DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2025.3.67　　**中图分类号**：TM935;TM71　　**文献标志码**：A

基于 ISGMD 与 TLS-ESPRIT 的谐波/间谐波检测方法

周 航，郭 成

(昆明理工大学电力工程学院，昆明 650000)

摘要：针对现有谐波检测方法提取精度易受噪声影响的问题，提出 1 种基于迭代辛几何模态分解结合总体最小二乘-旋转不变技术估计信号参数TLS-ESPRIT(total least squares and estimation of signal parameters with rotation invariant technique)的谐波检测方法。首先，通过构造谐波信号的轨迹矩阵并结合矩阵变换获取初始辛几何分量；其次，基于动态时间规整将相似度高的初始辛几何分量线性组合并剔除残余分量；然后，通过计算归一化平均绝对误差获得相互独立的各次谐波分量；最后，采用 TLS-ESPRIT 算法得到各次谐波与间谐波分量的参数。通过仿真与实测数据分析，验证了所提方法在噪声环境下进行谐波与间谐波分析的优越性。

关键词：谐波检测；辛几何模态分解；动态时间规整；旋转不变技术

Harmonic/inter-harmonic Detection Method Based on ISGMD and TLS-ESPRIT

ZHOU Hang, GUO Cheng

(Faculty of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650000, China)

Abstract: In response to the problem that the extraction accuracy of existing harmonic detection methods is easily affected by noises, a novel harmonic detection method based on iteration symplectic geometry mode decomposition combined with total least squares and estimation of signal parameters with rotation invariant technique (TLS-ESPRIT) is proposed. First, the initial symplectic geometric components are obtained by constructing a trace matrix of harmonic signals and combining the matrix transformation. Second, based on dynamic time warping, the initial symplectic geometric components with a high similarity are linearly combined, and the residual components are eliminated. Third, the normalized mean absolute error is calculated to obtain the independent harmonic components. Finally, the TLS-ESPRIT algorithm is used to obtain the parameters of different harmonic and inter-harmonic components. Through an analysis of simulation and measured data, the superiority of the proposed method when it is applied in harmonic and inter-harmonic analysis under a noisy environment is verified.

Keywords: Harmonic detection; symplectic geometry mode decomposition; dynamic time warping; rotation invariant technique

随着新型电力系统的快速发展，电力电子设备在电网中的占比日益增加，导致电力系统的谐波与间谐波污染问题愈发突出和复杂。谐波会对电网的安全、稳定、经济运行造成严重威胁[1]。因此，为治理电力系统中的谐波污染，提高电能质量，对谐波信号进行快速准确的检测是必要前提[2]。

现有的谐波检测方法主要有快速傅里叶变换FFT(fast Fourier transform)[3]、小波变换[4]、希尔伯特-黄变换 HHT(Hilbert-Huang transform)[5]、旋转

收稿日期：2024-11-30；**修回日期**：2025-03-05；**录用日期**：2025-03-16；**网络首发日期**：2025-03-28

基金项目：国家自然科学基金资助项目(52367002)；云南省联合基金重点项目(202201BE070001-15)

This work is supported by National Natural Science Foundation of China under the grant 52367002; Key Project of Yunnan Provincial Joint Fund under the grant 202201BE070001-15

不变技术估计信号参数 ESPRIT(estimation of signal parameters with rotation invariant technique)算法[6]等。FFT 是最常用的频域分析方法，该算法因其精度高、易于实现的优点在谐波检测领域应用广泛，但在非同步采样或采样率不够高时，容易出现频谱泄露和频谱混叠，进而影响检测精度，特别是在处理频率相近的间谐波时，这一问题尤为突出[7]；小波变换可解决 FFT 产生的频谱混叠问题，但其性能很大程度上依赖于小波基函数的选择，目前缺乏确定最优小波基函数的统一标准，严重限制了其应用范围[8]；HHT 作为 1 种自适应时频分析方法，对平稳信号和突变信号均可检测，但在经验模态分解 EMD(empirical mode decomposition)时容易出现模态混叠现象，尤其是对于频率接近的间谐波分解效果不理想，影响检测精度[9]；ESPRIT 算法通过求解矩阵特征值实现谐波参数估计，具有较高的分辨率，在处理密集频谱信号时表现出色，但存在运算量大、对噪声敏感等缺点[10]。为克服上述方法的缺点，文献[11]将变分模态分解 VMD(variational mode decomposition)引入谐波检测中，通过 VMD 将谐波信号分解后再进行参数检测，提高了检测精度。但 VMD 算法需预先设定模态数量 K，并且 K 值的选择会严重影响分解结果，使用时具有一定局限性[12]。

辛几何模态分解 SGMD(symplectic geometry mode decomposition)是 1 种较新的信号处理方法，在处理含噪声的非平稳信号时效果较好[13]，相对于 EMD 与 VMD 算法，能有效避免模态混叠问题与最优参数选择问题，但在分解过程中仍存在辛几何分量 SGC(symplectic geometry component)重构标准选择困难等问题[14]。文献[15]提出采用迭代过程代替分解过程，使得分解出的各 SGC 具备独立性，有效抑制了模态混叠，但信号末端仍存在端点效应。文献[16]提出通过 K-means 与峭度系数对 SGMD 进行自适应调整，解决了强噪声环境下电能质量扰动特征提取困难的问题，但当复合信号扰动特征较弱时提取效果不佳。

