DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2026.8.121 **中图分类号**：TM912 **文献标志码**：A

基于分数阶和 FOSVD-MIAUKF 的锂离子电池 SOC 估计

赵正正(中国电源学会学生会员)，范秋华，袁照凯
(青岛大学电气工程学院，青岛 266071)

摘要：为了更准确地对电池的工作特性进行表征，以三星动力锂离子电池为研究对象，基于分数阶微积分理论建立二阶分数阶模型 FOM(fractional-order model)。针对二阶 FOM 参数非线性、多极值的特点，采用自适应遗传算法进行参数辨识。在传统的无迹卡尔曼滤波 UKF(unscented Kalman filter)算法基础上，提出了一种分数阶奇异值分解-多信息自适应无迹卡尔曼滤波 FOSVD-MIAUKF(fractional-order singular value decomposition-multi-information adaptive unscented Kalman filter)算法。仿真结果表明，改进后的 FOSVD-MIAUKF 算法结合二阶 FOM 能够较好地对锂离子电池荷电状态 SOC(state-of-charge)进行估算，在动态应力测试 DST(dynamic stress test)、联邦城市驾驶循环 FUDS(federal urban driving schedule)工况下的均方根误差均小于 0.5%，验证了改进后的方法具有较好的适应性和较高的精度。

关键词：锂离子电池；分数阶微积分理论；二阶分数阶模型；奇异值分解；多信息自适应无迹卡尔曼滤波；荷电状态

SOC Estimation of Lithium-ion Battery Based on Fractional-order Model and FOSVD-MIAUKF

ZHAO Zhengzheng, *Student Member*, *CPSS*, FAN Qiuhua, YUAN Zhaokai
(College of Electrical Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

Abstract: To characterize the working characteristics of batteries more accurately, a second-order fractional-order model (FOM) is established based on the fractional-order calculus theory, with a Samsung power lithium-ion battery as the research object. Aimed at the nonlinear and multi-extremum characteristics of the second-order FOM parameters, an adaptive genetic algorithm is adopted for parameter identification. Based on the traditional unscented Kalman filter (UKF) algorithm, a fractional-order singular value decomposition-multi-information adaptive UKF (FOSVD-MIAUKF) algorithm is proposed. Simulation results show that the improved FOSVD-MIAUKF algorithm combined with second-order FOM can better estimate the state-of-charge (SOC) of lithium-ion battery. The root mean square errors under both the dynamic stress test (DST) and federal urban driving schedule (FUDS) conditions are less than 0.5%, which verifies that the improved method has better adaptability and higher accuracy.

Keywords: Lithium-ion battery; fractional-order calculus theory; second-order fractional-order model (FOM); singular value decomposition; multi-information adaptive unscented Kalman filter (MIAUKF); state-of-charge (SOC)

随着全球经济的快速发展，人类社会愈加重视自然资源，为落实“绿水青山就是金山银山”的发展理念，政府大力推进风力发电、光伏发电、电动汽车技术和其他新能源技术的开发和应用[1-2]。锂离子电池作为主要的清洁动力能源，由于其能量密度高、循环寿命长和自放电率较低的特点，已在便携式电子设备、电动车辆及可再生能源存储系统中广泛应用[3-4]。然而，锂离子电池的性能与安全性在很大程度上依赖其状态的准确评估，

收稿日期：2024-11-04；**修回日期**：2025-01-03；**录用日期**：2025-02-05；**网络首发日期**：2025-02-19
基金项目：国家自然科学基金资助项目(62273190)
This work is supported by National Natural Science Foundation of China under the grant 62273190

其中电池的荷电状态 SOC(state-of-charge)是一个关键参数。

现有的 SOC 估计方法可分为 4 类：安时 Ah (Ampere hour)积分法[5]、开路电压 OCV(open circuit voltage)法[6]、基于数据驱动的方法[7]和基于模型的方法[8]。基于模型的方法有 3 种常见的等效电路模型：整数阶模型 IOM(integer-order model)、电化学模型和分数阶模型 FOM(fractional-order model)。相比于其他模型，FOM 可以在不增加参数数量的情况下，通过分数阶阻抗(如恒相位元件 CPE(constant phase element))来描述 IOM 忽略的电化学特性[9]。近年来，国内外学者基于 FOM 做了大量研究。首先是参数辨识部分，目前常用的有最小二乘法系列算法和遗传算法等。曹铭等[10]提出了递推最小二乘法 RLS(recursive least squares)进行参数辨识，但 RLS 对于测量噪声和模型不确定性较为敏感，可能在噪声较大的情况下表现不佳；针对 RLS 的不足，袁照凯等[11]提出了带遗忘因子的递推最小二乘法 FFRLS(forgetting factor recursive least squares)进行参数辨识，遗忘因子的引入提高了算法对非线性系统的适应性，但会增加算法的计算复杂度，且需要动态地调整遗忘因子，在面对非线性度高、噪声干扰大或模型不确定性强等情况时，仍然存在一定的局限性。其次是 SOC 估计部分，目前主要采用分数阶卡尔曼滤波方法估计 SOC，如分数阶扩展卡尔曼滤波 FOEKF(fractional-order extended Kalman filter)算法、分数阶无迹卡尔曼滤波 FOUKF(fractional-order unscented Kalman filter)算法。Mawonou 等[12]采用 FOEKF 算法估计 SOC；Hidalgo-Reyes 等[13]使用 IOM 和 Atangana-Baleanu 分数导数设计 FOEKF 算法估计 SOC。尽管扩展卡尔曼滤波是一种有效的非线性滤波方法，但其在处理复杂、强非线性系统、计算资源受限的应用中存在一定的局限性。Fang 等[9]基于二阶 FOM 采用 FOUKF 算法估计 SOC。FOUKF 算法通过无迹变换解决非线性问题，精度较 FOEKF 有所提升，但算法稳定性较低；Xu 等[14]在 FOUKF 算法中加入多新息方法，充分利用每个时刻的新息数据，进一步降低误差，但算法未考虑噪声扰动和系统累积误差。

