DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2026.1.10 **中图分类号**：TM46 **文献标志码**：A

分布气隙变压器的利兹线绕组损耗计算方法研究

沈 焜[1]，李世茂[1]，黄晓生[1]，孔毅鹏[2]，陈 为[2]
(1.福建理工大学电子电气与物理学院，福州 350118；2.福州大学电气工程与自动化学院，福州 350108)

摘要：高频变压器绕组损耗的计算是CLLC变换器效率优化的关键，目前缺乏能准确、高效计算绕组损耗，尤其是利兹线绕组损耗的方法，因此针对利兹线高频变压器提出1种基于互阻抗等效电路的绕组损耗计算方法。首先，对比分析了基于一维Dowell模型及二维Bessel函数法的利兹线绕组损耗解析计算方法。然后，建立了1种用于简化绕组损耗计算的互阻等效模型，给出具体算例，并与二维有限元仿真的阻抗矩阵进行对比，算例的等效串联电阻计算结果与有限元法的相对误差不高于6%，验证了所提方法的有效性和准确性。最后，搭建了用于CLLC变换器的高频变压器样机，通过实验测量验证了所提方法的可行性。

关键词：CLLC谐振变换器；利兹线；绕组损耗；Dowell模型；有限元模型

Study on Calculation Method for Litz Wire Winding Losses in Distributed Air Gap Transformer

SHEN Kun[1], LI Shimao[1], HUANG Xiaosheng[1], KONG Yipeng[2], CHEN Wei[2]
(1. School of Electronic, Electrical Engineering and Physics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;
2. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: The calculation of high-frequency transformer winding losses is crucial for optimizing the efficiency of CLLC converters. However, there remains a lack of accurate and efficient methods for calculating the winding losses, particularly the winding losses in Litz wire. A mutual-impedance equivalent circuit-based method for calculating the winding losses in Litz wire high-frequency transformers is proposed. First, the analytical approaches for calculating the Litz wire winding losses based on a one-dimensional Dowell model and a two-dimensional Bessel function method are comparatively analyzed. Then, a mutual-impedance equivalent model is established to simplify the calculation of winding losses. A specific case study is given, and the values calculated using the proposed method are compared with the impedance matrix results derived from two-dimensional finite element simulations. Results demonstrate that the relative error between the equivalent series resistances calculated using the proposed method and the results based on the finite element method does not exceed 6%, validating the effectiveness and accuracy of the proposed method. Finally, a high-frequency transformer prototype for the CLLC converter was constructed, and experimental measurements verified the feasibility of the proposed method.

Keywords: CLLC resonant converter; Litz wire; winding loss; Dowell model; finite element model

收稿日期：2024-12-19；**修回日期**：2025-02-26；**录用日期**：2025-03-06；**网络首发日期**：2025-03-28
基金项目：福建省自然科学基金资助项目(2023J01949, 2022J01950)
This work is supported by Natural Science Foundation of Fujian Province under the grants 2023J01949 and 2022J01950

谐振式 CLLC 变换器由于具有宽负载范围软开关、转换效率高及易于控制等优点而广泛应用于车网互动、电池储能等双向功率变换系统中[1-2]。高频变压器的参数设计直接影响了 CLLC 变换器的增益特征。随着变压器励磁电感的降低，有助于

提升变换器的电压增益调节范围。然而，励磁电流的增加使得变压器绕组的高频涡流损耗显著增加，进而降低变换效率。因此，高频变压器的绕组损耗评估是 CLLC 变换器优化设计的关键问题之一。

谐振变换器的磁性元件数量多，体积占比大，通过提高变换器工作频率可以在一定范围内降低磁性元件的体积与重量[3]。但是，随着工作频率的提高，导体趋肤效应与邻近效应所产生的高频涡流显著增加了绕组损耗。采用多股绞线(即利兹线)是有效降低高频变压器绕组涡流损耗的常用方法[4-5]。利兹线单股线径较小且股线电流分配较为均匀，降低了趋肤效应与邻近效应的影响，从而可在一定频率范围内降低绕组的高频涡流损耗。

高频变压器的利兹线绕组损耗评估方法可分为数值法与解析法。有限元法是主要的数值计算方法之一。由于利兹线单股线径小，3D 有限元仿真需要对每股导线的模型进行大量细小网格剖分，这使得仿真需要耗费大量时间与计算资源，不利于快速地进行绕组损耗评估与优化设计[6-7]。解析方法通常采用近似的理论模型计算高频涡流损耗，其计算速度快，且便于接合智能算法进行变压器的优化设计。导体高频涡流损耗计算常采用一维 Dowell 模型[8]与二维 Bessel 函数法。一维 Dowell 模型假设磁心窗口内各处的磁场强度仅包含平行于绕组层的一维分量，且大小仅沿垂直绕组层方向改变，并将利兹线导体等效成箔导体求解[9]。二维 Bessel 函数法将高频涡流损耗分解为趋肤效应损耗和邻近效应损耗，利用其正交性对损耗进行叠加计算。其理想边界条件下的圆导体线股损耗可表示为包含 Bessel 函数的精确解析模型[10]。文献[11]将 Bessel 函数法用于求解 CLLC 谐振变换器的变压器绕组损耗，但高频下当绕组排布紧密时，计算误差较大。

本文首先分析了 CLLC 谐振变换器的工作原理与绕组损耗机理，进而对比分析 Dowell 模型及 Bessel 函数法与二维有限元仿真的高频损耗结果差异。针对安匝不平衡工况的 CLLC 谐振变换器的高频变压器，提出 1 种基于互阻模型的损耗解析计算方法，通过二维有限元阻抗矩阵结果与短路法实测的等效串联电阻 ESR(equivalent series resistance)验证了所提方法的可行性。

1　分布气隙变压器的利兹线绕组损耗机理

1.1　CLLC 谐振变换器拓扑基本原理

双向全桥 CLLC 谐振变换器的基本电路拓扑如图 1 所示，其中谐振网络包含谐振电感 L_{r1}、L_{r2}，谐振电容 C_{r1}、C_{r2}，以及高频变压器 T_R 中的等效励磁电感 L_m。开关管 $S_1 \sim S_4$ 与 $S_5 \sim S_8$ 分别构成一次侧和二次侧的有源全桥。根据功率传输方向的不同，有源桥可工作在逆变或整流模式。通过合理的参数设计，谐振腔在全负载范围内呈现感性输入特性，从而实现软开关，提高变换效率。CLLC 变换器在欠谐振模式下的典型工作波形如图 2 所示，通