针对上述问题，本文提出 1 种基于迭代辛几何模态分解 ISGMD(iteration symplectic geometry mode decomposition)结合 TLS-ESPRIT(total least squares and ESPRIT)的谐波检测方法。首先，根据原始谐波信号构造初始轨迹矩阵，利用辛几何相似变换获取重构轨迹矩阵，以此获得初始辛几何分量；其次，基于动态时间归整 DTW(dynamic time warping)算法将相似度较高的分量线性组合后从原始信号中剔除，得到残余信号；然后，设置迭代过程，计算残余信号与原始信号的标准化平均误差 NMAE (normalized mean absolute error)值并与所设阈值对比，当 NMAE 小于所设阈值时，输出分解结果，否则，将残余信号作为新的重构矩阵重复上述迭代过程；最后，采用 TLS-ESPRIT 算法检测各次谐波参数。通过仿真与实测数据分析验证了本文方法能在噪声环境下准确检测谐波参数。

1 ISGMD 与 TLS-ESPRIT 算法原理

1.1 ISGMD 算法

本文所提 ISGMD 算法是基于 DTW 算法将相似度较高的初始 SGC 线性组合后从原始信号中剔除，然后计算残余信号与原始信号的 NMAE 来判断分解是否完成。本文方法将传统 SGMD 的分解过程转换为迭代过程，并且迭代过程中将残余信号构造为新的轨迹矩阵来寻找新的 SGC，有效抑制了分解过程中存在的端点效应与模态混叠现象。

1.1.1 辛几何模态分解

(1)相空间重构

对有 n 个采样点的任意时间序列 $x=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，基于 Takens嵌入定理(Takens' embedding theorem)，采用延迟拓扑等效表示的方法将时间序列 x 映射到多维空间中，由此得到轨迹矩阵 $\boldsymbol{X}$，即

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} x_1 & x_{1+\tau} & \cdots & x_{1+(d-1)\tau} \\ x_2 & x_{2+\tau} & \cdots & x_{2+(d-1)\tau} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_m & x_{m+\tau} & \cdots & x_{m+(d-1)\tau} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：τ 为延迟时间，通常设为 1；d 为嵌入维度。

(2)辛几何相似变换

基于轨迹矩阵 $\boldsymbol{X}$ 构造协方差矩阵 $\boldsymbol{A}$，即

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} \tag{2}$$

基于矩阵 $\boldsymbol{A}$ 构造哈密顿矩阵(Hamiltonian matrix)$\boldsymbol{M}$，即

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & 0\\ 0 & -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

令 $\boldsymbol{N}=\boldsymbol{M}^2$，由此可得辛正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$，则

$$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{R}\\ 0 & \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{R}$ 为矩阵变换后的子矩阵；$\boldsymbol{B}$ 为上三角矩阵，可通过施密特正交化(Schmidt orthogonalization)求得其特征值为 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$。

在以上变换中，矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 仍具备哈密顿矩阵的结构特征。根据哈密顿矩阵的性质，可得矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $\sigma_i=\sqrt{\lambda_i}(i=1,2,\cdots,d)$。

(3)矩阵重构

将 σ_i 及其对应的特征向量 $\boldsymbol{Q}_i$ 按照 $\sigma_1>\sigma_2>\cdots>\sigma_d$ 降序排列，则重构的轨迹矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 符合关系式

$$\begin{cases}\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{S}_i=\boldsymbol{Q}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{Z}_i=\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{S}_i\end{cases} \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{Z}_i$ 仅表示重构轨迹矩阵的单组部分。则重构的轨迹矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 可表示为

$$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2+\cdots+\boldsymbol{Z}_d \tag{6}$$

(4)对角平均

将 $m\times d$ 的单组轨迹矩阵 $\boldsymbol{Z}_i$ 中的元素记为 z_{ij}，其中 $1\leqslant i\leqslant m, 1\leqslant j\leqslant d$，令 $m^*=\max(m,d)$，$d^*=\min(m,d)$，$n=m+(d-1)\tau$，并且令

$$z_{ij}^*=\begin{cases}z_{ij} & m<d\\ z_{ji} & m\geqslant d\end{cases} \tag{7}$$

通过对角平均矩阵可将矩阵 $\boldsymbol{Z}_i$ 转化为 1 组新的长度为 n 的时间序列信号 $Y_i(y_1,y_2,\cdots,y_k,\cdots,y_n)$。其转换过程为

$$y_k=\begin{cases}\dfrac{1}{k}\displaystyle\sum_{p=1}^{k}z_{p,k-p+1}^* & 1\leqslant k<d^*\\ \dfrac{1}{d^*}\displaystyle\sum_{p=1}^{d^*}z_{p,k-p+1}^* & d^*\leqslant k\leqslant m^*\\ \dfrac{1}{n-k+1}\displaystyle\sum_{p=k-m^*+1}^{n-m^*+1}z_{p,k-p+1}^* & m^*<k\leqslant n\end{cases} \tag{8}$$