为了准确描述三星动力锂离子电池的工作状态，综合考虑表征的复杂性、计算的准确性和已有算法的局限性，本文建立二阶 FOM 等效电路模型，采用自适应遗传算法 AGA(adaptive genetic algorithm)对模型进行参数辨识，采用分数阶奇异值分解-多信息自适应无迹卡尔曼滤波 FOSVD-MIAUKF (fractional-order singular value decomposition-multi-information adaptive unscented Kalman filter)算法进行 SOC 估计，并同步对比了无迹卡尔曼滤波 UKF(unscented Kalman filter)、多信息无迹卡尔曼滤波 MIUKF(multi-information unscented Kalman filter)结合二阶 IOM 和 FOM 在锂离子电池 SOC 估计中的精度及鲁棒性。

1 锂离子电池分数阶模型

1.1 分数阶微积分理论

分数阶微积分算子可用 ${}_{t_0}D_t^{\alpha}$ 进行描述，其具体表达形式为

$$ {}_{t_0}D_t^{\alpha}f(t)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}}{\mathrm{d}t^{\alpha}}f(t) & \alpha>0\\ f(t) & \alpha=0\\ \displaystyle\int_{t_0}^{t}f(t)(\mathrm{d}\tau)^{-\alpha} & \alpha<0\end{cases} \tag{1}$$

式中：α 为任意实数或复数；t、t_0 分别为变量的最大值、最小值；$f(t)$为待运算的时域状态函数；τ 为积分哑变量。

当 $\alpha>0$ 时，${}_{t_0}D_t^{\alpha}$ 等效为分数阶微分算子；当 $\alpha<0$ 时，${}_{t_0}D_t^{\alpha}$ 等效为分数阶积分算子。

分数阶微分主要有 Caputo 定义、Riemann-Liouville(RL)定义和 Grünwald-Letnikov(GL)定义[15]。其中 GL 定义描述的离散分数阶微分方程较为简单，便于计算，因而该定义成为电池 FOM 最常用的离散化方法[16]。GL 型分数阶微积分定义[15]公式为

$$ {}_{t_0}D_t^{\alpha} f(t)=\lim_{h\to 0} h^{-\alpha}\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{t-\alpha}{h}\right\rfloor}(-1)^i\binom{\alpha}{i} f(t-ih)\approx $$

$$ \lim_{h\to 0} h^{-\alpha}\sum_{i=0}^{N}(-1)^i\binom{\alpha}{i} f(t-ih) \tag{2} $$

$$ \binom{\alpha}{i}=\begin{cases}1 & i=0\\ \dfrac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-i+1)}{i!} & i>0\end{cases} \tag{3} $$

式中：h 为采样周期，取 h=1 s；i 为求和循环变量；N 为记忆长度。

1.2 锂离子电池分数阶模型函数

研究证明，等效电路中的电容具有分数阶特性[17]。因此，为了更准确地逼近锂离子电池的实际可变特性，考虑到分数阶微积分的计算成本，本文在二阶 IOM 的基础上用 CPE 代替了理想电容，建立了 FOM，如图 1 所示。

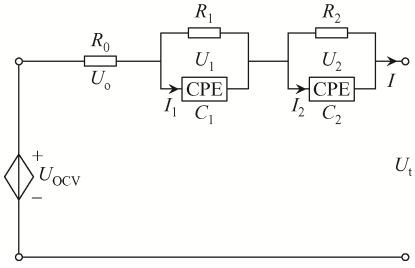


图 1　二阶分数阶锂离子电池模型

Fig. 1 Model of second-order fractional-order lithium-ion battery

图 1 中，由于形成机理不同，电池的内阻可以划分为欧姆内阻和极化内阻。欧姆内阻代表电池极板、电解液和电极之间的电阻，用电阻 R_0 来描述，U_o 为 R_0 两端电压；极化内阻来源于材料自身的特性，可细分为电化学极化内阻和浓差极化内阻，用阻容网络 R_1C_1、R_2C_2 来描述[18]，U_1、U_2 为极化内阻电压。U_{OCV} 为电压源电压；U_t 为锂离子电池的端电压；I 为总电流；I_1、I_2 为流经 CPE 的电流。

根据基尔霍夫定律，锂离子电池的端电压可以表示为

$$ U_t=U_{OCV}-U_o-U_1-U_2 \tag{4} $$

极化电压 U_1 可以表示为

$$ U_1=(I-C_1D^mU_1)R_1 \tag{5} $$

式中，D^m 为第一条 CPE 对应的 m 阶 GL 分数阶微分算子。

对式(5)进行离散化可以得到

$$ D^mU_1(k+1)=-\frac{1}{C_1R_1}U_1(k)+\frac{1}{C_1}I_k \tag{6} $$

式中：k 为离散时序标记，k 对应当前采样时刻，k+1 对应下一采样时刻，与 1.1 节 GL 分数阶离散格式的采样周期 h 匹配；I_k 为 k 时刻电池输入、输出电流，充电为正、放电为负。

结合式(2)和式(6)可以进一步推导得

$$ \hat{U}_{1,k+1}=-\frac{h^m}{C_1R_1}U_{1,k}+\frac{h^m}{C_1}I_k-\sum_{i=1}^{N}\binom{-m}{i}U_{1,k+1-i} \tag{7} $$

同理可得

$$ \hat{U}_{2,k+1}=-\frac{h^n}{C_2R_2}U_{2,k}+\frac{h^n}{C_2}I_k-\sum_{i=1}^{N}\binom{-n}{i}U_{2,k+1-i} \tag{8} $$

