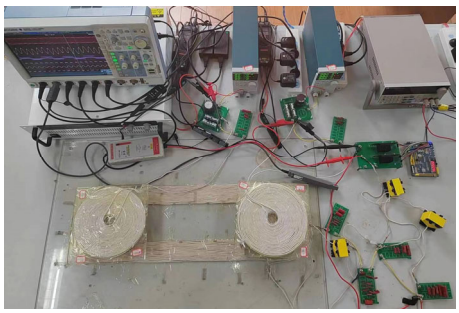


图 11 样机实验平台

Fig. 11 Prototype experimental platform

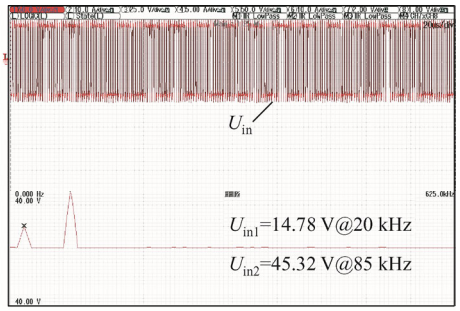
样机实测波形如图 12 所示，由图 12(a)可见，20 kHz 电压分量为 14.78 V，85 kHz 电压分量为 45.32 V，与设定的电压分量比例 1:3 一致。

图 12(b)中，U_{in} 和 I_{in} 分别为逆变器输出的电压和电流，包含 20 kHz 和 85 kHz 2 个频率分量。U_{Req1} 和 I_{s1} 分别为 20 kHz 传输通道整流前的电压和电流，最终在负载 R_1 上获得电压为 13.96 V，电流为 0.63 A；U_{Req2} 和 I_{s2} 分别为 85 kHz 传输通道整流前的电压和电流，最终在负载 R_2 上获得电压为 44.74 V，电流为 3.51 A。系统直流电压为 80.00 V，输入功率为 176.33 W，系统总输出功率为 165.83 W，20 kHz 传输通道的负载 R_1 上获得功率为 8.79 W，85 kHz 传输通道的负载 R_2 上获得功率为 157.04 W，系统总传输效率达 94.05%。

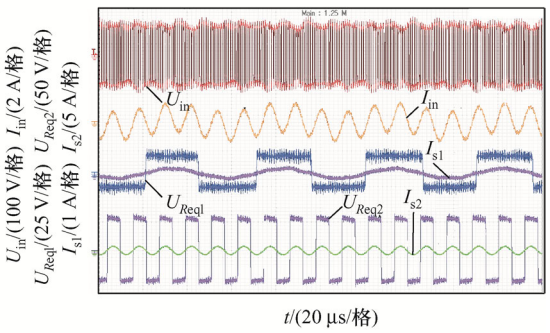
表 1　样机参数

Tab. 1 Prototype parameters

参数	数值
r_1/Ω	0.024
L_1/μH	33.91
r_2/Ω	0.171
L_2/μH	260.79
C_{21}/nF	97.91
C_{22}/nF	26.10
r_3/Ω	0.040
L_3/μH	112.29
C_{31}/nF	425.13
C_{32}/nF	136.96
r_p/Ω	0.338
L_p/μH	366.50
r_{s1}/Ω	0.365
L_{s1}/μH	308.60
C_{s1}/nF	205.40
r_{s2}/Ω	0.290
L_{s2}/μH	294.20
C_{s2}/nF	12.08
R_1/Ω	22
R_2/Ω	13



