DOI：10.13234/j.issn.2095-2805.2025.3.299 **中图分类号**：TM315 **文献标志码**：A

基于奇异摄动理论的双馈风机并网系统降维建模方法

徐海亮(中国电源学会高级会员)，陈翔宇，吴 瀚
(中国石油大学(华东)新能源学院，青岛 266580)

摘要：双馈风机 DFIG(doubly-fed induction generator)并网系统详细模型具有维数高、非线性等特点，给系统稳定性分析、故障穿越控制等带来较大困难。尽管目前已有诸多关于 DFIG 并网系统模型降维方法的研究，但其依然存在模型维数相对较高的问题。对此，提出 1 种基于奇异摄动理论的降维建模方法。首先，建立弱电网下 DFIG 并网系统的 12 维详细模型，通过线性化得到其状态空间模型；之后，基于奇异摄动降维理论结合参与因子分析，将各状态变量划分至多个时间尺度下，分离快慢变量，推演获得系统的 4 维模型。降维前、后的特征值对比表明，4 维模型可以较好地反映详细模型的主导动态特性，同时能准确反映弱电网下的风机并网稳定性。仿真和实验结果验证了降维方法的正确性及降维模型在稳定性分析上的有效性。

关键词：双馈风力发电机；奇异摄动；多时间尺度；参与因子分析

Reduced-order Modeling Method for Grid-connected DFIG System Based on Singular Perturbation Theory

XU Hailiang, *Senior Member*, *CPSS*, CHEN Xiangyu, WU Han
(College of New Energy, China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China)

Abstract: The detailed model of a grid-connected doubly-fed induction generator (DFIG) system has characteristics such as a high order and nonlinearity, which brings great difficulties to system stability analysis and fault ride-through control. Although there have been many studies on the dimensionality reduction method for grid-connected DFIG system model, the number of model dimension is still high. A reduced-order modeling method based on the singular perturbation theory is proposed. First, the 12th-order detailed model of grid-connected DFIG system under weak grid is established, and its state space model is obtained by linearization. Then, based on the singular perturbation reduced-order theory and participation factor analysis, the state variables of the state space model are divided into multiple time scales, so as to separate the speed variables and deduce the 4th-order model of the system. A comparison of eigenvalues before and after the order reduction shows that the 4th-order model can well reflect the dominant dynamic characteristics of the full-order model while accurately reflecting the stability of grid-connected wind turbines under weak grid. Simulation and experimental results verify the accuracy of the reduced-order method as well as the effectiveness of the reduced-order model in stability analysis.

Keywords: Doubly-fed induction generator (DFIG); singular perturbation; multi-time scale; participation factor analysis

双馈风机 DFIG(doubly-fed induction generator)并网系统是 1 个包含机电暂态、电磁暂态等多时间尺度的复杂系统[1-3]，其动态数学模型具有维数高、非线性、分析复杂的特点。因此研究 1 种非线性多时间尺度模型降维方法，用以准确反映高维系统的重要动态特征，简化风电场模型，在电力系统研究中具有重要意义。

收稿日期：2022-06-15；**修回日期**：2022-07-13，2022-08-02；
录用日期：2022-08-08；**网络首发日期**：2022-09-09
基金项目：国家自然科学基金资助项目(52077222)；山东省自然科学基金资助项目(ZR2020ME202)
This work is supported by National Natural Science Foundation of China under the grant 52077222; Shandong Provincial Natural Science Foundation under the grant ZR2020ME202

奇异摄动降维方法具有原理简单、计算机容易实现的特点，因此在模型降维过程中广为应用[4-9]。文献[10]提出了非线性奇异摄动系统慢流形的概念，并研究了非线性系统的时间尺度分解及模型降维。DFIG 并网系统是 1 个非线性、多变量的复杂系统，难以进行分析和控制，在传统电机瞬变分析过程中，通常忽略变化快的动态过程来简化模型。文献[11-12]的研究表明，忽略变化快的动态过程是有条件的，未经论证就主观忽略快动态过程可能引起“质”的错误，微分方程的研究也表明简化系统边界条件的变化可能导致平衡点的移动问题。对于 DFIG 并网系统降维建模的研究，文献[13]基于奇异摄动原理建立了主导模式下的双馈并网小干扰稳定模型，但该模型局限于风机并入强电网的应用场景，未较好地刻画风机接入弱电网工况；文献[14]建立了多机并网的风电场模型，将多台同参数风机聚合等效为单机形式，识别主导模态建立同参数多机聚合的降维模型，所建模型同样未考虑弱电网的影响；文献[15]基于奇异摄动原理，通过模态分析忽略电磁暂态过程建立了考虑弱电网的 8 维降维模型，但仍存在模型维数较高的不足。

为实现在保证模型精准的条件下对系统最大限度降维的目标，本文提出了 1 种基于奇异摄动理论的多时间尺度模型降维方法。首先，通过参与因子分析分离不同时间尺度的状态变量；然后，结合奇异摄动理论，保留慢变量，将快变量作为系统边界约束条件；最后，建立包含锁相环 PLL(phase locked loop)和电流环，同时考虑弱电网环节的降维 4 维模型。降维前、后的特征值对比验证了所提降维模型的准确性，时域仿真、实验结果也证明了所提模型的正确性及在并网稳定性分析中的准确性和可行性。

1 DFIG 并网系统状态空间模型

首先建立 DFIG 并网系统详细数学模型(文献[15-17]已有详细建模过程，不再展开赘述)，需指出，有研究[15,18]表明 DFIG 并网系统的输出特性主要受定子侧导纳主导，网侧变流器 GSC(grid-side converter)的影响几乎可以忽略不计。因此本文建模过程忽略了网侧变流器的影响。

双馈风机并网系统结构如图 1 所示，图中：u_{sabc}、u_{rabc} 分别为定子电压、转子电压；i_{sabc}、i_{rabc}、i_{fabc}、i_{Gabc} 分别为定子电流、转子电流、电容电流、并网电流；ω_{pll}、ω_{r}、θ_{pll}、θ_{r} 分别为锁相环输出同步角频率、转子转速角频率、锁相角、转子位置角；Z_{g} 为电网阻抗。双馈风机转子侧变流器 RSC(rotor-side converter)采用功率外环、电流内环的双闭环控制结构。将动态数学模型在静态工作点线性化处理，可得到计及锁相环动态特性的详细 12 维状态空间模型。

