

DOI: 10.13234/j.issn.2095-2805.2024.2.19

中图分类号: TM46

文献标志码: A

基于 R-L 分数阶定义的 PCCM Boost 变换器建模与分析

王仁明, 李 啸, 张贇宁
(三峡大学电气工程与新能源学院, 宜昌 443002)

摘要: 研究了基于 R-L 分数阶定义的电感电流伪连续 PCCM (pseudo-continuous conduction mode) Boost 变换器模型, 并由此导出了变换器的状态平均模型, 然后推导出升压比, 直流静态工作点, 电感电流纹波以及输出电压纹波的表达式。结果表明, 与基于 Caputo 分数阶定义下的变换器模型相应表达式比较, R-L 分数阶定义下的直流静态工作点和升压比不仅与占空比相关, 而且还与电感和电容的阶数有关, 输出电压纹波的表达式不仅与分数阶电感的阶数 α 有关, 与分数阶电容的阶数 β 也相关。电感和电容的阶数对状态变量的直流分量和分数阶 PCCM Boost 的稳态特性有很大影响。最后, 在 MATLAB/SIMULINK 中搭建了 R-L 分数阶 PCCM Boost 变换器数学模型和电路模型, 仿真结果显示 R-L 分数阶 PCCM Boost 变换器模型的分析结果比其他 PCCM Boost 模型的分析结果更加稳定, 误差更小。

关键词: Boost 变换器; 分数阶模型; 电感电流伪连续模式; 状态空间平均法

Modeling and Analysis of PCCM Boost Converter Based on Definition of R-L Fractional-order

WANG Renming, LI Xiao, ZHANG Yunning

(College of Electrical Engineering and New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: In this paper, a Boost converter model in the pseudo-continuous conduction mode (PCCM) of inductive current based on the definition of R-L fractional-order is studied. On this basis, the state-space averaging model of the converter is derived. Then, the expressions for the step-up ratio, DC static operating point, inductive current ripple, and output voltage ripple are derived. Results show that compared with the corresponding expressions derived on the basis of the definition of Caputo fractional-order, the derived expressions for DC static operating point and step-up ratio under the definition of R-L fractional-order are related to both the duty cycle and the orders of the capacitor and inductor. The expression for output voltage ripple is not only related to the order α of fractional-order inductor, but also related to the order β of fractional-order capacitor. Therefore, the orders of inductor and capacitor obviously affect the DC component of state variables and the stable-state characteristics of fractional-order PCCM Boost converter. Finally, a mathematical model and a circuit model of the R-L fractional-order PCCM Boost converter are built in MATLAB/SIMULINK, and simulation results show that the analysis result of the R-L fractional-order PCCM Boost converter model is more stable than that of the other PCCM Boost model, and the corresponding error is smaller.

Keywords: Boost converter; fractional-order model; pseudo-continuous conduction mode of inductive current; state-space averaging method

DC-DC 转换器是许多新能源发电系统的核心

组成部件, 它是一种典型的非线性系统, 存在各种非线性动力学现象, 如次谐波振荡^[1]、倍周期分岔^[2]及混沌^[3]等。这些特性阻碍了 DC-DC 变换器的工程应用。因此, 对 DC-DC 变换器的建模与非线性特性研究受到极大关注^[4]。

收稿日期: 2021-06-28; 修回日期: 2021-08-17; 录用日期:

2021-09-08; 网络首发日期: 2021-12-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61603212)

This work is supported by National Natural Science Foundation of China under the grant 61603212

PCCM 是 BOOST 变换器一种介于 CCM 与 DCM

之间的第三种工作模式,与 CCM 下 BOOST 变换器相比,PCCM BOOST 变换器控制输出传递函数不存在右半平面零点问题^[5],能使系统的闭环稳定性增强,同时,动态响应性能提高;与 DCM 下 BOOST 变换器相比,PCCM BOOST 变换器具有电感电流纹波小、负载能力强的优点^{[6][7]}。因此,对 PCCM BOOST 变换器的深入研究具有理论意义和应用价值。

近些年来,研究者发现在机械、物理工程以及材料学等领域均存在分数阶现象^[8],已有的研究表明,分数阶模型能更准确地反映实际系统的物理现象^[9]。尤其在电路领域,对电感、电容的研究表明,电感、电容的特性本质上是分数阶的^{[10][11]},基于分数阶微积分描述的电感和电容模型更能反映其动力学特性^[12]。在已有的研究中,文献[13]研究了电感电流伪连续模式下 Boost 变换器的分数阶数学模型及状态平均模型,对该变换器进行了理论分析和传递函数推导,并与整数阶情形下的电感电流和输出电压进行了对比分析^[13]。文献[14]构建了 PCCM BUCK 变换器的精确离散时间模型,研究了 PCCM BUCK 变换器在负载电阻、电感等效串联电阻、电感、电容、参考电流和输入电压等电路参数变化时的分岔行为,并揭示了变换器存在的次谐波振荡、倍周期分岔和混沌等复杂动力学行为。