(a) 逆变器输出双频电压及其快速傅里叶变换频谱



(b) 样机一、二次侧电压和电流波形

图 12　样机实测波形

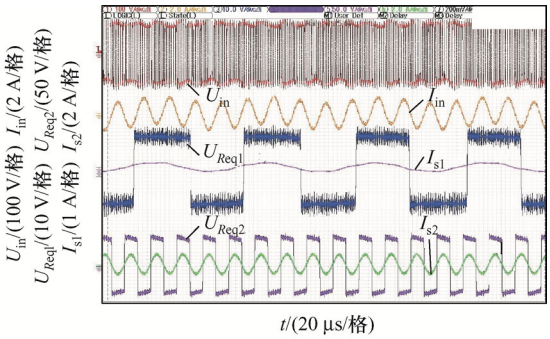
Fig. 12 Measured waveforms of prototype

为验证样机参数是否最优，设定 2 个对比方案，对比方案的参数见表 2，图 13 为 2 个对比方案的实验波形。由图可见，对比方案 1 最终在 20 kHz 负载 R_1 上获得电压为 12.21 V，电流为 0.56 A，功率为 6.84 W；在 85 kHz 负载 R_2 上获

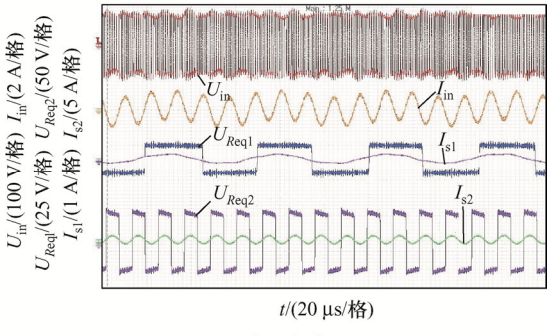
表 2　2 个对比方案的参数

Tab. 2 Parameters of two comparative schemes

参数	数值	
	方案 1	方案 2
r_1/Ω	0.024	0.024
L_1/μH	33.91	33.91
r_2/Ω	0.050	0.050
L_2/μH	112.00	112.00
C_{21}/nF	118.00	118.00
C_{22}/nF	53.90	53.90
r_3/Ω	0.025	0.050
L_3/μH	78.00	143.00
C_{31}/nF	540.00	347.00
C_{32}/nF	152.00	127.70



(a) 对比方案1



(b) 对比方案2

图 13　2 个对比方案的实验波形

Fig. 13 Experimental waveforms of two comparative schemes

得电压为 37.46 V，电流为 2.78 A，功率为 104.14 W。系统输入功率为 123.19 W，系统总输出功率为 110.98 W，系统总传输效率为 90.09%。对比方案 2 最终在 20 kHz 负载 R_1 上获得电压为 11.62 V，电流为 0.51 A，功率为 5.93 W；在 85 kHz 负载 R_2 上获得电压为 36.99 V，电流为 2.85 A，功率为 105.42 W。系统输入功率为 127.33 W，系统总输出功率为 111.35 W，总传输效率为 87.45%。对比可知，样机的输出功率和传输效率均优于 2 个对比方案的数据。样机各部分损耗分布如图 14 所示。

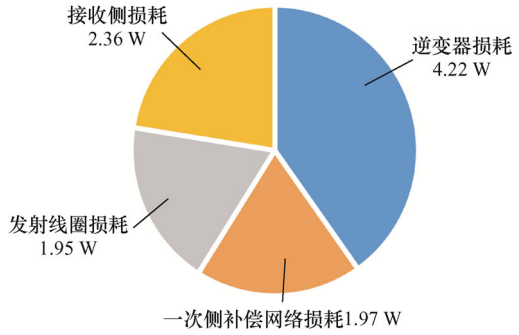
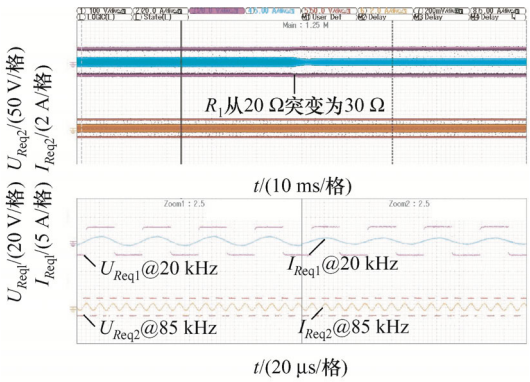


