DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2025.4.120 中图分类号：TM46 文献标志码：A

基于描述函数法的分数阶 Cuk 变换器稳定性分析

陈艳峰(中国电源学会高级会员)，汪 鑫，张 波(中国电源学会会士)，陈 生
(华南理工大学电力学院，广州 510640)

摘要：提出了分数阶 Cuk 变换器闭环系统的建模与稳定性分析方法。首先分析了 PWM 控制的分数阶 Cuk 变换器闭环系统的传递函数；然后对其控制系统的非线性环节进行建模，从而获得分数阶 Cuk 变换器闭环系统的描述函数模型；进而利用改进的 Nyquist 稳定判据，分析了分数阶元件阶次对变换器闭环系统稳定性的影响；最后通过仿真与 RT Box 平台验证了分数阶变换器闭环系统建模及稳定性分析方法的准确性。

关键词：分数阶 Cuk 变换器；描述函数法；改进 Nyquist 稳定判据

Stability Analysis of Fractional-order Cuk Converter Based on Describing Function Method

CHEN Yanfeng, *Senior Member*, *CPSS*, WANG Xin, ZHANG Bo, *Fellow*, *CPSS*, CHEN Sheng
(School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The modeling and stability analysis methods for a fractional-order Cuk converter closed-loop system are proposed. First, the transfer function of a PWM-controlled fractional-order Cuk converter closed-loop system is analyzed, and the nonlinear links of its control system are modeled to obtain a describing function model for the fractional-order Cuk converter closed-loop system. Then, the effect of fractional-order component order on the stability of the converter closed-loop system is analyzed using an improved Nyquist stability criterion. Finally, the accuracy of the modeling and stability analysis methods for the fractional-order converter closed-loop system was verified by simulations and an RT Box platform.

Keywords: Fractional-order Cuk converter; describing function method; improved Nyquist stability criterion

DC-DC 变换器在光伏系统和储能等领域具有广泛的应用[1-2]。Cuk 变换器是 1 种可实现负电压输出、具有升/降压功能的基本 DC-DC 变换器，通常应用于一些需要公共接地、正电压输入负电压输出的电路和系统中[3]。与同样具有升/降压能力的 Buck-Boost 变换器不同的是，Cuk 变换器的输入、输出电流均是连续的，具有脉动小、纹波低的特点，用于恒流输出场合时尤其具有优势[4]。因而 Cuk 变换器已广泛应用于功率因数校正 PFC(power factor correction)电路[4-6]、风能及光伏发电系统[7-8]、LED 驱动电源[9-10]、电机调磁控制[11]、新能源汽车充电[12-13]等领域。

由于开关器件的存在，DC-DC 变换器具有强非线性特性，研究表明，在某些电路参数条件下，变换器系统将出现分岔、混沌等不稳定现象，从而对其性能产生影响[14]。作为 1 个典型的四阶系统，传统的 Cuk 变换器也展现出非常复杂的动力学特性。文献[15-16]分别研究了电流控制模式下 Cuk 变换器的慢尺度分岔和快尺度分岔行为；文献[17]

收稿日期：2024-01-18；**修回日期：**2024-02-24，2024-03-13；
录用日期：2024-03-24；**网络首发日期：**2024-04-26
基金项目：国家自然科学基金资助项目(52077085)；广东省自然科学基金资助项目(2023A1515012273)
The work is supported by the National Natural Science Foundation of China under the grant 52077085; Natural Science Foundation of Guangdong Province under the grant 2023A1515012273

揭示了主电路电容参数对 Cuk PFC 变换器慢尺度分岔行为的影响机理；文献[5]研究了负载电阻变化对不连续电感电流模式 DICM(discontinuous inductive current mode)Cuk PFC 变换器稳定性能的影响；文献[6]进一步研究了反馈控制回路中电容参数的改变导致不连续电容电压模式 DCVM (discontinuous capacitor voltage mode)Cuk PFC 变换器的慢尺度分岔现象。因此，DC-DC 变换器的稳定性研究一直是电力电子领域的研究热点之一。然而，目前 DC-DC 变换器稳定性分析所依赖的数学模型大多是基于电感、电容具有整数阶微积分特性而建立的。近来的研究表明实际电感和电容具有分数阶微积分特性[18-19]，基于电抗元件的分数阶特性，采用分数阶数学模型能够更准确地描述开关变换器的特性[20]。不精确的建模会给控制器的设计带来较大的误差，从而影响变换器系统的稳定性[21]，而分数阶控制器可以灵活控制变换器的频率特性，使系统在快速性、稳定性及鲁棒性方面具有良好的性能[21-22]。与电感、电容元件具有整数阶微积分特性的传统 Cuk 变换器不同，分数阶 Cuk 变换器的电感、电容是具有分数阶微积分特性的电抗元件。传统 Cuk 变换器是 1 个四阶动力学系统，而对于分数阶 Cuk 变换器而言，假设其电感和电容的阶次分别为 α 和 β 的分数阶元件($0<\alpha<1$, $0<\beta<1$)，则分数阶 Cuk 变换器为 1 个阶次 $2(\alpha+\beta)$的动力学系统，呈现出非整数的多维特性。可见，分数阶变换器系统的多维及强非线性特质使得这类系统的稳定性分析成为电力电子领域的难点之一[21-22]。

目前，分数阶变换器稳定性分析方法主要有：扩展频率域法[23]、Nyquist 法[24]、Mittag-Leffler 法[25]和描述函数法等。描述函数法是 1 种用于分析非线性系统的近似方法，其实质是将非线性环节等效为 1 个具有复数增益的线性放大器，从而可沿用线性系统理论进行稳定性分析[26]，具有准确性高，分析简单且适用于任意阶次系统等优点，因而在线性或非线性系统的稳定性分析当中得以广泛应用[27]。文献[28]利用描述函数法对光伏并网系统进行建模以及稳定性分析；文献[29]基于描述函数法分析了非线性自抗扰控制器的稳定性和频域跟踪性能；文献[30]利用描述函数法对串联谐振变换器进行分析，得到了系统自激振荡的条件；文献[31]利用描述函数法分析了永磁同步电机的稳定性。Nyquist 法是分析控制系统稳定性的重要方法。传统 Nyquist 稳定性判据是根据系统传递函数 $G(s)$复平面上的 Nyquist 曲线与点$(-1, j0)$的位置关系来判断系统稳定性。然而大部分非线性系统(如分数阶非线性系统)的临界稳定状态的范围不只局限于某一个点，单纯根据 $G(s)$的 Nyquist 曲线是否经过特殊点无法判断系统的临界稳定性[32]。为此，文献[32]提出了 1 种改进的 Nyquist 稳定性判据。

本文以运行于电感电流连续模态 CCM(continuous current mode)的 PWM (pulse width modulation)控制的分数阶 Cuk 变换器系统为例，着重分析其闭环系统稳定性。首先介绍基于描述函数法的改进 Nyquist 判据；然后建立了分数阶 Cuk 变换器非线性等效电路模型并推导出其传递函数；进而推导了表征分数阶 Cuk 变换器闭环系统 PWM 控制环节非线性特性的描述函数，并基于改进的 Nyquist 稳定性判据分析了变换器系统的稳定性；最后讨论了分数阶电感和电容元件阶次变化、负载或输入有较大扰动时对变换器闭环系统稳定性的影响，并通过仿真与实验验证了本文所提出稳定性分析方法的有效性和准确性。

1　非线性系统的改进 Nyquist 稳定性判据

非线性闭环系统可用图 1 所示的简化模型描述。

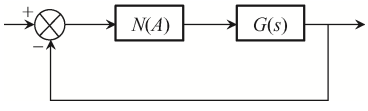


图 1　非线性系统模型框图

Fig. 1 Block diagram of nonlinear system model

图 1 中，$N(A)$为系统非线性环节的描述函数，$G(s)$为系统线性环节的传递函数，可得该系统的闭

环传递函数为

$$G(s,A)=\frac{N(A)G(s)}{1+N(A)G(s)} \tag{1}$$

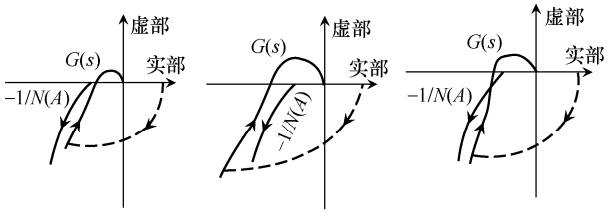
根据闭环系统的传递函数，可得其闭环特征方程为

$$1+N(A)G(s)=0 \tag{2}$$

可得

$$G(s)=-\frac{1}{N(A)} \tag{3}$$

根据式(3)，可在复平面上画出 $G(s)$与$-1/N(A)$曲线，通过这二者之间的位置关系来判定非线性系统的稳定性，如图 2 所示。稳定性判据[32-33]为：①如图 2(a)所示，$G(s)$曲线不包围$-1/N(A)$曲线，则系统处于稳定状态；②如图 2(b)所示，$G(s)$曲线包围$-1/N(A)$曲线，则系统处于不稳定状态；③如图2(c)所示，$G(s)$曲线与$-1/N(A)$曲线相交，则系统处于临界稳定状态，系统将发生低频等幅振荡，且此时该系统的临界稳定范围需要根据$-1/N(A)$的轨迹来具体讨论。



(a) 稳定状态 (b) 不稳定状态 (c) 临界稳定状态

图 2 Nyquist 曲线与稳定性判据

Fig. 2 Nyquist curve and stability criterion

2 分数阶 Cuk 变换器闭环系统的传递函数

电压型 PWM 控制的分数阶 Cuk 变换器闭环系统如图 3 所示。图中，主电路的电感和电容均为分数阶元件；控制电路采用 PI 调节器对误差信号进行调节，得到的调制信号与等腰三角载波信号作比较后，输出控制开关管 S_T 导通/关断的信号 $v_p(t)$。

假设分数阶 Cuk 变换器工作在 CCM，则在 1 个开关周期内，该变换器存在 2 种工作模态。设开关管 S_T 在 1 个开关周期内的导通占空比为 D，定义开关函数 $\delta(t)$ 来描述开关管 S_T 的状态，即

$$\delta(t)=\begin{cases}1 & nT_s<t\leqslant(n+D)T_s\\ 0 & (n+D)T_s<t<(n+1)T_s\end{cases} \tag{4}$$