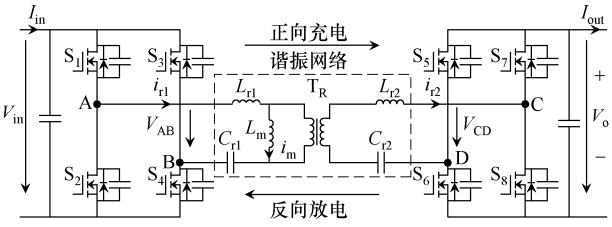


图 1　双向 CLLC 谐振变换器电路拓扑

Fig. 1 Circuit topology of bidirectional CLLC resonant converter

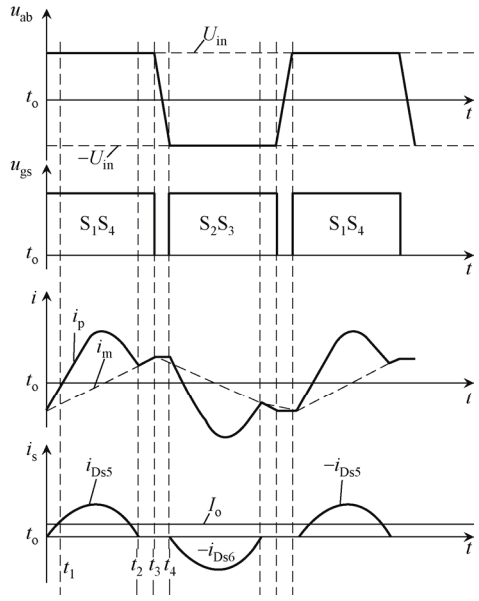


图 2　CLLC 谐振变换器典型工作波形

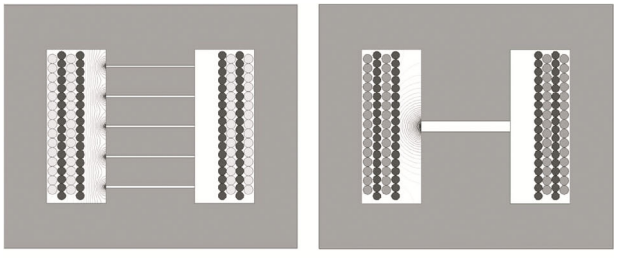
Fig. 2 Typical operation waveforms of CLLC resonant converter

过降低励磁电感有助于提升变换器的变比范围，并降低工作频率范围。因此，在诸如 V2G、储能等宽电压增益应用中，变压器 T_R 的励磁电流往往较大，使得绕组电流不再满足近似安匝平衡的条件。变压器的绕组损耗随着励磁电流的增加而显著增加，因此其绕组损耗评估是 CLLC 变压器设计的关键因素之一。

1.2 分布气隙变压器的利兹线绕组损耗机理

如 1.1 节所述，变压器的励磁电感需经过合理的设计以满足变换器的输入输出变比要求。与常规的近似安匝平衡的高频变压器不同，励磁电流的增加使得 CLLC 变压器的绕组损耗呈现出高频电感绕组损耗特征。因此，变压器绕组的设计对于磁元件的整体损耗优化至关重要。

当变压器使用铁氧体磁心时，需要通过开气隙的方式获得适当的励磁电感。由于气隙存在，磁心窗口内扩散磁通增大并切割绕组磁感线，产生额外的绕组损耗。利用气隙避让与分布式气隙可以在满足气隙尺寸的前提下，减小扩散磁通在绕组上产生的涡流损耗。图 3 所示的仿真实例给出了分布式气隙变压器与集中式气隙变压器的磁通密度分布。分布气隙使得扩散磁通集中在每个小气隙附近，缩小扩散磁通影响范围，从而降低绕组损耗。同时，分布式气隙使得绕组窗口内的磁场分布更为均匀，有助于简化解析计算模型。



(a) 分布式气隙 (b) 集中式气隙

图 3 变压器磁心窗口磁场分布

Fig. 3 Magnetic field distribution in transformer core window

当工作频率偏离谐振频率时，变压器绕组电流的高次谐波含量较高。一、二次侧谐振电流与励磁电流不是标准正弦波，应考虑其中的高次谐波分量产生的绕组损耗，与变压器磁心复杂的损耗机理不同，可通过谐波叠加的方式评估其非正弦电流激励下的导体损耗。对于 CLLC 变换器，其变压器无直流分量，其绕组损耗可表示为

$$P_{\text{winding}} = (I_1^2 R_{\text{ac1}} + \cdots + I_j^2 R_{\text{acj}}) / 2 \tag{1}$$

式中：I_1~I_j 为 1~j 次谐波电流的幅值；R_{ac1}~R_{acj} 为相应谐波频率下的 ESR。

2 利兹线涡流损耗的解析计算方法

2.1 利兹线绕组涡流损耗的评估方法

通过第 1 节分析可知，变压器绕组损耗计算的核心问题是各次谐波的绕组 ESR 计算。现有的利兹线损耗计算模型常基于最基本的导体损耗解析公式，并结合相应的磁场计算以叠加各单股导线损耗，最终获得总的利兹线绕组损耗。Dowell 模型与 Bessel 函数法是最常见的单股导体损耗计算方法。Dowell 模型是一维铜箔近似模型，将磁场简化为平行铜箔平面的理想均匀磁场，电流密度仅在铜箔厚度方向上变化，因此对于采用分布气隙的高频变压器，其绕组窗口内的磁场分布近似平行于磁心柱，可以采用 Dowell 模型进行一维等效。Dowell 模型将导体电流密度分布进行了一维简化，因此无法考虑实际圆柱导体的涡流二维分布。Bessel 函数法则是将趋肤效应与邻近效应的电流密度分布依据其对称特征进行正交解耦，然后分别对 2 种效应引起的涡流损耗进行叠加计算。2 种近似方法的对比分析有助于根据不同的应用场景优化利兹线绕组涡流损耗解析计算的准确性。

2.2 基于 Dowell 模型的利兹线损耗计算

Dowell 模型被广泛应用于高频变压器的导体损耗评估。如图 4 所示，Dowell 模型是一维简化的导体涡流模型，作出如下假设[8]：首先，铜箔导体周围的磁场是仅平行于绕组层的一维分量，且磁场强度仅在垂直于导体平面的方向变化；其次，铜箔导体纵向填满整个磁心窗口，铜箔厚度 D 远小于高度 h，忽略导体边缘效应对磁场分布的影响。因此，对于一、二次绕组交错排布且安匝平衡的变压器，其导体窗口中的磁场分布近似平行于铜箔平