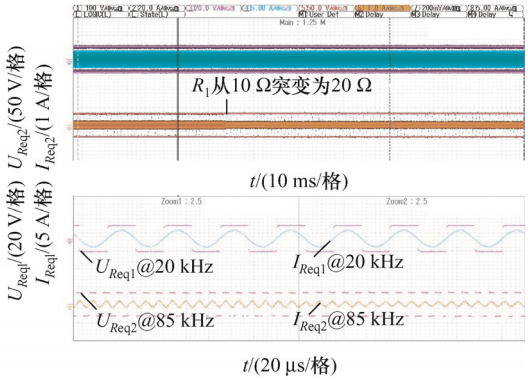
图 14 样机损耗分布

Fig. 14 Loss distribution of prototype

图 15 为负载独立性验证实验波形。由图 15(a)可见，20 kHz 传输通道的负载 R_1 从 20 Ω 突变到 30 Ω 时，85 kHz 传输通道的电压和电流保持恒定；由图 15(b)可见，85 kHz 传输通道的负载 R_2 从 10 Ω 突变到 20 Ω 时，20 kHz 传输通道的电压和电流保持恒定。因此，样机可不依赖控制方法实现负载独立特性。



(a) 负载R_1突变



(b) 负载R_2突变

图 15 负载独立性实验

Fig. 15 Load-independence experiment

本文样机与现有双频系统的输出性能对比见表 3。由对比可知，根据本文设计方法所得方案的系统输出功率最大，效率最高，且 2 个频率不存在奇数次谐波关系，对频率标准的兼容性更好。

表 3 现有双频系统输出性能对比

Tab. 3 Performance comparison of existing dual-frequency systems

文献	频率/kHz	输出功率/W	总效率/%
[12]	100/300	14.70	90.70
[13]	100/300	18.00	75.00
[14]	100/300	—	61.89
[15]	80/200	76.00	72.00
[16]	30/90	50.00	68.73
[17]	100/300	8.90	83.00
[18]	20/60	40.00	70.00
本文	20/85	165.83	94.05

4 结语

本文提出了一种基于差分进化算法和拉格朗日乘数法的多频补偿网络设计方法，并考虑了电感寄生电阻的影响，使 WPT 系统能够通过单个逆变器和单个发射线圈实现多频负载的同时供电，并获得大功率和高效率特性。实验结果表明，该样机在双频 20 kHz 和 85 kHz 下的输出功率为 165.83 W，整体传输效率为 94.05%。与其他方法相比，所提设计方法可以显著提高输出功率和整体传输效率，

证明了所提方法在多频多负载 WPT 应用中具有潜在价值。

参考文献：

[1] 陈伟华, 宋宇航, 闫孝姮, 等. 心脏起搏器无线电能传输 LCC-LCC 磁集成印刷螺旋线圈研究[J]. 电工技术学报, 2024, 39(17): 5289-5299.
Chen Weihua, Song Yuhang, Yan Xiaoheng, et al. Research on wireless power transmission for cardiac pacemakers using LCC-LCC magnetic integrated printed spiral coil [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(17): 5289-5299. (in Chinese)

[2] 田继浩, 周凌云, 刘顺攀, 等. 基于压控电容的无人机 WPT 系统高效率恒流/恒压输出调节方法[J]. 电源学报, 2026, 24(2): 244-253.
Tian Jihao, Zhou Lingyun, Liu Shunpan, et al. High-efficiency CC/CV output regulating method for UAV-WPT system based on voltage-controlled capacitor [J]. Journal of Power Supply, 2026, 24(2): 244-253. (in Chinese)

[3] 周岩, 刘志丹, 李烁涵. 虚拟多输入多输出无线电能与信息同步传输技术[J]. 电工技术学报, 2024, 39(14): 4282-4293.
Zhou Yan, Liu Zhidan, Li Shuohan. Virtual multiple input multiple output simultaneous wireless power and information transfer technology [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(14): 4282-4293. (in Chinese)