式中：T_s 为开关周期；n 为非负整数；$\delta(t)=1$ 表示 S_T 导通、变换器运行于工作模态 1；$\delta(t)=0$ 表示 S_T 断开、变换器运行于工作模态 2。分别以电感电流和电容电压作为系统的状态变量，变换器的工作模态描述如下。

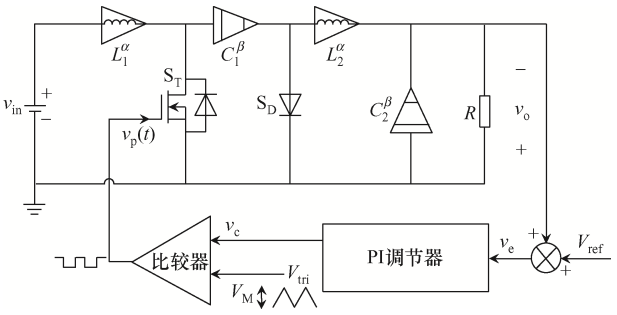


图 3 分数阶 Cuk 变换器闭环控制电路

Fig. 3 Fractional-order Cuk converter closed-loop control circuit

工作模态 1：$nT_s<t\leqslant(n+D)T_s$，开关管 S_T 导通、二极管 S_D 关断。在此模态，流过开关管的电流 $i_{S_T}=i_{L_1}+i_{L_2}$，二极管两端的反偏电压 $v_{S_D}=v_{C_1}$，其中，i_{L_1}、i_{L_2} 分别为流过电感 L_1、L_2 的电流，v_{C_1} 为电容 C_1 两端的电压；

工作模态 2：$(n+D)T_s<t\leqslant(n+1)T_s$，$S_T$ 关断、S_D 导通。在此模态，流过 S_T 的电流 $i_{S_T}=0$，二极管两端的电压 $v_{S_D}=0$。

根据上述分析，可将开关管 S_T 支路等效为 1 个非线性受控电流源 i_{S_T}，将二极管 S_D 支路等效为 1 个非线性受控电压源 v_{S_D}，则可得到 CCM 运行的分数阶 Cuk 变换器的非线性等效电路模型，如图 4 所示。

根据变换器工作模态分析并结合开关函数 $\delta(t)$ 的定义，非线性受控源 i_{S_T} 和 v_{S_D} 可分别表示为

$$\begin{cases}i_{S_T}=\delta(t)(i_{L_1}+i_{L_2})\\ v_{S_D}=\delta(t)v_{C_1}\end{cases} \tag{5}$$

根据图 4，可列出描述分数阶 Cuk 变换器的非线性微分方程表达式为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}i_{L_1}}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{v_{\mathrm{in}}}{L_1}+\dfrac{v_{C_1}}{L_1}\delta(t)-\dfrac{v_{C_1}}{L_1}\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}i_{L_2}}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{-v_{C_2}}{L_2}+\dfrac{v_{C_1}}{L_2}\delta(t)\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\beta}v_{C_1}}{\mathrm{d}t^{\beta}}=\dfrac{i_{L_1}}{C_1}-\dfrac{i_{L_1}+i_{L_2}}{C_1}\delta(t)\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\beta}v_{C_2}}{\mathrm{d}t^{\beta}}=\dfrac{i_{L_2}}{C_2}-\dfrac{v_{C_2}}{C_2R}\end{cases}\tag{6}$$

式中：上标 α、β 分别表示电感、电容的阶次；v_{in} 为输入电压；v_{C_2} 为电容 C_2 两端的电压；R 为负载电阻。

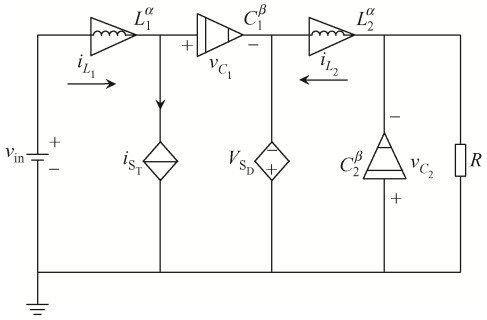


图 4　分数阶 Cuk 变换器非线性等效电路

Fig. 4 Nonlinear equivalent circuit of fractional-order Cuk converter

选择状态变量 $\boldsymbol{x}=[i_{L_1}\quad i_{L_2}\quad v_{C_1}\quad v_{C_2}]^{\mathrm{T}}$，并将其表示成直流分量与交流扰动量叠加形式，代入式(6)并忽略扰动量相乘的非线性项，可求得扰动量方程为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}\hat{i}_{L_1}}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{\hat{v}_{\mathrm{in}}}{L_1}+\dfrac{\hat{v}_{C_1}(D-1)}{L_1}+\dfrac{V_{C_{10}}\hat{\delta}(t)}{L_1}\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}\hat{i}_{L_2}}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{\hat{\delta}(t)V_{C_{10}}}{L_2}+\dfrac{D\hat{v}_{C_1}-\hat{v}_{C_2}}{L_2}\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\beta}\hat{v}_{C_1}}{\mathrm{d}t^{\beta}}=\dfrac{\hat{i}_{L_1}(1-D)-D\hat{i}_{L_2}}{C_1}-\dfrac{\hat{\delta}(t)(I_{L_1}+I_{L_2})}{C_1}\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\beta}\hat{v}_{C_2}}{\mathrm{d}t^{\beta}}=\dfrac{\hat{i}_{L_2}}{C_2}-\dfrac{\hat{v}_{C_2}}{C_2R}\end{cases}\tag{7}$$

式中：上标 ^ 表示交流扰动分量；$V_{C_{10}}$ 为电容电压 v_{C_1} 的直流分量；I_{L_1}、I_{L_2} 分别为电感电流 i_{L_1}、i_{L_2} 的直流分量。

令 $\boldsymbol{x}_0=[I_{L_1}\quad I_{L_2}\quad V_{C_{10}}\quad V_{C_{20}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{x}_0$、$D$、$V_{\mathrm{in}}$ 分别表示 $\boldsymbol{x}$、$\delta(t)$、v_{in} 的直流分量；$\hat{\boldsymbol{x}}$、$\hat{\delta}(t)$、$\hat{v}_{\mathrm{in}}$ 分别表示 $\boldsymbol{x}$、$\delta(t)$、v_{in} 的交流扰动分量。根据式(7)可求得分数阶 Cuk 变换器的拉普拉斯变换为

$$\begin{cases}s^{\alpha}\hat{i}_{L_1}(s)=\dfrac{\hat{v}_{\mathrm{in}}(s)}{L_1}+\dfrac{\hat{v}_{C_1}(s)(D-1)}{L_1}+\dfrac{V_{C_{10}}\hat{\delta}(s)}{L_1}\\ s^{\alpha}\hat{i}_{L_2}(s)=\dfrac{\hat{\delta}(s)V_{C_{10}}}{L_2}+\dfrac{D\hat{v}_{C_1}(s)-\hat{v}_{C_2}(s)}{L_2}\\ s^{\beta}\hat{v}_{C_1}(s)=\dfrac{\hat{i}_{L_1}(s)(1-D)-D\hat{i}_{L_2}(s)}{C_1}-\dfrac{\hat{\delta}(s)(I_{L_1}+I_{L_2})}{C_1}\\ s^{\beta}\hat{v}_{C_2}(s)=\dfrac{\hat{i}_{L_2}(s)}{C_2}-\dfrac{\hat{v}_{C_2}(s)}{C_2R}\end{cases}\tag{8}$$

式中，s 为拉普拉斯算子。由于输出电压 $v_{\mathrm{o}}=v_{C_2}$，利用式(8)，可得分数阶 Cuk 变换器从开关控制量 $\hat{\delta}(s)$ 到输出 $\hat{v}_{\mathrm{o}}(s)$ 的传递函数 $G_{\mathrm{v}}(s)$ 为

$$\begin{aligned}G_{\mathrm{v}}(s)=&\left[\frac{RV_{\mathrm{in}}C_1L_1}{1-D}s^{\alpha+\beta}-\frac{V_{\mathrm{in}}D^2L_1s^{\alpha}}{(1-D)^2}+RV_{\mathrm{in}}\right]\Big/\\ &\{RC_1C_2L_1L_2s^{2\alpha+2\beta}+C_1L_1L_2s^{2\alpha+\beta}+[RC_2L_2\cdot\\ &(1-D)^2+RC_2L_1D^2+RC_1L_1]s^{\alpha+\beta}+\\ &[L_2(1-D)^2+L_1D^2]s^{\alpha}+R(1-D)^2\}\end{aligned}\tag{9}$$

反馈控制系统中 PI 调节器通常由线性电路实现，其传递函数为 $G_{\mathrm{c}}(s)=k_{\mathrm{p}}+k_{\mathrm{i}}/s$，其中 k_{p} 和 k_{i} 分别为 PI 调节器的比例系数和积分系数。将式(9)的传递函数 $G_{\mathrm{v}}(s)$和 PI 传递函数 $G_{\mathrm{c}}(s)$合并可得 $G(s)$ 表达式为

$$\begin{aligned}G(s)=&\left[\frac{RV_{\mathrm{in}}C_1L_1}{1-D}s^{\alpha+\beta}-\frac{V_{\mathrm{in}}D^2L_1s^{\alpha}}{(1-D)^2}+RV_{\mathrm{in}}\right]\cdot\\ &\left(k_{\mathrm{p}}+\frac{k_i}{s}\right)\Big/\{RC_1C_2L_1L_2s^{2\alpha+2\beta}+C_1L_1L_2s^{2\alpha+\beta}+\\ &[RC_2L_2(1-D)^2+RC_2L_1D^2+RC_1L_1]s^{\alpha+\beta}+\\ &[L_2(1-D)^2+L_1D^2]s^{\alpha}+R(1-D)^2\}\end{aligned}\tag{10}$$

根据上述分析，可得分数阶 Cuk 变换器闭环系统传递函数框图如图 5 所示。图中：$G_{\mathrm{m}}(s)$为脉宽调制级传递函数，一般取 $G_{\mathrm{m}}(\mathrm{s})=1/V_{\mathrm{M}}=1$，$V_{\mathrm{M}}$为三角波峰峰值；$G(\mathrm{s})=G_{\mathrm{v}}(\mathrm{s})G_{\mathrm{c}}(\mathrm{s})$。需注意的是，针对 DC-DC 变换器中开关环节的处理，目前一般采用