分数阶微积分定义有多种形式,其中最常用的是 Caputo 定义和 Riemann-Liouville (R-L) 定义^[15],不同的定义对系统的分析结果也不同。文献[13]采用 Caputo 分数阶定义对 Boost 变换器在电感电流伪连续模式下的动力学特性进行了讨论。文献[17]采用 R-L 分数阶定义对 Buck 变换器进行了建模,并研究了电感电流连续模式 CCM(continuous conduction mode)下的 Buck 变换器的不同稳态特性。文献[18]提出了一种结合谐波平衡原理和 ESPM 的解析解对分数阶 Buck-Boost 变换器进行了建模,给出了新的变换器运行在 CCM 模式下的判别条件。文献[19]对带有动态自由转动控制(dynamic freewheeling control)开关的 PCCM 模式下的 Buck 变换器进行了电路设计,提出了 PCCM Buck 变换器的动态自由车轮时间 DFT(dynamic freewheeling time)

控制方法,从而提高 Buck 变换器的轻载效率。受该文的启示,本文基于 R-L 分数阶定义,对 PCCM-Boost 变换器进行分数阶建模与动力学特性分析。首先构建 PCCM Boost 变换器的分数阶数学模型和状态平均模型,然后导出其直流静态工作点,升压比,电感电流波纹以及输出电压波纹的表达式,并与基于分数阶 Caputo 分数阶定义下推导出的相应表达式进行比较。最后,数值仿真验证了分数阶模型和基于 R-L 分数阶定义的理论分析的有效性。

1 PCCM Boost 变换器的分数阶区间数学建模及状态平均模型

1.1 PCCM Boost 变换器分数阶建模

由文献[6]可知,电感和电容的分数阶模型为

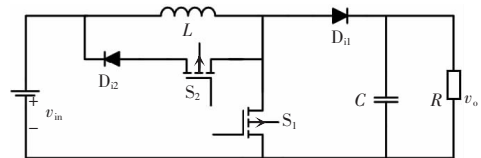
$$\begin{cases} v_L = L \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} \\ i_C = C \frac{d^\beta v_0}{dt^\beta} \end{cases} \quad (1)$$

式中: i_L 为流经电感 L 的电流; v_L 为电感两端的电压; L 为电感; i_C 为电容 C 两端的电流; v_0 为电容 C 两端的压降; C 为电容; α 为分数阶电感的阶数; β 为分数阶电容的阶数;且 $0 < \alpha, \beta < 1$,Boost 变换器工作于伪连续模式下的电路原理图、时序脉冲及电感电流波形,如图 1 所示。

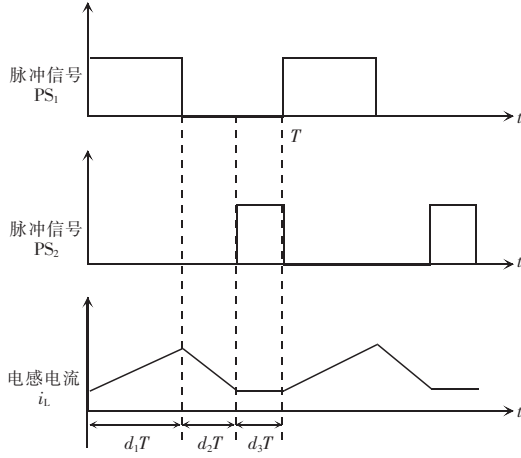
其中,输入电压为 v_{in} ,负载电阻为 R , S_1 的时序开关脉冲信号为 PS_1 , S_2 的时序开关脉冲信号为 PS_2 ,周期均为 T 。PCCM Boost 变换器的工作原理为

(1)工作模式 1($0 < t < d_1 T$): PS_1 为高电平, PS_2 为低电平,开关 S_1 闭合、 S_2 断开,二极管 D_{i1} 断开,持续至 $d_1 T$ 时闭合。状态方程为

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} = \frac{1}{L} v_{in} \\ \frac{d^\beta v_0}{dt^\beta} = -\frac{1}{RC} v_0 \end{cases} \quad (2)$$



(a) 电路原理



(b)时序脉冲及电感电流波形

图1 PCCM Boost变换器的电路原理和时序脉冲及电感电流波形

Fig. 1 Circuit schematic of PCCM Boost converter, and waveforms of timing pulse and inductive current

(2)工作模式2($d_1T < t < (d_1+d_2)T$): PS_1 为低电平, PS_2 为低电平, 开关 S_1 断开、 S_2 闭合, 二极管 D_{i1} 闭合, 持续至 d_2T 时闭合。状态方程为

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} = -\frac{1}{L}v_0 + \frac{1}{L}v_{in} \\ \frac{d^\beta v_0}{dt^\beta} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{RC}v_0 \end{cases} \quad (3)$$