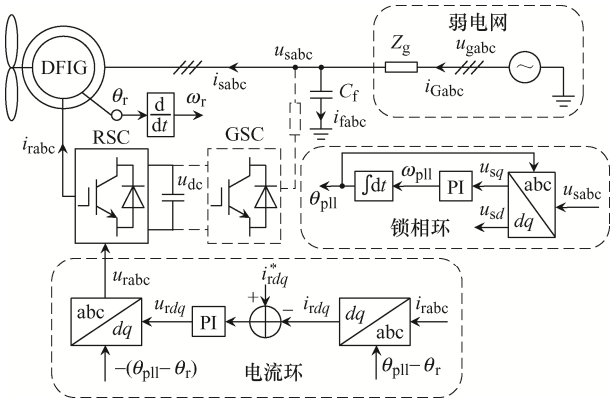


图 1 双馈风机并网系统结构

Fig. 1 Structure of grid-connected DFIG system

其中，锁相环通过对并网点电压相位的跟踪来实现双馈风机与电网同步运行的目标，其控制结构如图 2 所示，k_{ppll}、k_{ipll} 分别为锁相环比例、积分系数。当并网点电压出现扰动时会导致锁相环锁相产生误差，此时2 个坐标系不再完全重合，产生偏差角 $\Delta\theta_{\mathrm{pll}}$，如图3 所示，$F_d^{\mathrm{c}}$、$F_q^{\mathrm{c}}$ 分别为物理量 F 在锁相环坐标系中的 d、q 轴分量，F_d^{b}、F_q^{b} 分别为物理量 F 在系统坐标系中的 d、q 轴分量。

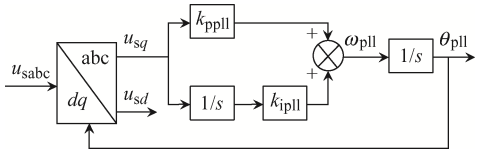


图 2 锁相环控制框图

Fig. 2 Control block diagram of PLL

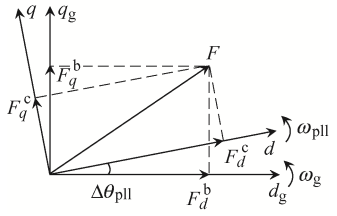


图 3　锁相环坐标系与系统坐标系

Fig. 3 Coordinate systems of PLL and system

产生的偏差角 $\Delta\theta_{\text{pll}}$ 导致 2 个坐标系下对应的状态变量之间的关系为

$$F^{\text{c}} = F^{\text{b}} \text{e}^{-\text{j}\Delta\theta_{\text{pll}}} \tag{1}$$

式中，F^{c} 和 F^{b} 分别为锁相环坐标系与电网系统坐标系下的各状态变量。引入锁相环动态过程，则 2 个坐标系下的小扰动 ΔF^{c} 与 ΔF^{b} 的关系可表示为

$$\begin{cases} \Delta F_d^{\text{c}} = \Delta F_d^{\text{b}} + F_{q0}^{\text{b}} \Delta\theta_{\text{pll}} \\ \Delta F_q^{\text{c}} = \Delta F_q^{\text{b}} - F_{d0}^{\text{b}} \Delta\theta_{\text{pll}} \end{cases} \tag{2}$$

式中，F_{d0}^{b} 和 F_{q0}^{b} 分别为系统处于静态工作点处的 d、q 轴分量。

将锁相环坐标系下的锁相环、电流环状态变量统一到系统坐标系下可得

$$\begin{cases} \Delta\dot{x}_3 = \Delta u_{sq} - u_{sd0}\Delta\theta_{\text{pll}} \\ \Delta\dot{\theta}_{\text{pll}} = (k_{\text{ppll}}\Delta u_{sq} - k_{\text{ppll}}u_{sd0}\Delta\theta_{\text{pll}} + k_{\text{ipll}}\Delta x_3) \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\text{d}\Delta x_1}{\text{d}t} = -k_{\text{i1}}(\Delta i_{\text{r}d} + i_{\text{r}q0}\Delta\theta_{\text{pll}}) \\ \dfrac{\text{d}\Delta x_2}{\text{d}t} = -k_{\text{i2}}(\Delta i_{\text{r}q} - i_{\text{r}d0}\Delta\theta_{\text{pll}}) \\ \Delta u_{\text{r}d} = (\Delta x_1 - k_{\text{p1}}\Delta i_{\text{r}d} - k_{\text{p1}}i_{\text{r}q0}\Delta\theta_{\text{pll}}) \\ \Delta u_{\text{r}q} = (\Delta x_2 - k_{\text{p2}}\Delta i_{\text{r}q} + k_{\text{p2}}i_{\text{r}d0}\Delta\theta_{\text{pll}}) \end{cases} \tag{4}$$

式中：x_1、x_2 分别为 d、q 轴电流环引入的中间变量；x_3 为锁相环引入的中间状态变量；Δ 表示扰动引起的变化量；下标“0”表示系统在静态工作点下的数值；k_{i1}、k_{i2} 分别为 d、q 轴电流环积分系数；k_{p1}、k_{p2} 分别为 d、q 轴电流环比例系数。