平均化的方法简化计算[34-35]，使得开关环节的非线性特性被忽略，这将可能导致系统稳定性分析的结果不准确，因而需要对该非线性环节进行更准确的建模。

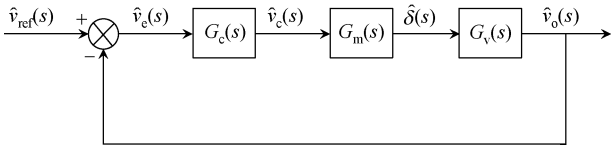


图 5 分数阶 Cuk 变换器闭环系统传递函数框图

Fig. 5 Block diagram of transfer function for fractional-order Cuk converter closed-loop system

3 分数阶 Cuk 变换器控制系统的描述函数模型

本节基于描述函数法，对分数阶 Cuk 变换器控制系统的开关环节进行建模，以描述其非线性特性。根据描述函数的定义，假设开关环节的输入信号为正弦信号 $v_c(t)=A\cos y$，A 为输入正弦信号的幅值，$y=\omega_o t$，ω_o 为输入正弦信号的频率，也就是当电路处于临界稳定状态时，输出电压的频率。此外，PWM 调制所使用的载波为等腰三角波。三角载波的峰峰值为 V_M，一般取 1，三角载波的频率为 ω_c，该频率与开关频率相同，令 $x=\omega_c t$。最后 PWM 调制器所输出的波形为幅值为$\pm V_d$ 的矩形波，可以进一步地将该矩形波进行傅里叶级数展开为

$$v_p(t)=\frac{q_0}{2}+\sum_{m=1}^{\infty}[q_m\cos(mx)+w_m\sin(mx)] \tag{11}$$

式中：q_0为$v_p(t)$的直流分量；m 为谐波次数；q_m、w_m 分别为第 m 次谐波中余弦分量、正弦分量的幅值。

图 6 为 PWM 调制波过程示意图。输出信号 $v_p(t)$ 中不含直流分量，因此 q_0=0，再经过计算，$v_p(t)$ 可以表示为

$$v_p(t)=\frac{2V_d A\cos y}{V_M}+\frac{4V_d}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_0\left(m\pi\frac{A}{V_M}\right)\cdot\sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)\cos(mx)+\frac{4V_d}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_n\left(m\pi\frac{A}{V_M}\right)\cdot\sin\left[(m+n)\frac{\pi}{2}\right][\cos(mx+ny)+\cos(mx-ny)] \tag{12}$$

式中：$J_0(m\pi A/V_M)$、$J_n(m\pi A/V_M)$分别表示阶数为 0、n 的第一类贝塞尔函数，其中 $m\pi A/V_M$ 为自变量。

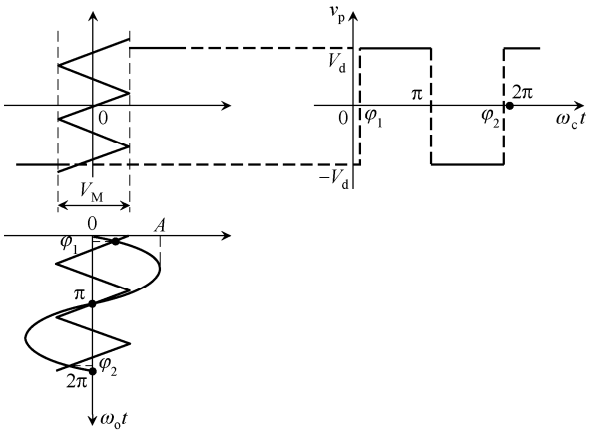


图 6 PWM 调制波过程

Fig. 6 Wave modulation process using PWM

通常情况下，载波频率 ω_c 远大于调制波频率 ω_o，令 $k=\omega_c/\omega_o$，则

$$v_p(t)=\frac{2V_d A\cos y}{V_M}+\frac{4V_d}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_0\left(m\pi\frac{A}{V_M}\right)\cdot\sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)\cos(kmy)+\frac{4V_d}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{m}\cdot J_n\left(m\pi\frac{A}{V_M}\right)\sin\left[(m+n)\frac{\pi}{2}\right][\cos(kmy+ny)+\cos(kmy-ny)] \tag{13}$$

由于输出信号 $v_p(t)$中不含直流分量，因此可近似认为开关环节正弦输入的响应仅有基波分量。因此，为了得到基波分量，令式(13)中 $\cos(kmy)=\cos y$，$\cos(kmy+ny)=\cos y$ 及 $\cos(kmy-ny)=\cos y$，则有 $km=1$，$km+n=1$及 $km-n=1$；由于 m、n 均为正整数，k 为正数，所有的 m、n、k 的取值均不能满足 $km=1$ 和 $km+n=1$这 2 个式子，说明上述 $\cos(kmy)$ 和 $\cos(kmy+ny)$ 这 2 项不含有基波分量，因此可以忽略。而只有 $\cos(kmy-ny)$，也就是 $km-n=1$ 这一项可以满足基波要求。因此令 $n=km-1$ 并忽略 $\cos(kmy)$ 和 $\cos(kmy+ny)$ 这 2 项，将式(13)简化为

$$v_{\mathrm{p}}(t)=\frac{2V_{\mathrm{d}}A\cos y}{V_{\mathrm{M}}}+\frac{4V_{\mathrm{d}}}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_{km-1}\left(m\pi\frac{A}{V_{\mathrm{M}}}\right)\cdot \sin\left[(km+m-1)\frac{\pi}{2}\right]\cos y \tag{14}$$

根据实际应用，V_{d} 可以设置为 0.5。开关环节的描述函数为输出信号 $v_{\mathrm{p}}(t)$ 与输入信号 $v_{\mathrm{c}}(t)$ 的复数比，则

$$N(A)=\frac{v_{\mathrm{p}}(t)}{v_{\mathrm{c}}(t)}=\frac{1}{V_{\mathrm{M}}}+\frac{2}{\pi A}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_{km-1}\left(m\pi\frac{A}{V_{\mathrm{M}}}\right)\cdot \sin\left[(km+m-1)\frac{\pi}{2}\right] \tag{15}$$

式中，$J_{km-1}(m\pi A/V_{\mathrm{M}})$为第一类贝塞尔函数，其中 $km-1$ 为阶数，$m\pi A/V_{\mathrm{M}}$ 为自变量。通过文献[16]的理论计算可知，载波频率与调制波频率的比值 k 的取值范围为 10~42，m 的上限为 800，自变量 A 的取值范围为 0~14。根据上述参数的取值范围，画出$-1/N(A)$随变量 k、A 变化的三维图形，如图 7 所示，从而可确定$-1/N(A)$的取值范围为[−1.175，−0.970]。

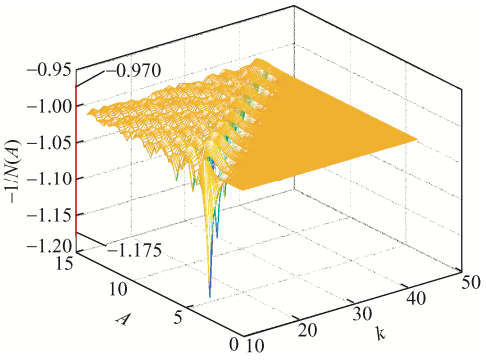


图 7　$-1/N(A)$的值随变量 k、A 变化的 3D 图

Fig. 7 3D plot of value of $-1/N(A)$ as a function of variables k and A

由图 7 可知，$-1/N(A)$曲线在复平面上是在实轴上取值范围为[−1.175，−0.970]的线段。根据传统 Nyquist 稳定性分析判据，在复平面上根据 Nyquist 曲线与点(−1, j0)的位置关系来判定系统的稳定性，而利用描述函数法对非线性开关环节进行建模后，在复平面上可根据 Nyquist 曲线与$-1/N(A)$曲线的位置关系，如图 2 所示，来判定系统的稳定性。

4　分数阶 Cuk 变换器闭环系统稳定性分析及验证

为进一步验证理论分析的正确性，在 PSIM 中搭建了分数阶 Cuk 变换器闭环系统仿真电路模型，电路参数设置为：V_{in}=3 V，V_{o}=4.5 V，L=2 mH，C=20 μF，f_{s}=5 kHz，R=10 Ω，k_{p}=0.001，k_{i}=70。其中，分数阶电感和分数阶电容的等效电路模型构造通过 Oustaloup 有理逼近算法实现[36-37]。同时，通过 RT Box 半实物平台对理论与仿真进行进一步验证。

4.1　分数阶电容阶次的影响

固定分数阶电感阶次，分别利用传统 Nyquist 方法与基于描述函数法的改进 Nyquist 法分析系统的稳定性，通过与仿真和 RT Box 平台对比，得到分数阶电容取不同阶次的分析结果，如图 8~图 11 所示。图 8~图 11 的 Nyquist 曲线与坐标轴交点分别为(−0.901, j0)、(−0.995, j0)、(−1.054, j0)和(−1.232, j0)。电容阶次变化时不同方法结果对比见表 1。可见，本文方法的分析结果与仿真及 RT Box 实验结果更加吻合。当(α, β)=(1, 0.933)和(α, β)=(1, 0.950)时，变换器系统是处于从稳定向不稳定过

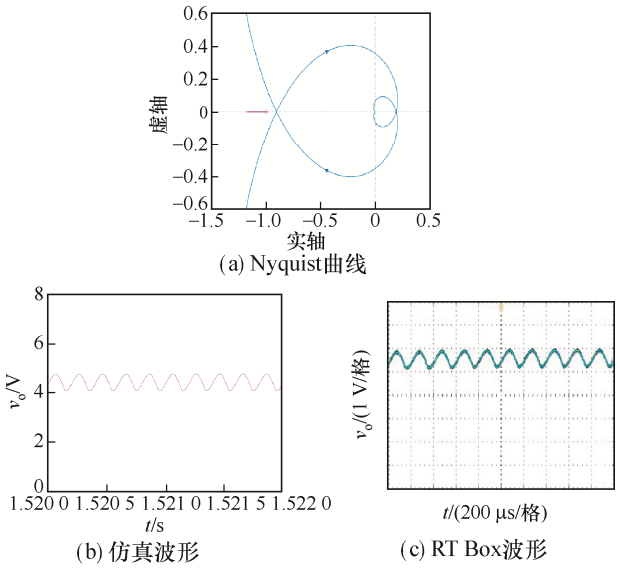


图 8　(α, β)=(1, 0.9)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 8 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (1, 0.9)

