

DOI: 10.13234/j.issn.2095-2805.2024.2.10

中图分类号: TM46

文献标志码: A

基于预估-校正算法的分数阶 Boost 变换器 倍周期分岔研究

谢玲玲, 杨雨晴, 姚浚义, 秦 龙
(广西大学电气工程学院, 南宁 530004)

摘要: 基于电感电容本质是分数阶的事实, 对分数阶 Boost 变换器的非线性动力学特性进行了深入研究。采用分数阶微积分的预估-校正算法, 建立了 Boost 变换器的预估-校正模型, 在此基础上得到了以参考电流、输入电压以及电容电感阶数为分岔参数的分岔图, 研究了变换器的倍周期分岔和混沌行为, 同时与整数阶 Boost 变换器的非线性动力学行为进行了比较。研究表明, 在一定的工作条件下, 随着变换器某些电路参数的变化, 分数阶 Boost 变换器会出现分岔和混沌等非线性现象; 在相同电路参数的条件下, 整数阶和分数阶变换器的稳定参数域之间存在差异, 与整数阶变换器相比, 分数阶变换器的参数稳定区域更小, 更真实地反映了 Boost 变换器的非线性动力学特性。

关键词: 分数阶; Boost 变换器; 混沌; 预估-校正算法; 倍周期分岔

Period Doubling Bifurcation of Fractional-order Boost Converter Based on Predictor-corrector Algorithm

XIE Lingling, YANG Yuqing, YAO Junyi, QIN Long
(School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: Based on the fact that inductance and capacitance are of fractional-order, the nonlinear dynamic characteristics of a fractional-order Boost converter are studied. The predictor-corrector model of the Boost converter is established using the predictor-corrector algorithm of fractional-order calculus. On this basis, the bifurcation diagrams with the reference current, input voltage and orders of capacitance and inductance as bifurcation parameters are obtained. The period doubling bifurcation and chaotic behaviors of the fractional-order Boost converter are studied, and its nonlinear dynamic behavior is compared with that of an integer-order Boost converter at the same time. Results show that under certain operating conditions, some nonlinear phenomena such as bifurcation and chaos will appear in the fractional-order Boost converter with changes in some circuit parameters. Under the condition of the same circuit parameters, the parameter stability domains of integer- and fractional-order converters are different. Compared with that of the integer-order converter, the parameter stability region of the fractional-order converter is smaller, which more truly reflects the nonlinear dynamic characteristics of the Boost converter.

Keywords: Fractional-order; Boost converter; chaos; predictor-corrector algorithm; period doubling bifurcation

随着电力电子变换器在新能源发电中的广泛

应用, 对其稳定性、可靠性等方面的要求也随之愈来愈高。DC-DC 变换器是一种强非线性时变系统, 在一定工作条件下会呈现出如分岔、混沌等丰富的非线性行为, 直接影响到变换器运行的稳定性和可靠性^[1-3]。

收稿日期: 2021-11-25; 修回日期: 2022-01-19; 录用日期:
2022-03-02; 网络首发日期: 2022-04-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61863003, 61561007);
广西自然科学基金资助项目(2019GXNSFAA245019)

This work is supported by National Natural Science Foundation of China under the grant 61863003 and 61561007; Guangxi Natural Science Foundation Program under the grant 2019GXNSFAA245019

现有的研究表明, 整数阶的电感和电容在现实中是不存在的^[4-5]。目前变换器大部分的非线性动力学研究成果主要是基于整数阶模型所得的^[6-9], 这与

其分数阶事实不符。近年来,针对分数阶变换器的相关研究已经引起了学者们的广泛关注,然而大部分的研究主要侧重于分数阶变换器的建模分析,对其非线性动力学特性的研究较少^[10-19]。文献[10-13]采用分数阶微积分的 Caputo 定义下的状态空间平均法对 DC-DC 变换器进行了分数阶建模分析;文献[14-15]则采用了更符合变换器实际运行情况的 R-L 定义,但状态空间平均法着重考虑的是系统的低频特性,对于混沌特性研究的适用性较低;文献[16]采用改进的 Oustaloup 滤波器的分数阶微积分算法建立了电感电流连续模式 CCM (continuous current mode) 电压控制型 Buck 变换器的分数阶电路仿真模型并研究了其混沌行为,但作为一种频域近似法,改进的 Oustaloup 滤波器法所得的解与实际值存在一定误差,比起非线性分析更适合用于仿真验证;文献[17-18]采用谐波平衡原理下的等效小参量法对 DC-DC 变换器进行了分数阶建模,并求得其近似稳态解析解,分析了变换器的稳态性能,但并未进一步研究电路参数对非线性动力学特性的影响;文献[19]采用 Adomian 分解方法推导了 Buck-Boost 变换器分数阶模型的离散解,研究了系统的非线性动力学特性和混沌控制方法。

建立有效准确的 DC-DC 变换器分数阶模型,并基于分数阶模型进一步探索变换器的非线性动力学特性及其产生机理,对变换器的分析与设计均具有十分重要的理论和实际意义^[20-21]。Boost 变换器结构简单,在光伏发电系统的最大功率点跟踪电路中广泛使用^[22]。针对分数阶 Boost 变换器,预估-校正算法是分数阶微积分时域近似的一种数值算法,对比其他建模方法,具有建模精准、与信号频率无关等优点,能够直接求解出分数阶变换器电感电流、电容电压的准确值,是研究变换器的非线性动力学行为强有效的工具。鉴于此,以分数阶 Boost 变换器为研究对象,基于分数阶微分方程的预估-校正算法建立 CCM Boost 变换器的分数阶预估-校正模型,在此模型的基础上绘制变换器的分岔图和 $V-I$ 相图,深入分析系统随参考电流、输入电压、电容电感阶数为分岔参数变化时的倍周期分岔和混