考虑电机本体计及 PLL、RSC、弱电网环节，得到 DFIG 并网系统 12 维详细模型为

$$\Delta\dot{x} = [\boldsymbol{A}]_{12\times12}\Delta x \tag{5}$$

式中：Δx 为状态变量，Δx=[Δi_{sd}, Δi_{sq}, $\Delta i_{\text{r}d}$, $\Delta i_{\text{r}q}$, Δx_1, Δx_2, $\Delta i_{\text{G}d}$, $\Delta i_{\text{G}q}$, Δu_{sd}, Δu_{sq} , Δx_3, $\Delta\theta_{\text{pll}}$]；$[\boldsymbol{A}]_{12\times12}$ 为状态空间矩阵，其具体形式可表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{i}_{sd} \\ \Delta\dot{i}_{sq} \\ \Delta\dot{i}_{\text{r}d} \\ \Delta\dot{i}_{\text{r}q} \\ \Delta\dot{x}_1 \\ \Delta\dot{x}_2 \\ \Delta\dot{i}_{\text{G}d} \\ \Delta\dot{i}_{\text{G}q} \\ \Delta\dot{u}_{sd} \\ \Delta\dot{u}_{sq} \\ \Delta\dot{x}_3 \\ \Delta\dot{\theta}_{\text{pll}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\text{s}}}{\sigma L_{\text{s}}} & \omega_{\text{pll0}} + \frac{L_{\text{m}}^2}{\sigma L_{\text{r}} L_{\text{s}}}\omega_{\text{r}} & \frac{L_{\text{m}}R_{\text{r}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} + k_{\text{p1}}\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} & \frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}}\omega_{\text{r}} & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma L_{\text{s}}} & i_{sq0}k_{\text{ppll}} & i_{sq0}k_{\text{ipll}} & k_{\text{p1}}i_{\text{r}q0}\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} - u_{sd0}i_{sq0}k_{\text{ppll}} \\ -\omega_{\text{pll0}} - \frac{L_{\text{m}}^2}{\sigma L_{\text{r}} L_{\text{s}}}\omega_{\text{r}} & -\frac{R_{\text{s}}}{\sigma L_{\text{s}}} & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}}\omega_{\text{r}} & \frac{L_{\text{m}}R_{\text{r}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} + k_{\text{p2}}\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} & 0 & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma L_{\text{s}}} - i_{sd0}k_{\text{ppll}} & -i_{sd0}k_{\text{ipll}} & -k_{\text{p2}}i_{\text{r}d0}\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} + u_{sd0}i_{sd0}k_{\text{ppll}} \\ \frac{L_{\text{m}}R_{\text{s}}}{\sigma L_{\text{r}}L_{\text{s}}} & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{r}}}\omega_{\text{r}} & -\frac{R_{\text{r}}}{\sigma L_{\text{r}}} - k_{\text{p1}}\frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} & \omega_{\text{pll0}} - \frac{\omega_{\text{r}}}{\sigma} & \frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} & i_{\text{r}q0}k_{\text{ppll}} & i_{\text{r}q0}k_{\text{ipll}} & -k_{\text{p1}}i_{\text{r}q0}\frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} - u_{sd0}i_{\text{r}q0}k_{\text{ppll}} \\ \frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{r}}}\omega_{\text{r}} & \frac{L_{\text{m}}R_{\text{s}}}{\sigma L_{\text{r}}L_{\text{s}}} & \frac{\omega_{\text{r}}}{\sigma} - \omega_{\text{pll0}} & -\frac{R_{\text{r}}}{\sigma L_{\text{r}}} - k_{\text{p2}}\frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} & 0 & \frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}L_{\text{r}}} - i_{\text{r}d0}k_{\text{ppll}} & -i_{\text{r}d0}k_{\text{ipll}} & k_{\text{p2}}i_{\text{r}d0}\frac{1}{\sigma L_{\text{r}}} + u_{sd0}i_{\text{r}d0}k_{\text{ppll}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\text{i1}}i_{\text{r}q0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\text{i2}}i_{\text{r}d0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_{\text{L}}}{L_{\text{L}}} & \omega_{\text{pll0}} & -\frac{1}{L_{\text{L}}} & i_{\text{G}q0}k_{\text{ppll}} & i_{\text{G}q0}k_{\text{ipll}} & -i_{\text{G}q0}k_{\text{ppll}}u_{sd0} + \frac{1}{L_{\text{L}}}\Delta u_{\text{G}q0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{\text{pll0}} & -\frac{R_{\text{L}}}{L_{\text{L}}} & 0 & -k_{\text{ppll}}i_{\text{G}d0} - \frac{1}{L_{\text{L}}} & -i_{\text{G}d0}k_{\text{ipll}} & k_{\text{ppll}}i_{\text{G}d0}u_{sd0} - \frac{1}{L_{\text{L}}}\Delta u_{\text{G}d0} \\ -\frac{1}{C_{\text{f}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{\text{f}}} & 0 & 0 & \omega_{\text{pll0}} + k_{\text{ppll}}u_{sq0} & u_{sq0}k_{\text{ipll}} & -k_{\text{ppll}}u_{sq0}u_{sd0} \\ 0 & -\frac{1}{C_{\text{f}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{\text{f}}} & -\omega_{\text{pll0}} & -k_{\text{ppll}}u_{sd0} & -u_{sd0}k_{\text{ipll}} & k_{\text{ppll}}u_{sd0}u_{sd0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -u_{sd0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\text{ppll}} & k_{\text{ipll}} & -k_{\text{ppll}}u_{sd0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta i_{\text{r}d} \\ \Delta i_{\text{r}q} \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta i_{\text{G}d} \\ \Delta i_{\text{G}q} \\ \Delta u_{sd} \\ \Delta u_{sq} \\ \Delta x_3 \\ \Delta\theta_{\text{pll}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中：L_{m}、L_{r}、L_{s} 分别为 DFIG 励磁电感、转子电感、定子电感；L_{L} 为输电线路电感；R_{s}、R_{r} 分别为定、转子电阻；R_{L} 为输电线路电阻；σ 展开为 $1 - L_{\text{m}}^2 / L_{\text{s}} / L_{\text{r}}$。

2　DFIG 并网系统模型降维方法

2.1　奇异摄动原理

DFIG 并网系统各个单元的动态响应时间不

同，使整个系统具有多种时间尺度，快、慢时间尺度分别对应状态方程中的快、慢变量。奇异摄动原理保留慢变量，将快变量动态特性作为系统边界约束条件，从而达到降低模型维数的目标，DFIG 并网系统状态空间方程可表示为

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{x}\\ \varepsilon\Delta\dot{y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中：x、y 分别为慢变量、快变量，x、y 共同构成系统的状态变量(对应于式(5)中的 x)；ε 为摄动参数；$\boldsymbol{A}_{ij}(i,j=1,2)$为$\boldsymbol{[A]}_{12\times12}$的二维分块矩阵。