面，进而获得较好的绕组损耗计算精度。

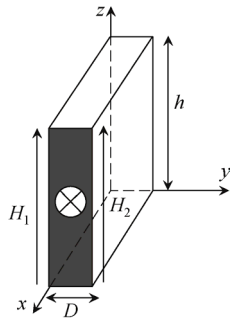


图 4　Dowell 一维模型

Fig. 4 One-dimensional Dowell model

导体在y方向上的电流密度分布可结合一维涡流场方程与边界条件求得[12]，即

$$\begin{cases}\nabla^2 H_z(y)=\mathrm{j}\omega\mu\sigma H_z(y)\\ H_z(y=0)=H_1\\ H_z(y=D)=H_2\end{cases}\tag{2}$$

式中：$H_z(y)$为导体沿 y 轴方向的磁场强度；H_1与 H_2为铜箔导体两侧的磁场强度，可通过安培环路定律求取；σ与μ分别为电导率与磁导率；ω为角频率。

式(2)为二阶常系数微分方程，其通解可表示

$$H_z(y)=A_1\mathrm{e}^{ky}+A_2\mathrm{e}^{-ky}\tag{3}$$

式中：$k=\sqrt{\mathrm{j}\omega\mu\sigma}$；$A_1$、$A_2$为对应系数。将边界条件$H_1$、$H_2$代入式(3)，可解得系数$A_1$、$A_2$从而推导出导体沿$y$轴方向变化的磁场强度分布表达式为

$$H_z(y)=\frac{H_1\sinh[k(D-y)]+H_2\sinh(ky)}{\sinh(kD)}\tag{4}$$

导体沿y轴方向变化的电流密度(幅值)分布表达式为

$$J_x(y)=\left|k\frac{H_1\cosh\left[k(D-y)\right]-H_2\cosh(ky)}{\sinh(kD)}\right|\tag{5}$$

进一步求得沿z轴方向的单位长度铜箔导体绕组损耗表达式为

$$\begin{cases}P_{\mathrm{loss,foil}}=\dfrac{h}{2\sigma}\displaystyle\int_0^D\left|J_x(y)\right|^2\mathrm{d}y=\dfrac{h}{4\sigma\delta}\cdot\\ \quad\left[\left|H_2-H_1\right|^2\dfrac{\sinh v+\sin v}{\cosh v-\cos v}+\right.\\ \quad\left.\left|H_2+H_1\right|^2\dfrac{\sinh v-\sin v}{\cosh v+\cos v}\right]\\ \delta=\sqrt{1/\pi f\mu\sigma}\end{cases}\tag{6}$$

式中：δ为趋肤深度；$v=D/\delta$；f为工作频率。

依据直流电阻不变原则，通过引入填充因子η可将其他形状导体等效成铜箔导体计算[13]。图 5 为圆形利兹线绕组等效成铜箔的过程，图中：h_{Litz}为实际单匝利兹线外径；d_{s}为实际单股绞线线径。

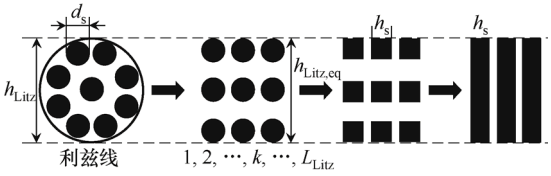


图 5　圆形利兹线等效为铜箔导体过程

Fig. 5 Process of circular Litz wire equivalent to copper foil conductor

将圆形利兹线转化成方形利兹线，并将各股线按$\sqrt{N_{\mathrm{s}}}\times\sqrt{N_{\mathrm{s}}}$ (N_{s}为单匝股数)均匀排布，考虑可能存在$\sqrt{N_{\mathrm{s}}}$不是整数的情况，因此进行向下取整，具体为

$$L_{\mathrm{Litz}}=\left\lfloor\sqrt{N_{\mathrm{s}}}\right\rfloor\tag{7}$$

式中，L_{Litz}为利兹线等效层数。

同时为保证导体直流电阻不变，得到单匝利兹线等效直径$h_{\mathrm{Litz,eq}}$表达式为

$$h_{\mathrm{Litz,eq}}=\frac{\sqrt{N_{\mathrm{s}}}h_{\mathrm{Litz}}}{L_{\mathrm{Litz}}}\tag{8}$$

在保持导体有效面积不变的前提下，将每股圆形线等效成方形线，得到等效单股线径h_{s}表达式为

$$h_{\mathrm{s}}=\sqrt{\pi/4}d_{\mathrm{s}}\tag{9}$$

引入填充因子η，可得到等效电导率σ_{Litz}、等效磁导率δ_{Litz}、等效直径h_{Litz}。将同一层内的方形导体等效变换为具有相同直流电阻的单层铜箔导体，可表示为

$$\begin{cases}\eta=\sqrt{\dfrac{N_{\mathrm{s}}\pi\left(d_{\mathrm{s}}/2\right)^2}{h_{\mathrm{Litz}}^2}}\\ \sigma_{\mathrm{Litz}}=\eta\sigma\\ \delta_{\mathrm{Litz}}=\sqrt{1/\pi f\mu\sigma_{\mathrm{Litz}}}\\ v_{\mathrm{Litz}}=h_{\mathrm{Litz}}/\delta_{\mathrm{Litz}}\end{cases}\tag{10}$$

利用安培环路定律求得各层导体两侧磁场强度$H_{1,\mathrm{lay}}$和$H_{2,\mathrm{lay}}$，则单层利兹导体绕组损耗可表示为

$$\begin{cases} H_{1,\mathrm{lay}} = H_1 + \dfrac{N_{\mathrm{lay}}-1}{L_{\mathrm{Litz}}}(H_2 - H_1) \\ H_{2,\mathrm{lay}} = H_1 + \dfrac{N_{\mathrm{lay}}}{L_{\mathrm{Litz}}}(H_2 - H_1) \\ P_{\mathrm{loss,lay}} = \dfrac{h_{\mathrm{Litz}}}{4\sigma_{\mathrm{Litz}}\delta_{\mathrm{Litz}}}\left[\left|(H_{2,\mathrm{lay}} - H_{1,\mathrm{lay}})\right|^2 \dfrac{\sinh v_{\mathrm{Litz}} + \sin v_{\mathrm{Litz}}}{\cosh v_{\mathrm{Litz}} - \cos v_{\mathrm{Litz}}} + \right. \\ \qquad \left. \left|H_{2,\mathrm{lay}} + H_{1,\mathrm{lay}}\right|^2 \dfrac{\sinh v_{\mathrm{Litz}} - \sin v_{\mathrm{Litz}}}{\cosh v_{\mathrm{Litz}} + \cos v_{\mathrm{Litz}}}\right] \end{cases} \tag{11}$$