式中：$\hat{U}_{1,k+1}$、$\hat{U}_{2,k+1}$ 为两支路极化电压预测值；m、n 为 CPE 的阶次。

结合 Ah 积分公式并考虑噪声的影响，锂离子电池的分数阶离散状态表达式[19]可表示为

$$ \begin{bmatrix}\hat{U}_{1,k+1}\\ \hat{U}_{2,k+1}\\ \hat{S}_{k+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{h^m}{R_1C_1} & 0 & 0\\ 0 & -\dfrac{h^n}{R_2C_2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}U_{1,k}\\ U_{2,k}\\ S_k\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{h^m}{C_1}\\ \dfrac{h^n}{C_2}\\ -\dfrac{h}{Q_n}\end{bmatrix}\cdot $$

$$ I-\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix}\binom{m}{i} & & \\ & \binom{n}{i} & \\ & & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}U_{1,k+1-i}\\ U_{2,k+1-i}\\ S_{k+1-i}\end{bmatrix}+w_k \tag{9} $$

式中：S_k 为 k 时刻的 SOC；Q_n 为锂离子电池容量；w_k 为系统过程噪声。

观测方程为

$$ U_t=U_{OCV}-R_0I-U_1-U_2+v_k \tag{10} $$

式中，v_k 为系统测量噪声。

1.3 实验数据及三星动力锂离子电池特性

本文采用美国马里兰大学先进生命周期工程中心 CALCE(Center for Advanced Life Cycle Engineering)电池研究小组的电池数据来展开相关研究。

此数据集已经被广泛使用，如文献[20-21]就是基于此数据集展开的电池相关研究。该数据集测试对象为三星 INR18650−20R 动力锂离子电池，相关参数见表 1。在 25 ℃下对 1 号电池进行测试，测得增量电流 OCV、动态应力测试 DST(dynamic stress test)和联邦城市驾驶循环 FUDS(federal urban driving schedule)工况数据。现选取 25 ℃增量电流 OCV 放电部分数据用于参数辨识，25 ℃ DST、FUDS 工况下的电流电压数据用于电池的 SOC 估计。

表 1 三星 INR18650−20R 动力锂离子电池规格参数

Tab. 1 Specification parameters of Samsung INR18650−20R power lithium-ion battery

参数	数值
电压/V	3.6
容量/(mA·h)	2 000
最大充电电流/A	4
充电限制电压/V	4.2
工作温度/℃	−20~+60
持续最大放电电流/A	20
放电限制电压/V	2.5
寿命(循环次数)	500~800

2 锂离子电池分数阶模型的参数辨识和验证

分数阶系统的参数辨识可以看作寻求系统参数最优解的问题，分数阶系统呈现出非线性、多极值的特点，针对这类非线性参数辨识问题，越来越多的学者使用优化算法来实现锂离子电池模型的参数辨识，如粒子群优化算法[22]、遗传算法[23]、模拟退火算法[24]等。现分 2 个部分辨识分数阶等效电路模型参数：一是通过最小二乘法对线性参数 U_{OCV}、R_0 进行辨识；二是采用 AGA 对非线性参数 R_1、C_1、R_2、C_2、m、n 进行辨识。

2.1 最小二乘参数辨识

U_{OCV} 和 SOC 之间的非线性关系是电池建模过程中极为重要的一部分[11]。采用六阶多项式来拟合二者之间的函数关系，可表示为

$$U_{\mathrm{OCV}} = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 + a_3 S^3 + a_4 S^4 + a_5 S^5 + a_6 S^6 \tag{11}$$

式中：S 为 SOC，取值范围为[0, 1]；a_q 为多项式的系数，q=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6。

拟合结果如图 2 所示。再根据图 3 所示脉冲放电实验的端电压变化曲线，可知在充电或断电瞬间，仅欧姆电阻端电压会因电流出现或消失而产生瞬时变化。根据图 3 中瞬时电压 U_A、U_B、U_C、U_D，可推得欧姆电阻 R_0 为

$$R_0 = [(U_A - U_B) + (U_D - U_C)] / (2I) \tag{12}$$

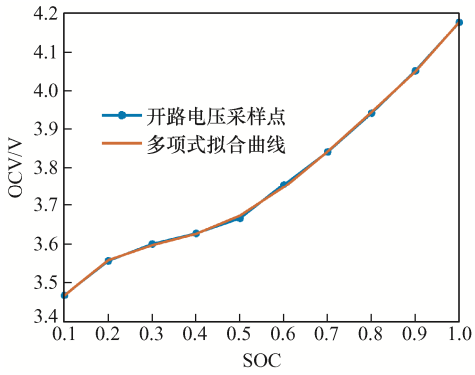


图 2 SOC-OCV 关系曲线

Fig. 2 Curves for SOC-OCV relationship

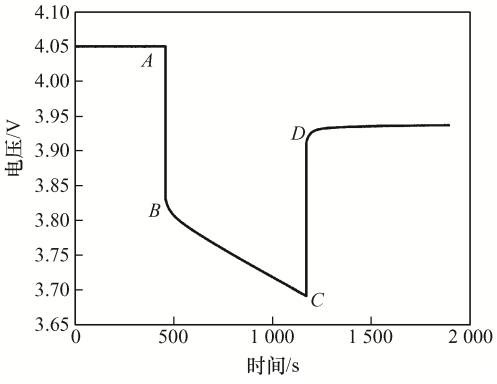


图 3 恒流放电局部放大

Fig. 3 Partial magnification of constant-current discharge

2.2 自适应遗传算法参数辨识

受遗传算法辨识电池参数的启发，采用 AGA 对电池模型参数和分数阶阶次进行辨识，参数辨识结果见表 2。AGA 基于种群适应度，自动修改交叉概率和变异概率，在保护最优个体的同时，加速淘汰差个体，尽快获得最优解[9]。参数辨识的优化目标是使实测输出 $y_{\mathrm{e}}(l)$ 与模型预测输出 $y_{\mathrm{r}}(l)$ 之差的

平方和最小，即

$$J(i)=\sum_{l=1}^{M}[y_{\mathrm{e}}(l)-y_{\mathrm{r}}(l)]^2 \tag{13}$$

式中：l 为工况测试第 l 个采样点；M 为种群总体数量。

表 2　三星 INR18650−20R 动力锂离子电池参数辨识结果

Tab. 2 Identification results of parameters of Samsung INR18650−20R power lithium-ion battery

参数	数值
R_0	0.235 0
R_1	0.034 1
C_1	5 582.4
m	0.891 6
R_2	0.009 7
C_2	134 114.7
n	0.989 5