(3)工作模式3($(d_1+d_2)T < t < T$): PS_1 为低电平, PS_2 为高电平, 开关 S_1 断开、 S_2 断开, 二极管 D_{i1} 闭合, 持续至 d_3T 时断开。状态方程为

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} = 0 \\ \frac{d^\beta v_0}{dt^\beta} = -\frac{1}{RC}v_0 \end{cases} \quad (4)$$

1.2 PCCM Boost变换器分数阶状态平均模型建立

根据分数阶微积分的性质、PCCM Boost变换器三个工作模式的特点以及状态平均法的运用, 求式(2)~式(4)在一个周期 T 内的平均值, 则处于电感电流伪连续模式工作模式下的 Boost 变换器的状态平均模型为

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha \langle i_L \rangle}{dt^\alpha} = \frac{\langle v_{in} \rangle}{L}(d_1+d_2) - \frac{\langle v_{in} \rangle}{L}d_2 \\ \frac{d^\beta \langle v_0 \rangle}{dt^\beta} = \frac{\langle i_L \rangle}{C}d_2 - \frac{\langle v_0 \rangle}{RC} \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\langle i_L \rangle$ 、 $\langle v_0 \rangle$ 、 $\langle v_{in} \rangle$ 分别为 i_L 、 v_0 、 v_{in} 在一个开关周

期 T 内的平均值, 设 i_L 、 v_0 、 v_{in} 、 d_1 和 d_2 的直流分量分别为 I_L 、 V_0 、 V_{in} 、 D_1 和 D_2 。而 i_L 、 v_0 、 v_{in} 、 d_1 和 d_2 的交流分量分别为 i_L' 、 v_0' 、 v_{in}' 、 d_1' 和 d_2' 。于是, 对 i_L 、 v_0 、 v_{in} 、 d_1 和 d_2 作如下分解, 即

$$\begin{cases} i_L = I_L + i_L' \\ v_0 = V_0 + v_0' \\ v_{in} = V_{in} + v_{in}' \\ d_1 = D_1 + d_1' \\ d_2 = D_2 + d_2' \end{cases} \quad (6)$$

2 基于R-L分数阶定义的PCCM Boost变换器特性分析

将式(6)代入式(5)中, 忽略高阶小量后, 可以得到

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha (I_L + i_L')}{dt^\alpha} = \frac{V_{in}}{L}(D_1 + D_2) + \frac{V_{in}}{L}(d_1' + d_2') + \\ \frac{v_{in}'}{L}(D_1 + D_2) - \frac{V_0}{L}D_2 - \frac{v_0'}{L}D_2 - \frac{V_0}{L}d_2' \\ \frac{d^\beta (V_0 + v_0')}{dt^\beta} = \frac{I_L}{C}D_2 - \frac{V_0}{RC} + \frac{I_L}{C}d_2' + \frac{D_2}{C}i_L' - \frac{v_0'}{RC} \end{cases} \quad (7)$$

将式(7)中直流分量分离出来得

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha I_L}{dt^\alpha} = \frac{V_{in}}{L}(D_1 + D_2) - \frac{V_0}{L}D_2 \\ \frac{d^\beta V_0}{dt^\beta} = \frac{I_L}{C}D_2 - \frac{V_0}{RC} \end{cases} \quad (8)$$

R-L分数阶定义为

$${}_R D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \quad (9)$$

状态平均模型的构建是基于转换器处于第 n 个稳态周期的状态变量的平均, 由式(9)可知

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha I_L}{dt^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left(\frac{d}{dt} \int_0^t \frac{I_L}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \right) \Big|_{t=T_s} = \frac{I_L T_s^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} \\ \frac{d^\beta V_0}{dt^\beta} = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \left(\frac{d}{dt} \int_0^t \frac{V_0}{(t-\tau)^\beta} d\tau \right) \Big|_{t=T_s} = \frac{V_0 T_s^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数; T_s 为 Boost 变换器稳定运行的时间。由此可得 PCCM Boost 变换器的直流静态工作点为

$$\begin{cases} I_L = \frac{D_1 + D_2 [RCT_s^\beta + \Gamma(1-\alpha)]}{RD_2^2 \Gamma(1-\beta) + \frac{RCLT_s^{-\alpha} T_s^\beta}{\Gamma(1-\alpha)} + \frac{LT_s^{-\alpha} \Gamma(1-\beta)}{\Gamma(1-\alpha)}} \\ V_0 = \frac{V_{in} RD_2 (D_1 + D_2) \Gamma(1-\alpha) \Gamma(1-\beta)}{RD_2^2 \Gamma(1-\alpha) \Gamma(1-\beta) + RCLT_s^{-\alpha} T_s^\beta + LT_s^{-\alpha} \Gamma(1-\beta)} \end{cases} \quad (11)$$