式中：N_{lay} 为第 N 层导体；$P_{\mathrm{loss,lay}}$ 为单层利兹导体绕组损耗。

最终，可得单位长度利兹绕组的高频涡流损耗为

$$P_{\mathrm{loss,Litz}} = \sum_{N_{\mathrm{lay}}=1}^{L_{\mathrm{Litz}}} P_{\mathrm{loss,lay}}[H_{1,\mathrm{lay}}, H_{2,\mathrm{lay}}, h_{\mathrm{Litz,eq}}, h_{\mathrm{s}}, \sigma_{\mathrm{Litz}}, v_{\mathrm{Litz}}] \tag{12}$$

2.3 基于 Bessel 函数法的利兹线损耗计算

Bessel 函数法无需将利兹导体替换为铜箔导体，可以直接计算利兹导体的涡流损耗。导体在自身激励电流产生的趋肤效应及外部磁场产生的邻近效应共同作用下的电流密度分布已有显式解。其基本求解思路是将趋肤效应与邻近效应的电流密度分布依据其正交解耦特征进行分别求解叠加[14]。这一典型的电磁场问题求解后所获得的电流密度及损耗密度表达式包含 Bessel 函数表达式，因此称为 Bessel 函数法。

单匝圆导体电磁场模型如图 6 所示，根据电磁场的叠加原理和唯一性定理反映趋肤效应的电流密度 J_{skin} 是偶函数，邻近效应的电流密度 J_{prox} 是奇函数，2 个电流密度函数的乘积在导体截面上的积分为 0，趋肤效应损耗与邻近效应损耗具有正交性[15-16]，可以独立求解再叠加计算。

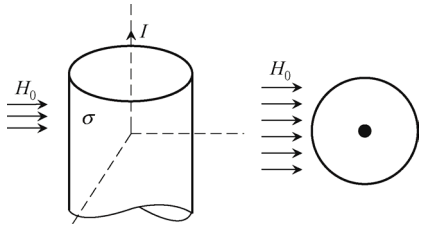


图 6 单匝圆导体电磁场模型

Fig. 6 Electromagnetic field model of single-turn circular conductor

利兹线趋肤效应损耗定义为导体自身流过交变电流而产生的损耗，其电流密度分布受自身高频电流产生的磁场影响。考虑具有均匀横截面的半径为 R_0 的圆导体，导体内部由趋肤效应场引起的涡流分布[17]可表示为

$$\begin{cases} J_{\mathrm{skin}} = I_{\mathrm{c}} \dfrac{\mathrm{j}^{3/2}\gamma}{2\pi R_0} \dfrac{J_0(\mathrm{j}^{3/2}\gamma r)}{J_1(\mathrm{j}^{3/2}\gamma R_0)} \\ \gamma = \sqrt{2}/\delta = \sqrt{\dfrac{1}{\pi f \mu_0 \sigma}} \end{cases} \tag{13}$$

式中：I_{c} 为流过导体电流的幅值；f 为 I_{c} 的频率；μ_0 为真空磁导率；γ 为导体的电导率；r 为径向坐标；J_0、J_1 为第一类 Bessel 函数。

用 Kelvin 函数 bei、ber 表示由趋肤效应引起的单位长度圆导体的涡流损耗 P_{skin}，即

$$P_{\mathrm{skin}} = \frac{1}{2\sigma}\int J_{\mathrm{skin}} J_{\mathrm{skin}}^{*}\,\mathrm{d}S = \frac{I_{\mathrm{c}}^2\gamma}{4\pi\sigma R_0} \cdot \frac{\mathrm{ber}(\gamma R_0)\mathrm{bei}'(\gamma R_0) - \mathrm{bei}(\gamma R_0)\mathrm{ber}'(\gamma R_0)}{\mathrm{bei}'^2(\gamma R_0) + \mathrm{ber}'^2(\gamma R_0)} \tag{14}$$

式中，S 为导体单位面积。

趋肤效应场中不考虑不同导体之间产生的邻近效应损耗，因此单位长度利兹线的绕组损耗可表示为

$$P_{\mathrm{skin,Litz}} = N_{\mathrm{s}}\left(\frac{I_{\mathrm{Litz}}}{N_{\mathrm{s}}}\right)^2 \frac{\gamma}{4\pi\sigma R_0} \cdot \frac{\mathrm{ber}(\gamma R_0)\mathrm{bei}'(\gamma R_0) - \mathrm{bei}(\gamma R_0)\mathrm{ber}'(\gamma R_0)}{\mathrm{bei}'^2(\gamma R_0) + \mathrm{ber}'^2(\gamma R_0)} \tag{15}$$

式中：I_{Litz} 为流过利兹线的总电流，$I_{\mathrm{Litz}} = N_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{c}}$；$N_{\mathrm{s}}$ 为单匝股数，通过增大股数可以减小趋肤效应损耗。

利兹线的邻近效应损耗定义为非导体自身电流产生的涡流损耗，其电流密度分布取决于其他导体电流产生的磁场。分布气隙磁心窗口中的磁场可近似平行，且由于导体线径一般很小，可近似认为导体外部磁场 H_0 均匀分布。因此，邻近效应下的导体电流密度分布可假设圆导体外部磁场在无穷远处均匀，求解圆导体在圆柱坐标系下的外部矢量磁势可获得其内部的电流密度分布。

根据磁场来源，导体的邻近效应场 H_0 分为外部邻近效应场 H_{ext} 和内部邻近效应场 H_{int}。外部邻

近效应场源于气隙边缘效应场或相邻导体间的涡流影响；内部邻近效应场则是针对多股绞线，当电流流过导体时，每一股线都会受到相邻股线产生的邻近效应影响。为了简化计算，近似认为分布气隙磁心窗口中的 H_0 分布与 Dowell 模型相同。建立邻近效应场局部柱坐标系[18]，以圆导体截面中心点为极点，H_0 方向为极轴正方向，θ 为角坐标，z 轴垂直指向纸面外。邻近效应影响下的涡流分布和单位长度损耗可分别表示为

$$J_{\text{prox}}=\mathrm{j}^{3/2}\gamma\frac{J_1(\mathrm{j}^{3/2}\gamma r)}{J_0(\mathrm{j}^{3/2}\gamma R_0)}2H_0\sin\theta \tag{16}$$

$$P_{\text{prox}}=\frac{1}{2\sigma}\int_0^{2\pi}\int_0^{R_0}(J_{\text{prox}}J_{\text{prox}}^{*})r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta=-\frac{2\pi H_0^2\gamma R_0}{\sigma}\cdot\frac{\mathrm{ber}_2(\gamma R_0)\,\mathrm{ber}'(\gamma R_0)+\mathrm{bei}_2(\gamma R_0)\,\mathrm{bei}'(\gamma R_0)}{\mathrm{ber}^2(\gamma R_0)+\mathrm{bei}^2(\gamma R_0)} \tag{17}$$