沌行为,确定其稳定运行的参数范围,并对比整数阶变换器的非线性动力学特性,验证基于分数阶模型的 Boost 变换器非线性动力学研究的准确性。

1 分数阶微积分的预估-校正算法

分数阶微积分的预估-校正算法 ABM (Adams-Bashforth-Moulton) 算法由 K. Diethelm 等学者于 2002 年提出,该算法将一阶微分方程的经典一步步 ABM 算法推广应用到了分数阶领域,是分数阶领域中求解分数阶微积分的一种时域近似法,直接对任意阶次的微分方程进行离散化求解数值解,并进行数值解的稳定分析。分数阶预估-校正算法的计算过程如下^[23-24]。

$$\begin{cases} D_t^q y(x) = f(x, y(x)) \\ y^{(k)}(0) = y_0^{(k)} \end{cases} \quad k=0, 1, \dots, m-1 \quad (1)$$

式中: D_t^q 为 Caputo 定义下的 q 阶微分算子, $m=[q]$; $y_0^{(k)}$ 为已知初值,该微分方程可等价于 Volterra 积分方程

$$y(x) = \sum_{k=0}^{[q]-1} y_0^{(k)} \frac{x^k}{k!} + \frac{1}{\Gamma(q)} \int_0^x (x-t)^{q-1} f(t, y(t)) dt \quad (2)$$

取 $h=T/N$, $\{t_n=nh, n=0, 1, \dots, N\}$, N 为整数,对于式(2)右侧的积分分别采用分数阶的一步 Adams-Moulton 算法和 Adams-Bashforth 算法近似,最终分数阶微分方程可被离散化为

$$y_h(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{[q]-1} \frac{t_{n+1}^k}{k!} y_0^{(k)} + \frac{h^q}{\Gamma(q+2)} f(t_{n+1}, y_h^p(t_{n+1})) + \frac{h^q}{\Gamma(q+2)} \sum_{j=0}^n a_{j,n+1} f(t_j, y_h(t_j)) \quad (3)$$

式(3)即分数阶微分方程的预估-校正模型,其中 $a_{j,n+1}$ 为校正系数,其表达式为

$$a_{j,n+1} = \begin{cases} n^{q+1} - (n-q)(n+1)^q & j=0 \\ (n-j+2)^q + (n-j)^{q+1} - 2(n-j+1)^{q+1} & 1 \leq j \leq n \\ 1 & j=n+1 \end{cases} \quad (4)$$

$y_h^p(t_{n+1})$ 为状态变量的初估近似值,其表达式为

$$y_h^p(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{[q]-1} \frac{t_{n+1}^k}{k!} y_0^{(k)} + \frac{1}{\Gamma(q)} \sum_{j=0}^n b_{j,n+1} f(t_j, y_h(t_j)) \quad (5)$$

式中, $b_{j,n+1}$ 为预估系数, 其表达式为

$$b_{j,n+1} = \frac{h^q}{q} [(n+1-j)^q - (n-j)^q] \quad (6)$$

2 CCM Boost 变换器的预估-校正模型

峰值电流控制的分数阶 Boost 变换器电路拓扑如图 1 所示, 主电路由分数阶电感 L^{q_1} 、分数阶电容 C^{q_2} 、开关 S、二极管 D、负载电阻 R 构成, 其中电感阶数为 q_1 , 电容阶数为 q_2 , 且 $0 < q_1, q_2 < 1$, V_{in} 为输入电压, u_o 为输出电压, S 的开关周期为 T , 参考电流 I_{ref} 为控制信号。

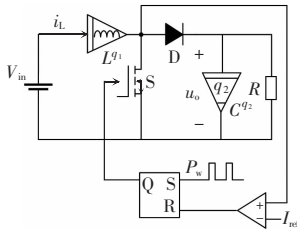


图 1 峰值电流控制的分数阶 Boost 变换器电路拓扑

Fig. 1 Topology of peak current controlled fractional-order Boost converter circuit

分数阶电感电压 u_L 、分数阶电容电流 i_C 的表达式分别为^[25]

$$\begin{cases} u_L = \frac{d^{q_1} i_L}{dt^{q_1}} \\ i_C = \frac{d^{q_2} u_o}{dt^{q_2}} \end{cases} \quad (7)$$

Boost 变换器在 CCM 下具有 2 种工作模式:

(1) 工作模式 1: $i_L > I_{ref}$, S 导通、D 截止, 其状态方程为

$$\begin{cases} \frac{d^{q_1} i_L}{dt^{q_1}} = \frac{V_{in}}{L} \\ \frac{d^{q_2} u_o}{dt^{q_2}} = -\frac{u_o}{RC} \end{cases} \quad (8)$$

(2) 工作模式 2: $i_L < I_{ref}$, S 关断、D 导通, 其状态方程为

$$\begin{cases} \frac{d^{q_1} i_L}{dt^{q_1}} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{u_o}{L} \\ \frac{d^{q_2} u_o}{dt^{q_2}} = \frac{i_L}{C} - \frac{u_o}{RC} \end{cases} \quad (9)$$