[4] 常雨芳, 尹帅帅, 阎晟, 等. 多方位无线电能传输耦合机构设计与分析[J]. 电源学报, 2024, 22(5): 230-241.
Chang Yufang, Yin Shuaishuai, Yan Sheng, et al. Design and analysis of multi-directional WPT coupling mechanism [J]. Journal of Power Supply, 2024, 22(5): 230-241. (in Chinese)

[5] 孙淑彬, 张波, 肖文勋, 等. 恒压输出多负载无线电能传输系统分析与设计[J]. 电源学报, 2022, 20(4): 195-206.
Sun Shubin, Zhang Bo, Xiao Wenxun, et al. Analysis and design of constant-voltage-output multi-load wireless power transfer system [J]. Journal of Power Supply, 2022, 20(4): 195-206. (in Chinese)

[6] Lee S B, Kim M, Jang I G. Determination of the optimal resonant condition for multireceiver wireless power transfer systems considering the transfer efficiency and different rated powers with altered coupling effects [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021, 9(2): 2384-2393.

[7] Fu Minfan, Zhang Tong, Zhu Xinen, et al. Compensation of cross coupling in multiple-receiver wireless power transfer systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2016, 12(2): 474-482.

[8] Ahn D, Mercier P P. Wireless power transfer with concurrent 200-kHz and 6.78-MHz operation in a single-transmitter device [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(7): 5018-5029.

[9] Liu Fuxin, Yang Yong, Ding Ze, et al. A multifrequency superposition methodology to achieve high efficiency and targeted power distribution for a multiload MCR WPT system [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(10): 9005-9016.

[10] Zhao Chongwen, Costinett D. GaN-based dual-mode wireless power transfer using multifrequency programmed pulse width modulation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 9165-9176.

[11] Liu Yuxin, Liu Chunhua, Huang Rundong, et al. Primary multi-frequency constant-current compensation for one-to-multiple wireless power transfer [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(6): 2201-2205.

[12] Zhang Zhen, Li Xingyu, Pang Hongliang, et al. Multiple-frequency resonating compensation for multichannel transmission of wireless power transfer [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(5): 5169-5180.

[13] Tian Xiaoyang, Chau K T, Pang Hongliang, et al. Power adaption design for multifrequency wireless power transfer system [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(8): 1-5.

[14] Gong Yantian, Zhang Zhen, Chang Siyuan. Single-transmitter-controlled multiple-channel constant current outputs for in-flight wireless charging of drones [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(4): 3606-3616.

[15] Liu Zixi, Su Mei, Zhu Qi, et al. A dual-frequency 3-D

WPT system with directional power transfer capability at two separately regulated outputs [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2023, 11(3): 2514-2524.

[16] Pang Shui, Xu Jiayi, Li Hongyu, et al. Dual-frequency modulation to achieve power independent regulation for dual-load underwater wireless power connector [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2023, 11(2): 2377-2389.

[17] Pang Hongliang, Chau K T, Han Wei, et al. Decoupled-double D coils based dual-resonating-frequency compensation topology for wireless power transfer [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(2): 1-7.

[18] Xia Chenyang, Wei Nan, Zhang Hongtai, et al. Multi-frequency and multiload MCR-WPT system using hybrid modulation waves SPWM control method [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(11): 12400-12412.



武洁

作者简介：

武洁(1979—)，男，通信作者，博士，副教授。研究方向：无线电能传输，混合励磁电机。E-mail：de_fermat@163.com。

岳增光(1997—)，男，硕士研究生。研究方向：无线电能传输。E-mail：yuezengguang1997@163.com。

孔飞(1998—)，男，硕士研究生。研究方向：无线电能传输。E-mail：kf19982024@163.com。

李旭(1999—)，男，硕士研究生。研究方向：无线电能传输。E-mail：linux1999@126.com。

陈亚斐(1989—)，男，博士，讲师。研究方向：无线电能传输。E-mail：2020034@zzuli.edu.cn。

王明杰(1982—)，男，博士，副教授。研究方向：控制与优化。E-mail：mailw163@163.com。

(责任编辑：耿越)