至此，可得到原始信号 x 经传统 SGMD 分解得到的 d 个具有不同趋势与频率的重构信号，即

$$Y=Y_1+Y_2+\cdots+Y_d \tag{9}$$

1.1.2　迭代过程

谐波信号经 SGMD 分解得到的结果中往往含有相关性较强的有效分量与相关性较弱的噪声分量，相关性强的分量周期频率可能相近，采用 DTW 算法计算重构信号 Y_1 与其他重构信号的相关度，将相关度较高的 h 个重构信号线性叠加后从 $x(t)$中剔除，得到残余信号 G_{i+1}。为准确得到原始信号中的全部分量，设置迭代过程，不断从 x 中提取出辛几何分量 $G_{\mathrm{SC},l}$(l 为辛几何分量的序号)，即

$$G_{i+1}=x-\sum_{l=1}^{h}G_{\mathrm{SC},l} \tag{10}$$

为限制迭代次数过多而导致的过分解问题，本文采用 NMAE 作为新的分解约束条件。NMAE 计算公式为

$$A_{\mathrm{NME},h}=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{G_{h+1}(t)}{x(t)}\right| \tag{11}$$

设置 NMAE 阈值为 O_{p}，当 $A_{\mathrm{NME},h}<O_{\mathrm{p}}$ 时，结束迭代；当 $A_{\mathrm{NME},h}>O_{\mathrm{p}}$ 时，将残余信号 G_{h+1} 作为新的时间序列信号进行重构，重复以上迭代过程，直至满足迭代终止条件 $A_{\mathrm{NME},h}<O_{\mathrm{p}}$，最终得到的分解结果为

$$x(t)=\sum_{h=1}^{N}G_{\mathrm{SC},l}(t)+G_{N+1}(t) \tag{12}$$

式中，N 为残余信号 $G_{\mathrm{SC},l}$的个数。

1.2 TLS-ESPRIT 参数辨识算法

TLS-ESPRIT 算法可辨识谐波/间谐波参数，其算法关键是构造谐波信号的汉克尔矩阵(Hankel matrix)并进行奇异值分解，利用信号旋转不变特性求取旋转矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 并结合全局最小二乘法得到谐波/间谐波的频率、幅值、相位和衰减因子。

将 ISGMD 分解得到的各个独立模态分量记为 $u_i(k)$，基于 $u_i(k)$ 构造汉克尔矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}u(1) & u(2) & \cdots & u(M)\\ u(2) & u(3) & \cdots & u(M+1)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ u(L) & u(L+1) & \cdots & u(K)\end{bmatrix} \tag{13}$$

式中：K 为各模态分量数据长度，$K=L+M-1$；L 为矩阵维度；M 为嵌入维度。

对矩阵 $\boldsymbol{H}$ 进行奇异值分解可得

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{U}\begin{bmatrix}\eta_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \eta_N\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{U}$ 为 L 阶方阵；$\boldsymbol{V}$ 为 M 阶方阵；$\boldsymbol{D}$ 为 $L\times M$ 阶对角阵；对角元素 η_i 为矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的奇异值，满足 $\eta_1\geqslant\eta_2\geqslant\cdots\eta_i\approx 0$。

通过奇异值大小可将矩阵 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 划分为有用信号子空间 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}$ 与噪声子空间 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}$。

为精确区分代表有用信号与噪声信号的奇异值序列，计算相邻奇异值最小增长比 ΔS，即

$$\begin{cases}\Delta S=\dfrac{\Delta S_{K+1}}{\Delta S_K}=\dfrac{P_{K+1}-P_K}{P_K-P_{K-1}}\\ P_K=\displaystyle\sum_{i=1}^{K}\lambda_i/\sum_{i=1}^{L}\lambda_i\end{cases} \tag{15}$$

由于有用信号与噪声信号的奇异值累积比例是不同数量级的，当 ΔS 出现最小值 $\Delta S_{\min}$ 时对应的 K 值即为有效信号的奇异值个数，前 K 个奇异值即为代表有效信号的奇异值序列。根据前 K 个奇异值序列即可重构有用信号子空间 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{S}}$。

通过删除 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{S}}$ 的首行与末行，将 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{S}}$ 降维得到 2 个子空间 $\boldsymbol{V}_1$ 和 $\boldsymbol{V}_2$，构造矩阵 $\boldsymbol{V}_{12}$，即

$$\boldsymbol{V}_{12}=[\boldsymbol{V}_1\quad\boldsymbol{V}_2] \tag{16}$$

对矩阵 $\boldsymbol{V}_{12}$ 进行奇异值 SVD(singular value decomposition)分解，将得到的右特征向量 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{H}}$ 划分为 4 个方阵，即

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{H}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{11} & \boldsymbol{U}_{12}\\ \boldsymbol{U}_{21} & \boldsymbol{U}_{22}\end{bmatrix} \tag{17}$$