更新交叉概率和变异概率，优秀个体($J(i)\geqslant J_{\max}$)的交叉概率和变异概率较小，$J_{\max}$ 为种群最大适应度阈值。根据上述思路，交叉概率和变异概率[25]分别表示为

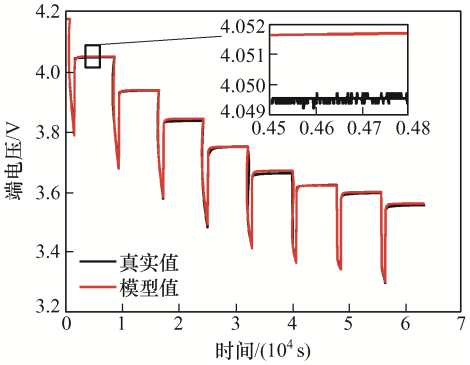
$$CrossOver(i)=K_1[J_{\max}-J(i)]/(J_{\max}-J_{\mathrm{ave}}) \tag{14}$$

$$Mutation(i)=K_2[J_{\max}-J(i)]/(J_{\max}-J_{\mathrm{ave}}) \tag{15}$$

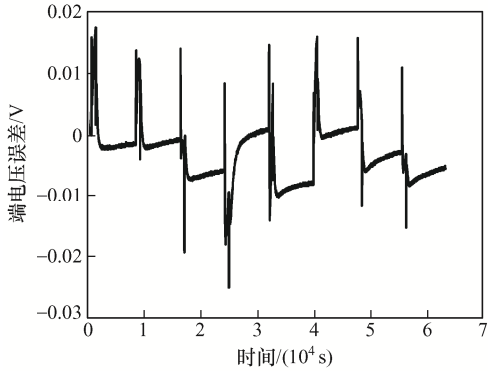
式中：K_1 和 K_2 分别为初始交叉概率和变异概率；J_{ave} 为样本中适应度的平均值。

2.3 模型精度验证

以增量电流 OCV 电流数据作为模型的输入，结合式(10)得到端电压预测值，并与实际端电压对比，如图 4 所示。模型预测的电压与实测的电压基本一致，且由图 4(b)可见，端电压最大绝对误差在 0.025 V 以内，表明模型可准确描述锂离子电池特性，因此参数辨识结果符合锂离子电池建模要求。



(a) 锂离子电池端电压预测



(b) 锂离子电池模型电压误差

图 4　增量电流 OCV 测试模型预测结果

Fig. 4 Prediction results based on incremental current OCV test model

3　锂离子电池分数阶模型的 SOC 估计

由于分数阶的存在，FOM 可以更精确地描述电池的内部状态，但同时也使得传统的 UKF 在 FOM 下不再适用。因此有必要对传统 UKF 进行有针对性的改进[16]。本文提出 FOSVD-MIAUKF 方法估计锂离子电池 SOC，并详细介绍 FOSVD-MIAUKF 的求解过程。

3.1 FOM 系统简介

由于式(11)中 U_{OCV} 与 SOC 为非线性关系，所以用泰勒公式对 U_{OCV} 函数进行展开，忽略高次项，得到可用状态变量表示的观测方程，将非线性问题线性化，进而得到

$$U_{\mathrm{t},k}=\begin{bmatrix}-1 & -1 & \dfrac{\partial U_{\mathrm{OCV}}}{\partial S_k}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{1,k}\\U_{2,k}\\S_k\end{bmatrix}-R_0I_k+v_k \tag{16}$$

式中，$U_{\mathrm{t},k}$ 为 k 时刻锂离子电池的端电压。

对式(11)和式(16)进一步简化可得，锂离子电池分数阶系统的状态空间方程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{B}_{k-1}I_{k-1}-\sum\limits_{i=1}^{N}\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{x}_{k-i}+w_k\\ y_k=\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{x}_k-R_0I_k+v_k\end{cases} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{x}_k$ 为 k 时刻系统状态向量，$\boldsymbol{x}_k=\begin{bmatrix}U_{1,k}\\U_{2,k}\\S_k\end{bmatrix}$；

y_k 为电池端电压观测输出量，$y_k = U_{t,k}$；$\boldsymbol{A}_{k-1}$ 为 k–1 时刻离散状态转移矩阵；$\boldsymbol{B}_{k-1}$ 为电流输入控制矩阵；$\boldsymbol{L}_i$ 为分数阶历史项加权系数矩阵；$\boldsymbol{C}_k$ 为观测输出系数矩阵；$\boldsymbol{A}_{k-1}=\begin{bmatrix} -\dfrac{h^m}{R_1C_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{h^n}{R_2C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_{k-1}=\begin{bmatrix} \dfrac{h^m}{C_1} & \dfrac{h^n}{C_2} & -\dfrac{h}{Q_n} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{L}_i=\begin{bmatrix} (-1)^i\dbinom{m}{i} & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^i\dbinom{n}{i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C}_k=\begin{bmatrix} -1 & -1 & \dfrac{\partial U_{\mathrm{OCV}}}{\partial S_k} \end{bmatrix}$。式(17)与式(9)、式(10)相对应。

3.2 奇异值分解

在 UKF 算法进行无迹变换时，其利用 1 组 Sigma 点进行非线性变换之后，得到协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$，对 $\boldsymbol{P}$ 进行 Cholesky 分解时要求 $\boldsymbol{P}$ 必须为正定矩阵[26]。但实际运行过程中存在噪声扰动和系统累积误差，无法保证 $\boldsymbol{P}$ 的正定性，使算法运行失效。加入奇异值分解 SVD(singular value decomposition)算法则可以避免非正定性的问题，进而提高滤波过程的鲁棒性，对 $\boldsymbol{P}$ 进行 SVD 分解为