摄动参数的选取原则：①当描述 1 个物理过程时可选取时间常数 τ 作为摄动参数；②若不存在时间常数则可选取增加方程维数的寄生参数作为摄动参数，如电容、电感等；③对于控制方程可选取系统的反馈增益作为摄动参数。将摄动参数 ε 置零可得

$$\Delta y=-\boldsymbol{A}_{22}^{-1}\boldsymbol{A}_{21}\Delta x \tag{8}$$

联立式(7)和式(8)，忽略快状态变量，模型维数由慢状态变量的个数确定，降维方程可表示为

$$\begin{cases}\Delta\dot{x}=[\boldsymbol{A}]_{4\times4}\Delta x\\ [\boldsymbol{A}]_{4\times4}=\boldsymbol{A}_{11}-\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{A}_{22}^{-1}\boldsymbol{A}_{21}\end{cases} \tag{9}$$

2.2 DFIG 并网系统多时间尺度划分

对于具有多种时间尺度的 DFIG 并网系统，采用奇异摄动原理，保留慢变量，将快变量的动态特性作为系统边界约束条件以达到模型降维的目标。特征值可以明显地表征系统的稳定性[19-21]，特征值实部与虚部分别表征系统的振荡频率和敛散特性，为了保证降维模型对系统稳定性的精准刻画，将显著影响系统稳定性的特征值对应的模态定义为主导模态。如何衡量状态变量对系统的影响程度进而划分快、慢变量是精准降维的关键。参与因子反映了状态变量与系统模态之间的关联程度，参与因子越大表明状态变量与该模态的关联程度越高，当主导模态下的参与因子大于某个阈值时判定为慢变量。值得注意的是，阈值的选取过高将直接影响降维模型的准确性。参与因子分离快、慢变量的具体过程如图 4 所示。

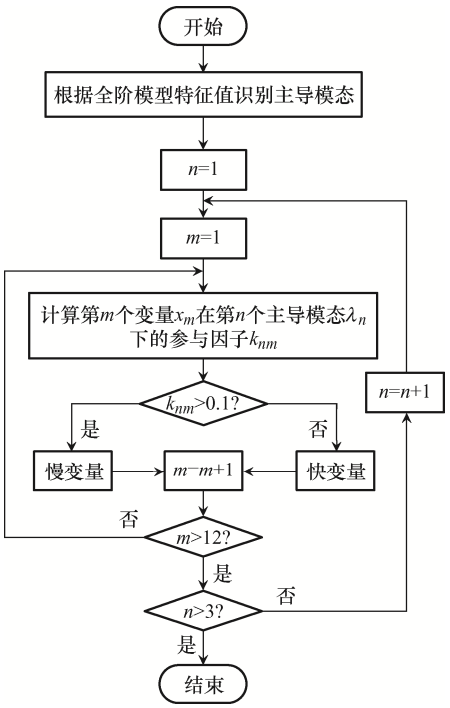


图 4 参与因子分析流程

Fig. 4 Flow chart of participation factor analysis

具体步骤如下。

步骤 1 求取式(5)中状态空间矩阵$\boldsymbol{[A]}_{12\times12}$特征值 λ 及特征值所对应的左特征向量 $\boldsymbol{u}$、右特征向量 $\boldsymbol{v}$，并基于特征值识别显著影响 DFIG 并网系统稳定性的模态作为主导模态。

步骤 2 左、右特征向量($\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{v}$)分别构成左、右特征矩阵($\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{V}$)，进而计算参与因子矩阵$\boldsymbol{[M]}_{12\times12}$，$M_{ij}=U_{ij}V_{ij}$表示第 i 个状态变量与第 j 个模态的参与程度。

步骤 3 计算详细模型各状态变量在主导模态下的参与因子，即

$$k_{nm}=\frac{|u_{nm}||v_{nm}|}{\sum_{p=1}^{N}(|u_{np}||v_{np}|)} \tag{10}$$

式中，k_{nm}为参与因子矩阵$\boldsymbol{[M]}_{12\times12}$中第 n 个模态关于第 m 个状态变量在所有状态变量中的权重。

步骤 4 根据参与因子分离快、慢变量，参考文献[4,6]，当参与因子 $k_{nm}>0.1$ 时，认为状态变量 x_m 在模态 λ_n 中具有较高参与度，即判定为慢变量，反之为快变量。保留慢变量，同时将快变量动态特性作为系统的边界约束条件。

2.3 降维模型

基于式(5)详细模型获得的 12 个模态，选取显著影响系统稳定性的特征值对应的模态作为主导模态，分别对 4 个主导模态进行参与因子分析，从而确定各状态变量与主导模态间的关联程度，表 1 给出了各主导模态中参与因子大于 0.10 和参与因子介于 0.01~0.10 之间的全部状态变量。

表 1　主导模态参与因子分析

Tab. 1 Participation factor analysis in dominant mode

主导模态	主导环节	参与因子大于 0.10 的变量	参与因子介于 0.01~0.10 的变量
λ_7, λ_8	PLL	x_3、θ_{pll}	I_{s}、I_{r}、I_{G}、U_{s}
$\lambda_{11}, \lambda_{12}$	RSC	x_1、x_2	I_{s}、I_{r}