由信号的旋转不变特性可得

$$\boldsymbol{\psi}=-\boldsymbol{U}_{12}\boldsymbol{U}_{21}^{-1} \tag{18}$$

求解矩阵 $\boldsymbol{\psi}$ 的特征值记为 z_i，基于特征值序列 z_i，采用总体最小二乘法求解拟合系数 c_i，得

$$\begin{bmatrix}u(1)\\ u(2)\\ \vdots\\ u(N)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ z_1 & z_2 & \cdots & z_n\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ z_1^N & z_2^N & \cdots & z_P^N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c_1\\ c_2\\ \vdots\\ c_P\end{bmatrix} \tag{19}$$

由此，可得各独立模态分量的频率 f_i、幅值 A_i、相位 θ_i 和衰减系数 α_i 为

$$\begin{cases}f_i=\dfrac{1}{2\pi T_{\mathrm{s}}}\arctan\left(\dfrac{\mathrm{Im}(z_i)}{\mathrm{Re}(z_i)}\right)\\ A_i=2|c_i|\\ \theta_i=\arctan\left(\dfrac{\mathrm{Im}(c_i)}{\mathrm{Re}(c_i)}\right)+\dfrac{\pi}{2}\\ \alpha_i=\dfrac{1}{T_{\mathrm{s}}}\ln|z_i|\end{cases} \tag{20}$$

式中，T_{s} 为采样时间间隔，$T_{\mathrm{s}}=N/F_{\mathrm{s}}$，$F_{\mathrm{s}}$ 为采样频率。

2 谐波/间谐波检测流程

本文所提谐波/间谐波检测方法流程如图 1 所示，具体实施步骤如下。

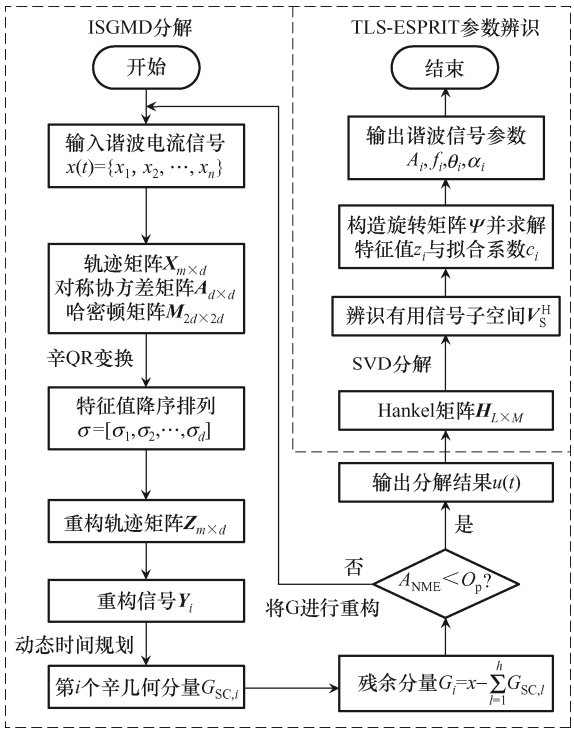


图 1 谐波检测流程

Fig. 1 Flow chart of harmonic detection

步骤 1 根据式(1)将原始谐波电流信号 $x(t)$构造为初始轨迹矩阵 $\boldsymbol{X}$。

步骤 2 根据式(2)~式(8)对 $\boldsymbol{X}$ 进行重构得到重构轨迹矩阵 $\boldsymbol{Z}$，并将其转换为新的时间序列信号 Y_i。

步骤 3 基于 DTW 算法对 Y_i 进行相似性分析，将相似度高的信号线性叠加并从 $x(t)$中分离，得到残余信号 G_{h+1}。

步骤 4 计算 G_{h+1} 与 $x(t)$的 NMAE 值并与给定阈值 O_p 比较，当 $A_{NME,h}>O_p$ 时，将 G_{h+1} 作为新的输入信号重复以上步骤，直至 $A_{NME,h}<O_p$，结束迭代，输出分解出的各次谐波分量 $u(t)$。

步骤 5 根据式(13)与式(14)构造 $u(t)$的汉克尔矩阵 $\boldsymbol{H}$ 并对 $\boldsymbol{H}$ 进行奇异值分解，得到奇异值与特征向量 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$。

步骤 6 根据式(15)辨识出有用信号子空间 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{S}}$ 并根据式(23)将其降维重构，得到交叉子空间 $\boldsymbol{V}_{12}$。

步骤 7 根据式(18)与式(19)构造矩阵并计算特征值 z_i 与拟合系数 c_i。

步骤 8 根据式(20)计算各次谐波分量的幅值 A_i、频率 f_i、相位 θ_i 与衰减因子 α_i。

3　仿真与实测验证

3.1　稳态谐波检测

建立稳态谐波信号为

$$x(t)=\sum_{i=1}^{5}x_i(t)=\sum_{i=1}^{5}A_i\sin(2\pi f_i t+\theta_i) \tag{26}$$

式(26)中，A_i、f_i、θ_i 的具体参数见表 1。

表 1　仿真参数设置

Tab. 1 Setting of simulation parameters

i	A_i/A	f_i/Hz	θ_i/rad
1	10.3	50	π / 3
2	3.7	115	π / 8
3	5.5	150	π / 6
4	4.2	250	π / 4
5	2.6	350	π / 5