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{U}\Lambda\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{U}\begin{bmatrix}\boldsymbol{W} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 为正交矩阵，$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的列向量分别为 $\boldsymbol{P}$ 的左奇异向量和右奇异向量；$\boldsymbol{W}$ 为对角矩阵，$\boldsymbol{W}$=diag($\boldsymbol{W}_1$, $\boldsymbol{W}_2$,…, $\boldsymbol{W}_r$)，$\boldsymbol{W}_1\geqslant\boldsymbol{W}_2\geqslant\cdots\geqslant\boldsymbol{W}_r\geqslant 0$，$\boldsymbol{W}_1, \boldsymbol{W}_2,\cdots, \boldsymbol{W}_r$ 为 $\boldsymbol{P}$ 的奇异值，r 为 $\boldsymbol{P}$ 的秩。

3.3 FOSVD-MIAUKF SOC 估计

在实际系统中，噪声特性会随着时间和工况的变化而变化，噪声保持恒定或者初值设定错误，均会影响估计效果，因此引入自适应因子。此外，为保证 $\boldsymbol{P}$ 的正定性，再结合 SVD 算法，对分数阶多新息无迹卡尔曼滤波 FOMIUKF(fractional-order multi-innovation unscented Kalman filter)算法进行改进，即 FOSVD-MIAUKF 算法。SOC 估计整体流程如图 5 所示。

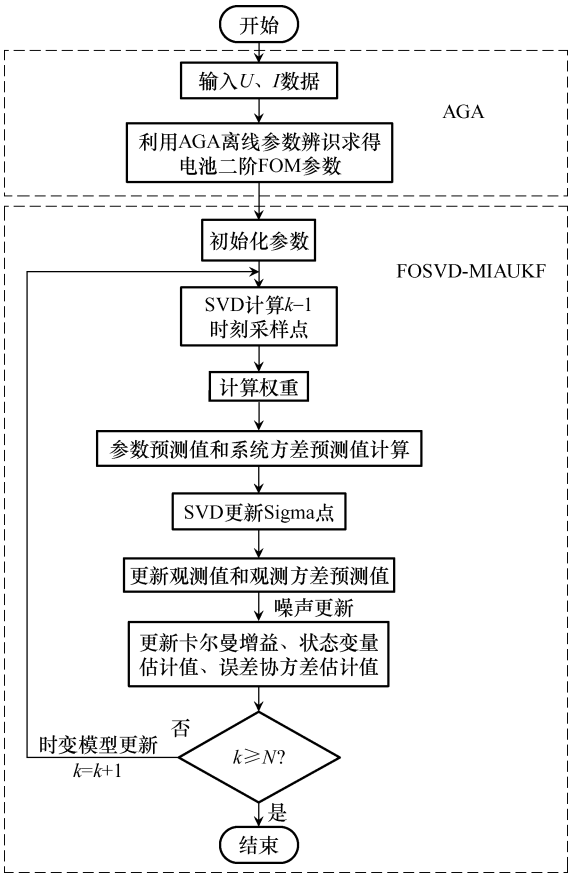


图 5 SOC 估计流程

Fig. 5 Flow chart of SOC estimation

FOSVD-MIAUKF 估计的具体流程如下。

(1)状态初始化，即

$$\begin{cases}\hat{x}_0=E[x_0]\\ P_0=E[(x_0-\hat{x}_0)(x_0-\hat{x}_0)^{\mathrm{T}}]\end{cases} \tag{19}$$

式中：x_0 为初始状态变量；E 为数学期望算子；P_0 为误差协方差。

(2)利用 SVD 算法分解 k–1 时刻的状态变量协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k-1}$，得到奇异值矩阵后，生成 1 组 Sigma 点，即

$$\boldsymbol{P}_{k-1}=\boldsymbol{U}_{k-1}\boldsymbol{W}_{k-1}\boldsymbol{V}_{k-1}^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

$$\begin{cases} x_{0,k-1}=\hat{x}_{k-1}\\ x_{s,k-1}^{+}=\hat{x}_{k-1}+(\sqrt{(j+\lambda\boldsymbol{P}_{k-1}}))=\hat{x}_{k-1}+\\ \qquad \psi\boldsymbol{U}_{k-1}\sqrt{\boldsymbol{S}_{k-1}} \qquad s=1,2,\cdots,j\\ x_{s,k-1}^{-}=\hat{x}_{k-1}-(\sqrt{(j+\lambda)\boldsymbol{P}_{k-1}})=\hat{x}_{k-1}-\\ \qquad \psi\boldsymbol{U}_{k-1}\sqrt{\boldsymbol{S}_{k-1}} \qquad s=j+1,j+2,\cdots,2j\end{cases} \tag{21}$$

式中：$x_{0,k-1}$ 和 $x_{s,k-1}$ 为预测值；$\hat{x}_{k-1}$ 为 k–1 时刻的状态变量最佳状态估计值；s 为采样点编号索引；j 为状态维数，本文取 j=3；λ 为比例参数，满足 $\lambda=\alpha^2(j+k)-j$，仿真取 $\alpha=0.01$，$k=0$；ψ为增益系数；$\boldsymbol{S}_{k-1}$ 为缩放后的奇异值矩阵；$\boldsymbol{U}_{k-1}$ 为协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k-1}$ 经 SVD 得到正交矩阵，与式(18)对应。

(3) 状态变量时间更新，计算出 k 时刻状态变量均值与协方差的预测值，即

$$\begin{cases} x_{s,k|k-1}=f(x_{s,k-1},I_k) \qquad s=1,2,\cdots,j \\ \hat{x}_{k|k-1}=\sum\limits_{s=0}^{2j}\omega_{\mathrm{m}}^{s}f(x_{s,k-1},I_k) \\ \overline{P}_{k|k-1}=\sum\limits_{s=0}^{2j}\omega_{\mathrm{c}}^{s}(x_{s,k|k-1}-\overline{x}_{k|k-1})\cdot(x_{s,k|k-1}- \\ \qquad \overline{x}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{w}_{k-1} \end{cases} \tag{22}$$