PCCM Boost 的升压比为

$$M = \frac{RD_2 (D_1 + D_2)}{RD_2^2 + \frac{RCLT_s^{-\alpha} T_s^\beta}{\Gamma(1-\alpha)} + \frac{LT_s^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)}} \quad (12)$$

电感电流 i_L 在 $(0, d_1 T)$ 时间内的增加量, 即电感电流纹波 Δi_L 为

$$\Delta i_L(t) \Big|_{t=d_1 T} = \left(\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{V_{in}}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau \right) \Big|_{t=d_1 T} = \frac{V_{in} (d_1 T)^\alpha}{\alpha L \Gamma(\alpha)} \quad (13)$$

电感电流峰值为

$$i_{L-\max} = I_L + \frac{1}{2} \Delta i_L = \frac{V_{in} (D_1 + D_2) [RCT_s^\beta + \Gamma(1-\alpha)]}{RD_2^2 \Gamma(1-\beta) + \frac{RCLT_s^{-\alpha} T_s^\beta}{\Gamma(1-\alpha)} + \frac{LT_s^{-\alpha} \Gamma(1-\beta)}{\Gamma(1-\alpha)}} + \frac{V_{in} (d_1 T)^\alpha}{2\alpha L \Gamma(\alpha)} \quad (14)$$

当变换器工作于工作模式 1 和工作模式 3 时, 输出电压 v_o 均处于下降的过程, 因此, 可知输出电压纹波 Δv_o 为

$$\Delta v_o = \Delta v_1 + \Delta v_2 \quad (15)$$

式中: Δv_1 为工作模式 1 的电压减少量; Δv_2 为工作模式 2 的电压减少量。则可求得输出电压 v_o 在 $(0, d_1 T)$ 和 $((d_1 + d_2)T < t < T)$ 时间内的减少量, 即输出电压纹波 Δv_o 为

$$\Delta v_o = \left[1 - E_\beta \left(-\frac{(D_1 T + D_3 T)^\beta}{RC} \right) \right] V_{0-\max} \quad (16)$$

式中: $E_\beta(\cdot)$ 为 Mittag-Leffler 函数; $V_{0-\max}$ 为输出电压峰值, 其表达式为

$$V_{0-\max} = V_o + \frac{1}{2} \Delta v_o \quad (17)$$

将式(11)、式(16)、式(17)联立可解得

$$\begin{cases} V_{0-\max} = \frac{2V_o}{1 + E_\beta \left(-\frac{(D_1 T + D_3 T)^\beta}{RC} \right)} \\ \Delta v_o = 2V_o \left\{ \frac{1 - E_\beta \left(-\frac{(D_1 T + D_3 T)^\beta}{RC} \right)}{1 + E_\beta \left(-\frac{(D_1 T + D_3 T)^\beta}{RC} \right)} \right\} \end{cases} \quad (18)$$

将文献[13]中所求的基于 Caputo 分数阶定义的 PCCM Boost 变换器的升压比, 直流静态工作点, 电感电流纹波以及输出电压纹波表达式与式(11)~式(18)比较, 可以看出, 在 Caputo 和 R-L 分数阶定义下, 仅有电感电流纹波表达式相同, 其余的表达式中基于 R-L 分数阶定义下的表达式更为复杂。

基于 R-L 分数阶定义下的表达式不仅与占空比 D_1 、 D_2 和负载 R 有关, 而且 α 和 β 相关。然而, 基于 Caputo 分数阶定义下的直流静态工作点和升压比的表达式仅与占空比 D_1 、 D_2 和负载 R 有关。此外, 基于 R-L 分数阶定义的该表达式不仅与 β 相关, 还与 α 相关, 而基于 Caputo 分数阶定义下的输出电压纹波表达式仅仅与阶数 β 相关。

图 2 显示了升压比 M 随 α 、 β 变化的三维曲面图。当 $\alpha = \beta = 0.95$ 时, M 最小。图 3 显示了当 β 固定时, 升压比 M 随 α 变化的曲线, 可以看出, 随着 α 的增加, M 先缓慢下降, 然后急剧上升。当 $\alpha = 0.9$ 时, M 最小。此外, 随着 β 增大, M 的变化范围也变大。图 4 显示了 α 固定时, 升压比 M 随 β 变化的曲线, 可以看出, 随着 β 的变化, M 逐渐减小至最低。