根据表 1 参与因子分析结果，对 DFIG 并网系统详细模型进行快、慢变量分离，分离慢变量 x_3、θ_{pll}、x_1、x_2。根据分离方案，对 DFIG 并网系统进行奇异摄动降维，由分离结果可知，DFIG 并网系统详细模型 12 个状态变量包含 4 个慢状态变量，因此降维系统维数是4。此4维模型可由式(8)表示，其中各子矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{A}_{11}=\begin{bmatrix}0&0&0&-k_{\text{i1}}i_{rq0}\\0&0&0&k_{\text{i2}}i_{rd0}\\0&0&0&-u_{sd0}\\0&0&k_{\text{ipll}}&-k_{\text{ppll}}u_{sd0}\end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{A}_{12}=\begin{bmatrix}0&0&-k_{\text{i1}}&0&0&0&0&0\\0&0&0&-k_{\text{i2}}&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&k_{\text{ppll}}\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{A}_{21}=\begin{bmatrix}-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}&0&k_{\text{ipll}}\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sq0}&\dfrac{L_{\text{m}}k_{\text{p1}}i_{rq0}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}-k_{\text{ppll}}u_{sd0}\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sq0}\\0&-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}&-\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sd0}k_{\text{ipll}}&-\dfrac{L_{\text{m}}k_{\text{p2}}i_{rd0}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}+\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sd0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}\\\dfrac{1}{\sigma R_{\text{r}}}&0&\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rq0}k_{\text{ipll}}&-\dfrac{k_{\text{p1}}i_{rq0}}{\sigma R_{\text{r}}}-\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rq0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}\\0&\dfrac{1}{\sigma R_{\text{r}}}&-\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rd0}k_{\text{ipll}}&\dfrac{k_{\text{p2}}i_{rd0}}{\sigma R_{\text{r}}}+\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rd0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}\\0&0&\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gq0}k_{\text{ipll}}&-\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gq0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}+\dfrac{1}{R_{\text{L}}}\Delta u_{Gq0}\\0&0&-\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gd0}k_{\text{ipll}}&\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gd0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}-\dfrac{1}{R_{\text{L}}}\Delta u_{Gd0}\\0&0&C_{\text{f}}u_{sq0}k_{\text{ipll}}&-C_{\text{f}}u_{sq0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}\\0&0&-C_{\text{f}}u_{sd0}k_{\text{ipll}}&C_{\text{f}}u_{sd0}k_{\text{ppll}}u_{sd0}\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{A}_{22}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{\sigma}&\left(\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}\omega_{\text{pll0}}+\dfrac{L_{\text{m}}^2}{\sigma L_{\text{r}}R_{\text{s}}}\omega_{\text{r}}\right)&\dfrac{L_{\text{m}}R_{\text{r}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}+\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}k_{\text{p1}}&\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}}\omega_{\text{r}}&0&0&\dfrac{1}{\sigma R_{\text{s}}}&\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sq0}k_{\text{ppll}}\\-\left(\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}\omega_{\text{pll}}+\dfrac{L_{\text{m}}^2}{\sigma L_{\text{r}}R_{\text{s}}}\omega_{\text{r}}\right)&-\dfrac{1}{\sigma}&-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}}\omega_{\text{r}}&\dfrac{L_{\text{m}}R_{\text{r}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}+\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{s}}L_{\text{r}}}k_{\text{p2}}&0&0&0&\dfrac{1}{\sigma R_{\text{s}}}-\dfrac{L_{\text{s}}}{R_{\text{s}}}i_{sd0}k_{\text{ppll}}\\\dfrac{L_{\text{m}}R_{\text{s}}}{\sigma R_{\text{r}}L_{\text{s}}}&-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{r}}}\omega_{\text{r}}&-\dfrac{1}{\sigma}-\dfrac{1}{\sigma R_{\text{r}}}k_{\text{p1}}&\left(\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}\omega_{\text{pll0}}-\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}\dfrac{\omega_{\text{r}}}{\sigma}\right)&0&0&-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}R_{\text{r}}}&\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rq0}k_{\text{ppll}}\\\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma R_{\text{r}}}\omega_{\text{r}}&\dfrac{L_{\text{m}}R_{\text{s}}}{\sigma R_{\text{r}}L_{\text{s}}}&-\left(\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}\omega_{\text{pll0}}-\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}\dfrac{\omega_{\text{r}}}{\sigma}\right)&-\dfrac{1}{\sigma}-\dfrac{1}{\sigma R_{\text{r}}}k_{\text{p2}}&0&0&0&-\dfrac{L_{\text{m}}}{\sigma L_{\text{s}}R_{\text{r}}}-\dfrac{L_{\text{r}}}{R_{\text{r}}}i_{rd0}k_{\text{ppll}}\\0&0&0&0&-1&\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}\omega_{\text{pll0}}&-\dfrac{1}{R_{\text{L}}}&\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gq0}k_{\text{ppll}}\\0&0&0&0&-\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}\omega_{\text{pll0}}&-1&0&-\dfrac{L_{\text{L}}}{R_{\text{L}}}i_{Gd0}k_{\text{ppll}}-\dfrac{1}{R_{\text{L}}}\\-1&0&0&0&1&0&0&C_{\text{f}}\omega_{\text{pll0}}+C_{\text{f}}u_{sq0}k_{\text{ppll}}\\0&-1&0&0&0&1&-C_{\text{f}}\omega_{\text{pll0}}&-C_{\text{f}}u_{sd0}k_{\text{ppll}}\end{bmatrix} \tag{14}$$

3 模型正确性验证

3.1 特征值对比分析

特征值对比是验证模型正确性最直观有效的手段，DFIG 并网系统降维模型与详细模型特征值对比见表 2。通过表 2 可知，与详细模型相比，降维模型简化了定、转子电磁暂态与弱电网暂态过程，由于这些模态特征值均远离坐标虚轴，对 DFIG 并网系统稳定性的影响十分有限，证明了简化的合理性。图 5 进一步给出了详细模型与降维模型的特征值对比，可见降维模型特征值与详细模型特征值具有较高吻合度，说明本文所提降维模型可以较好地反映详细模型的主导动态特性。

表 2 降维模型与详细模型特征值对比

Tab. 2 Comparison of eigenvalues between reduced-order and detailed models

模态	详细模型特征值	降维模型特征值	主导变量
λ_1, λ_2	$-1.32\times10^4\pm58.4$j	—	I_s、I_r
λ_3, λ_4	$-164\pm2\,911$j	—	I_G、U_s
λ_5, λ_6	$-388\pm2\,322$j	—	I_G、U_s、x_3、θ_{pll}
λ_7, λ_8	-1.1 ± 814j	-1.3 ± 799j	x_3、θ_{pll}
λ_9, λ_{10}	-8.4 ± 313j	—	I_s、I_G
$\lambda_{11}, \lambda_{12}$	−0.678	-0.667 ± 0.1j	x_1、x_2
误差		8.4%	