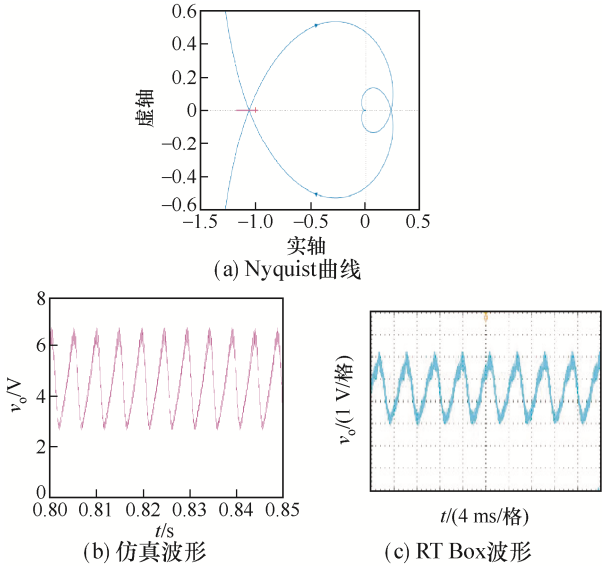


图 9 (α, β)=(1, 0.933)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 9 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (1, 0.933)

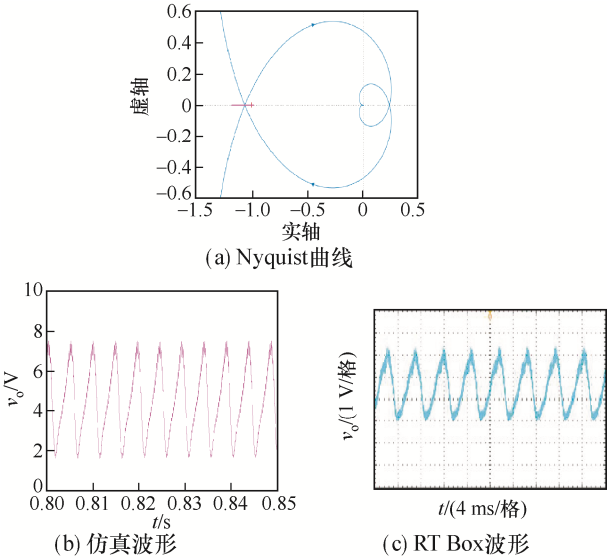


图 10 (α, β)=(1, 0.950)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 10 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (1, 0.950)

渡的临界稳定状态，而传统 Nyquist 方法并不能准确识别这种状态。从图 9、图 10 可知这 2 组参数下的输出电压存在低频等幅振荡，表明本文所提出稳定性判别方法更加准确。

4.2 分数阶电感阶次的影响

固定分数阶电容阶次，得到分数阶电感取不同

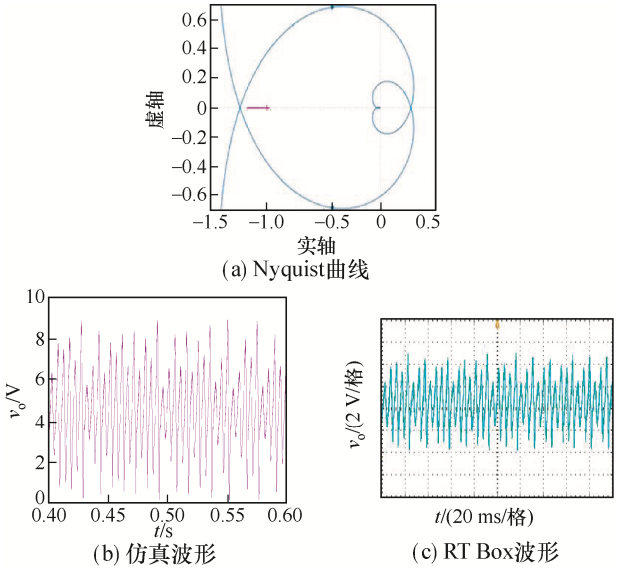


图 11 (α, β)=(1, 0.99)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

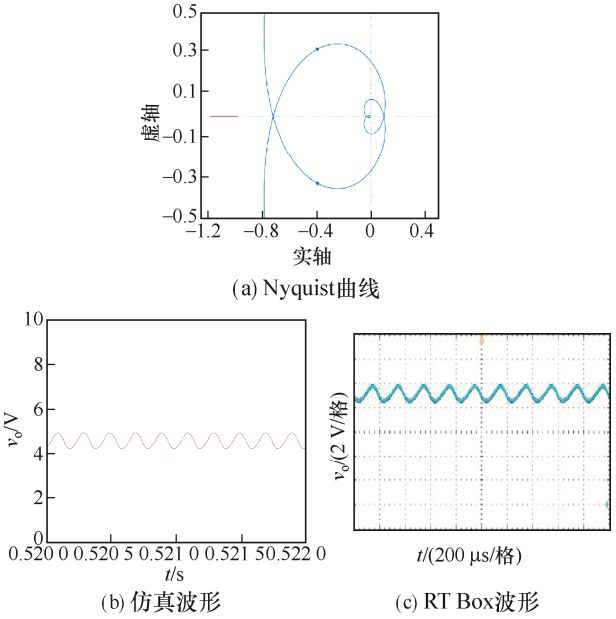
Fig. 11 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (1, 0.99)

表 1 电容阶次变化下不同方法结果对比

Tab. 1 Comparison of result among different methods under changes in capacitor order

电容阶次	Nyquist 方法	本文方法	PSIM 仿真	RT Box 半实物仿真
(α, β)=(1, 0.9)	稳定	稳定	稳定	稳定
(α, β)=(1, 0.933)	稳定	临界稳定	临界稳定	临界稳定
(α, β)=(1, 0.950)	不稳定	临界稳定	临界稳定	临界稳定
(α, β)=(1, 0.99)	不稳定	不稳定	不稳定	不稳定

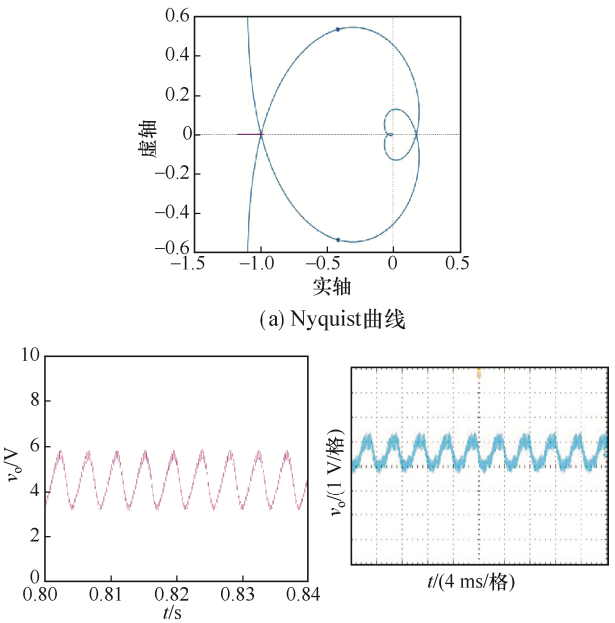
阶次的分析结果，如图 12~图 15 所示。图 12~图 15 的 Nyquist 曲线与坐标轴交点分别为(−0.715, j0)、(−0.991, j0)、(−1.027, j0)和(−1.288, j0)。结果对比分析见表 2。可知，当分数阶电感阶次变化时，本文提出的基于描述函数法的改进 Nyquist 稳定判据分析方法同样与仿真和 RT Box 实验波形更加吻合。当(α, β)=(0.955, 1)和(α, β)=(0.961, 1)时，分数阶 Cuk 变换器系统是处于从稳定区域向不稳定区域过渡的临界稳定状态，而传统 Nyquist 方法并不能准确识别这种临界稳定的状态，但从图 13、图 14 可知这 2 组参数下，输出电压存在低频等幅振荡，表明本文提出的稳定性分析结果更加准确。



(a) Nyquist曲线　(b) 仿真波形　(c) RT Box波形

图 12　(α, β)=(0.9, 1)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 12 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (0.9, 1)



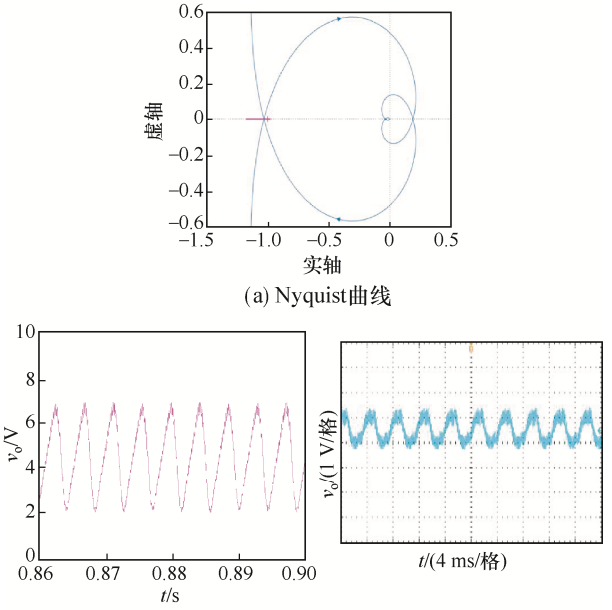
(a) Nyquist曲线　(b) 仿真波形　(c) RT Box波形

图 13　(α, β)=(0.955, 1)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 13 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (0.955, 1)

4.3　输入电压扰动测试

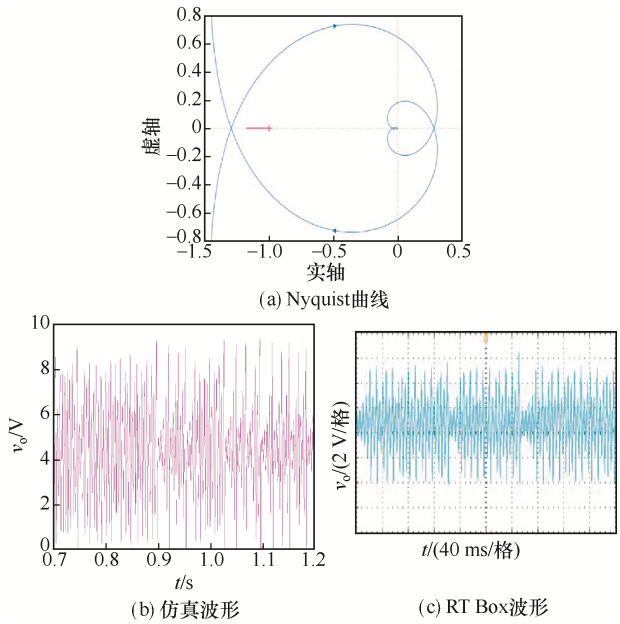
(1)α=1 和β=0.9，此时变换器处于稳定状态。在 t=0.3 s 时输入电压从 3 V 突变为 5 V，在 t=0.6 s 时输入电压从 5 V 变为 3 V。输出电压波形及其相应的 Nyquist 曲线如图 16 所示。可以看出，当分数阶电容阶次为 0.9，输入电压受到较大扰动时，