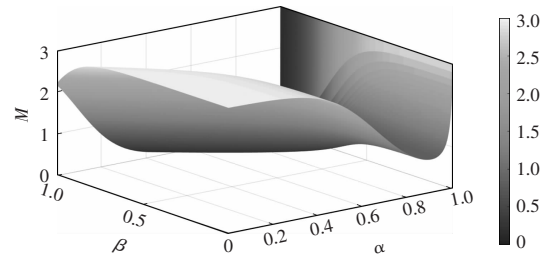


图 2 升压比 M 随 α 、 β 变化的仿真

Fig. 2 Simulation of change in step-up ratio M with α and β

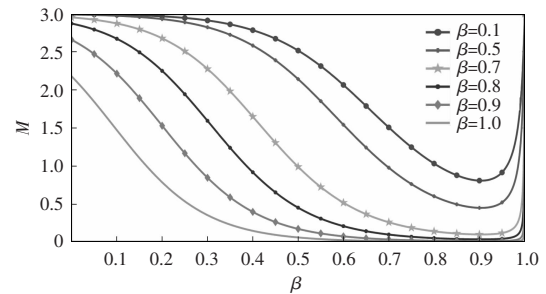


图 3 β 固定, 升压比 M 随 α 变化的仿真

Fig. 3 Simulation of change in step-up ratio M with α while β is fixed

M 随 R 变化的曲线图如图 5 所示,可以看出,当 $\alpha=\beta=1$, M 的值等于传统的 PCCM Boost 变换器的 M 的值,但如果 $\alpha \neq 1$ 或 $\beta \neq 1$ 时, M 的值随着 R 值的增加而增加。

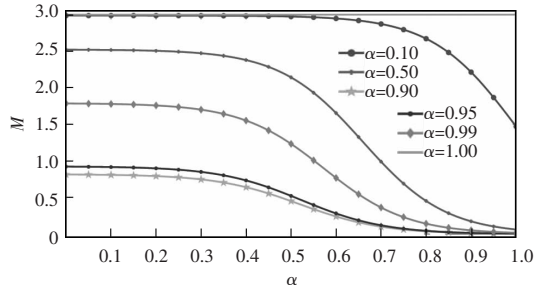


图 4 α 固定,升压比 M 随 β 变化的仿真

Fig. 4 Simulation of change in step-up ratio M with β while α is fixed

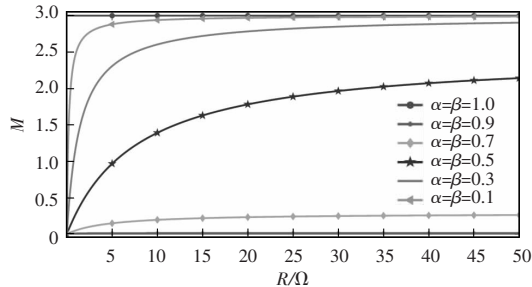


图 5 升压比 M 随 R 变化的仿真

Fig. 5 Simulation of change in step-up ratio M with R

3 PCCM Boost 变换器的状态平均模型和电路模型的仿真对比

基于分抗链^[14]和计算分数阶微分 Fractional-Int s 模块^[2],依据式(7)在 Matlab/Simulink 中构建其运行于电感电流伪连续模式下的仿真模型,如图 8 所示。该算法中有 3 个关键参数需合理设置,即:频率拟合下限 ω_b 、频率拟合上限 ω_h 和滤波器的阶数 N 。在这里,它们的取值分别为: $\omega_b \omega_h = 1, N = 10$ 。此外,选择电路参数 $u_{in} = 24$ V, $L = 3$ mH, $C = 100$ μ F, $d_1 = 0.4, d_2 = 0.2, f = 50$ kHz,即 $\omega = 2\pi f = 3.14 \times 10^5$ rad/s,考虑高频谐波的存在,取 $\omega_r > 3.14 \times 10^5$ rad/s。

因此,取 $\omega_1 = 1 \times 10^6$ rad/s, $\omega_2 = 1 \times 10^{-6}$ rad/s, $N = 10$,根据 PCCM Boost 变换器等效电路原理(如图 1(a))构建电路仿真模型如图 9 所示。其中的分数阶电

感和分数阶电容^[6,16]的等效模型分别如图 6 和图 7 所示。

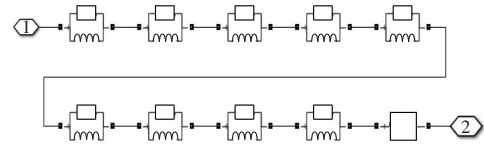


图 6 0.8 阶电感等效电路模型(L_0.8)

Fig. 6 Equivalent circuit model of 0.8-order inductor

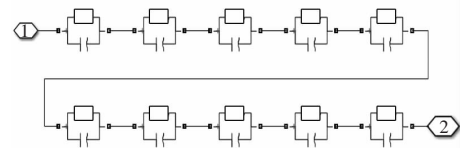


图 7 0.8 阶电容等效电路模型(C_0.8)

Fig. 7 Equivalent circuit model of 0.8-order capacitor

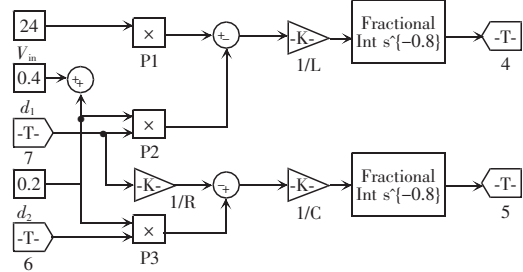


图 8 分数阶 PCCM Boost 变换器 Simulink 数学仿真模型

Fig. 8 Simulink mathematical simulation model of fractional-order PCCM Boost converter