设置采样频率 F_s=2 000 Hz，采样时间为 0.2 s，为模拟实际谐波信号，在信号中添加信噪比为 20 dB 的高斯白噪声，稳态谐波电流信号 $x(t)$的波形如图 2 所示。

分别采用 VMD 算法、SGMD 算法、本文 ISGMD 算法对信号 $x(t)$进行分解，分解结果如图 3 所示。由图 3(a)可以看出，VMD 分解结果中各分量出

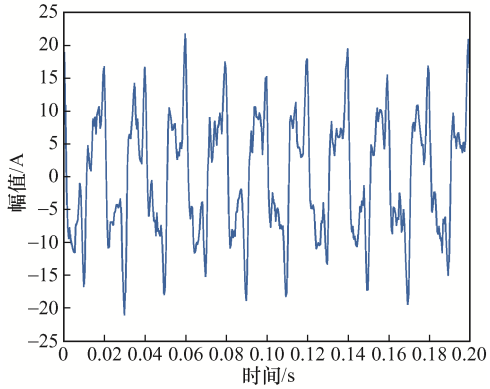
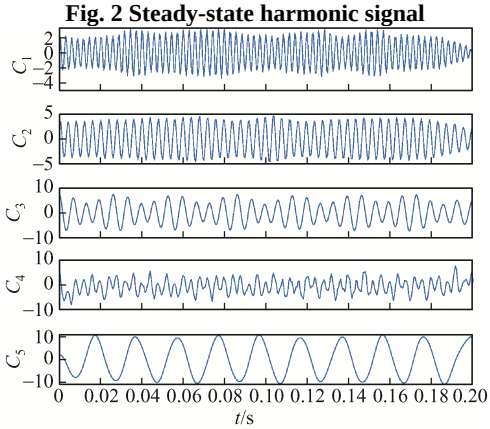
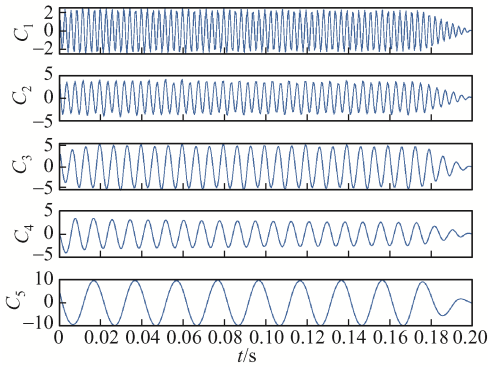


图 2　稳态谐波信号

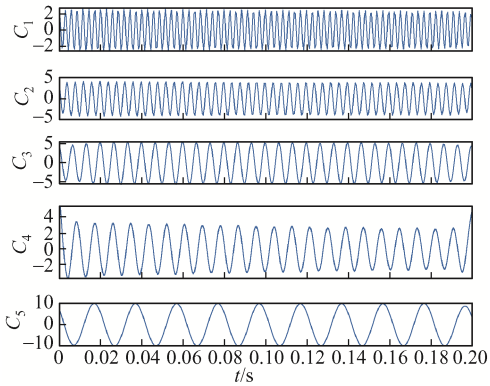
Fig. 2 Steady-state harmonic signal



(a) VMD分解



(b) SGMD分解



(c) ISGMD分解

图 3　不同方法分解效果对比

Fig. 3 Comparison of decomposition effect among three methods

现了不同程度的模态混叠现象，其中 C_1、C_3 分量幅值变化较大，C_4 分量模态混叠现象最为严重，不能反映原始信号中的对应分量；由图3(b)可以看出，尽管 SGMD 可从原始信号提取对应的 5 个谐波分量，但各分量末端均出现端点飞翼现象，端点效应较为严重，在进行参数检测时会影响检测精度；由图 3(c)可以看出，ISGMD 分解结果较为平滑，各分量间相互独立，能准确反映原始信号中的对应分量。

为更直观比较 3 种分解方法的分解效果，采用 Bestfit 值作为评价指标，Bestfit 指标计算公式为

$$B=1-\frac{\sum_{i=1}^{N}\sqrt{(x^*-x)^2}}{\sum_{i=1}^{N}\sqrt{(x-\bar{x})^2}} \tag{27}$$

式中：x^*为分解结果；y 为原始信号中对应分量；$\bar{x}$ 为原始信号的平均值。

3 种分解方法所得分量对应 Bestfit 值见表 2。Bestfit 指标越高，说明分解结果与原始信号的拟合程度越好，即证明该分解方法所得结果可信度越高。

由表 2 可以看出，SVMD 与 SGMD 的分解结果在 30 dB 信噪比下 Bestfit 值均大于 0.85，此时分解结果具有可信度，但分解结果较 ISGMD 较差，对其进行谐波参数检测，结果会出现较大误差。随着信噪比降低，VMD 所得结果中部分分量的 Bestfit 值小于 0.5 且出现负值，SGMD 所得结果在 10 dB 噪声环境下部分分量的 Bestfit 值小于 0.7，表明在强噪声环境下 VMD 与 SGMD 的分解结果不能反映原始信号中对应分量的特征，抗噪能力较差。ISGMD 分解得到的各分量 Bestfit 值均在 0.96 以上，证明本文方法在不同噪声水平下能进行自适应降噪，具有优秀的降噪分解功能，与另外 2 种方法相比分解性能更好，并且具有更强的噪声鲁棒性。