式中：$k\,|\,k-1$ 为相较于 k–1 时刻的变量值对于 k 时刻的预测；$\hat{x}_{k|k-1}$ 为状态变量均值的最优估计；ω_{m}^{s} 为 Sigma 点状态均值计算权重；$\overline{P}_{k|k-1}$ 为协方差矩阵预测的均值；ω_{c}^{s} 为 Sigma 点协方差计算权重；$\boldsymbol{w}_{k-1}$ 为 k–1 时刻系统过程噪声协方差矩阵。

(4)再次使用 SVD 算法对 $\overline{P}_{k|k-1}$ 进行分解，获得更新之后的 Sigma 点，即

$$\overline{P}_{k|k-1}=U_{k|k-1}W_{k|k-1}V_{k|k-1}^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

$$\begin{cases} \overline{x}_{0,k|k-1}=\hat{x}_{k|k-1} \\ \overline{x}_{s,k|k-1}^{+}=\hat{x}_{k|k-1}+\psi U_{k|k-1}\sqrt{S_{k|k-1}} \\ \qquad\qquad s=1,2,\cdots,j \\ \overline{x}_{s,k|k-1}^{-}=\hat{x}_{k|k-1}-\psi U_{k|k-1}\sqrt{S_{k|k-1}} \\ \qquad\qquad s=j+1,j+2,\cdots,2j \end{cases} \tag{24}$$

(5)测量更新。更新观测方程的方差预测值和状态变量协方差，即

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{P}}_{yy,k}=\sum\limits_{s=0}^{2j}\omega_{\mathrm{c}}^{s}[U_{\mathrm{t},k|k-1}^{s}-\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}][U_{\mathrm{t},k|k-1}^{s}-\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}]^{\mathrm{T}}+ \\ \qquad \boldsymbol{R}_{k-1} \\ \overline{\boldsymbol{P}}_{xy,k}=\sum\limits_{s=0}^{2j}[X_{k|\,k-1}^{s}-\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}][U_{\mathrm{t},k|k-1}^{s}-\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}]^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{25}$$

式中，$\overline{\boldsymbol{P}}_{yy,k}$ 为观测自协方差先验矩阵；$\overline{\boldsymbol{P}}_{xy,k}$ 为状态与观测的互协方差先验矩阵；$U_{\mathrm{t},k|k-1}^{s}$ 为第 s 个 Sigma 点经观测模型映射得到的观测先验采样值；$\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}$ 为观测变量先验均值；$\boldsymbol{R}_{k-1}$ 为 k–1 时刻观测噪声协方差矩阵；$X_{k|\,k-1}^{s}$ 为经状态方程传播后的第 s 个状态先验 Sigma 采样点。

系统的新息矩阵 $\boldsymbol{E}_{p,k}$ 可表示为

$$\boldsymbol{E}_{p,k}=\begin{bmatrix} e_k \\ e_{k-1} \\ \vdots \\ e_{k-p} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} U_{\mathrm{t},k}-\hat{U}_{\mathrm{t},k|k-1} \\ U_{\mathrm{t},k-1}-\hat{U}_{\mathrm{t},k-1|k-2} \\ \vdots \\ U_{\mathrm{t},k-p}-\hat{U}_{\mathrm{t},k-p|k-p-1} \end{bmatrix} \tag{26}$$

式中：e_k 为 k 时刻滤波信息残差；p 为滑动窗口大小；$U_{\mathrm{t},k}$ 为 k 时刻的观测值，$\hat{U}_{\mathrm{t},k|k-1}$ 为 k–1 时刻的估计值。

(6)计算增益矩阵 $\boldsymbol{K}_{p,k}$ 为

$$\boldsymbol{K}_{p,k}=[\boldsymbol{K}_{x,k}\ \ \boldsymbol{K}_{x,k-1}\cdots\boldsymbol{K}_{x,k-p}] \tag{27}$$

式中：$\boldsymbol{K}_{p,k}$ 为由窗口内 p 个历史增益拼接得到的多新息自适应增益矩阵；$\boldsymbol{K}_{x,k}$ 为 x 时刻状态估计对应的卡尔曼增益矩阵。

(7)噪声更新

$$\begin{cases} \boldsymbol{H}_k=\dfrac{1}{L}\sum\limits_{i=k-L+1}^{k}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{Q}_k=\boldsymbol{K}_{x,k}\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{K}_{x,k}^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{28}$$

式中：$\boldsymbol{H}_k$ 为滑动窗口内残差构成的自协方差矩阵；L 为残差统计滑动窗口长度；$\boldsymbol{e}_i$ 为 i 时刻观测残差向量；$\boldsymbol{Q}_k$ 为经卡尔曼增益映射得到的自适应观测噪声协方差矩阵。

(8)更新状态变量估计值与误差协方差矩阵估计值，即

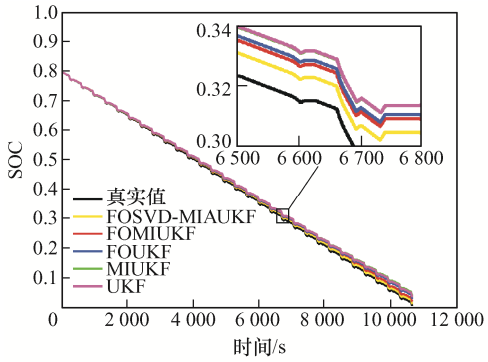
$$\begin{cases} \hat{x}_k=\hat{x}_{k|k-1}+\boldsymbol{K}_{p,k}[U_{\mathrm{t},k}-\overline{U}_{\mathrm{t},k|k-1}] \\ P_k=\overline{P}_{k|k-1}-\boldsymbol{K}_{p,k}\overline{\boldsymbol{P}}_{yy,k}\boldsymbol{K}_{p,k}^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{29}$$