定义非线性开关函数 $S(t)$, $S(t)=1$ 表示开关 S 导通, $S(t)=0$ 表示开关 S 关断, 则 $S(t)$ 的表达式为

$$S(t) = \begin{cases} 1 & nT < t < (n+d)T \\ 0 & (n+d)T < t < (n+1)T \end{cases}$$

$$d = \frac{I_{ref} - i_L}{V_{in} T} \quad (10)$$

由式(8)~式(10)得到一个周期内的 CCM Boost 分数阶数学模型, 其表达式为

$$\begin{cases} \frac{d^{q_1} i_L}{dt^{q_1}} = \frac{V_{in}}{L} - (1-S) \frac{u_o}{L} \\ \frac{d^{q_2} u_o}{dt^{q_2}} = (1-S) \frac{i_L}{C} - \frac{u_o}{RC} \end{cases} \quad (11)$$

应用预估-校正算法对 CCM Boost 变换器进行离散建模, 取步长 $h=T/N_0$, $\{t_n=n h, n=0, 1, \dots, N_0\}$, N_0 为每个周期 T 内计算的点数。当 $t=t_{n+1}$ 时, 令 Boost 变换器的电感电流 $i_L(t_{n+1})=i_{n+1}$, 电感电流的初估近似值 $i_L^p(t_{n+1})=i_{n+1}^p$, 电容电压 $u_o(t_{n+1})=u_{n+1}$; 电容电压的初估近似值 $u_o^p(t_{n+1})=u_{n+1}^p$, 得到 CCM Boost 变换器在开关周期 T 内的分数阶预估-校正模型, 为

$$\begin{cases} i_{n+1} = i_0 + \frac{h^{q_1}}{\Gamma(q_1+2)} \left[\frac{V_{in}}{L} - (1-S) \frac{u_{n+1}^p}{L} \right] + \\ \frac{h^{q_1}}{\Gamma(q_1+2)} \sum_{i=0}^n a_{i,n+1}^{q_1} \left[\frac{V_{in}}{L} - (1-S) \frac{u_i}{L} \right] \\ u_{n+1} = u_0 + \frac{h^{q_2}}{\Gamma(q_2+2)} \left[(1-S) \frac{i_{n+1}^p}{C} + \frac{u_{n+1}^p}{RC} \right] + \\ \frac{h^{q_2}}{\Gamma(q_2+2)} \sum_{i=0}^n a_{i,n+1}^{q_2} \left[(1-S) \frac{i_i}{C} + \frac{u_i}{RC} \right] \end{cases} \quad (12)$$

式中: i_0 、 u_0 分别为电感电流和电容电压的初始值; $a_{i,n+1}^{q_1}$ 为电感电流校正系数; $a_{i,n+1}^{q_2}$ 为电容电压校正系数; i_{n+1}^p 为电感电流初估近似值; u_{n+1}^p 为电容电压初估近似值。

$$a_{i,n+1}^{q_1} = \begin{cases} n^{q_1+1} - (n-q_1)(n+1)^{q_1} & i=0 \\ (n-i+2)^{q_1} + (n-i)^{q_1+1} - 2(n-i+1)^{q_1+1} & 1 \leq i \leq n \\ 1 & i=n+1 \end{cases} \quad (13)$$

$$a_{i,n+1}^{q_1} = \begin{cases} n^{q_1+1} - (n-q_2)(n+1)^{q_2} & i=0 \\ (n-i+2)^{q_2} + (n-i)^{q_1+1} - 2(n-i+1)^{q_1+1} & 1 \leq i \leq n \\ 1 & i=n+1 \end{cases} \quad (14)$$

$$i_{n+1}^p = i_0 + \frac{1}{\Gamma(q_1)} \sum_{i=0}^n b_{i,n+1}^{q_1} \left[\frac{V_{in}}{L} - (1-S) \frac{u_i}{L} \right] \quad (15)$$

$$u_{n+1}^p = u_0 + \frac{1}{\Gamma(q_2)} \sum_{i=0}^n b_{i,n+1}^{q_2} \left[(1-S) \frac{i_i}{C} + \frac{u_i}{RC} \right] \quad (16)$$

3 分数阶 Boost 变换器倍周期分岔

3.1 以参考电流 I_{ref} 为分岔参数

Boost 变换器的参数为^[20]:负载电阻 $R=20 \Omega$, 电感 $L=1 \text{ mH}$, 电容 $C=12 \mu\text{F}$, 开关周期 $T=0.1 \text{ ms}$, 输入电压 $V_{in}=10 \text{ V}$, 电感和电容的阶数为 $q_1=q_2=0.9$, 选取参考电流 I_{ref} 为分岔参数, 其变化范围 $1.0 \sim 4.5 \text{ A}$, 分数阶、整数阶变换器的分岔图分别如图 2 和图 3 所示。