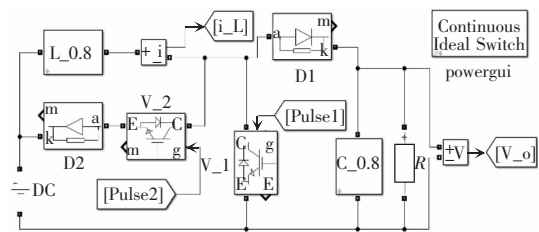


图 9 分数阶 PCCM Boost 变换器 Simulink 电路仿真模型

Fig. 9 Simulink circuit simulation model of fractional-order PCCM Boost converter

根据文献[13]可求得 PCCM Boost 变换器在 $\alpha=0.8, \beta=0.8$ 时,工作在临界状态时的负载电阻值为 $R = 1671.687 \Omega$,为了保证系统工作于伪连续模式,选取 $R = 50 \Omega$ 。图 10(a)和图 10(b)显示了其电感电流 i_L 和输出电压 v_0 的仿真波形图。图 11(a)和图 11(b)则

比较了其电路模型与其数学模型的电感电流 i_L 和输出电压 v_0 。可以看出,所构建的数学模型能够准确地描述其电路模型。

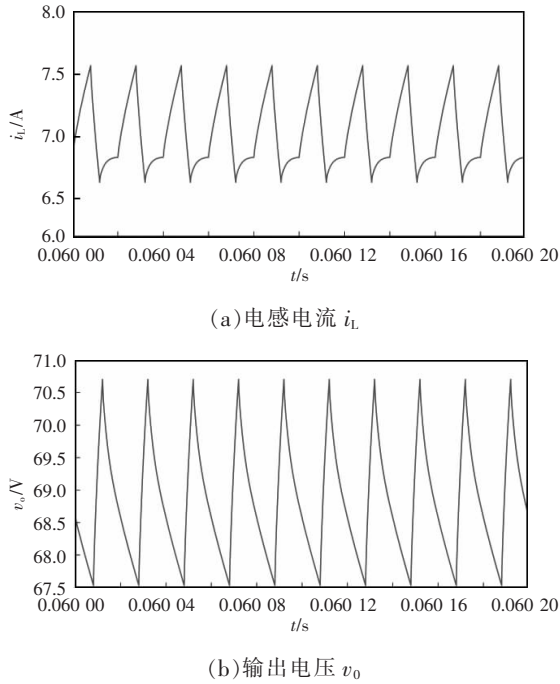


图 10 分数阶 PCCM Boost 变换器电路仿真波形
Fig. 10 Circuit simulation waveforms of fractional-order PCCM Boost converter

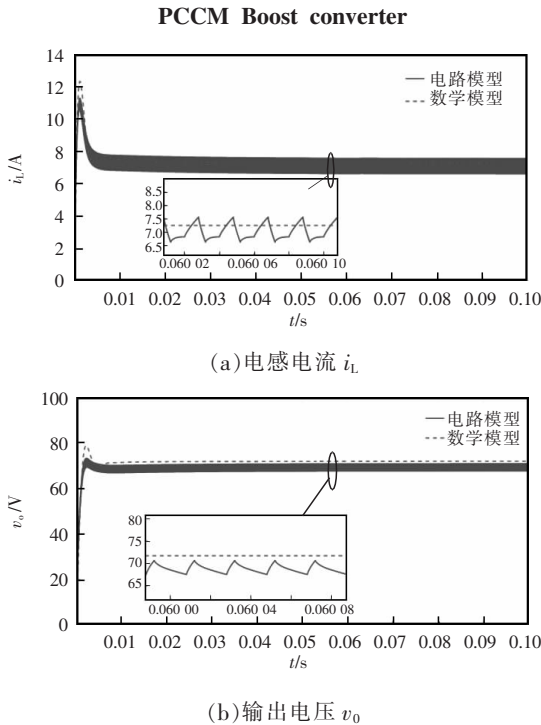


图 11 分数阶 PCCM Boost 变换器仿真比较

Fig. 11 Comparison between simulations of fractional-order PCCM Boost converter

表 1、表 2 和表 3 是在三种不同的分数阶电容和电感的阶数组合下得到的三组数据,它们分别是 Matlab/Simulink 仿真结果、基于 R-L 分数阶定义和 Caputo 分数阶定义的理论计算结果。可以看出,在不同的 α 和 β 组合下,基于 R-L 分数阶定义下的电感电流波纹 Δi_L 和输出电压波纹 Δv_0 比基于 Caputo 分数阶定义下相应量更加接近于仿真结果。由此可以验证基于 R-L 分数阶定义的理论计算的有效性。