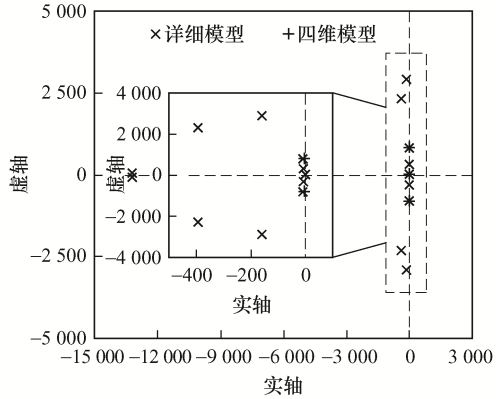


图 5 主导模态特征值对比

Fig. 5 Comparison of eigenvalues in dominant mode

3.2 数值仿真验证

通过特征值动态变化对比对降维模型正确性进行验证。详细模型特征值轨迹如图6(a)所示，随着锁相环比例参数 k_{ppll} 逐渐减小，主导模态 λ_7, λ_8 的特征值越过虚轴，进入右半平面，特征值根轨迹表明随着 k_{ppll} 的不断减小系统稳定性变差直至失稳。降维模型特征值轨迹如图6(b)所示，其主导模态下的 4 个特征值轨迹与详细模型特征值轨迹基本吻合，说明本文所提降维模型可以较好地反映详细模型的主导动态特性，这也进一步验证了降维模型的准确性。

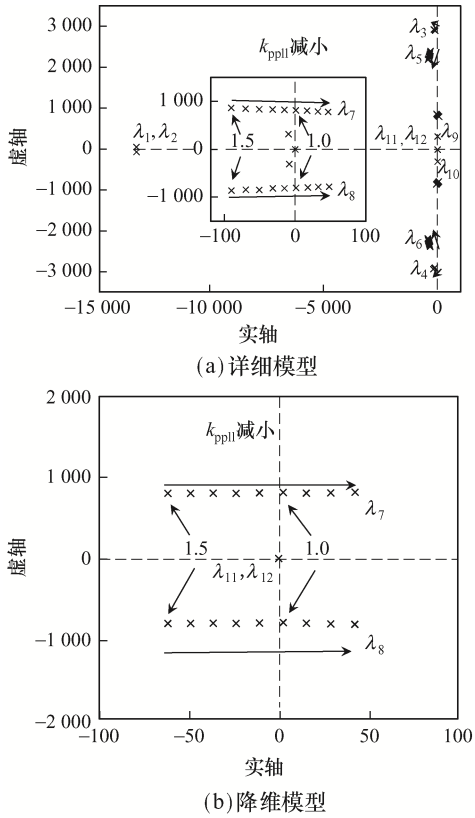


图 6 详细模型与四维模型特征值轨迹对比

Fig. 6 Comparison of eigenvalue trajectories between detailed and 4th-order models

4 降维模型在并网系统稳定性分析中的有效性验证

4.1 仿真研究

为进一步检验降维模型的正确性和有效性，搭建了额定功率 3 MW 的 DFIG 并网系统仿真模型，仿真模型参数见表 3，其中，$L_{\sigma s}$、$L_{\sigma r}$ 分别为定子绕

组漏抗、转子绕组漏抗。测试中电网电压跌落至 0.6 p.u.，调节锁相环比例系数 k_{ppll}，仿真结果如图 7 所示，其中，u_{sabc}为定子三相电压，i_{sd}、i_{sq}和 i_{rd}、i_{rq}分别为定子和转子电流的 d、q 轴分量。可见，基于降维模型的广义 Nyquist 分析表明，当 k_{ppll}=1.5 时特征值处于左半平面，系统经暂态达到稳定状态；当 k_{ppll}减小至 1.2 时，系统处于等幅振荡的临界状态；随着 k_{ppll}继续减小，系统发散振荡直至失稳。图 7 所示详细模型仿真结果与图 6(b)降维模型特征值轨迹理论分析结论一致，验证了降维模型的正确性，也说明其完全可用于分析 DFIG 并网系统的稳定性。

表 3　DFIG 并网系统仿真模型参数

Tab. 3 Parameters of simulation model of grid-connected DFIG system

参数	数值	参数	数值
额定功率/MW	3	R_{r}(p.u.)	0.024
定子电压/V	690	$L_{\sigma\mathrm{s}}$(p.u.)	0.239
频率/Hz	50		
极对数	3	$L_{\sigma\mathrm{r}}$(p.u.)	0.213
R_{s}(p.u.)	0.013	L_{m}(p.u.)	3.990

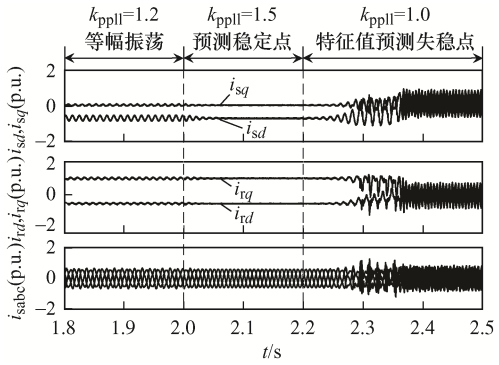


图 7　时域仿真结果

Fig. 7 Time-domain simulation results

4.2 实验验证

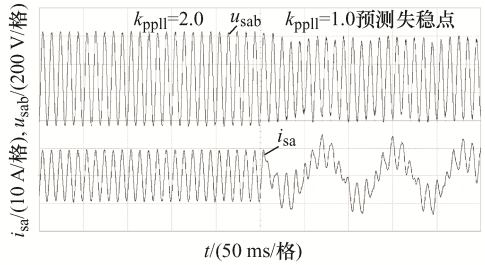
为更进一步验证所提降维模型的正确性及在稳定性分析上的有效性，开展相应实验研究，DFIG 并网系统实验参数见表 4。

实验中电网电压跌落至 0.6 p.u.，双馈风机接入电网短路比 SCR=2，锁相环比例系数 k_{ppll}逐步减小。如图 8 所示，当 k_{ppll}=2.0 时，系统稳定运行，