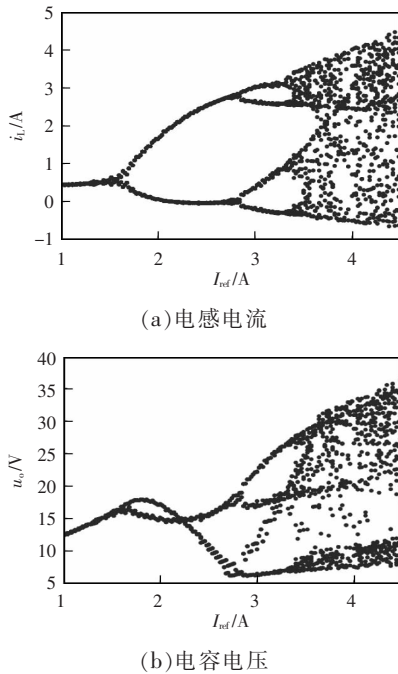
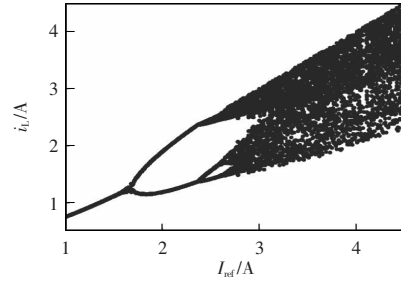
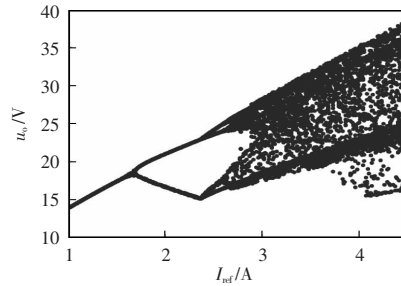


图 2 分数阶变换器以 I_{ref} 为分岔参数的电感电流 i_L 和电容电压 u_o 分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagram of i_L and u_o of fractional-order converter with I_{ref} as bifurcation parameter



(a) 电感电流



(b) 电容电压

图 3 整数阶变换器以 I_{ref} 为分岔参数的电感电流 i_L 和电容电压 u_o 分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagram of i_L and u_o of integer-order converter with I_{ref} as bifurcation parameter

由图 2 可知, I_{ref} 变化时, 分数阶 Boost 变换器系统的稳定参数区域为 $0 < I_{ref} < 1.58 \text{ A}$ 。当 $I_{ref} < 1.58 \text{ A}$ 时, 状态变量只有一个稳定解, 系统运行于稳定的周期 1 状态; 当 $I_{ref} = 1.58 \text{ A}$ 时, 系统开始出现第一次倍周期分岔, 进入到周期 2 运行状态; 当 $I_{ref} = 2.84 \text{ A}$ 时, 系统进入到周期 4 运行状态; 当 $I_{ref} = 3.32 \text{ A}$ 并继续增大时, 系统进入到混沌状态。

对比分数阶系统, 由图 3 可知, 整数阶 Boost 变换器系统的稳定参数区域为 $0 < I_{ref} < 1.69 \text{ A}$ 。当 $I_{ref} < 1.69 \text{ A}$ 时, 系统运行于稳定的周期 1 状态; 当 $I_{ref} = 1.69 \text{ A}$ 时, 系统进入到周期 2 运行状态; 当 $I_{ref} = 2.39 \text{ A}$ 时, 进入到周期 4 运行状态; 当 $I_{ref} = 2.65 \text{ A}$ 并继续增大时, 系统进入到混沌运行状态。

图 4 仿真了分数阶 Boost 变换器在不同参考电流 I_{ref} 取值下的 $V-I$ 相图, 可以观察到相图轨迹的构成由有限封闭曲线变化到随机分布的、不可预测的曲线, 可见系统由周期 1、周期 2、周期 4 过渡到混沌状态, 这与分岔图的分析结果表现相同。分数阶、整数阶 Boost 变换器的参考电流取值范围

对比如表 1 所示。由表 1 可知,在相同电路参数条件下,分数阶 Boost 变换器发生分岔现象的 I_{ref} 稳定取值范围更小,在 $I_{ref}=1.58$ A 时就已经发生了倍周期分岔,在 $I_{ref}=3.32$ A 时进入到混沌运行状态,而整数阶 Boost 变换器在 $I_{ref}=1.58$ A 时仍处于稳定的周期 1 运行状态,在 $I_{ref}=2.65$ A 就进入混沌运行状态。

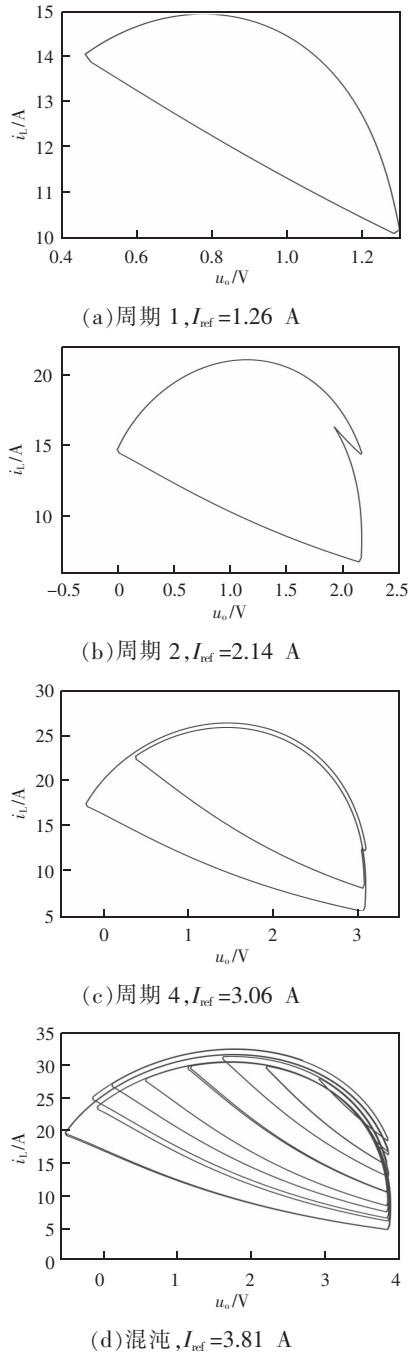


图 4 不同 I_{ref} 取值的 V - I 相图

Fig. 4 V - I phase diagram under different values of I_{ref}

表 1 分数阶和整数阶 Boost 变换器的参考电流 I_{ref} 取值范围

Tab. 1 Range of reference current I_{ref} for fractional- and integer-order Boost converters