表 1 电感和电容阶数均为 0.8 时的数据 ($\alpha=0.8, \beta=0.8$)

Tab. 1 Data when the orders of inductor and capacitor are both 0.8 (i.e., $\alpha=0.8$ and $\beta=0.8$)

	$\Delta i_L /$	$\Delta i_{L,max} /$	$\langle i_L \rangle /$	$\Delta v_0 /$	$v_{0,max} /$	$\langle v_0 \rangle /$	M
	A	A	A	V	V	V	
Matlab/ Simulink	0.842	7.672	7.353	3.200	71.810	69.543	0.667
R-L	0.720	7.325	7.361	2.242	72.749	70.156	0.667
Caputo	0.720	7.560	7.345	2.288	73.144	70.561	0.667

表 2 电感阶数为 0.9 电容阶数为 0.8 时的数据
($\alpha=0.9, \beta=0.8$)

Tab. 2 Data when the orders of inductor and capacitor are 0.9 and 0.8, respectively (i.e., $\alpha=0.9$ and $\beta=0.8$)

	$\Delta i_L /$	$\Delta i_{L,max} /$	$\langle i_L \rangle /$	$\Delta v_0 /$	$v_{0,max} /$	$\langle v_0 \rangle /$	M
	A	A	A	V	V	V	
Matlab/ Simulink	0.496	6.394	7.356	0.673	71.810	69.543	0.667
R-L	0.414	6.389	7.359	0.676	71.810	69.541	0.667
Caputo	0.414	6.392	7.350	0.669	71.858	69.672	0.667

表 3 电感阶数为 0.8 电容阶数为 0.9 时的数据
($\alpha=0.8, \beta=0.9$)

Tab. 3 Data when the orders of inductor and capacitor are 0.8 and 0.9, respectively (i.e., $\alpha=0.8$ and $\beta=0.9$)

	$\Delta i_L /$	$\Delta i_{L,max} /$	$\langle i_L \rangle /$	$\Delta v_0 /$	$v_{0,max} /$	$\langle v_0 \rangle /$	M
	A	A	A	V	V	V	
Matlab/ Simulink	0.285	6.053	7.254	0.674	71.810	69.852	0.667
R-L	0.279	6.074	7.259	0.673	71.810	69.776	0.667
Caputo	0.279	6.069	7.275	0.675	71.774	69.792	0.667

图 12 和图 13 分别是三种方法(R-L 定义法、Caputo 定义法和状态空间平均法)下的电感电流和输出电压曲线。可以看出与 Caputo 定义法相比,R-L 定义法下的电感电流和输出电压曲线能够更加准确地反应变换器的动态响应特性。

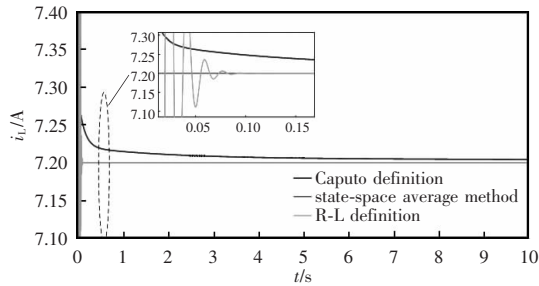


图 12 不同方法下电感电流的时序变化

Fig. 12 Temporal variation in inductive current under different methods

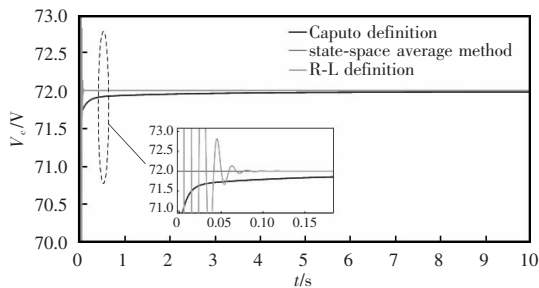


图 13 不同方法下输出电压的时序变化

Fig. 13 Temporal variation in output voltage under different methods

4 结语

本文基于 R-L 分数阶定义,对 PCCM Boost 变换器进行了理论推导,构建了 PCCM Boost 变换器的分数阶数学模型和电路模型,并分别进行了仿真验证。仿真结果显示,所构建的 PCCM Boost 变换器的分数阶数学模型能够准确的描述其电路模型。当电容的阶数不变,电感的阶数增加时,电感电流波纹减小,直流静态工作点的输出电压和电感电流没有明显变化,电感电流峰值增加,输出电压峰值增加,输出电压波纹减小,升压比保持不变。当电感阶数不变,电容的阶数增加时,得到的结论相同。与 Caputo 分数阶定义下已有结果相比,基于 R-L 分数

阶定义得到的 PCCM Boost 变换器的结果更接近实际值,误差更小。

因此,基于 R-L 分数阶定义的 PCCM Boost 变换器的分析结果更能真实地反映 Boost 变换器的动力学特性。

参考文献:

- [1] Cafagnan D, Grassi G. Bifurcation analysis and chaotic behavior in boost converters: experimental results [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2006, 44: 251-262.
- [2] Wang Faqiang, Zhang Hao, Ma Xikui. Period-doubling bifurcation in two-stage power factor correction converters using the method of incremental harmonic balance and Floquet theory [J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(2): 020505.
- [3] Zhou Guohua, Bao Bocheng, Xu Jianping, et al. Dynamical analysis and experimental verification of valley current controlled buck converter [J]. *Chinese Physics B*, 2010, 19(5): 050509.
- [4] Moreno-Font V, El Aroudi A, Benadero L. Modeling and bifurcation behavior of multi-phase SIMIMO DC-DC switching regulators [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(11): 3841-3861.
- [5] Kanakasabai V, Ramesh O, Dipti S. A novel tri-state boost converter with fast dynamics [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2002, 17(5): 677-683.
- [6] Ma Dongsheng, Ki W H. Fast-transient PCCM switching converter with freewheel switching control [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems—II: Express Briefs*, 2007, 54(9): 825-829.
- [7] Kanakasabai V, Ramesh O, Dipti S. Nonlinear function controller: A simple alternative to fuzzy logic controller for a power electronic converter [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2005, 52(5): 1439-1448.
- [8] 张若洵,杨世平. 一个分数阶新超混沌系统的同步[J]. *物理学报*, 2008, 57(11): 6837-6843.
Zhang RuoXun, Yang ShiPing. Designing synchronization schemes for a fractional-order hyperchaotic system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(11): 6837-6843 (in Chinese).
- [9] Shokooh A, Suárez L. A comparison of numerical methods applied to a fractional model of damping materials [J]. *Journal of Vibration and Control*, 1999, 5(3): 331-354.

- [10] Li Zhitao, Gao Lixin, Chen Wenhai, et al. Distributed adaptive cooperative tracking of uncertain nonlinear fractional-order multi-agent systems [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 7(1): 292-300.
- [11] Jiang Yanwei, Zhang Bo. High-power fractional-order capacitor with $1 < \alpha < 2$ based on power converter [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4): 3157-3164.
- [12] Westerlund S. Dead matter has memory [J]. Physica Scripta, 1991, 43(2): 174.
- [13] 谭程, 梁志珊. 电感电流伪连续模式下Boost 变换器的分数阶建模与分析[J]. 物理学报, 2014, 63(7): 58-67.
Tan Cheng, Liang ZhiShan. Modeling and simulation analysis of fractional-order Boost converter in pseudo-continuous conduction mode [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(7): 58-67 (in Chinese).
- [14] 李振华, 周国华, 刘啸天, 等. 电感电流伪连续导电模式下 Buck 变换器的动力学建模与分析[J]. 物理学报, 2015, 64(18): 209-218.
Li ZhenHua, Zhou GuoHua, Liu Xiaotian, et al. Dynamical modeling and analysis of buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(18): 209-218 (in Chinese).
- [15] Zhao Dazhi, Luo Maokang. Representations of acting processes and memory effects: General fractional derivative and its application to theory of heat conduction with finite wave speeds [J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 346: 531-544.
- [16] 马冬冬, 王志强, 王进君, 等. 单相逆变器分数阶建模及分析[J]. 电测与仪表, 2017, 54(6): 106-112.
- Ma Dongdong, Wang Zhiqiang, Wang Jinjun, et al. Fractional order modeling and analysis of single phase inverter [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2017, 54(6): 106-112 (in Chinese).
- [17] Wei Zhihao, Zhang Bo, Jiang Yanwei. Analysis and modeling of fractional-order buck converter based on riemannliouville derivative [J]. IEEE Access, 2019, 7: 162768-162777.
- [18] 谢玲玲, 覃锐, 刘斌, 等. 分数阶 Buck-Boost 变换器的建模与分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2021, 46(2): 422-433.
Xie Lingling, Qin Rui, Liu Bin, et al. Modeling and Analysis of fractional Buck-Boost converter [J]. Journal of Guangxi University(Natural Science edition), 2021, 46(2): 422-433 (in Chinese).
- [19] Ting L P Y, Liang T J, Chen K H. IC design for pseudo-continuous conduction buck converter with dynamic freewheeling control [C]// 2021 IEEE 12th Energy Conversion Congress & Exposition-Asia (ECCE-Asia). Singapore, Singapore, 2021: 1975-1980.



王仁明

作者简介:

王仁明(1964-),男,通信作者,博士,教授。研究方向:复杂系统的分析与控制。E-mail:eermwang@ctgu.edu.cn。

李啸(1997-),男,硕士研究生。研究方向:DC-DC 变换器的建模。E-mail:854230724@qq.com。

张赟宁(1979-),女,博士,副教授。研究方向:电力电子。E-mail:yunningzhang@gmail.com。