(a) Nyquist曲线　(b) 仿真波形　(c) RT Box波形

图 14　(α, β)=(0.961, 1)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

Fig. 14 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (0.961, 1)



(a) Nyquist曲线　(b) 仿真波形　(c) RT Box波形

图 15　(α, β)=(1, 1)时 Nyquist 曲线、仿真波形和 RT Box 波形

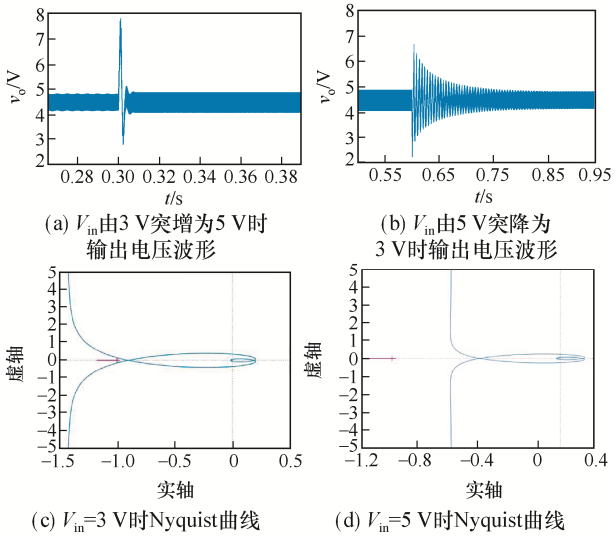
Fig. 15 Nyquist plot, simulation waveform and RT Box waveform when (α, β) is (1, 1)

经过一定的振荡时间，分数阶 Cuk 变换器系统均能恢复到稳定运行的状态。由 Nyquist 曲线也可以看出，2 种输入电压情况下，Nyquist 曲线均没有包围 $-1/N(A)$线段，表明系统是稳定运行的。

表 2 电感阶次变化下不同方法结果对比

Tab. 2 Comparison of result among different methods under changes in inductor order

电感阶次	Nyquist 方法	本文方法	PSIM 仿真	RT Box 半实物仿真
$(\alpha, \beta)=(0.9, 1)$	稳定	稳定	稳定	稳定
$(\alpha, \beta)=(0.955, 1)$	稳定	临界稳定	临界稳定	临界稳定
$(\alpha, \beta)=(0.961, 1)$	不稳定	临界稳定	临界稳定	临界稳定
$(\alpha, \beta)=(1, 1)$	不稳定	不稳定	不稳定	不稳定



(a) V_{in}由3 V突增为5 V时输出电压波形　(b) V_{in}由5 V突降为3 V时输出电压波形

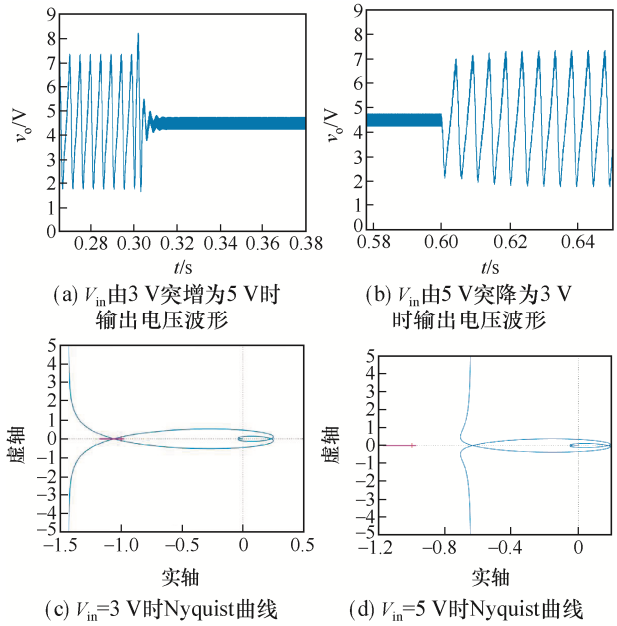
(c) V_{in}=3 V时Nyquist曲线　(d) V_{in}=5 V时Nyquist曲线

图 16 $(\alpha, \beta)=(1, 0.9)$输入电压受大扰动时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 16 Output voltage waveforms and their Nyquist curves when input voltage is subjected to large disturbances at $(\alpha, \beta)=(1, 0.9)$

(2)α=1 和β=0.95，系统处于临界稳定状态。

在 t=0.3 s 时输入电压从 3 V 突变为 5 V，在 t=0.6 s 时输入电压从 5 V 变为 3 V。输出电压波形及其相应的 Nyquist 曲线如图 17 所示。可以看出，在分数阶电容阶次为 0.95 时，当输入电压由 3 V 增大为 5 V 时，变换器由原来的临界稳定运行状态变为稳定运行的状态。由 Nyquist 曲线也可以看出，输入电压为 3 V 时，Nyquist 曲线与$-1/N(A)$线段相交，表明此时变换器处于临界稳定状态；输入电压为 5 V 时，Nyquist 曲线没有包围$-1/N(A)$线段，表明系统是稳定运行的。



(a) V_{in}由3 V突增为5 V时输出电压波形　(b) V_{in}由5 V突降为3 V时输出电压波形

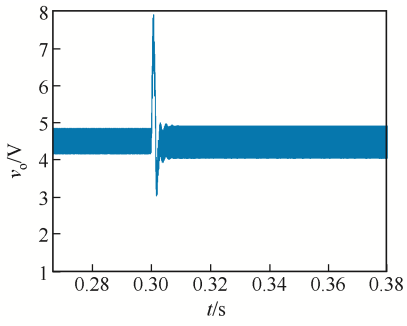
(c) V_{in}=3 V时Nyquist曲线　(d) V_{in}=5 V时Nyquist曲线

图 17 $(\alpha, \beta)=(1, 0.95)$输入电压受大扰动时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

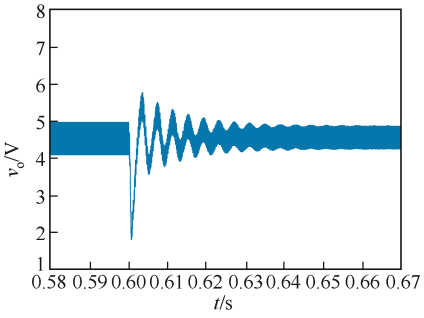
Fig. 17 Output voltage waveforms and their Nyquist curves when input voltage is subjected to large disturbances at $(\alpha, \beta)=(1, 0.95)$

(3)α=0.9 和β=1，此时系统处于稳定状态。

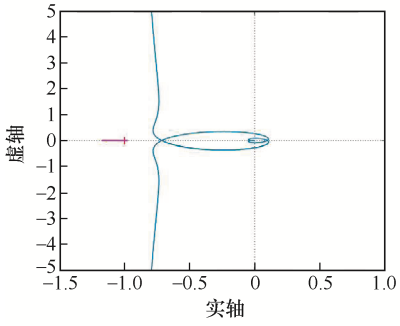
在 t=0.3 s 时输入电压从 3 V 突变为 5 V，在 t=0.6 s 时输入电压从 5 V 变为 2.5 V。输出电压波形及其相应的 Nyquist 曲线如图 18 所示。可以看出，在分数阶电感阶次为 0.9，输入电压受到较大扰动时，经过一定的振荡时间，分数阶 Cuk 变换器系统均能恢复到稳定运行的状态。由 Nyquist 曲线也可以看出，在输入电压为 2.5、3、5 V 时，Nyquist



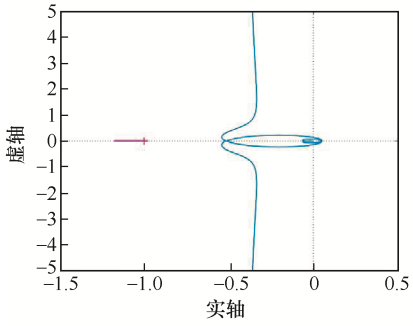
(a) V_{in}由3 V突增为5 V时输出电压波形



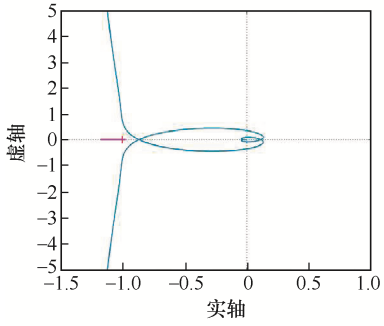
(b) V_{in}由5 V突降为2.5 V时输出电压波形



(c) V_{in}=3 V时Nyquist曲线



(d) V_{in}=5 V时Nyquist曲线



(e) V_{in}=2.5 V时Nyquist曲线

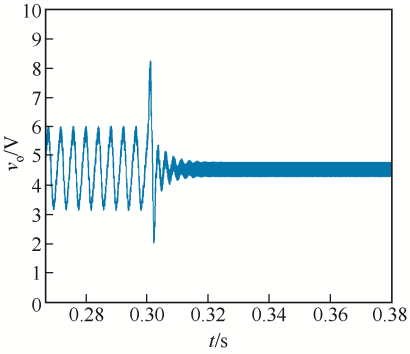
图 18　(α, β)=(0.9, 1)输入电压受大扰动时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 18 Output voltage waveforms and their Nyquist curves when input voltage is subjected to large disturbances at (α, β)=(0.9, 1)