| 变换器类型 | 稳定参数区域 | 周期 2 运行状态 | 周期 4 运行状态 | 混沌运行状态 |
|---------------|------------------------|--|--|--|
| 分数阶 Boost 变换器 | $0 < I_{ref} < 1.58$ A | $1.58 \text{ A} \leq I_{ref} < 2.84$ A | $2.84 \text{ A} \leq I_{ref} < 3.32$ A | $3.32 \text{ A} \leq I_{ref} < 4.50$ A |
| 整数阶 Boost 变换器 | $0 < I_{ref} < 1.69$ A | $1.69 \text{ A} \leq I_{ref} < 2.39$ A | $2.39 \text{ A} \leq I_{ref} < 2.65$ A | $2.65 \text{ A} \leq I_{ref} < 4.50$ A |

3.2 以输入电压 V_{in} 为分岔参数

令参考电流 $I_{ref}=2$ A,其他参数保持不变,选取输入电压 I_{ref} 为分岔参数,其变化范围为 8~22 V,图 5 和图 6 分别为分数阶、整数阶变换器的分岔图。

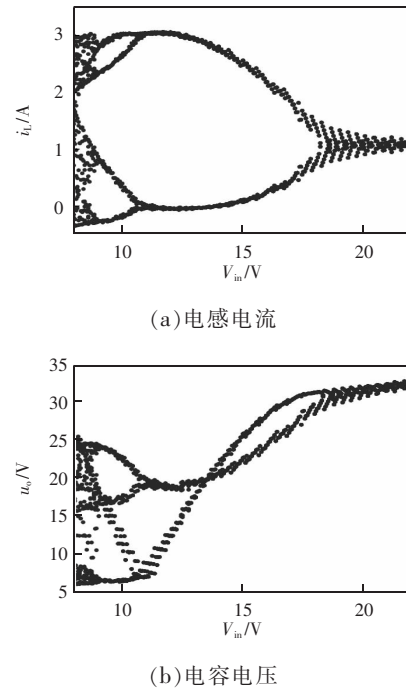


图 5 分数阶变换器以 V_{in} 为分岔参数的电感电流 i_L 和电容电压 u_o 分岔图

Fig. 5 Bifurcation diagram of i_L and u_o of fractional-order converter with V_{in} as bifurcation parameter

由图 5 可知, V_{in} 变化时,分数阶 Boost 变换器系统的稳定参数区域为:当 $V_{in} > 18.25$ V 时,系统运行于稳定运行状态;当 $V_{in} = 18.25$ V 时,系统出现第一次倍周期分岔,进入到周期 2 运行状态;当 $V_{in} =$

10.65 V 时,系统进入到周期 4 运行状态;当 $V_{in} < 9.05$ V 并继续减小时,系统进入混沌状态。

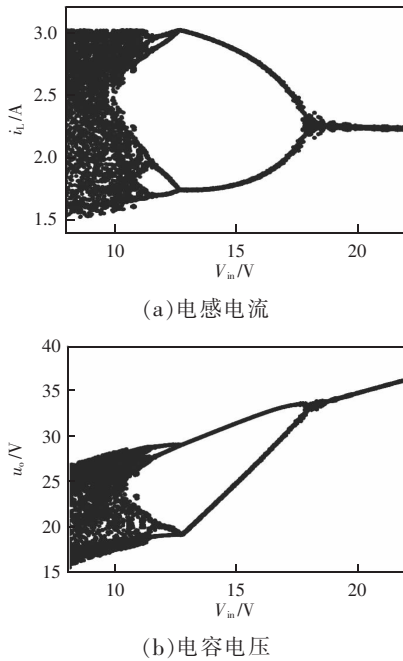


图 6 整数阶变换器以 V_{in} 为分岔参数的电感电流 i_L 和电容电压 u_C 分岔图

Fig. 6 Bifurcation diagram of i_L and u_C of integer-order converter with V_{in} as bifurcation parameter

由图 6 可知,整数阶 Boost 变换器系统的稳定参数区域为:当 $V_{in} > 17.86$ V,此时系统运行于稳定的周期 1 状态;当 $V_{in} = 17.86$ V 时,系统出现第一次倍周期分岔,进入到周期 2 运行状态;当 $V_{in} = 12.62$ V 时,系统进入到周期 4 运行状态;当 $V_{in} = 11.46$ V 并继续减小时,系统进入混沌状态。

图 7 为分数阶 Boost 变换器在不同输入电压 V_{in} 取值下周期 1、周期 2、周期 4 和混沌状态下的 $V-I$ 相图,可见与分岔图的分析结果表现相同。分数阶与整数阶 Boost 变换器的输入电压取值范围对比如表 2 所示。