(9)对系统参数进行迭代更新，重复步骤(2)~步骤(8)，获取最优的 SOC 估计值。

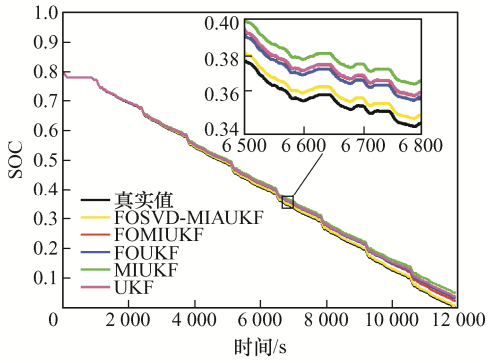
3.4 SOC 估计结果

根据建立的分数阶等效电路模型，在 DST 和

FUDS 工况下比较了 FOSVD-MIAUKF、FOUKF、FOMIUKF、UKF、MIUKF 的精度及鲁棒性，如图 6 所示。此外，为了更好地反映估计 SOC 与真实 SOC 之间的差异，引入了平均绝对误差 MAE (mean absolute error)、均方根误差 RMSE(root mean square error)和拟合优度(R^2)作为评价 FOM SOC 估计性能的指标[27]，结果见表 3。观察图 6 可得，基于 FOM 的滤波方法所得估计值明显要比基于 IOM 的滤波方法所得结果更接近真实值，体现了 FOM 相对于 IOM 可以获得更精确的建模结果。其中 FOSVD-MIAUKF 算法无论在何种工况下估计误差均最小，从 SOC 局部放大图也可看出，FOSVD-MIAUKF 算法估计得到的 SOC 值最接近真实值，表明本文提出的自适应策略可以较好地解决传统滤波方法中噪声协方差矩阵不精确的问题，有效提高了估计精度。此外，表 3 的结果也表明，FOUKF、FOMIUKF 的 MAE、RMSE 均比 UKF、MIUKF 的 MAE、RMSE 小，R^2 更接近 1，更清晰地证明了 FOM 的准确性。与其他 4 种算法相比，FOSVD-MIAUKF 的 MAE、RMSE 最小，R^2 最好，证明了本文提出的 SOC 估计方法的有效性和鲁棒性。



(a) DST工况



(b) FUDS工况

图 6 DST、FUDS 工况下 FOSVD-MIAUKF、FOMIUKF、FOUKF、MIUKF 和 UKF 的 SOC 估计值与真实值对比

Fig. 6 Comparison of true value of SOC with values estimated by FOSVD-MIAUKF, FOMIUKF, FOUKF, MIUKF and UKF under DST and FUDS conditions

表 3 不同工况及算法条件下 SOC 误差对比

Tab. 3 Comparison of SOC error among algorithms under different working conditions

算法	DST 工况			FUDS 工况		
	MAE	RMSE	R^2	MAE	RMSE	R^2
UKF	0.010 2	0.013 0	0.996 7	0.014 1	0.017 8	0.994 5
MIUKF	0.013 4	0.017 0	0.994 4	0.018 8	0.023 6	0.990 4
FOUKF	0.009 7	0.010 6	0.997 8	0.011 9	0.015 0	0.996 1
FOMIUKF	0.008 1	0.009 7	0.998 2	0.011 8	0.013 9	0.996 6
FOSVD-MIAUKF	0.003 1	0.003 4	0.999 8	0.002 2	0.002 4	0.999 9

4 结语

本文建立的 FOM 等效电路模型可将端电压最大绝对误差控制在 0.025 V 以内，提高了模型的精度。此外，不同算法在 DST 和 FUDS 2 种工况下的对比实验结果表明，FOSVD-MIAUKF 方法能够较好地对锂离子电池进行 SOC 估计。在 DST 工况下，MAE 为 0.31%，RMSE 为 0.34%，R^2 为 0.999 8；在 FUDS 工况下，MAE 为 0.22%，RMSE 为 0.24%，R^2 为 0.999 9，验证了 FOSVD-MIAUKF 算法对锂离子电池进行 SOC 估计时精度较高且鲁棒性良好。然而，所提方法并未考虑温度和老化的影响，未来可计及温度和老化的影

响，进一步提高方法的精度。

参考文献：

[1] Pomerantseva E, Bonaccorso F, Feng Xinliang, et al. Energy storage: The future enabled by nanomaterials [J]. Science, 2019, 366(6468): 8285.

[2] 石清璇, 戴豪, 夏煜华, 等. 锂离子电池快充能力的研究进展与展望[J]. 电源技术, 2026, 50(5): 787-798.
Shi Qingxuan, Dai Hao, Xia Yuhua, et al. Advances and prospects in fast-charging capability of lithium-ion batteries [J]. Chinese Journal of Power Sources, 2026, 50(5): 787-798. (in Chinese)

[3] 李泽宇, 萧筝, 郭敏. 基于 SIFM-MConvTCN-UKF 的锂离子电池 SOC 估算[J]. 电源技术, 2026, 50(5): 882-890.
Li Zeyu, Xiao Zheng, Guo Min. SOC estimation of lithium-ion battery based on SIFM-MConvTCN-UKF [J]. Chinese Journal of Power Sources, 2026, 50(5): 882-890. (in Chinese)

[4] 张帅涛, 蒋品群, 宋树祥, 等. 基于注意力机制和 CNN-LSTM 融合模型的锂电池 SOC 预测[J]. 电源学报, 2024, 22(5): 269-277.
Zhang Shuaitao, Jiang Pinqun, Song Shuxiang, et al. SOC prediction for lithium battery based on fusion model of attention mechanism and CNN-LSTM [J]. Journal of Power Supply, 2024, 22(5): 269-277. (in Chinese)

[5] Yang Naixing, Zhang Xiongwen, Li Guojun. State of charge estimation for pulse discharge of a $LiFePO_4$ battery by a revised Ah counting [J]. Electrochimica Acta, 2015, 151: 63-71.

[6] Chen Yingjie, Yang Geng, Liu Xu, et al. A time-efficient and accurate open circuit voltage estimation method for lithium-ion batteries [J]. Energies, 2019, 12(9): 1803.

[7] Deng Zhongwei, Hu Xiaosong, Lin Xianke, et al. Data-driven state of charge estimation for lithium-ion battery packs based on Gaussian process regression [J]. Energy, 2020, 205: 118000.

[8] Hu Xiaosong, Li Shengbo, Peng Huei. A comparative study of equivalent circuit models for Li-ion batteries [J]. Journal of Power Sources, 2012, 198: 359-367.