忽略内部邻近场的影响，认为 H_0 仅由外部邻近效应场产生，则 H_0 两侧磁场强度为

$$H_{0,\text{lay}}=\frac{H_{1,\text{lay}}+H_{2,\text{lay}}}{2} \tag{18}$$

将式(18)代入式(17)可得单位长度利兹等效导体层的邻近效应损耗 $P_{\text{prox,Litz}}$。单位长度利兹绕组的高频涡流损耗为

$$P_{\text{loss,Litz}}=n_{\text{eq,lay}}\sum_{N_{\text{lay}}=1}^{L_{\text{Litz}}}[P_{\text{skin,Litz}}[I_{\text{Litz}},N_{\text{s}}]+P_{\text{prox,Litz}}[H_{1,\text{lay}},H_{2,\text{lay}}]] \tag{19}$$

式中，$n_{\text{eq,lay}}$ 为每个等效层的股数，$n_{\text{eq,lay}}=N_{\text{s}}/L_{\text{Litz}}$。

考虑实际利兹线通常为复合绞绕，利兹线实际长度需乘以长度系数 m 以补偿绞制过程中的长度影响，根据 DIN EN 60317-11 标准规定的方法及本文算例所用利兹线的绞绕步数 n_{b}=2，取 $m=1+\sum_{1}^{n_{\text{b}}}0.02=1.04$。

3　基于互阻抗等效电路的绕组损耗计算与验证

3.1　计及绕组损耗的变压器互阻抗等效电路

为了计算特定工况下的利兹线绕组损耗，需要对绕组电流进行谐波分解后计算各次谐波对应的损耗并进行累加。为了简化绕组损耗计算，采用如图 7 所示的基于互阻抗矩阵的等效电路。通过求解不同频率下的 ESR，使得不同工况下的绕组损耗可直接通过各次谐波对应的 ESR 损耗叠加获得。因此，该等效电路避免了重复计算涡流损耗解析模型，简化了不同工况下的绕组损耗计算过程。

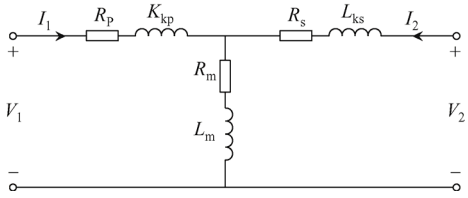


图 7　考虑互阻影响的变压器绕组损耗计算模型

Fig. 7 Calculation model of transformer winding losses considering mutual-impedance effect

为了便于与有限元仿真结果进行对比，将等效电路直接与互阻矩阵进行对应，如图 8 所示。图中：V_1、V_2 分别为变压器一、二次侧电压；I_1、I_2 分别为变压器一、二次侧电流幅值；N_1、N_2 分别为变压器一、二次绕组匝数；串联电阻 R_{p}、R_{s} 表征一次绕组和二次绕组中仅由自身电流决定部分的 ESR；L_{kp}、L_{ks} 为一、二次绕组非完全耦合而产生的漏感；L_{m} 为变压器等效互感；互阻 R_{m} 表征受 I_1、I_2 共同作用的导体损耗，主要为由邻近效应引起的额外导体损耗。在直流条件下，相邻的两条线间不存在互阻，但随着频率的增加，互阻也会增加。与互感的取值相似，互阻值的正负取决于绕组电流参考方向。当定义 I_1、I_2 流入同名端为参考方向时，互阻为正；反之，互阻为负。

在不同绕组电流激励下的绕组损耗 $P_{\text{winding,loss}}$ 可表示为

$$P_{\text{winding,loss}}=P(I_1,I_2)=\frac{I_1^2}{2}R_{\text{p}}+\frac{I_2^2}{2}R_{\text{s}}+\frac{(I_1+I_2)^2}{2}R_{\text{m}} \tag{20}$$

因此，通过特定的电流幅值组合，并通过上述解析方法即可获得绕组等效电路中的电阻参数，即

$$\begin{cases} R_{\mathrm{m}} = [2P(1,0) + 2P(0,1) - 2P(1,-1)] / 2 \\ R_{\mathrm{p}} = 2P(1,0) - R_{\mathrm{m}} \\ R_{\mathrm{s}} = 2P(0,1) - R_{\mathrm{m}} \end{cases} \tag{21}$$

采用互阻等效电路来计算变压器在不同电流幅值及相位条件下的损耗，从而简化了绕组损耗的计算过程。考虑到 CLLC 变换器的变压器一、二次侧电流波形是含基波分量及高次谐波的非正弦波形，为将本文所提模型应用于非正弦电流绕组损耗计算，需将谐振电流波形进行傅里叶分解，得到 1~k 次谐波下的电流有效值与相位，估计每次谐波的绕组损耗并进行叠加计算，基于式(1)得到实际电路中的绕组损耗求解表达式为

$$P_{\mathrm{winding,total}} = \sum_{k=1}^{\infty} R_{\mathrm{p}k} \frac{I_{1k}^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} R_{\mathrm{s}k} \frac{I_{2k}^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} R_{\mathrm{m}k} \frac{\left| I_{1k}\angle\theta_{1k} + I_{2k}\angle\theta_{2k} \right|^2}{2} \tag{22}$$