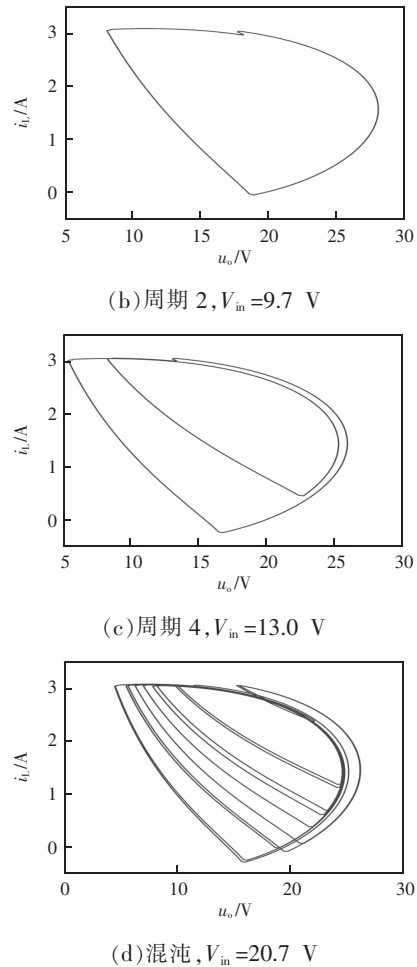
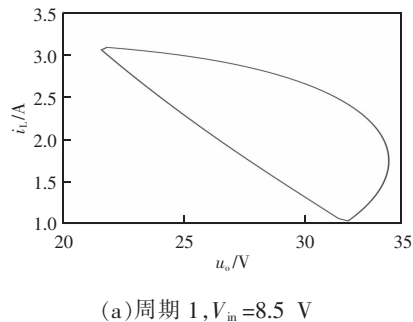


图 7 不同 V_{in} 取值下的 $V-I$ 相图

Fig. 7 $V-I$ phase diagram under different values of V_{in}

表 2 分数阶和整数阶 Boost 变换器的输入电压 V_{in} 取值范围

Tab. 2 Range of input voltage V_{in} for fractional- and integer-order Boost converters

| 变换器类型 | 稳定参数区域 | 周期 2 运行状态 | 周期 4 运行状态 | 混沌运行状态 |
|---------------|---|---|---|--|
| 分数阶 Boost 变换器 | $18.25 \text{ V} < V_{in} \leq 22.00 \text{ V}$ | $10.65 \text{ V} < V_{in} \leq 18.25 \text{ V}$ | $9.05 \text{ V} < V_{in} \leq 10.65 \text{ V}$ | $8.00 \text{ V} < V_{in} \leq 9.05 \text{ V}$ |
| 整数阶 Boost 变换器 | $17.86 \text{ V} < V_{in} \leq 22.00 \text{ V}$ | $12.62 \text{ V} < V_{in} \leq 17.86 \text{ V}$ | $11.46 \text{ V} < V_{in} \leq 12.62 \text{ V}$ | $8.00 \text{ V} < V_{in} \leq 11.46 \text{ V}$ |

由表 2 可知,在相同电路参数条件下,分数阶 Boost 变换器在 $V_{in} = 18.25$ V 时就已经发生了倍周期分岔,而整数阶 Boost 变换器仍处于稳定的周期 1 运行状态。

3.3 以电感电容分数阶阶数为分岔参数

令参考电流 $I_{ref}=3\text{ A}$, 输入电压 $V_{in}=10\text{ V}$, 其他参数不变, 选取电感电容分数阶阶数 q_1, q_2 为分岔参数, 其变化范围为 $0.80\sim 1.00$ 。图 8 为分数阶变换器随电感电容阶数 q_1, q_2 变化的分岔图, 可见分数阶 Boost 变换器系统的稳定参数区域为: $0 < q_1=q_2 < 0.836$, 此时状态变量只有一个稳定解, 系统运行于周期 1 状态; $q_1=q_2=0.836$ 时, 系统出现第一次倍周期分岔, 进入到周期 2 运行状态; $q_1=q_2=0.890$ 时, 系统再次发生倍周期分岔, 进入到周期 4 运行状态; $q_1=q_2=0.912$ 并继续增大时, 系统进入混沌状态。图 9 为分数阶 Boost 变换器在电感电容阶数 q_1, q_2 取值下

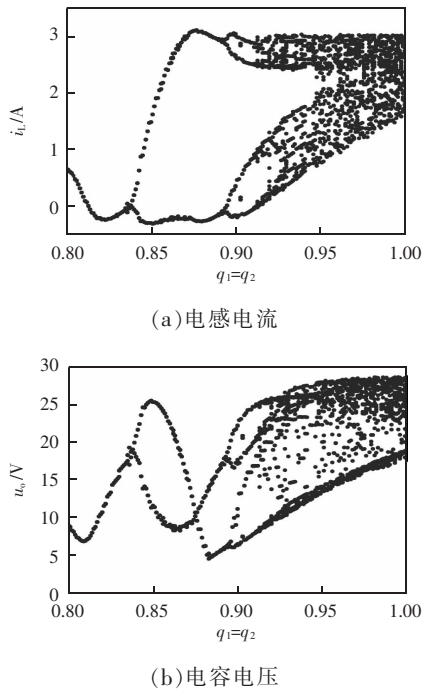
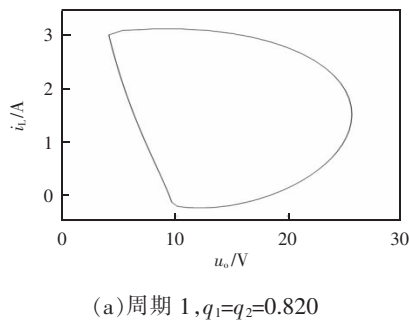
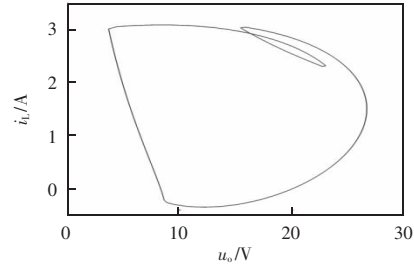