[9] Fang Chao, Jin Zhiyang, Wu Jingjin, et al. Estimation of lithium-ion battery SOC model based on AGA-FOUKF algorithm [J]. Frontiers in Energy Research, 2021, 9: 769818.

[10] 曹铭, 张越, 黄菊花. 基于 RLS 法的锂离子电池离线参数辨识[J]. 电池, 2020, 50(3): 228-231.
Cao Ming, Zhang Yue, Huang Juhua. Offline parameter identification of Li-ion battery based on RLS method [J]. Battery Bimonthly, 2020, 50(3): 228-231. (in Chinese)

[11] 袁照凯, 范秋华, 王冬青, 等. 基于 MIAEKF 的多温度下锂电池 SOC 估计[J]. 储能科学与技术, 2024, 13(2): 680-690.
Yuan Zhaokai, Fan Qiuhua, Wang Dongqing, et al. State of charge estimation for lithium-ion batteries under multiple temperatures based on the MIAEK algorithm [J]. Energy Storage Science and Technology, 2024, 13(2): 680-690. (in Chinese)

[12] Mawonou K S R, Eddahech A, Dumur D, et al. Improved state of charge estimation for Li-ion batteries using fractional order extended Kalman filter [J]. Journal of Power Sources, 2019, 435: 226710.

[13] Hidalgo-Reyes J I, Gómez-Aguilar J F, Alvarado-Martínez V M, et al. Battery state-of-charge estimation using fractional extended Kalman filter with Mittag-Leffler memory [J]. Alexandria Engineering Journal, 2020, 59(4): 1919-1929.

[14] Xu Yonghong, Li Cheng, Wang Xu, et al. Joint estimation method with multi-innovation unscented Kalman filter based on fractional-order model for state of charge and state of health estimation [J]. Sustainability, 2022, 14(23): 15538.

[15] Yang Qingxia, Xu Jun, Li Xiuqing, et al. State-of-health estimation of lithium-ion battery based on fractional impedance model and interval capacity [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2020, 119: 105883.

[16] Ma Lili, Xu Yonghong, Zhang Hongguang, et al. Co-estimation of state of charge and state of health for lithium-ion batteries based on fractional-order model with multi-innovations unscented Kalman filter method [J]. Journal of Energy Storage, 2022, 52: 104904.

[17] Zhang Xinfeng, Li Xiangjun, Yang Kaikai, et al. Lithium-

ion battery modeling and state of charge prediction based on fractional-order calculus [J]. Mathematics, 2023, 11 (15): 3401.

[18] 贾明, 李立祥, 李书国, 等. 动力锂离子电池电极结构对其极化特性影响的仿真研究[J]. 中国有色金属学报, 2020, 30(3): 620-628.
Jia Ming, Li Lixiang, Li Shuguo, et al. Simulation research of effect of electrode structure on polarization characteristics of power lithium ion battery [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2020, 30(3): 620-628. (in Chinese)

[19] Chai Haoyu, Gao Zhe, Jiao Zhiyuan, et al. State of charge estimation for lithium-ion batteries based on an adaptive fractional-order cubature Kalman filter with initial value compensation [J]. Journal of Energy Storage, 2023, 68: 107544.

[20] 宋杨皖豪, 李昕. 基于分数阶模型和 FOMICKF-FOUKF 算法的锂电池 SOC 估计[J/OL]. 电源学报, 1-12. (2024-05-15)[2025-01-03]. https://link.cnki.net/urlid/12.1420.TM.20240514.1412.009.
Song Yangwanhao, Li Xin. SOC estimation of lithium battery based on fractional order model and FOMICKF-FOUKF algorithm [J/OL]. Journal of Power Supply, 2024: 1-12. (2024-05-15)[2025-01-03]. https://link.cnki.net/urlid/12.1420.TM.20240514.1412.009. (in Chinese)

[21] Shi Zhenglu, Xu Jiazhu, Wu Min, et al. An improved adaptive square root cubature Kalman filter method for estimating state-of-charge of lithium-ion batteries [J]. Journal of Energy Storage, 2023, 72: 108245.

[22] 娄洁, 戴龙泉, 王勇. 基于 PSO-SVM 的电动汽车电池 SOC 估算方法[J]. 电源技术, 2015, 39(3): 521-522, 532.
Lou Jie, Dai Longquan, Wang Yong. SOC estimation method of electric vehicle battery based on PSO-SVM [J]. Chinese Journal of Power Sources, 2015, 39(3): 521-522, 532. (in Chinese)

[23] Coley D A. Genetic algorithms [J]. Contemporary Physics, 1996, 37(2): 145-154.

[24] Ram D J, Sreenivas T H, Subramaniam K G. Parallel simulated annealing algorithms [J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 1996, 37(2): 207-212.

[25] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1994, 24(4): 656-667.

[26] 丁璨, 王滔, 张露露, 等. 基于在线参数辨识和 SVD-AUKF 的锂电池荷电状态估计[J]. 南方电网技术, 2025, 19(7): 170-181.
Ding Can, Wang Tao, Zhang Lulu, et al. State of charge estimation of lithium-ion batteries based on online parameter identification and SVD-AUKF [J]. Southern Power System Technology, 2025, 19(7): 170-181. (in Chinese)

[27] Liu Ziping, Chen Jing, Fan Qiuhua, et al. A key-term separation based least square method for Hammerstein SOC estimation model [J]. Sustainable Energy, Grids and Networks, 2023, 35: 101089.



赵正正

作者简介：

赵正正(2001—)，女，中国电源学会学生会员，硕士研究生。研究方向：电池管理系统及其关键技术。E-mail：15830405509@163.com。

范秋华(1971—)，女，通信作者，硕士，教授。研究方向：非线性电路与系统，储能元件与系统。E-mail：qhf_hh@163.com。

袁照凯(1998—)，男，硕士研究生。研究方向：电池管理系统及其关键技术。E-mail：15615402357@163.com。

(责任编辑：耿越)