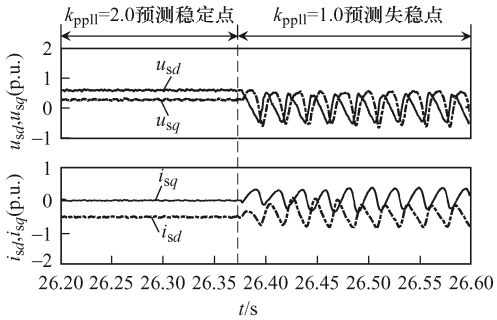
表 4　DFIG 并网系统实验样机参数

Tab. 4 Parameters of experimental prototype of grid-connected DFIG system

参数	数值	参数	数值
额定功率/kW	5.5	R_{r}/Ω	0.83
定子电压/V	380	$L_{\sigma\mathrm{s}}$/H	0.009 7
频率/Hz	50		
极对数	3	$L_{\sigma\mathrm{r}}$/H	0.009 7
R_{s}/Ω	1.03	L_{m}/H	0.1



(a) DFIG并网系统电压电流实验波形



(b) DFIG并网系统dq轴电压电流实验波形

图 8　DFIG 并网系统稳定性分析实验

Fig. 8 Experiment on stability analysis of grid-connected DFIG system

d、q 轴电压、电流均为直流量；当 k_{ppll}减小至 1.0 时，电压、电流波形出现明显振荡，系统失稳。实验结果与图 6 特征值分析结果吻合，验证了降维方法的正确性。

为进一步检验降维模型在并网稳定性分析中的有效性，设计了 DFIG 并网系统在不同短路比 SCR (short circuit ratio)下的实验测试。基于降维模型分析表明，随着 SCR 降低，特征值逐渐越过虚轴进入右半平面，系统失稳，结果如图 9 所示。实验中，当 SCR=1.75 时，系统经过暂态过渡后达到稳定运行状态，如图 10(a)所示；当电网阻抗参数 SCR=0.90 时，系统波形发生畸变，系统失稳振荡，如图 10(b)所示。特征值轨迹同时表明，系统振荡失稳主要与

模态 λ_7, λ_8 有关。降维模型特征值分析与实验结果一致，进一步验证了降维模型在并网稳定性分析中的有效性。

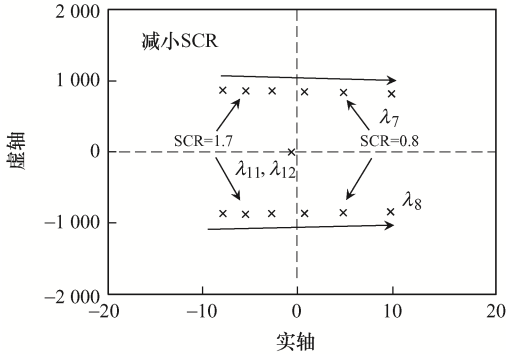


图 9 不同电网阻抗下降维模型特征值根轨迹

Fig. 9 Eigenvalue trajectory of reduced-order model with different values of Z_g

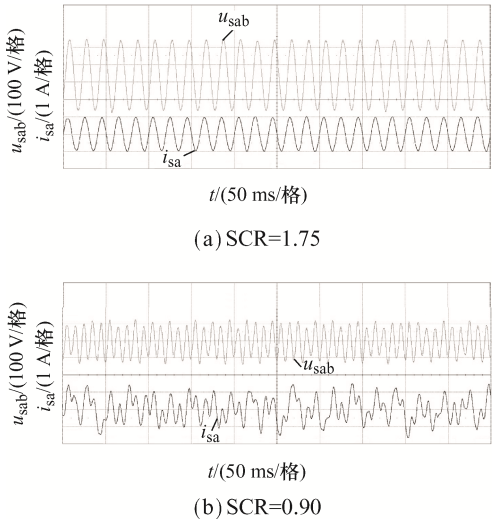


图 10 不同短路比下 DFIG 并网系统稳定性分析实验

Fig. 10 Experiment on stability analysis of grid-connected DFIG system under different values of SCR

5 结语

本文提出了 1 种基于奇异摄动理论的 DFIG 并网系统降维建模方法。与详细模型对比，模型维数由 12 维降至 4 维，状态变量减少了 66.7%，相应的状态空间矩阵元素也减少了 88.9%。通过特征值对比分析、时域仿真分析、实验验证多种方式对 4 维模型的正确性进行了验证。结果表明，4 维模型与详细模型主导模态下的特征值轨迹具有较高的吻合度，证明降维模型可以较好地反映详细模型的主导动态特性。时域仿真分析、实验验证结果与特征值轨迹分析结果的一致性表明，多时间尺度下分离快、慢变量实现模型降维的方法是可行的，能够为并网系统的稳定性分析提供准确简洁的数学模型。

参考文献：

[1] Zhang Yu, Qin Wenping, Wang Ke, et al. DFIG multi-time scale control characteristics and simplified modeling [C]// 2021 IEEE 5th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2). Taiyuan, China, 2021: 381-386.

[2] 薛安成, 刘瑞煌, 耿继瑜, 等. 双馈风力发电机暂态自由响应近似解析解及其时间尺度分析[J]. 电工技术学报, 2017, 32(24): 214-223.
Xue Ancheng, Liu Ruihuang, Geng Jiyu, et al. Approximate analytical solution of transient free response of DFIG and its time scale analysis [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(24): 214-223. (in Chinese)

[3] 邢作霞, 颜宁, 肖婉秋, 等. 分散式风电场不同时间等级的多目标无功优化控制[J]. 电机与控制学报, 2016, 20(11): 46-52.
Xing Zuoxia, Yan Ning, Xiao Wanqiu, et al. Multi-timescale multi-objective reactive power optimization of dispersed wind farm [J]. Electric Machines and Control, 2016, 20(11): 46-52. (in Chinese)

[4] 高本锋, 王刚, 邵冰冰, 等. 基于主导度分析的直驱风电场奇异摄动降阶方法[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(7): 2449-2462.
Gao Benfeng, Wang Gang, Shao Bingbing, et al. Singular perturbation approximation method based on the dominant degree analysis for direct drive wind farm [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(7): 2449-2462. (in Chinese)

[5] 李锡林, 查晓明, 田震, 等. 考虑多控制环耦合的并网逆变器非线性建模及仿真分析[J]. 电源学报, 2023, 21(1): 81-89.
Li Xilin, Zha Xiaoming, Tian Zhen, et al. Nonlinear

modeling and simulation analysis of grid-connected inverter considering multi-loop coupling [J]. Journal of Power Supply, 2023, 21(1): 81-89. (in Chinese)

[6] Peng Yelun, Shuai Zhikang, Shen J, et al. Reduced order modeling method of inverter-based microgrid for stability analysis [C]// 2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC). Tampa, FL, USA, 2017: 3470-3474.