表 2 各分解方法所得分量对应 Bestfit 值

Tab. 2 Bestfit values corresponding to components obtained using each decomposition method

噪声水平/dB	分解方法	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
30	VMD	0.892 7	0.861 0	0.876 9	0.864 4	0.870 1
	SGMD	0.938 5	0.894 2	0.898 7	0.867 3	0.880 4
	ISGMD	0.999 3	0.983 6	0.996 2	0.992 2	0.994 2
20	VMD	0.876 4	−0.119 8	0.651 1	0.851 1	0.787 9
	SGMD	0.895 7	0.863 7	0.868 5	0.819 8	0.850 6
	ISGMD	0.994 1	0.986 4	0.983 6	0.986 2	0.973 1
10	VMD	0.862 0	−0.027 7	−0.040 8	0.614 7	0.489 3
	SGMD	0.795 7	0.763 7	0.719 8	0.668 5	0.670 2
	ISGMD	0.982 2	0.964 2	0.973 6	0.928 9	0.979 5

为检验本文方法在不同噪声水平下的检测精度，向稳态谐波信号 $x(t)$中分别加入信噪比为 30、20、10 dB 的高斯白噪声，采用本文所提谐波/间谐波检测方法进行参数检测，得到的检测结果对比见表 3。由表 3 可以看出，随着信噪比的降低，本文方法的检测精度逐渐下降。在 30 dB 的白噪声环境下，本文方法对频率检测的平均误差为 0.034%，幅值检测的平均误差为 0.101%，相位检测的平均误差为 0.418%；当信噪比降低至 10 dB 后，各分量的检测误差略有增大，频率检测平均误差为 0.071%，幅值检测的平均误差为 0.466%，相位检测的平均误差为 0.963%。可见本文方法检测精度受噪声影响较小，在强噪声下仍具有较高的检测精度。

3.2 实测数据分析

为验证本文所提谐波检测方法在工程实践中的准确性，采用本文方法对云南电网某 110 kV 线路发生的一起间谐波谐振事件进行分析，该次事件发生后记录的实测谐波电压数据如图 4 所示。

表 3　不同噪声水平下检测精度对比

Tab. 3 Comparison of detection accuracy at different noise levels

噪声水平/dB	谐波次数	频率/Hz			幅值/A			相位/rad		
		理论值	测量值	误差/%	理论值	测量值	误差/%	实际值	测量值	误差/%
30	基波	50.000 0	50.013 2	0.026	10.300 0	10.304 0	0.039	π / 3	1.049 1	0.210
	2.3 次	115.000 0	115.068 5	0.059	3.700 0	3.698 4	0.043	π / 8	0.395 4	0.688
	3 次	150.000 0	150.055 7	0.037	5.500 0	5.509 3	0.169	π / 6	0.522 6	0.191
	5 次	250.000 0	250.031 0	0.012	4.200 0	4.197 4	0.062	π / 4	0.783 8	0.637
	7 次	350.000 0	350.126 9	0.036	2.600 0	2.605 1	0.196	π / 5	0.624 7	0.576
20	基波	50.000 0	50.038 6	0.077	10.300 0	10.309 2	0.089	π / 3	1.052 9	0.544
	2.3 次	115.000 0	115.107 1	0.093	3.700 0	3.711 6	0.314	π / 8	0.389 4	0.846
	3 次	150.000 0	150.098 1	0.065	5.500 0	5.516 2	0.295	π / 6	0.530 9	1.394
	5 次	250.000 0	250.059 1	0.024	4.200 0	4.209 3	0.221	π / 4	0.792 4	0.892
	7 次	350.000 0	350.164 7	0.047	2.600 0	2.609 7	0.373	π / 5	0.631 7	0.538
10	基波	50.000 0	49.952 5	0.095	10.300 0	10.311 3	0.109	π / 3	1.031 6	1.078
	2.3 次	115.000 0	115.120 7	0.105	3.700 0	3.728 7	0.776	π / 8	0.396 7	1.018
	3 次	150.000 0	150.114 6	0.076	5.500 0	5.537 5	0.682	π / 6	0.511 9	0.897
	5 次	250.000 0	250.093 1	0.037	4.200 0	4.190 5	0.226	π / 4	0.793 1	0.981
	7 次	350.000 0	350.148 1	0.042	2.600 0	2.613 9	0.535	π / 5	0.633 6	0.841