图 8 以电感电容阶数为分岔参数的电感电流 i_L 和电容电压 u_o 分岔图

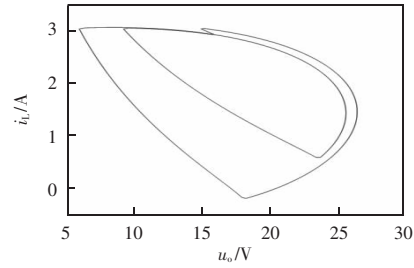
Fig. 8 Bifurcation diagram of i_L and u_o with orders of inductance and capacitance as bifurcation parameters



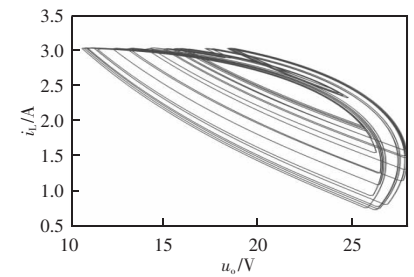
(a) 周期 1, $q_1=q_2=0.820$



(b) 周期 2, $q_1=q_2=0.860$



(c) 周期 4, $q_1=q_2=0.905$



(d) 混沌, $q_1=q_2=0.950$

图 9 不同电容电感阶数取值下的 V-I 相图

Fig. 9 V-I phase diagram under different orders of inductance and capacitance

周期 1、周期 2、周期 4 以及混沌状态下的 V-I 相图, 得到了与分岔图相同的分析结果。

4 结语

本文基于分数阶微积分的预估-校正算法, 建立了分数阶 CCM Boost 变换器的预估-校正模型, 对其非线性行为进行了深入研究, 利用分岔图和相图详细分析了随着参考电流、输入电压以及电感电容分数阶阶数的变化, 系统由稳定状态经倍周期分岔趋向混沌状态的过程, 并与整数阶变换器进行了对比。研究表明, 在一定的工作条件下, 某些电路参数, 如参考电流、输入电压和分数阶电感电容阶数, 在一定范围内变化时, 会使峰值电流控制的

分数阶 Boost 变换器出现倍周期分岔现象,对其非线性动力学特性产生影响。随着分数阶电感、电容阶数 q_1 、 q_2 的逐渐增大,变换器系统由周期 1 转变成周期 2、周期 4 运行状态,最终会进入到混沌运行状态。与整数阶 Boost 变换器相比,分数阶变换器的参考电流、输入电压稳定参数区间范围较小,且倍周期分岔行为的周期点也有所不同。基于电感和电容本质是分数阶的事实,采用分数阶模型对变换器进行非线性动力学分析,能更真实地反映变换器的动力学行为。本文的研究方法可以推广应用于其他分数阶 DC-DC 变换器的非线性动力学特性研究中,为变换器的设计与应用提供了理论指导。

参考文献:

- [1] Tse C K, Di Bernardo M. Complex behavior in switching power converters [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2002, 90(5): 768-781.
- [2] 张波. 电力电子变换器非线性混沌现象及其应用研究 [J]. *电工技术学报*, 2005, 20(12): 1-6, 12.
Zhang Bo. Study of nonlinear chaotic phenomena of power converters and their applications [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2005, 20(12): 1-6, 12 (in Chinese).
- [3] 杨超, 许海平, 袁志宝, 等. PWM 结合移相控制下的混合三电平隔离型双向 DC-DC 变换器反馈线性化控制研究 [J]. *电网技术*, 2020, 44(6): 2321-2329.
Yang Chao, Xu Haiping, Yuan Zhibao, et al. Research on hybrid three-level isolated bidirectional DC-DC converter feedback linearization control under PWM-phase-shifting control [J]. *Power System Technology*, 2020, 44(6): 2321-2329 (in Chinese).
- [4] Jesus I S, Tenreiro Machado J A. Development of fractional order capacitors based on electrolyte processes [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2009, 56(1/2): 45-55.
- [5] Westerlund S. Dead matter has memory [J]. *Physica Scripta*, 1991, 43(2): 174-179.
- [6] 王擎宇, 卢振坤, 李燕, 等. 双线性 DC/DC 变换器混杂建模与优化控制 [J]. *电力系统保护与控制*, 2020, 48(19): 17-24.
Wang Qingyu, Lu Zhenkun, Li Yan, et al. Hybrid model-
- ing and optimal control of bilinear DC/DC converters [J]. *Power System Protection and Control*, 2020, 48(19): 17-24 (in Chinese).
- [7] 李哲, 李颖晖, 吴辰, 等. 电流反馈型 Buck 变换器分岔动力学分析及稳定性控制 [J]. *电力系统保护与控制*, 2016, 44(18): 54-60.
Li Zhe, Li Yinghui, Wu Chen, et al. Study on bifurcation behaviors and stabilization in current mode controlled Buck converter [J]. *Power System Protection and Control*, 2016, 44(18): 54-60 (in Chinese).
- [8] 李浩, 周宇飞, 凌倩倩. 基于非线性电感的 Boost 变换器建模及动力学研究 [J]. *电测与仪表*, 2019, 56(16): 39-44.
Li Hao, Zhou Yufei, Ling Qianqian. Modeling and dynamics of Boost converter based on nonlinear inductor [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2019, 56(16): 39-44 (in Chinese).
- [9] 孙黎霞, 周照宇, 温正赓, 等. SPWM-H 桥变换器中分岔与混沌的自适应载波调幅控制 [J]. *电测与仪表*, 2020, 57(23): 101-108.
Sun Lixia, Zhou Zhaoyu, Wen Zhenggeng, et al. Adaptive carrier amplitude modulation control of bifurcation and chaos in SPWM H-bridge converter [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2020, 57(23): 101-108 (in Chinese).
- [10] 谭程, 梁志珊. 电感电流伪连续模式下 Boost 变换器的分数阶建模与分析 [J]. *物理学报*, 2014, 63(7): 070502.
Tan Cheng, Liang Zhishan. Modeling and simulation analysis of fractional-order Boost converter in pseudo-continuous conduction mode [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(7): 070502 (in Chinese).
- [11] Jia Zirui, Liu Chongxin. Fractional-order modeling and simulation of magnetic coupled Boost converter in continuous conduction mode [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2018, 28(5): 1850061.
- [12] 蓝会立, 周晓华, 罗文广. 分数阶 Buck 变换器的最优 PI λ D μ 控制 [J]. *电测与仪表*, 2019, 56(16): 134-141.
Lan Huili, Zhou Xiaohua, Luo Wenguang. Optional control of PI λ D μ control based on fractional order Buck converter [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2019, 56(16): 134-141 (in Chinese).
- [13] Yang Chen, Xie Fan, Chen Yanfeng, et al. Modeling and analysis of the fractional-order flyback converter in con-