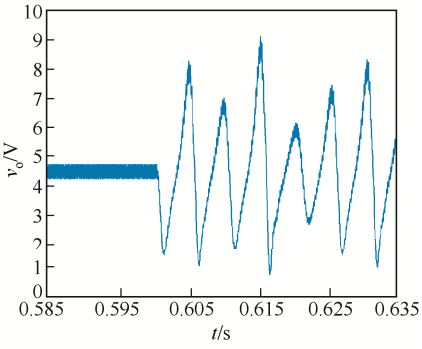
曲线均没有包围−1/$N(A)$线段，表明系统是稳定运行的。

(4) α=0.955 和 β=1，此时系统处于临界稳定状态。

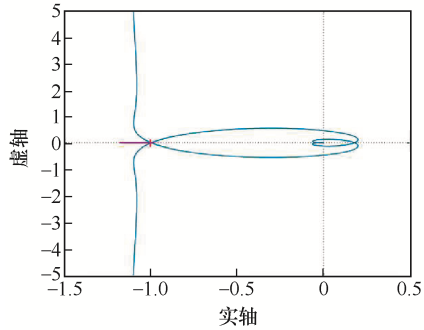
在 t=0.3 s 时输入电压从 3 V 突变为 5 V，在 t=0.6 s 时输入电压从 5 V 变为 2.5 V。输出电压波形及其相应的Nyquist曲线如图 19 所示。可以看出，



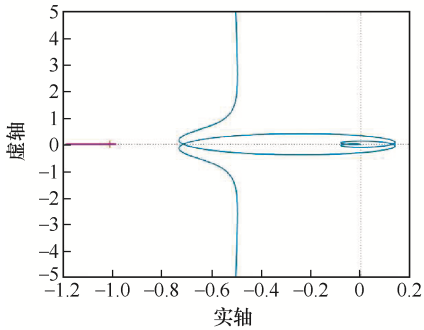
(a) V_{in}由3 V突增为5 V时输出电压波形



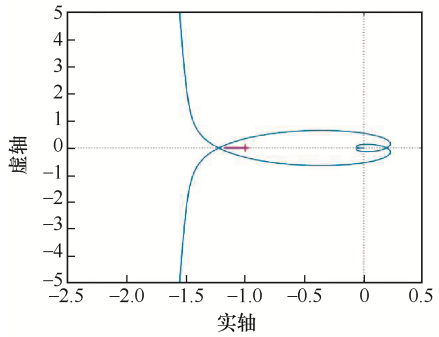
(b) V_{in}由5 V突降为2.5 V时输出电压波形



(c) V_{in}=3 V时Nyquist曲线



(d) V_{in}=5 V时Nyquist曲线



(e) V_{in}=2.5 V时Nyquist曲线

图 19 (α, β)=(0.955, 1)输入电压受大扰动时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 19 Output voltage waveforms and their Nyquist curves when input voltage is subjected to large disturbances at (α, β)=(0.955, 1)

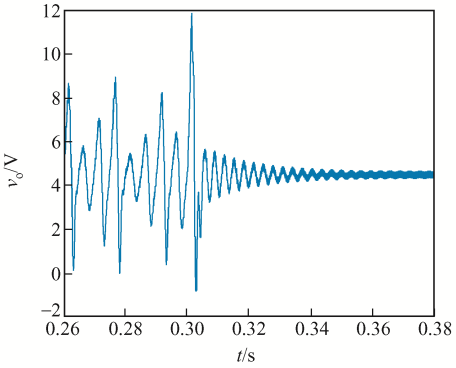
在分数阶电感阶次为 0.955 时，输入电压为由 3 V 增加到 5 V 时，经过一定时间的振荡，变换器能够由原来的临界稳定运行状态进入到稳定运行的状态；当输入电压由 5 V 突然降低到 2.5 V 时，变换器出现持续的振荡，不再能稳定工作。由 Nyquist 曲线也可以看出，输入电压为 3 V 时，Nyquist 曲线与−1/$N(A)$线段相交，表明此时变换器处于临界稳定状态；输入电压为 5 V 时，Nyquist 曲线没有包围−1/$N(A)$线段，表明系统是稳定运行的；输入电压为 2.5 V 时，Nyquist 曲线包围−1/$N(A)$线段，表明系统不稳定。

(5)α=1 和β=1，此时系统处于不稳定状态。

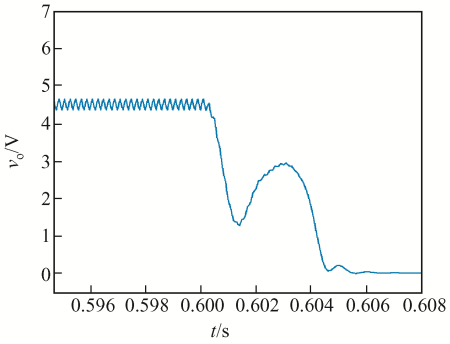
在 t=0.3 s 时输入电压从 3 V 突变为 5 V，在 t=0.6 s 时输入电压从 5 V 变为 2.5 V。输出电压波形及其相应的Nyquist曲线如图20所示。可以看出，输入电压为由 3 V 增加到 5 V 时，经过较长时间的振荡，变换器能够由原来的不稳定运行状态进入到稳定运行的状态；当输入电压由 5 V 突然降低到 2.5 V 时，变换器出现持续的振荡，不再能稳定工作。由 Nyquist 曲线也可以看出，输入电压为 3 V 和 2.5 V 时，Nyquist 曲线包围−1/$N(A)$线段，表明此时变换器系统不稳定；输入电压为 5 V 时，Nyquist 曲线没有包围−1/$N(A)$线段，表明系统是稳定运行的。

4.4 负载扰动测试

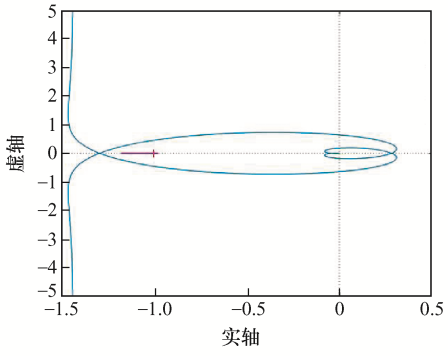
分别选取(α, β)=(0.9, 1)、(α, β)=(0.955, 1)、(α, β)=(1, 0.9)、(α, β)=(1, 0.95)，在 t=0.5 s 时，负载电阻分别从 10 Ω 变为 5 Ω 和 8.33 Ω，仿真所得输出电压波形及其相应的 Nyquist 曲线分别如图 21~



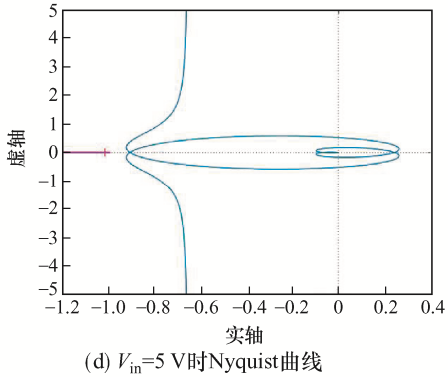
(a) V_{in}由3 V突增为5 V时输出电压波形



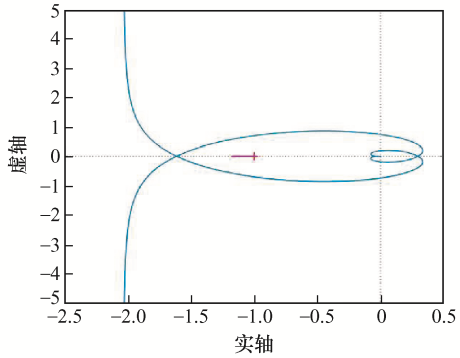
(b) V_{in}由5 V突降为2.5 V时输出电压波形



(c) V_{in}=3 V时Nyquist曲线



(d) V_{in}=5 V时Nyquist曲线



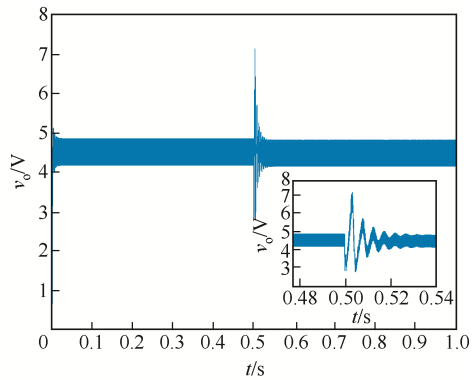
(e) V_{in}=2.5 V时Nyquist曲线

图 20　(α, β)=(1, 1)输入电压受大扰动时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

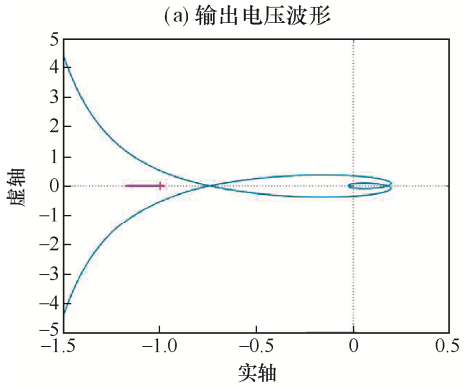
Fig. 20 Output voltage waveforms and their Nyquist curves when input voltage is subjected to large disturbances at (α, β)=(1, 1)

图 24 所示。

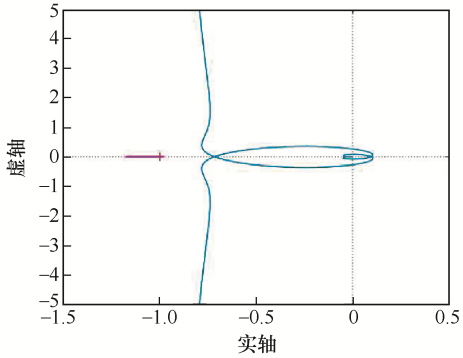
由图 21 可以看出，当分数阶电感阶次为 0.9，负载电阻受到较大扰动时，经过一定的振荡时间，分数阶 Cuk 变换器系统均能恢复到稳定运行的状态；由 Nyquist 曲线也可以看出，2 种负载电阻下，Nyquist 曲线均没有包围−1/N(A)线段，表明系统是稳定运行的。