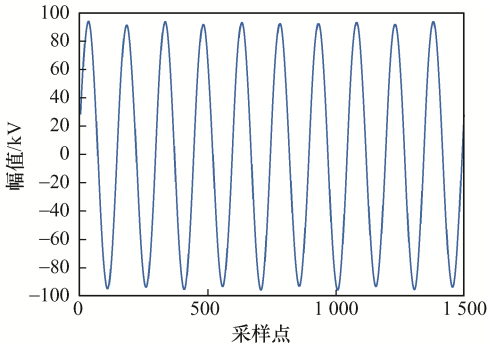


图 4　实测谐波电压数据

Fig. 4 Measured harmonic voltage data

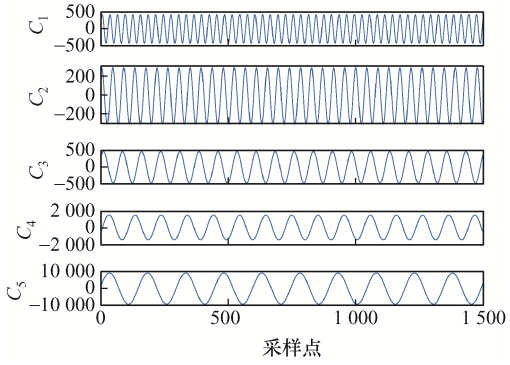


图 5　实测谐波电压数据分解结果

Fig. 5 Decomposition results of measured harmonic voltage data

采用本文所提 ISGMD 算法对实测谐波电压数据进行分解，得到结果如图 5 所示。由图 5 可以看出，ISGMD 分解出的 5 个分量相互独立，各分量不存在端点效应现象。然后采用 TLS-ESPRIT 算法对图 5 中 C_1~C_5 分量进行参数检测，得到检测结果见表 4。对图 5、表 4 分析可知，原始信号中所含有的 5 个不同频率的分量分别为 50.0 Hz 基波分量、72.4 Hz 间谐波分量、2 次谐波分量、172.3 Hz 间谐波分量和 5 次谐波分量。其中，基波幅值最大，与实测数据的变化趋势相同。72.4 Hz 的间谐波分量达到 1 534.159 3 V，明显高于其他次谐波、间谐波分量，推测可能存在该次间谐波频率的谐振问题。

表 4　各分量参数检测结果

Tab. 4 Detection results of parameters of each component

分量	频率/Hz	幅值/V	相位/rad
C_1	249.756 1	433.971 4	0.643 8
C_2	172.332 4	294.847 7	1.141 9
C_3	99.902 3	480.173 5	0.899 1
C_4	73.429 2	1 534.159 3	−0.319 0
C_5	49.955 1	93 389.910 4	0.364 1

根据表 4 中列出的谐波和间谐波检测结果对谐波信号进行重构，将重构得到的拟合信号与实测信号进行对比分析，结果如图 6 所示。由图 6 可以看出，拟合信号与实测信号的波形特征高度一致。通过计算，两者的 Bestfit 值达到 0.98 以上，表明

本文提出的谐波/间谐波检测方法不仅适用于理论分析，在处理实际电力系统中的实测数据时同样具有可靠性和实用性。该方法能够准确提取实测信号中的谐波特征参数，可为电力系统的谐波分析和治理提供有效的技术手段。

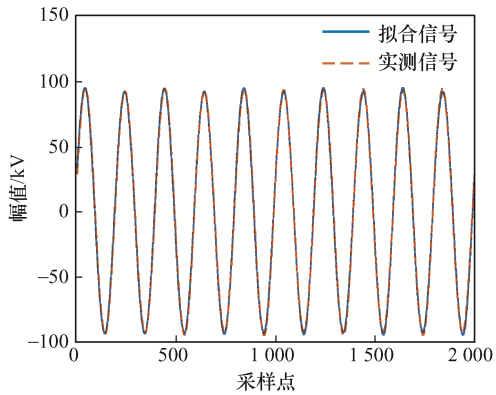


图 6 拟合信号与实测信号对比

Fig. 6 Comparison between fitted and measured signals

4 结论

针对噪声环境下稳态与时变谐波检测精度不高的问题，提出 1 种基于 ISGMD 与 TLS-ESPRIT 的谐波检测方法，利用 ISGMD 优秀的抗噪能力与信号分解能力，从原始信号中分解出各次谐波分量，再利用 TLS-ESPRIT 算法检测各次谐波参数，通过仿真与实测结果得出如下结论。

(1)本文提出的 ISGMD 算法基于 DTW 距离将相似度较高的辛几何分量线性组合后从原始信号中剔除，通过增加迭代过程可有效区分谐波分量与噪声分量，相较于 VMD 与 SGMD 算法，本文方法具备更好的分解性能与噪声鲁棒性。

(2)本文采用自适应 TLS-ESPRIT 算法对分解出的谐波分量进行参数检测，通过求解相邻奇异值最小增长比可有效辨识虚假分量，进一步提高了谐波检测的精确度。

(3)本文所提谐波/间谐波检测方法在强噪声环境下仍具有较高检测精度，但由于在传统 SGMD 分解中增加了迭代过程，算法所需时间相较于 SGMD 略长，在未来的研究工作中，亟需重点探索如何在有效维持降噪性能的基础上，进一步优化算法效率，显著缩短信号分解的时间，从而提升方法的实用性和工程适用性。