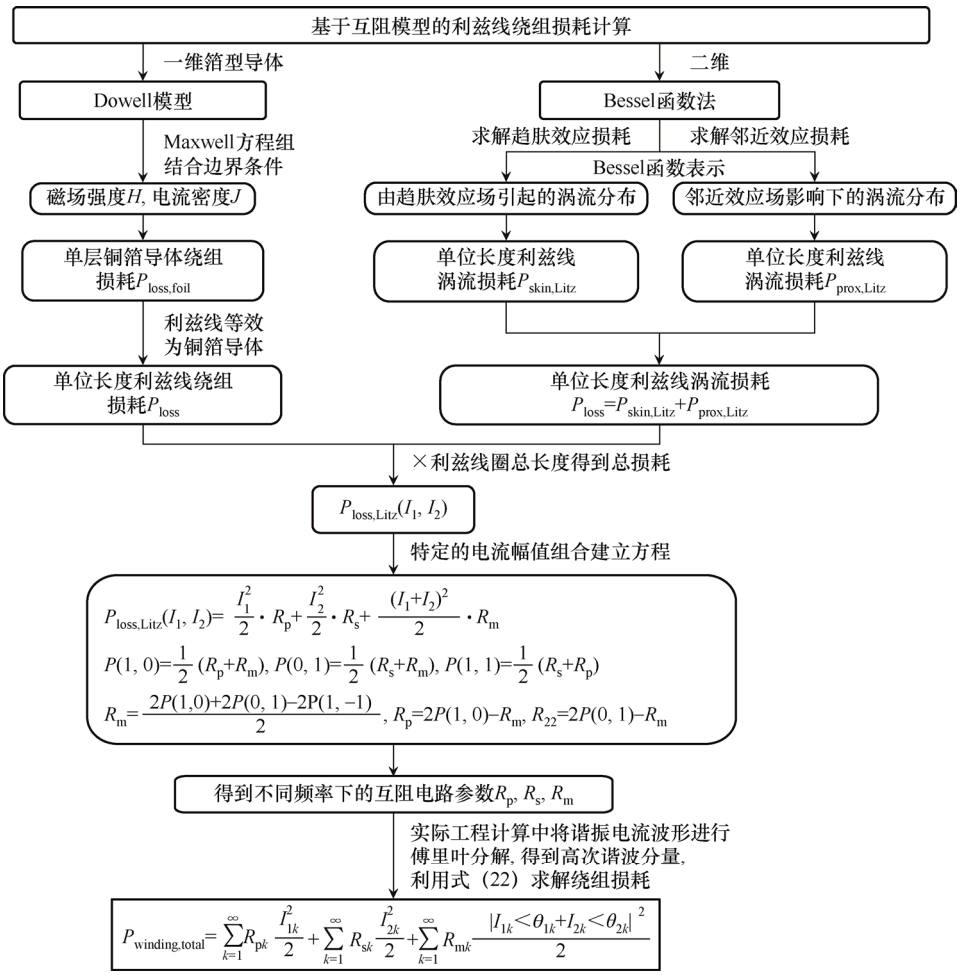


图 8 基于互阻模型的利兹线绕组损耗计算流程

Fig. 8 Calculation process of Litz wire winding losses based on mutual-impedance model

图 8 给出了本文所提模型的具体计算流程。由上述可知，实际 CLLC 变换器绕组损耗计算的准确性取决于上述电阻参数的计算精度。因此，上述模型评估带气隙变压器绕组损耗的可行性可通过验证互阻参数计算误差来进行评估。

3.2 算例与仿真验证

本文基于时域分析设计了 1 台用于输出功率 1 kW 的 CLLC 变换器的高频变压器样机，设计参数见表 1。

将表 1 中的参数分别代入式(7)~式(11)，得到单位长度利兹绕组的高频涡流损耗 P_{loss}，再乘以绕组总线长(计及长度系数 m=1.04)得到利兹绕组总损耗 $P_{\mathrm{loss,Litz}}$，不同的一、二次侧激励将会改变导体两侧的磁场强度大小从而影响 $P_{\mathrm{loss,Litz}}$ 的大小，则

可将损耗以电流幅值为变量进行定义，即 $P_{\text{loss,Litz}}=P_{\text{loss,Litz}}(I_1, I_2)$。部分参数计算过程为

$$\begin{cases}\mu_{\text{Cu}}=0.999\ 991\\ \sigma(T)=\dfrac{5.8\times10^7}{1+0.003\ 93\times(T-20)}\\ \delta=\sqrt{\dfrac{1}{\pi f\cdot\sigma(86)\cdot\mu_{\text{Cu}}}}\\ D_{\text{p}}=h_{\text{Litz,p}}=1.00\ \text{mm}\\ D_{\text{s}}=h_{\text{Litz,s}}=1.24\ \text{mm}\end{cases}\tag{23}$$

式中：μ_{Cu} 为铜的相对磁导率；$\sigma(T)$为导体电导率随温度变化的关系式；$h_{\text{Litz,p}}$为一次侧利兹线线径；$h_{\text{Litz,s}}$为二次侧利兹线线径。对于绕组结构的选择，本文选用了一、二次侧交叉换位式的层叠结构，交叉换位式绕组结构的优势在于[19]：一方面由于一次绕组与二次绕组在磁心窗口中的电流方向是相反的，它们产生的磁场在绕组表面相互抵消，减小绕组层上下表面的磁场强度之和，降低了绕组损耗，提高了变压器效率；另一方面交叉布置使得一、二次绕组的漏磁场强度相互抵消，磁心窗口内的磁场能量降低，漏感减小，耦合度提高，避免了并联绕组不均流的问题。

表 1　待测变压器规格

Tab. 1 Specification of transformer to be tested

参数	数值/规格
磁心材料	DMR96A
磁心形状	2 个 EE41 磁心并联
磁心励磁电感 L_{m}/μH	89.8
磁心分布气隙规格	磁心中柱 0.03 mm×5
磁心谐振频率 f/kHz	200
变压器一、二次侧匝数比	18∶15
一次绕组匝数 N_{pri}	2 层并联，每层 18 匝
二次绕组匝数 N_{sec}	2 层并联，每层 15 匝
绕组结构	2 层并联，SPSP 层叠结构
利兹线规格(单股线径×股数)	一次侧：0.05 mm×165，$h_{\text{Litz,p}}$=1.00 mm 二次侧：0.05 mm×250，$h_{\text{Litz,s}}$=1.24 mm
工作温度 T/°	86

联立方程求解，可得到一、二次侧等效串联电阻 R_{p}、R_{s} 及互阻 R_{m}，为验证算例结果的有效性，搭建变压器 Maxwell 二维仿真模型，绕组采用有限元法 FEM(finite element method)自带的利兹线模型，得到变压器 2×2 阻抗矩阵，给出谐振频率下的阻抗矩阵结果为

$$\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_{11}+\text{j}\omega L_{11} & R_{12}+\text{j}\omega L_{12}\\ R_{21}+\text{j}\omega L_{21} & R_{22}+\text{j}\omega L_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}34.682\ 0\,\text{m}\Omega+\text{j}\omega\times98.631\ \mu\text{H} & -4.444\ 7\ \text{m}\Omega+\text{j}\omega\times89.732\ \mu\text{H}\\ -4.444\ 7\,\text{m}\Omega+\text{j}\omega\times89.732\ \mu\text{H} & 22.607\ 0\ \text{m}\Omega+\text{j}\omega\times69.302\ \mu\text{H}\end{bmatrix}\tag{24}$$

设置 Maxwell 扫频范围 100 kHz~1 MHz 进行计算精度对比，结果见表 2，相对误差不大于 6%，证明了本文所提模型的可行性。

本文所提解析模型在评估 CLLC 变压器绕组

表 2　本文所提模型计算数据与仿真数据对比

Tab. 2 Comparison between data calculated using proposed model and simulated data