(a) 输出电压波形



(b) 负载电阻为5 Ω时Nyquist曲线

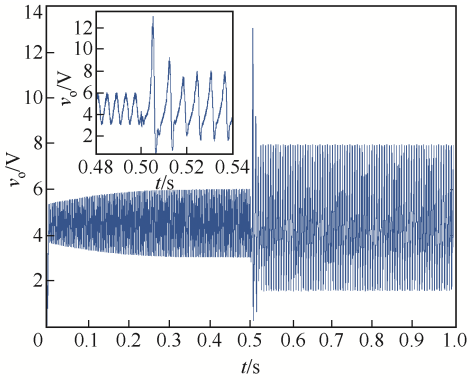


(c) 负载电阻为10 Ω时Nyquist曲线

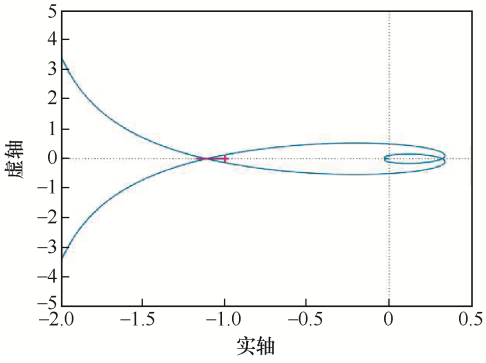
图 21　(α, β)=(0.9, 1)负载电阻 R 由 10 Ω 变为 5 Ω 时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 21 Output voltage waveform and its Nyquist curve when load resistance R is changed from 10 Ω to 5 Ω at (α, β)=(0.9, 1)

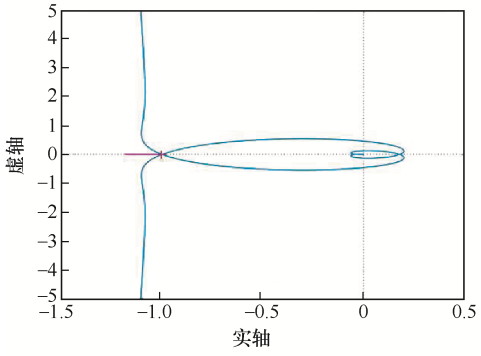
由图 22 可以看出，当分数阶电感阶次为 0.955 时，分数阶 Cuk 变换器处于临界稳定运行的情况，此时负载电阻受到较大扰动时，变换器系统仍处于临界运行的情况；由Nyquist曲线也可以看出，2 种负载电阻下，Nyquist 曲线均与−1/N(A)线段相交，表明系统是临界稳定运行的。



(a) 输出电压波形



(b) 负载电阻为5 Ω时Nyquist曲线

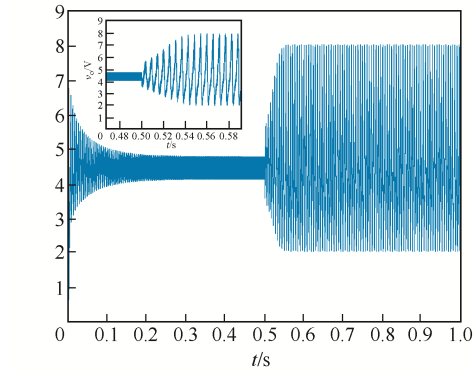


(c) 负载电阻为10 Ω时Nyquist曲线

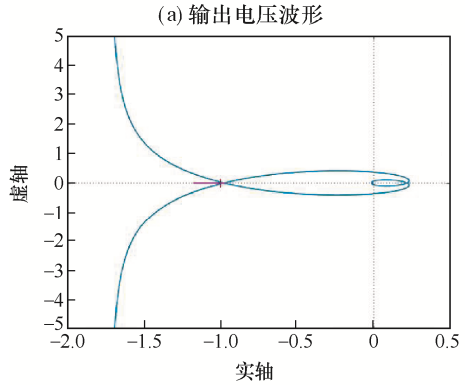
图 22 (α, β)=(0.955, 1)负载电阻 R 由 10 Ω 变为 5 Ω 时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 22 Output voltage waveform and its Nyquist curve when load resistance R is changed from 10 Ω to 5 Ω at (α, β)=(0.955, 1)

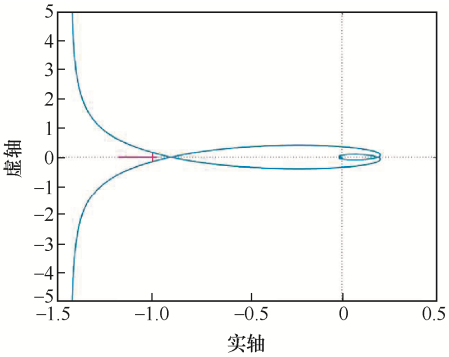
由图 23 可以看出，当分数阶电容阶次为 0.9，负载电阻为 10 Ω 时分数阶 Cuk 变换器处于稳定运行的情况，此时负载电阻受到扰动时，变换器系统处于临界运行的情况；由 Nyquist 曲线也可以看出，负载电阻为 10 Ω，Nyquist 曲线均没有包围−1/N(A)线段，表明系统是稳定运行的；负载电阻为 8.33 Ω，Nyquist 曲线与−1/N(A)线段相交，表明系统处于临界稳定运行的状态。



(a) 输出电压波形



(b) 负载电阻为8.33 Ω时Nyquist曲线

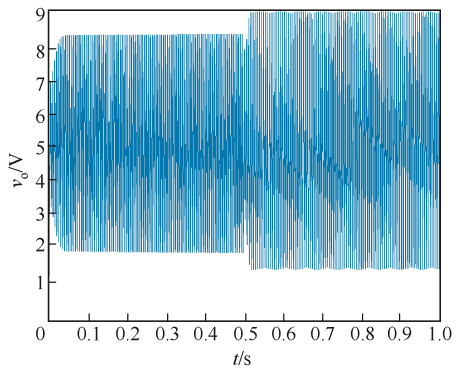


(c) 负载电阻为10 Ω时Nyquist曲线

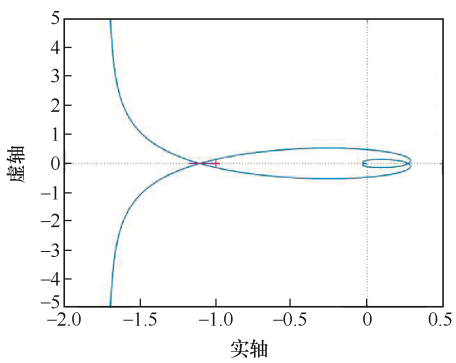
图 23 (α, β)=(1, 0.9)时负载电阻 R 由 10 Ω 变为 8.33 Ω 时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 23 Output voltage waveform and its Nyquist curve when load resistance R is changed from 10 Ω to 8.33 Ω at (α, β)=(1, 0.9)

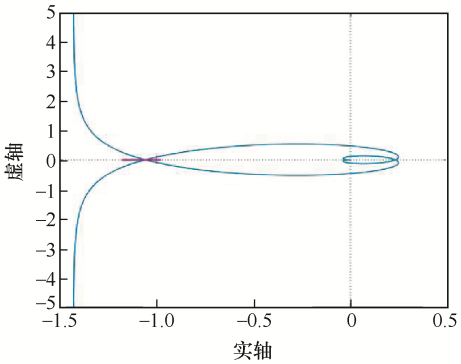
由图 24 可以看出，当分数阶电容阶次为 0.95 时，分数阶 Cuk 变换器处于临界稳定运行的情况，此时负载电阻受到扰动时，变换器系统处于临界运行的情况；由 Nyquist 曲线也可以看出，2 种负载电阻下，Nyquist 曲线均与−1/N(A)线段相交，表明系统是临界稳定运行的。



(a) 输出电压波形



(b) 负载电阻为8.33 Ω时Nyquist曲线



(c) 负载电阻为10 Ω时Nyquist曲线

图 24　(α, β)=(1, 0.95)时负载电阻 R 由 10 Ω 变为 8.33 Ω 时输出电压波形及其 Nyquist 曲线

Fig. 24 Output voltage waveform and its Nyquist curve when load resistance R is changed from 10 Ω to 8.33 Ω at (α, β)=(1, 0.95)

5　结论

本文以 PWM 控制的分数阶 Cuk 变换器系统为例，结合其主电路的传递函数和控制系统的描述函数，利用非线性系统的 Nyquist 稳定性判据，分析了分数阶 Cuk 变换器闭环系统的稳定性，突破了传统 Nyquist 稳定性分析方法无法分析变换器临界稳定状态的局限性，提高了分数阶非线性系统稳定性分析的准确性。本文的主要贡献如下。

(1)引入开关函数，建立了描述 CCM 运行的分数阶 Cuk 变换器的非线性等效电路模型，并基于该模型，推导得到了分数阶变换器闭环系统的传递函数。

(2)分析了载波信号为三角波的 PWM 调制过程，对分数阶 Cuk 变换器控制系统的非线性环节(即 PWM 调制环节)进行建模，得到了可表征分数阶变换器闭环系统非线性特性的描述函数。

(3)结合所得到的分数阶变换器闭环系统的传递函数和 PWM 控制系统的描述函数，得到描述分数阶 Cuk 变换器闭环系统的传递函数框图，从而利用改进的 Nyquist 稳定性判据，对整个变换器闭环系统的稳定性进行分析。

(4)改变分数阶电感和分数阶电容的阶次，分别利用传统 Nyquist 方法，以及本文所提出的基于描述函数的 Nyquist 稳定性分析方法，对分数阶变换器系统的稳定性进行了分析；通过对比理论分析、PSIM 仿真及 RT Box 半实物仿真结果，表明本文所提出稳定性分析方法能识别变换器系统的临界稳定状态，具有较好的准确性。

(5)基于本文所提出的稳定性分析方法，分析了输入电压或负载电阻有较大扰动时分数阶变换器系统的稳定性，通过仿真进一步验证了本文所提出方法的有效性和准确性。

参考文献：

[1] Ardi H, Ajami A. Study on a high voltage gain SEPIC-based DC-DC converter with continuous input current for sustainable energy applications [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(12): 10403-10409.

[2] Saadati zadeh Z, Babaei E, Blaabjerg F, et al. Three-port high step-up and high step-down DC-DC converter with zero input current ripple [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(2): 1804-1813.