- tinuous conduction mode by caputo fractional calculus [J]. Electronics, 2020, 9(9): 1544.
- [14] Wei Zhihao, Zhang Bo, Jiang Yanwei. Analysis and modeling of fractional-order Buck converter based on riemann-liouville derivative [J]. IEEE Access, 2019, 7: 162768-162777.
- [15] Xie Lingling, Liu Zhipei, Zhang Bo. A modeling and analysis method for CCM fractional order Buck-Boost converter by using R-L fractional definition [J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2020, 15(4): 1651-1661.
- [16] 孙会明, 陈薇, 孙龙杰, 等. Buck 变换器的分数阶仿真模型与混沌分析[J]. 现代电子技术, 2014, 37(24): 154-159, 162.
Sun Huiming, Chen Wei, Sun Longjie, et al. Fractional order simulation model and chaos analysis of Buck converter [J]. Modern Electronics Technique, 2014, 37(24): 154-159, 162 (in Chinese).
- [17] Chen Xi, Chen Yanfeng, Zhang Bo, et al. A modeling and analysis method for fractional-order DC-DC converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2017, 32(9): 7034-7044.
- [18] Fang Shucheng, Wang Xiaogang. Modeling and analysis method of fractional-order buck-boost converter [J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 2020, 48(9): 1493-1510.
- [19] Yan Bo, Wang Shaojie, He Shaobo. Complex dynamics and hard limiter control of a fractional-order Buck-Boost system [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021: 1-16.
- [20] 李姿, 陈艳峰, 张波, 等. 开关电感 Boost 变换器的失效机理及基于参数扰动的混沌控制方案研究[J]. 电源学报, 2017, 15(3): 148-155.
Li Zi, Chen Yanfeng, Zhang Bo, et al. Study on failure mechanism of switched-inductor Boost converter and chaos control scheme based on parameter-perturbation [J]. Journal of Power Supply, 2017, 15(3): 148-155 (in Chinese).
- [21] 柴秀慧, 曹晗, 张波, 等. Boost 变换器全分数阶化系统分析与控制性能研究[J]. 电源学报, 2019, 17(6): 27-33.
Chai Xiuhui, Cao Han, Zhang Bo, et al. Research on analysis and control performance of full fractional-order Boost converter system [J]. Journal of Power Supply, 2019, 17(6): 27-33 (in Chinese).
- [22] 倪福银, 李正明, 潘天红. 光伏微逆变器中 Boost 变换器的混沌现象分析与控制研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(17): 149-154.
Ni Fuyin, Li Zhengming, Pan Tianhong. Analyzation and control research of chaotic phenomena for Boost converter in photovoltaic micro-inverter [J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(17): 149-154 (in Chinese).
- [23] Kai D, Ford N J, Freed A D. A predictor-corrector approach for the numerical solution of fractional differential equations [J]. Nonlinear Dynamics, 2002, 29(1/2/3/4): 3-22.
- [24] 刘崇新. 分数阶混沌电路理论及应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2011: 21-50.
- [25] Westerlund S, Ekstam L. Capacitor theory [J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 1994, 1(5): 826-839.
- [26] 周宇飞, 陈军宁. 电流模式控制 BOOST 变换器中的切分叉及阵发混沌现象[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(1): 23-26.
Zhou Yufei, Chen Junning. Tangent bifurcation and burst chaos in current mode controlled BOOST converter [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(1): 23-26 (in Chinese).



谢玲玲

作者简介:

谢玲玲(1980-),女,通信作者,博士,副教授。研究方向:电力电子的分析与控制。E-mail:xielingling@gxu.edu.cn。

杨雨晴(1997-),女,硕士研究生。研究方向:电力电子的分析与控制。E-mail: yangyuaha@qq.com。

姚浚义(1997-),男,硕士研究生。研究方向:电力电子的分析与控制。E-mail: ww443703528@163.com。

秦龙(1995-),男,硕士研究生。研究方向:电力电子的分析与控制。E-mail: manba24@163.com。