频率 f_{s}/kHz	R_{p}/mΩ		R_{s}/mΩ		R_{m}/mΩ	
	计算值	仿真值	计算值	仿真值	计算值	仿真值
100	29.581 073	31.679	17.851 485	18.307	−1.265 174	−1.111 2
200	32.897 954	34.682	22.757 021	22.607	−5.060 444	−4.444 7
300	38.425 356	39.862	30.931 832	29.773	−11.385 055	−10.001 0
400	46.162 178	46.691	42.374 291	39.807	−20.237 749	−17.779 0
500	56.106 881	55.698	57.082 125	52.707	−31.616 764	−27.779 0
600	68.257 487	66.706	75.052 411	68.474	−45.519 839	−40.002 0
700	82.611 581	79.716	96.281 583	87.107	−61.944 212	−54.448 0
800	99.166 312	94.727	120.765 428	108.610	−80.886 620	−71.115 0
900	117.918 392	111.740	148.499 090	132.970	−102.343 304	−90.005 0
1 000	138.864 103	130.750	179.477 074	160.210	−126.310 011	−111.120 0

损耗时的可行性取决于互阻抗等效电路电阻参数计算的准确性，第 2 节所述 2 种利兹线绕组损耗解析方法均是基于利兹线线股重新排列等效，并进行损耗累加获得总的绕组损耗。图 9 为通过有限元阻抗矩阵与基于 Dowell 模型和基于 Bessel 函数法所获得的 R_p、R_s 及 R_m 计算精度对比，其中根据表 1 参数所搭建的二维有限元仿真模型与图 3 中分布气隙变压器模型相同。

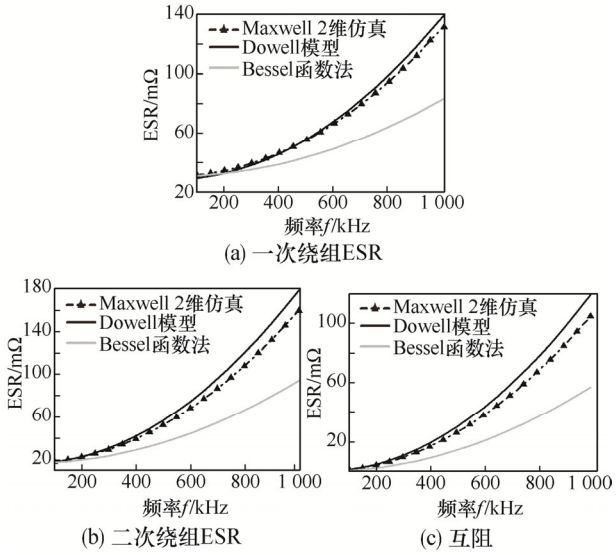


图 9 本文所提方法与 FEM 仿真阻抗矩阵结果对比

Fig. 9 Comparison between results obtained using proposed method and impedance matrix results based on FEM simulations

基于 Dowell 模型的互阻参数计算结果与仿真结果的最大相对误差为 6%，而在高频段，基于 Bessel 函数法的互阻参数计算结果与仿真结果的最大相对误差达到 30%。Bessel 函数法出现较大误差的原因在于，Bessel 函数法在推导圆形利兹线绕组损耗公式的过程中，假设电流的返回路径在无限远处，横向空间均匀磁场从无穷远处投射过来[20]，如图 7 所示，此时呈现出圆柱对称情况，即磁场仅具有切向分量，而电流密度仅具有轴向分量，所以 Bessel 函数法能够精确求解单根圆导体涡流分布，但对于利兹线这种多股线紧密绞合在一起的结构，导体间邻近效应显著，将使得导体附近的磁场不再严格符合假设，特别是高频段，邻近效应愈显著，误差愈大。而 Dowell 模型基于一维磁场假设，近似于铜箔绕组，更适用于解析多股圆线紧密封装的绕组。

3.3 实验验证

为进一步验证本文提出的绕组损耗计算方法的可行性，依据表 1 绕制 1 台变压器样机进行实验验证，变压器样机与实验测量布置如图 10 所示，采用高精度阻抗分析仪(Wayne Kerr 6500B，阻抗测量精度为±0.05%)测量变压器的交流电阻。为了表征绕组损耗，并降低小信号测量时的磁心损耗影响，采用短路阻抗测量(变压器一次侧与阻抗分析仪夹具相连，二次侧短路)进行对比，并在测量前进行开、短路校准。

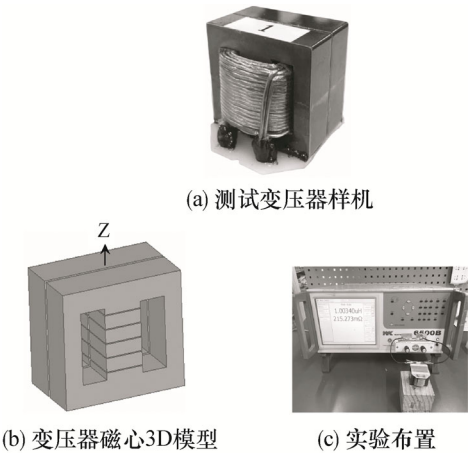


图 10 CLLC 谐振变压器的高频变压器

Fig. 10 Prototype of high-frequency transformer for CLLC resonant transformer

由于实际利兹绕组排列与理想模型存在一定差距及绕组弯道部分磁场呈二维分布等因素的影响，实际测量值与计算值存在一定误差，结果如图 11 所示。实测绕组 ESR 与本文所提模型计算得

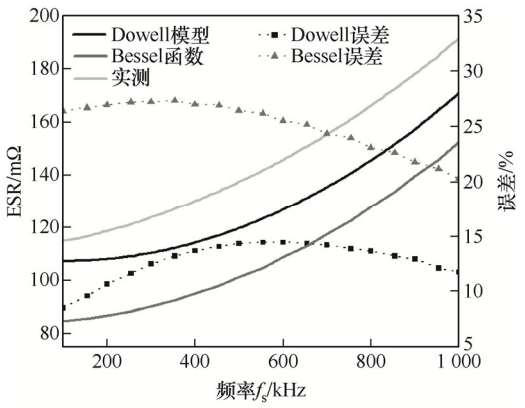


图 11 ESR 实测值与本文所提模型的计算值对比

Fig. 11 Comparison between ESR measurements and values calculated using proposed model