[3] 周国华, 谭伟, 周述晗, 等. V^2 控制 Cuk 变换器建模与瞬态性能分析[J]. 电工技术学报, 2021, 36(4): 820-830.
Zhou Guohua, Tan Wei, Zhou Shuhan, et al. Modeling and transient performance analysis of V^2 controlled Cuk converter [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(4): 820-830. (in Chinese)

[4] 周国华, 田庆新, 冷敏瑞, 等. 具有低输出电流纹波的高功率因数 Cuk PFC 变换器[J]. 电机与控制学报, 2019, 23(12): 32-41.
Zhou Guohua, Tian Qingxin, Leng Minrui, et al. High power factor Cuk PFC converter with low output current ripple [J]. Electric Machines and Control, 2019, 23(12): 32-41. (in Chinese)

[5] 余铁钞, 郭慧珠, 刘天成, 等. 不同负载条件下 DICM Cuk PFC 变换器稳定性分析[J]. 电源学报, 2023, 21(5): 26-32.
Yu Tiechao, Guo Huizhu, Liu Tiancheng, et al. Stability analysis of DICM Cuk PFC converter under different

load conditions [J]. Journal of Power Supply, 2023, 21(5): 26-32. (in Chinese)

[6] 余铁钞, 周群, 吕寻斋, 等. 控制电容参数对 DCVM Cuk PFC 稳定性的影响[J]. 电源学报, 2020, 18(2): 55-62.
Yu Tiechao, Zhou Qun, Lü Xunzhai, et al. Effects of control capacitance parameters on the stability of DCVM Cuk PFC [J]. Journal of Power Supply, 2020, 18(2): 55-62. (in Chinese)

[7] 林维明, 曾涛, 陈红星. 一种高增益升压 Cuk 变换器及其改进模糊控制[J]. 电机与控制学报, 2021, 25(8): 76-86.
Lin Weiming, Zeng Tao, Chen Hongxing. High gain step-up Cuk converter and its improved fuzzy control [J]. Electric Machines and Control, 2021, 25(8): 76-86. (in Chinese)

[8] 陈红星, 林维明, 曾涛. 一种高增益双向 Cuk 电路及其模糊控制[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(17): 6025-6039.
Chen Hongxing, Lin Weiming, Zeng Tao. A novel high gain bidirectional DC-DC Cuk converter and its improved fuzzy control [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(17): 6025-6039. (in Chinese)

[9] 蔡成超, 沈艳霞, 赵文辉, 等. 基于 Cuk 变换器的无桥 LED 驱动电源[J]. 电源学报, 2019, 17(4): 57-63.
Cai Chengchao, Shen Yanxia, Zhao Wenhui, et al. Bridgeless LED driver based on Cuk converter [J]. Journal of Power Supply, 2019, 17(4): 57-63. (in Chinese)

[10] 阎铁生, 陶权保, 胡啸天, 等. 基于双路恒流输出单级 Cuk PFC 变换器的 LED 驱动电路[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(7): 139-146.
Yan Tiesheng, Tao Quanbao, Hu Xiaotian, et al. LED driving circuit based on single stage Cuk PFC converter with dual constant current outputs [J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(7): 139-146. (in Chinese)

[11] 耿强, 任天亮, 李新旻. 基于 Cuk 变换器的永磁记忆电机调磁控制[J]. 天津工业大学学报, 2023, 42(1): 36-43, 51.
Geng Qiang, Ren Tianliang, Li Xinmin. Magnetic tuning control of permanent magnet memory motor based on Cuk converter [J]. Journal of Tiangong University, 2023, 42(1): 36-43, 51. (in Chinese)

[12] Pandey R, Singh B. A power factor corrected LLC resonant converter for electric vehicle charger using Cuk converter [C]// 2018 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES). Chennai, India, 2018: 1-6.

[13] Kushwaha R, Singh B. A power quality improved EV charger with bridgeless Cuk converter [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019, 55(5): 5190-5203.

[14] Ma Wei, Wang Lei, Zhang Rui, et al. Hopf bifurcation and its control in the one-cycle controlled Cuk converter [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019, 66(8): 1411-1415.

[15] Wong S C, Wu Xiaoqun, Tse C K. Sustained slow-scale oscillation in higher order current-mode controlled converter [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2008, 55(5): 489-493.

[16] Kavitha A, Uma G, Beni Reesha M. Analysis of fast-scale instability in a power factor correction Cuk converter [J]. IET Power Electronics, 2012, 5(8): 1333-1340.

[17] Zhou Qun, Liu Chenqiong, Liu Xueshan, et al. Effect of intermediate capacitance on slow-scale instability of Cuk power factor correction converter operating in discontinuous capacitor voltage mode [J]. IET Power Electronics, 2017, 10(14): 1975-1981.

[18] Chen Xi, Chen Yanfeng, Zhang Bo, et al. A modeling and analysis method for fractional-order DC-DC converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2017, 32(9): 7034-7044.

[19] Sarafraz M S, Tavazoei M S. Realizability of fractional-order impedances by passive electrical networks composed of a fractional capacitor and RLC components [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2015, 62(12): 2829-2835.

[20] 王发强, 马西奎. 电感电流连续模式下 Boost 变换器的分数阶建模与仿真分析[J]. 物理学报, 2011, 60(7): 96-103.

Wang Faqiang, Ma Xikui. Fractional order modeling and simulation analysis of Boost converter in continuous conduction mode operation [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(7): 96-103. (in Chinese)

[21] 柴秀慧, 曹晗, 张波, 等. Boost 变换器全分数阶化系统分析与控制性能研究[J]. 电源学报, 2019, 17(6): 27-33.
Chai Xiuhui, Cao Han, Zhang Bo, et al. Research on analysis and control performance of full fractional-order boost converter system [J]. Journal of Power Supply, 2019, 17(6): 27-33. (in Chinese)

[22] 张晓超, 李虹, 苏文哲, 等. DC-DC 变换器分数阶 PI^{λ} 控制与稳定性分析研究[J]. 电工电能新技术, 2019, 38(5): 21-31.
Zhang Xiaochao, Li Hong, Su Wenzhe, et al. Study on fractional-order PI^{λ} control and stability analysis of DC-DC converter [J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2019, 38(5): 21-31. (in Chinese)

[23] 汪纪锋, 李元凯. 分数阶控制系统稳定性分析与控制器设计: 扩展频率域法[J]. 自动化技术与应用, 2006, 25(5): 7-12.
Wang Jifeng, Li Yuankai. Stability analysis and controller design for fractional-order control systems: The extended frequency domain method [J]. Techniques of Automation and Applications, 2006, 25(5): 7-12. (in Chinese)

[24] Sun Li, Ma Dan. Stabilization of unstable second-order delay plants under PID control: A Nyquist curve analysis [J]. Actuators, 2021, 10(9): 227.

[25] Li Hui, Kao Yonggui, Chen Yangquan. Mittag-leffler stability of fractional-order nonlinear differential systems with state-dependent delays [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022, 69(5): 2108-2116.

[26] 刘海江, 周晓蕾. 基于 MATLAB 的非线性系统的描述函数法[J]. 内蒙古大学学报(自然科学版), 2003, 34(4): 445-449.
Liu Haijiang, Zhou Xiaolei. The descriptive function method of non-linear system based on MATLAB [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Neimongol, 2003, 34(4): 445-449. (in Chinese)

[27] Hsiao S F, Chen Dan, Chen C J, et al. A new multiple-frequency small-signal model for high-bandwidth computer V-core regulator applications [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(1): 733-742.

[28] 潘琪, 朱玮珂, 杨星星, 等. 基于描述函数法的光伏直流并网系统稳定性分析[J]. 能源工程, 2021, 41(1): 79-88.
Pan Qi, Zhu Weike, Yang Xingxing, et al. Stability analysis of PV grid-connected DC system based on describing function method [J]. Energy Engineering, 2021, 41(1): 79-88. (in Chinese)

[29] Jing X J, Lang Z Q, Billings S A. Frequency domain analysis based nonlinear feedback control for suppressing periodic disturbance [C]// 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, China, 2006: 1161-1165.

[30] 吴俊娟, 孙孝峰, 邬伟扬. 基于描述函数法的谐振变换器自持振荡研究[J]. 电力电子技术, 2011, 45(2): 53-55.
Wu Junjuan, Sun Xiaofeng, Wu Weiyang. Study of the self-sustained oscillation of resonant converter based on describing function method [J]. Power Electronics, 2011, 45(2): 53-55. (in Chinese)

[31] 李思毅, 苏健勇, 杨贵杰. 基于自抗扰控制的永磁同步电机弱磁控制策略[J]. 电工技术学报, 2022, 37(23): 6135-6144.
Li Siyi, Su Jianyong, Yang Guijie. Flux weakening control strategy of permanent magnet synchronous motor based on active disturbance rejection control [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(23): 6135-6144. (in Chinese)

[32] Li Hong, Shang Jianing, Zhang Bo, et al. Stability analysis with considering the transition interval for PWM DC-DC converters based on describing function method [J]. IEEE Access, 2018, 6: 48113-48124.

[33] 赵大伟, 马进, 钱敏慧, 等. 光伏电站参与大电网一次调频的控制增益研究[J]. 电网技术, 2019, 43(2): 425-435.
Zhao Dawei, Ma Jin, Qian Minhui, et al. Research on control gain for photovoltaic power plants participating in primary frequency regulation of large power grid [J]. Power

System Technology, 2019, 43(2): 425-435. (in Chinese)

[34] Sumsurooah S, Odavic M, Bozhko S, et al. Robust stability analysis of a DC/DC Buck converter under multiple parametric uncertainties [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(6): 5426-5441.

[35] Şehirli E. Analysis of LCL filter topologies for DC-DC isolated Cuk converter at CCM operation [J]. IEEE Access, 2022, 10: 113741-113755.

[36] Xie Fan, Yang Zhiqiang, Yang Chen, et al. Construction and experimental realization of the fractional-order transformer by oustaloup rational approximation method [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(4): 1550-1554.

[37] Oustaloup A, Levron F, Mathieu B, et al, Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2020, 47(1): 25-39.



陈艳峰

作者简介：

陈艳峰(1970—)，女，中国电源学会高级会员，通信作者，博士，教授。研究方向：非线性系统与电力电子建模与控制研究。E-mail：eeyfchen@scut.edu.cn。

汪鑫(1998—)，男，硕士研究生。研究方向：分数阶 DC-DC 变换器建模及控制策略研究。E-mail：202121015717@mail.scut.edu.cn。

张波(1962—)，男，中国电源学会会士，博士，教授。研究方向：电力电子与电力传动。E-mail：epbzhang@scut.edu.cn。

陈生(1997—)，男，硕士研究生。研究方向：分数阶变换器建模和稳定性分析。E-mail：971213934@qq.com。

(责任编辑：郭凯凯)



公益广告来源：中国全民阅读网