参考文献：

[1] 叶宗彬，侯波，张延澳，等. 一种三相对称系统快速谐波检测算法[J]. 电工技术学报, 2023, 38(2): 510-522.
Ye Zongbin, Hou Bo, Zhang Yan'ao, et al. A fast harmonic detection algorithm for three-phase symmetric systems [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(2): 510-522. (in Chinese)

[2] 付勉，刘志涵，宋振浩，等. 配电网络电能质量综合治理设备优化配置策略[J]. 电源学报，2024，22(2): 336-344.
Fu Mian, Liu Zhihan, Song Zhenhao, et al. Optimal allocation strategy for comprehensive control equipment of power quality in distribution area [J]. Journal of Power Supply, 2024, 22(2): 336-344. (in Chinese)

[3] Deng Yi, Zhao Guojin, Zhu Kuihu, et al. NCAFI: Nuttall convolution window all-phase FFT interpolation-based harmonic detection algorithm for infrared imaging detection [J]. Infrared Physics & Technology, 2022, 125: 104310.

[4] 黄道友，任丽佳，康健. 小波包变换与支持向量机的电力变压器故障诊断方法[J]. 电源学报，2025，23(1): 251-258.
Huang Daoyou, Ren Lijia, Kang Jian. Fault diagnosis method for power transformer based on wavelet packet transform and support vector machine [J]. Journal of Power Supply, 2025, 23(1): 251-258. (in Chinese)

[5] Xu Min, Pan Tianhong, Chen Jiao, et al. A harmonic detection method for distributed generation connected grid system using DWT and HHT [J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2019, 14(4): 1495-1503.

[6] Srivastava A K, Tiwari A N, Singh S N, et al. Harmonic/inter-harmonics detection using modified exact model order-based ESPRIT [J]. International Journal of Power Electronics, 2023, 17(2): 218.

[7] 李建闽，曹远远，姚文轩，等. 基于自适应移频滤波的电力系统谐波分析方法[J]. 电工技术学报，2024，39(13): 4015-4024.

Li Jianmin, Cao Yuanyuan, Yao Wenxuan, et al. Power system harmonic analysis method based on adaptive frequency-shift filtering [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(13): 4015-4024. (in Chinese)

[8] 唐杰, 姜有华. 基于自适应小波变换与 HHT 的混合储能容量配置[J]. 电源学报, 2024, 22(2): 224-230.
Tang Jie, Jiang Youhua. Hybrid energy storage capacity allocation based on adaptive wavelet transform and HHT [J]. Journal of Power Supply, 2024, 22(2): 224-230. (in Chinese)

[9] 周军, 李永祥, 任佳鹏. 基于 MEEMD 与 HT 的谐波检测方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2023, 35(6): 73-82.
Zhou Jun, Li Yongxiang, Ren Jiapeng. Harmonic detection method based on modified ensemble empirical mode decomposition and Hilbert transform [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2023, 35(6): 73-82. (in Chinese)

[10] Huang Qinghua, Zhang Lin, Fang Yong. Improving decoupled spherical harmonics ESPRIT using structured least squares [J]. IEEE Access, 2018, 6: 37956-37964.

[11] 陈强伟, 蔡文皓, 孙磊, 等. 基于 VMD 的谐波检测方法[J]. 电测与仪表, 2018, 55(2): 59-65.
Chen Qiangwei, Cai Wenhao, Sun Lei, et al. Harmonic detection method based on VMD [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(2): 59-65. (in Chinese)

[12] 付华, 刘超, 张松. 基于 VMD-SWT 联合算法的谐波/间谐波检测[J]. 电源学报, 2021, 19(3): 116-124.
Fu Hua, Liu Chao, Zhang Song. Harmonic/inter-harmonic detection based on the VMD-SWT joint algorithm [J]. Journal of Power Supply, 2021, 19 (3): 116-124. (in Chinese)

[13] Pan Haiyang, Yang Yu, Li Xin, et al. Symplectic geometry mode decomposition and its application to rotating machinery compound fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 114: 189-211.

[14] Zhu Jinxuan, Wang Guoyou, Huang Yan, et al. A denoising method for ultrasonic testing of rubber composites based on improved symplectic geometric mode decomposition [J]. Applied Acoustics, 2023, 209: 109428.

[15] 林森, 靳行, 王延翠. 迭代辛几何模态分解的高速列车轴承故障诊断[J]. 振动工程学报, 2020, 33(6): 1324-1331.
Lin Sen, Jin Hang, Wang Yancui. High speed train bearings fault diagnosis of iteration symplectic geometry mode decomposition [J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(6): 1324-1331. (in Chinese)

[16] Ni Chenyi, Chen Hao, Chen Yibiao, et al. Power quality disturbances identification based on adaptive symplectic geometric mode decomposition and improved marine predators algorithm [J]. Electric Power Systems Research, 2023, 220: 109365.



周航

作者简介：

周航(2000—)，男，硕士研究生。研究方向：配电网电能质量检测。E-mail：740046698@qq.com。

郭成(1978—)，男，通信作者，博士，教授。研究方向：电能质量分析与控制，电力系统稳定分析。E-mail：gc325@126.com。

(责任编辑：郭凯凯)