到的 ESR 最大相对误差约为 15%，ESR 变化趋势基本相符，满足实际应用对于估算绕组损耗的需要。

4　结语

本文研究分布气隙变压器的利兹线绕组损耗解析计算方法，分析了 2 种常用利兹线绕组损耗的解析模型。针对 CLLC 变换器安匝不平衡工况下的变压器，提出 1 种基于互阻模型的损耗解析计算方法，通过改变输入输出电流建立方程，求得等效电路中不同频率下的 ESR，使得不同工况下的绕组损耗可直接通过各次谐波对应的 ESR 损耗叠加获得，避免了重复计算涡流损耗解析模型，简化了不同工况下的绕组损耗计算过程。进一步，搭建有限元二维利兹绕组变压器仿真模型与 2 种解析模型进行对比，Dowell 模型与 Bessel 函数法的绕组 ESR 计算结果最大相对误差分别为 6%、30%，得出 Bessel 函数法更适用于间距较大绕组计算，因为在这种情况下导体间的邻近效应才可以忽略不计，而 Dowell 模型则近似于铜箔绕组，更适用于计算由多匝圆线紧密封装的绕组。最后，根据 CLLC 变换器参数规格制作了高频变压器样机，利用短路法实测 ESR，实验结果验证了本文所提方法的可行性，通过互阻模型能快速地计算出绕组 ESR，且具有较高的精度。

参考文献：

[1] 赵烈, 裴云庆, 刘鑫浩, 等. 基于基波分析法的车载充电机 CLLC 谐振变换器参数设计方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(15): 4965-4977.
Zhao Lie, Pei Yunqing, Liu Xinhao, et al. Design methodology of CLLC resonant converters for electric vehicle battery chargers [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4965-4977. (in Chinese)

[2] 王弘珺, 郁专, 谢少军. 双向 CLLC 谐振变换器的参数设计方法研究[J]. 电源学报, 2025, 23(1): 11-20, 66.
Wang Hongjun, Yu Zhuan, Xie Shaojun. Study on parameter design method for bi-directional CLLC resonant converters [J]. Journal of Power Supply, 2025, 23(1): 11-20, 66. (in Chinese)

[3] 陈为, 何建农. 电力电子高频磁技术及其发展趋势[J]. 电工电能新技术, 2000, 19(2): 30-34.
Chen Wei, He Jiannong. Power electronics high-frequency magnetics technology and their development [J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2000, 19(2): 30-34. (in Chinese)

[4] Salk N J, Cooke C M. Calculation of AC losses in multiphase Litz coil systems [C]// 2022 IEEE/AIAA Transportation Electrification Conference and Electric Aircraft Technologies Symposium (ITEC+EATS). Anaheim, CA, USA, 2022: 594-599.

[5] 韩霞, 陈刚. 考虑材料影响的双向直流固态变压器绕组损耗计算方法[J]. 电源学报, 2023, 21(3): 99-107.
Han Xia, Chen Gang. Calculation method for winding loss of bi-directional DC solid-state transformer considering material influence [J]. Journal of Power Supply, 2023, 21(3): 99-107. (in Chinese)

[6] Plumed E, Acero J, Lope I, et al. 3D finite element simulation of Litz wires with multilevel bundle structure [C]// IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Washington, DC, USA, 2018: 3479-3484.

[7] Liu Chaohui, Chen Xiao, Zhang Yakun, et al. Three-dimensional semi-finite element based proximity loss calculation for Litz wires in a high frequency transformer [C]// 2023 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). Nashville, TN, USA, 2023: 2783-2788.

[8] Dowell P L. Effects of eddy currents in transformer windings [J]. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1966, 113(8): 1387.

[9] Geng Shuqin, Chu Menghao, Wang Wensi, et al. Modelling and optimization of winding resistance for Litz wire inductors [J]. IET Power Electronics, 2021, 14(10): 1834-1843.

[10] Ferreira J A. Appropriate modelling of conductive losses in the design of magnetic components [C]// 21st Annual IEEE Conference on Power Electronics Specialists. San Antonio, TX, USA, 2002: 780-785.

[11] Qu Lu, Liu He, Tong Qiang, et al. Integrated transformer design for wide-range bidirectional resonant CLLC topology [C]// 2022 7th International Conference on Power

and Renewable Energy (ICPRE). Shanghai, China, 2022: 118-125.

[12] 柳百毅, 陈为. 改进的磁元件圆导线绕组高频损耗模型[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(9): 2795-2802.
Liu Baiyi, Chen Wei. Improved high-frequency winding loss model for round conductors of magnetic components [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(9): 2795-2802. (in Chinese)

[13] Hurley W G, Wölfle W H. Transformers and Inductors for Power Electronics: Theory, Design and Applications [M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2013.

[14] Luo Tianming, Niasar M G, Vaessen P. Improved winding losses calculation based on Bessel functions [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2023, 59(6): 6300410.

[15] Ferreira J A. Improved analytical modeling of conductive losses in magnetic components [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1994, 9(1): 127-131.

[16] Nan Xi, Sullivan C R. An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors [C]// IEEE 34th Annual Conference on Power Electronics Specialist, 2003. PESC '03. Acapulco, Mexico, 2003: 853-860.

[17] 黄晓生, 陈为. 线圈高频损耗解析算法改进及在无线电能传输磁系统设计的应用[J]. 电工技术学报, 2015, 30(8): 62-70.
Huang Xiaosheng, Chen Wei. Improved analytical calculation model of high-frequency coil losses and its usage in WPT magnetic system [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(8): 62-70. (in Chinese)

[18] Chen Tianyuan, Zhao Zhigang, Shen Zhan, et al. Litz-wire winding loss calculation method for optimal design of high-frequency transformers [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2024, 12(2): 2027-2040.

[19] Abdi B, Nasiri A A, Aslinezhad M H, et al. Winding considerations on the high frequency transformers [J]. Energy Procedia, 2011, 12: 656-661.

[20] Acero J, Alonso R, Barragan L A, et al. Magnetic vector potential based model for eddy-current loss calculation in round-wire planar windings [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(9): 2152-2158.



沈焜

作者简介：

沈焜(2000—)，男，硕士研究生。研究方向：DC-DC 谐振变换器及其磁元件设计。E-mail：413287450@qq.com。

李世茂(1999—)，男，硕士研究生。研究方向：DC-DC 谐振变换器及其设计。E-mail：lishimao99@qq.com。

黄晓生(1986—)，男，通信作者，博士，副教授。研究方向：电力电子功率变换及高频电磁技术。E-mail：hxs@fjut.edu.cn。

孔毅鹏(1992—)，男，博士。研究方向：电力电子功率变换及高频电磁技术。E-mail：578291892@qq.com。

陈为(1958—)，男，博士，教授。研究方向：电力电子功率变换/高频磁技术，电磁兼容诊断与滤波器，电磁场分析与应用，电磁检测。E-mail：chw@fzu.edu.cn。

(责任编辑：郭凯凯)