[7] Forni P, Angeli D. Perturbation theory and singular perturbations for input-to-state multistable systems on manifolds [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(9): 3555-3570.

[8] Mariani V, Vasca F, Vásquez J C, et al. Model order reductions for stability analysis of islanded microgrids with droop control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(7): 4344-4354.

[9] Rasheduzzaman M, Mueller J A, Kimball J W. Reduced-order small-signal model of microgrid systems [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2015, 6(4): 1292-1305.

[10] Kokotovic P V, Sauer P W. Integral manifold as a tool for reduced-order modeling of nonlinear systems: A synchronous machine case study [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1989, 36(3): 403-410.

[11] 刘永强, 王佩. 无刷双馈风力发电机模型降阶 第Ⅱ部分: 模型降阶的合理性分析[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 348-352.
Liu Yongqiang, Wang Pei. Order reduction for brushless doubly-fed wind generators part two: Rationality analysis of reducing order [J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(2): 348-352. (in Chinese)

[12] 刘永强, 徐鹏. 一类多时间尺度机电耦合系统降阶及稳定一致性[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 139-140.
Liu Yongqiang, Xu Peng. Model reduction and stability consistency of a class of multi-time scale electromechenical coupling system [J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(1): 139-140. (in Chinese)

[13] 李焕, 刘海涛, 龚乐年. 基于主导模式的风电并网小扰动稳定模型等值研究[J]. 南京工程学院学报(自然科学版), 2014, 12(4): 6-10.
Li Huan, Liu Haitao, Gong Lenian. A study on small signal stability model in wind power grid based on dominant mode [J]. Journal of Nanjing Institute of Technology (Natural Science Edition), 2014, 12(4): 6-10. (in Chinese)

[14] 古庭赟, 杨骐嘉, 林呈辉, 等. 基于单机等值与选择模态分析的风电场等值建模方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(1): 102-111.
Gu Tingyun, Yang Qijia, Lin Chenghui, et al. A wind farm equivalent modeling method based on single-machine equivalent modeling and selection modal analysis [J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(1): 102-111. (in Chinese)

[15] Xu Hailiang, Li Zhi, Wu Han, et al. Reduced-order modeling of DFIG-based wind turbine connected into weak AC grid based on electromechanical time scale [J]. Energy Reports, 2020, 6: 886-895.

[16] Liu Ruikuo, Yao Jun, Pei Jinxin, et al. Dynamic stability analysis of the weak grid-connected DFIG-based wind turbines under severe symmetrical faults [C]// 2018 International Conference on Power System Technology (POWERCON). Guangzhou, China, 2018: 1512-1517.

[17] Liu Ruikuo, Yao Jun, Wang Xuewei, et al. Dynamic stability analysis and improved LVRT schemes of DFIG-based wind turbines during a symmetrical fault in a weak grid [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(1): 303-318.

[18] Tang W, Hu Jiabing, Chang Yuanzhu, et al. Modeling of DFIG-based wind turbine for power system transient response analysis in rotor speed control timescale [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 6795-6805.

[19] 高本锋, 邓鹏程, 孙大卫, 等. 基于匹配控制的构网型直驱风电场次同步振荡机理与特性研究[J]. 电工技术学报, 2024, 39(9): 2755-2770.
Gao Benfeng, Deng Pengcheng, Sun Dawei, et al. Mechanism and characteristics of subsynchronous oscillation of grid-forming direct-drive wind farm based on matching control [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(9): 2755-2770. (in Chinese)

[20] 李圣清，江宇，罗朝旭. 基于多谐振前馈与电流估计的光伏并网逆变器控制策略研究[J]. 电源学报, 2023, 21(4): 67-73.
Li Shengqing, Jiang Yu, Luo Zhaoxu. Research on photovoltaic grid-connected inverter control strategy based on multi-resonance feed-forward and current estimation [J]. Journal of Power Supply, 2023, 21(4): 67-73. (in Chinese)

[21] 杨蕾，向川，黄伟，等. 基于不同工况下双馈风机响应控制的电力系统频率控制方法[J]. 电源学报, 2023, 21(5): 91-100.
Yang Lei, Xiang Chuan, Huang Wei, et al. Frequency control method for power system based on DFIG response control under different working conditions [J]. Journal of Power Supply, 2023, 21(5): 91-100. (in Chinese)



徐海亮

作者简介：

徐海亮(1985—)，男，中国电源学会高级会员，通信作者，博士，教授。研究方向：新能源电力变换与微电网技术。E-mail：xuhl@upc.edu.cn。

陈翔宇(1999—)，男，硕士研究生。研究方向：风力发电技术。E-mail：chenxyupc@163.com。

吴瀚(1998—)，男，硕士研究生。研究方向：风力发电技术。E-mail：wuhanupc@163.com。

(责任编辑：耿越)

(上接第 289 页)

active damping of LCL-type grid-connected inverter [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(10): 8461-8473.

[21] 国家电网公司. 光伏电站接入电网技术规定: Q/GDW 617—2011[S]. 北京: 中国电力出版社, 2011.
State Grid Corporation of China. Technical rule for photovoltaic power staticn connected to power grid: Q/GDW 617— 2011 [S]. Beijing: China Electric Power Press, 2011. (in Chinese)



张学毅

作者简介：

张学毅(1966—)，男，硕士，教授。研究方向：电工理论与新技术。E-mail：774970930@qq.com。

张栋(1997—)，男，硕士研究生。研究方向：并网逆变器控制技术。E-mail：1287261983@qq.com。

李圣清(1961—)，男，通信作者，博士，教授。研究方向：电能质量与控制技术，电力电子系统控制技术。E-mail：3524194629@qq.com。

(责任编辑：耿越)